Theoretische Untersuchungen zur Trennung von Korn/Stroh- und Korn/Spreu-Gemischen im Mähdrescher

Mathematical Analysis of Grain/Straw and Grain/Chaff Separation in Combine Harvesters

Folker Beck und Heinz Dieter Kutzbach

Universität Hohenheim, Institut für Agrartechnik, Lehrstuhl Grundlagen der Landtechnik, Stuttgart.

Kurzfassung: Für die Simulation der Trennprozesse im Mähdrescher wird ein Entmischungsmodell der Korn-Stroh- bzw. Korn-Spreu-Trennung vorgestellt. Dieses wird um ein Sieb-Abscheidemodell ergänzt. Das Entmischungsmodell benutzt zur Beschreibung der Kornbewegung die physikalischen Vorgänge Konvektion und Dispersion, welche auf eine partielle Differentialgleichung für die Verteilung der Kornmasse in der Gutschicht führen. Für diese wird ein numerisches Lösungsverfahren nach der Linienmethode angegeben.

Das kombinierte Entmischungs- und Abscheidemodell wird zur Bestimmung der mittleren Sinkgeschwindigkeit von Korn und der Dispersionskonstanten der Kornausbreitung in der Gutschicht angewendet. Außerdem wird der Schichtungseinfluß von Korn und Kurzstroh bzw. Spreu auf die Arbeit der Reinigungsanlage gezeigt.

Deskriptoren: Erntetechnik, Mähdrescher, Simulation, mathematisches Modell, Trennprozeß, Entmischung, Abscheidung, Sieb

Abstract: For simulation of the separation processes in a combine harvester a mathematical model is derived and extended by a model for segregation on a sieve. Separation takes place by convection and dispersion. This leads to a partial differential equation for the distribution of grain in the layer of m.o.g., which is solved numerically by the method of lines. The segregation and separation model is applied to determine the average sinking velocity of grain and the dispersion constant. Also the influence of initial grain distribution on the work of the cleaning shoe is shown. Keywords: harvesting technology, combine, simulation, mathematical model, separation process, segregation, separation, sieve

1 Einleitung

Mähdrescher zeichnen sich heute durch weitgehend ausgereifte Trennprozesse und einen hohen Leistungsstand aus. Für weitere Leistungsverbesserungen sind deshalb immer zeit- und kostenaufwendigere experimentelle Untersuchungen nötig. Manche interessierende Prozeßgrößen sind außerdem nicht oder nur mit sehr großem Aufwand meßbar.

Mit einem Simulationsmodell soll daher ein kostengünstiges Werkzeug geschaffen werden, mit dem die Auswirkungen von Änderungen der Konstruktion und Einstellung sowie Stoffeigenschaften und Erntebedingungen auf die Mähdrescherleistung systematisch untersucht werden können.

In bisherigen Arbeiten wurde entweder auf die möglichst weitgehende Einbeziehung aller Prozeßparameter an einem einzelnen stationären Prozeß, z.B. [1, 2] oder auf eine schnelle echtzeitfähige dynamische Simulation des Gesamtsystems im Hinblick auf die Regelung der Prozesse Wert gelegt, z.B. [3,4]. Mit dieser Arbeit soll die mathematische Grundlage für ein Mähdrescher-Gesamtmodell mit detaillierten Teilprozessen gelegt werden, mit dem zunächst der stationäre Zustand untersucht werden kann.

Hierzu wird ein mathematischer Ansatz zur Beschreibung der Entmischung einer Korn/Stroh- bzw. einer Korn/Spreu-Schicht vorgestellt. Er beruht auf einem Entmischungsmodell aus der mechanischen Verfahrenstechnik nach MEINEL und SCHUBERT [5]. Das Entmischungsmodell wird um ein Sieb-Abscheidemodell erweitert.

Die mittlere Sinkgeschwindigkeit und die Dispersionskonstante von Korn in der Gutschicht, die in das Entmischungsmodell als Konstanten eingehen, sind nicht meßbar. Deshalb wird ein Verfahren zu ihrer Bestimmung hergeleitet und anhand von Daten aus der Literatur beispielhaft angewendet. Das gezeigte Simulationsmodell ist prozeßübergreifend anwendbar. Mit geeigneten Modellen für Sinkgeschwindigkeit und Dispersionskonstante, auf die hier nicht eingegangen wird, läßt es sich an die Trennvorgänge auf Schüttler, Reinigung und Vorbereitungsboden anpassen und als Prozeßmodul für diese Trennprozesse einsetzen. Somit kann auch das Zusammenwirken der verschiedenen Teilprozesse untersucht werden.

2 Entmischungs- und Abscheidevorgänge auf Sieben

Der Trennvorgang auf einem Sieb läßt sich nach WESSEL [6] grundsätzlich in die drei Teilvorgänge Entmischung, Auslese und Abscheidung unterteilen. Auslese und Abscheidung lassen sich zusammenfassen, so daß man das im folgenden betrachtete, allgemeine Prozeßmodell nach Bild 1 erhält.



Bild 1: Schematische Darstellung des Trennprozesses auf einem Sieb

Fig. 1: Simplified model of a separation process on a sieve

In Bild 1 ist beispielhaft ein Schnitt durch ein beladenes Reinigungssieb gezeigt. Für Entmischung und Abscheidung soll nur die vertikale Kornbewegung untersucht werden. Deshalb wird die Förderung nicht berücksichtigt. Die Gutschicht oberhalb des Siebes sei in zwei Bereiche aufgeteilt:

- Zum einen in das Gemisch aus Korn und Nichtkornbestandteilen (NKB) aus Spreu und/oder Stroh. In dieser Schicht sinkt Korn nach unten, kann aber noch nicht abgeschieden werden (Teilvorgang Entmischung).
- Zum anderen in den Bereich der Sieboberfläche, wo sich entmischtes Korn befindet, welches durch die Sieböffnungen abgeschieden werden kann (Teilvorgänge Auslese und Abscheidung).

Unterhalb des Siebes befindet sich der Bereich, der die Summe der Kornabscheidung repräsentiert.

3 Konvektions-Dispersions-Entmischungsmodell Frühere Untersuchungen von DAMM [7] und FREYE [8] zeigen, daß die Sinkbewegung von Korn nicht rein deterministisch betrachtet werden darf, sondern daß stochastische Einflüsse berücksichtigt werden müssen [9].

Nimmt man an, daß Korn die NKB-Schicht mit einer mittleren Sinkgeschwindigkeit durchdringt und dabei durch die Stöße mit NKB-Teilchen in alle Richtungen gleichverteilt gestreut wird, führt dies auf die physikalischen Erscheinungen Konvektion und Diffusion bzw. Dispersion.

Betrachtet werden soll die Kornmassenverteilung u(y,t)über der Höhe y über dem Sieb und der Zeit t, für die dann die folgende Gleichung (1) nach Fokker, Planck und Kolmogorow gilt, [5]. Der Einfluß der Konvektion wird durch die mittlere Sinkgeschwindigkeit v_y , der Dispersionseinfluß durch die Dispersionskonstante D_v bestimmt:

$$\frac{\partial}{\partial t}u(y,t) = D_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - v_y \frac{\partial u}{\partial y}$$
(1)

Die partielle Differentialgleichung läßt sich unter folgenden Idealisierungen geschlossen lösen, [5]:

Als Anfangsbedingung für die Kornmassenverteilung gilt, daß die gesamte Kornmasse $m_{K,ges}$ in einer unendlich dünnen Schicht in der Höhe y=H aufgegeben wird, dargestellt durch die Dirac-Funktion δ .

$$u(H,0) = m_{Kaes} \cdot \delta(t)$$

(2)

(3)

$$\delta(t\neq 0) = 0$$

$$\delta(t=0) = \infty$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

An den Rändern der Gutschicht gilt:

$$u(y=\pm\infty,t) = 0 \tag{4}$$

Für $v_y=0$ und H=0 erhält man die beispielsweise in [10] beschriebene Lösung des allgemeinen Diffusionsproblems ohne bevorzugte Ausbreitungsrichtung. Es wird darin die Diffusion von Partikeln beschrieben, die sich zum Zeitpunkt t=0 an der Stelle y=0 befinden. Für die Partikelverteilung u erhält man Gl. (5).

$$u(y,t) = \frac{m_{K,ges}}{\sqrt{4 \pi D_y t}} e^{-\frac{y^2}{4 D_y t}}$$
 (5)

Analog hierzu erhält man die Kornmassenverteilungsfunktion nach Gl. (6), falls die Ausbreitung wie beschrieben bei y=H beginnt und mit der mittleren Sinkgeschwindigkeit v_y (positives v_y in +y-Richtung) überlagert ist.

$$u(y,t) = \frac{m_{K,ges}}{\sqrt{4 \pi D_y t}} e^{\frac{(y-H-v_y t)^2}{4 D_y t}}$$
(6)

Bild 2 zeigt einige typische Kornverteilungen zu verschiedenen Zeitpunkten. Die Kornverteilungen haben das Aussehen der Gaußschen Glockenkurve mit gleichmäßig abnehmender Höhe des Maximums (Konvektion). Der Wert des Maximums selbst nimmt ebenfalls mit der Zeit ab (Konzentrationsausgleich durch Dispersion).

Setzt man voraus, daß Korn, welches sich unterhalb $y_{Sieb}=0$ befindet, bereits abgeschieden wurde, berechnet sich die Kornmenge in der Gutschicht aus dem zeitlichen Integral der Verteilungsfunktion nach Gl. (7). Hierbei wird der Siebwiderstand nach [5] vernachlässigt, so daß Entmischungs-Restfunktion $R_E(t)$ und Siebrestfunktion R(t) identisch sind, Bild 2.

Zur Berücksichtigung des Siebwiderstands wird das hier gezeigte reine Entmischungsmodell um ein Abscheidemodell erweitert. Zur Verknüpfung der beiden Modelle wird der Kornstrom auf Höhe der Sieboberfläche $y_{Sieb}=0$ herangezogen. Dort berechnet sich der Kornstrom u_E nach Gl. (8) (Zur Herleitung des Dispersionsanteils siehe auch [10]).



Bild 2: Kornmassenverteilungen zu verschiedenen Zeitpunkten mit Siebrestfunktion bei vernachlässigtem Siebwiderstand.

Fig. 2: Typical distributions of grain with resulting grain remaining on sieve

$$R(t) = \frac{1}{m_{K,ges}} \int_0^\infty u(y,t) \, dy \tag{7}$$

$$u_E = D_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} - v_y \cdot u\Big|_{y=0}$$
(8)

Mit u_E wird der entmischte Kornmassenstrom bezeichnet, welcher die Sieboberfläche berührt und somit zur Abscheidung zur Verfügung steht, aber infolge des Siebwiderstands nur verzögert abgeschieden wird.

4 Modellierung der Siebabscheidung

Das Sieb dient der Auslese des Korns, welches sich auf der Sieboberfläche befindet. Da die Öffnungen nur einen Teil der Siebfläche ausmachen, stellt das Sieb einen Widerstand für die Kornabscheidung dar, der Gegenstand von Forschungsarbeiten in mechanischer Verfahrenstechnik und Agrarartechnik war.

Für das spezielle Problem der Korn/Spreu-Trennung in der Agrartechnik liefern HUYNH und POWELL [1] und KIM und GREGORY [2] Modelle für die Abscheidung.

Huynh und Powell verwenden in ihrem Modell der Reinigungsanlage eine empirisch angesetzte Exponential-

mit

funktion als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den Zeitpunkt des Siebdurchgangs eines Korns nach Erreichen der Siebfläche. Dies führt bei idealer Schichtung (Korn unten, NKB oben) auf eine exponentiell fallende relative Siebrestfunktion nach Gl. (9).

$$R_{\exp}(t) = e^{-\frac{t}{T_A}}$$
(9)

Hierin ist T_A die charakteristische Zeitkonstante der Abscheidung. Sie stellt diejenige Zeit dar, zu der der Siebrest 36,79% beträgt, d.h. in der 63,21% des Korns abgeschieden werden. Dies geht durch Einsetzen von t= T_A aus Gl. (9) hervor. Berechnet wird die Zeitkonstante anhand der Durchgangswahrscheinlichkeit eines Korns durch eine Sieböffnung, welche Huynh und Powell für ein Lamellensieb berechnen.

Kim und Gregory nehmen dagegen an, daß Korn in einer Säule über jeder Sieböffnung steht, und diese Säule konstanter Querschnittsfläche mit der konstanten Geschwindigkeit v_y die Sieböffnung passiert. Dies führt zu einem konstanten Volumenstrom der Abscheidung und damit zu einem linearen Abnehmen des relativen Siebrestes nach Gl.(10).

$$R_{lin}(t) = 1 - \text{konst} \cdot t \tag{10}$$

Da die Siebabscheidung stark von der Wechselwirkung zwischen den Partikeln abhängt, ist sie durchsatzabhängig. Das lineare Modell liefert für große (Tiefbettsieben), das exponentielle Modell für geringe Durchsätze (Flachbettsieben) die bessere Annäherung, [11].

Für mittlere Durchsätze führte FREYE Experimente zum Abscheideverhalten der Reinigungsanlage bei unterschiedlicher Anfangsschichtung durch. Da zunächst der Abscheidevorgang untersucht werden soll, werden nur Ergebnisse herangezogen, die mit der Anfangsschichtung Korn-unter-NKB erzielt wurden. Dies entspricht der Leistung eines optimal arbeitenden Vorbereitungsbodens. Hier steht bereits zu Beginn der Reinigung sämtliches Korn zur Abscheidung bereit, da die Entmischung abgeschlossen ist. Die Durchgangslänge l_{80} , in der 80% des Korns abgeschieden werden, ist nach Bild 3 nahezu durchsatzunabhängig.

Deshalb wird angenommen, daß der Abscheidestrom u_S der zur Abscheidung angebotenen Kornmenge u_A proportional ist, wobei die Proportionalität durch die Zeitkonstante der Siebabscheidung T_A hergestellt wird, Gl. (11).

Zusammen mit der Massenbilanz für die abscheidbare Kornmenge Gl. (12) erhält man die Systemgleichung der Siebabscheidung, Gl. (13). Sie beschreibt die Abscheidung in Abhängigkeit von der abscheidbaren Kornmasse auf dem Sieb.



Bild 3: Durchgangslänge l_{80} in Abhängigkeit von Korndurchsatz und Anfangsschichtung, nach [8] Fig. 3: Separation length l_{80} against feed rate with respect to initial grain distribution

ů _s =	$\frac{1}{T_{A}} \cdot u_{A}$		(11)
	* A		
ů _A =	$a_E - a_S$		(12)

$$\dot{u}_A + \frac{1}{T_A} \cdot u_A = \dot{u}_E \tag{13}$$

Bei idealer Gutschichtung Korn-unter-NKB steht sämtliches Korn zur Abscheidung bereit. Es findet deshalb keine Entmischung mehr statt, es ist der Entmischungsstrom $u_E=0$. Mit der normierten Anfangsbedingung $u_A(0)=1$ führt Gl. (13) auf die rel. Siebrestfunktion nach Gl. (9) und bestätigt die empirische Annahme von Huynh und Powell. Mit Hilfe von Gl. (11) und (12) läßt sich auch die in Abschnitt 6 benötigte Abscheidedynamik zwischen dem Entmischungsstrom u_E und dem Abscheidestrom u_S als Verzögerung erster Ordnung (PT₁-Verhalten) feststellen, Gl. (14).

 $T_A \cdot \ddot{u}_S + \dot{u}_S = \dot{u}_E \tag{14}$

In der Literatur, z.B. [8, 13, 14] wird üblicherweise die Zeit oder die Siebstrecke angegeben, in der 80% des Korns abgeschieden werden. Mit dem vorgestellten Modell und der Anfangsschichtung Korn-unter-NKB lassen sich die 80%-Durchdringungszeit $t_{0,8}$, die 80%-Durchgangslänge l_{80} und die Zeitkonstante der Siebabscheidung T_A gleichermaßen verwenden. Zu ihrer Umrechnung ist Gl. (15) angegeben, die aus Gl. (9) unter Annahme der über der Sieblänge konstanten Fördergeschwindigkeit v_x hergeleitet werden kann.

 T_A ist vor allem durch die Durchgangswahrscheinlichkeit von Korn durch die Sieböffnungen und die Häufigkeit der Siebberührungen bestimmt. Für den optimalen Betrieb von Reinigung und Schüttler sollten Froudezahlen $1 \le Fr_v \le 3,3$ herrschen [8, 14]. Diese kennzeichnen den Bereich der Einfachwürfe, wo dann Gl. (16) mit der Durchgangswahrscheinlichkeit p und der Kreisfrequenz der Sieberregung ω zur Berechnung von T_A gilt, [1].

$$T_{A} = -\frac{t_{0,8}}{\ln 0,2} = -\frac{l_{80}}{v_{x} \ln 0,2}$$

$$(15)$$

$$-\frac{1}{\ln 0,2} \approx 0,6213$$

$$T_{A} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{-1}{\ln(1-\rho)}$$
(16)

5 Numerische Simulation des kombinierten Entmischungs- und Abscheidemodells

In diesem Abschnitt sollen die hergeleiteten Modellgleichungen für Entmischung und Abscheidung gemäß Bild 1 verknüpft und gemeinsam gelöst werden.

Da die Differentialgleichung für die Kornverteilung nur unter idealisierten Bedingungen analytisch lösbar ist, zur Bildung des Siebrestes aber numerisch integriert werden muß, wird ein Verfahren zur numerischen Lösung des gesamten Problems nach der Linienmethode vorgestellt, [15].

Die numerische Behandlung der Gleichungen bietet gleichzeitig die Möglichkeit, auf einfache Art beliebige Anfangs-Kornverteilungen vorzugeben. Dem zu untersuchenden Teilprozeß kann damit ein weiterer vorgeschaltet werden, so daß das Zusammenwirken von hintereinandergeschalteten Trennprozessen simuliert werden kann. Im Mähdrescher ist dies beispielsweise für die Reinigungsanlage mit vorgeschaltetem Vorbereitungsboden sinnvoll, da die Kornverluste der Reinigung stark von der Entmischungswirkung des Vorbereitungsbodens und der Fallstufe beeinflußt werden, [12].

Die Gutschicht wird nach der Finite-Differenzen-Methode mit n äquidistant verteilten Stützstellen y_j im Abstand Δy untersucht. Sie befinden sich im Bereich $y_1 \le y_j \le y_n$. Dieser Bereich wird ausreichend groß (idealerweise unendlich groß) gewählt, so daß die Randbedingungen der numerischen Rechnung $u(y_1,t)=u(y_n,t)=0$ gegenüber den Randbedingungen der analytischen Rechnung $u(-\infty,t)=u(\infty,t)=0$ möglichst geringe Abweichungen liefern. Durch die Ähnlichkeit von Randbedingungen und Ausdehnung der berechneten Schicht läßt sich der durch die Numerik eingeführte Fehler sehr gut feststellen.

Die in der Konvektions-Dispersions-Gleichung (1) verwendeten partiellen Ableitungen werden zentriert und zweiter Ordnung berechnet.

Mit diesen partiellen Ableitungen läßt sich die Konvektions-Dispersions-Gleichung in diskretisierter Form nach Gl. (17) mit den erwähnten Randbedingungen darstellen. Zur Abkürzung wird hier u_j anstelle von $u(y=y_j,t)$ verwendet.

Nach der Linienmethode wird durch die Diskretisierung und die Approximation der partiellen Ableitungen die partielle Differentialgleichung für j = 2...n-1 in ein System von n-2 gewöhnlichen Differentialgleichungen überführt, wobei ut die Zeitableitung von u in den diskretisierten Gleichungen kennzeichnet.

$$ut_j \approx D_y \cdot \frac{u_{j+1} - 2u_{j+}u_{j+1}}{\Delta y^2} - v_y \cdot \frac{u_{j+1} - u_{j+1}}{2\Delta y}$$
 (17)

Zur Integration des Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen für Entmischung und Abscheidung kann beispielsweise das explizite Integrationsverfahren 2. Ordnung (Euler-Vorwärts-Verfahren) angewendet werden, das am Beispiel des Entmischungssystems gezeigt werden soll. Zur Kennzeichnung des k-ten Zeitschrittes t=t_k wird hier ein hochgestellter Index k z.B. in u_j^k eingeführt. Der Zustand an jeder Stützstelle j zum zukünftigen Zeitpunkt t_{k+1} berechnet sich dann nach Gl. (18).

$$u_j^{k\cdot 1} = u_j^k + u_j^k \cdot \Delta t \tag{18}$$

Für den Vergleich mit experimentellen Daten ist der Verlauf des relativen Siebrestes interessant. Bezogen auf die normierte Anfangskornmenge von $m_{K,ges}=1$ kg berechnet er sich nach Gl. (19).

$$R_{k} = u_{A}^{k} + \sum_{j=j_{\text{Sleb}}}^{n} u_{j}^{k}$$
(19)

Das aufgeführte System von Dgln. wird für die Systemzeit t= $t_0...T_{sim}$ mit Hilfe eines Simulationsprogrammes integriert. So erhält man die zeitlichen Verläufe der Kornmengenverteilung in der Gutschicht sowie des Abscheidestromes und des relativen Siebrestes. Die Simulationszeit T_{sim} wird so gewählt, daß sie der Verweildauer des Gutes auf dem Sieb entspricht. Sie errechnet sich aus der allgemeinen Transformationsgleichung Gl. (20) mit der Sieblänge L und der Fördergeschwindigkeit v_x nach Gl. (21).

 $X = V_x \cdot t$

 $T_{sim} = \frac{L}{V_{v}}$

(20)

(21)

6 Anwendung des Entmischungs- und Abscheidemodells bei der experimentellen Bestimmung der mittleren Sinkgeschwindigkeit und der Dispersionskonstanten

Das gezeigte Modell kann durch entsprechende Modelle für Schüttler, Reinigungsanlage oder Vorbereitungsboden ergänzt werden, welche zur Berechnung von v_y , D_y , H und T_A anhand der Betriebs- und Stoffkonstanten dienen. Es beruht wesentlich auf der mittleren Sinkgeschwindigkeit von Korn v_y und der Dispersionskonstanten D_y . Zusammen mit der Anfangsschichtung des Korn/NKB-Gemisches, der Schichtdicke H und der zur Verfügung stehenden Zeit T_{sim} auf dem Sieb bestimmen diese Konstanten maßgeblich das theoretische Entmischungsergebnis.

Da weder Aufenthaltsort von Korn noch seine Bewegung in der Gutschicht mit herkömmlichen Methoden meßbar sind, können auch die erwähnten Simulationskonstanten nicht direkt gemessen werden. Deshalb wird ein Verfahren zur indirekten Bestimmung von v_y und D_y vorgestellt. Hierfür muß die Durchdringungszeit von Korn durch die Gutschicht experimentell bestimmt werden. Dies erfolgt anhand zweier Siebrestkennlinien bei unterschiedlicher Anfangsschichtung.

Theoretische Grundlage des Verfahrens bildet das beschriebene Entmischungs- und Abscheidemodell. Anhand der Durchdringungszeit läßt sich mit der meßbaren Schichtdicke als Ausgangshöhe des Sinkvorgangs die mittlere Sinkgeschwindigkeit v_y und die Dispersionskonstante D_v berechnen. Ein Korn, welches auf die NKB-Schicht aufgegeben wird, durchdringt diese bis hin zur Sieboberfläche, wo es nach einer kurzen Verweilzeit abgeschieden wird. Wird Korn bei der Schichtung Korn-unter-NKB direkt auf die Sieboberfläche gebracht, muß es dagegen nur durch das Sieb abgeschieden werden.

Die Zeitdauer bis zur Abscheidung setzt sich also zusammen aus der Durchdringungszeit und der Auslesezeit. Meßbar ist allerdings nur der Zeitpunkt der Abscheidung, nicht aber des Auftreffens auf die Sieboberfläche. Bei rein deterministischer Betrachtung des Sinkvorgangs benötigt jedes Korn dieselbe Durchdringungszeit und dieselbe Zeit nach dem Auftreffen bis zur Abscheidung. Die Differenz zwischen den Abscheidezeitpunkten bei den Anfangsschichtungen Korn-auf-NKB und Korn-unter-NKB stellt die gesuchte Durchdringungszeit dar. Wie in Abschnitt 3 gezeigt, reicht aber die deterministische Beschreibung nicht aus.

Bei Berücksichtigung der stochastischen Vorgänge existiert kein allgemeingültiger Abscheidezeitpunkt, so daß die Durchdringungszeit anhand experimentell gewonnener Siebrestkennlinien ermittelt werden muß. Hierzu wird der Abscheidestrom u_S als Ausgangsgröße eines dynamischen Systems angesehen, welches im folgenden beschrieben wird.

Korn durchläuft, falls es auf NKB geschichtet wird, die zwei dynamischen Systeme Entmischung und Abscheidung, Bild 4b). Hierbei bildet ein Dirac-Impuls in u_0 das Eingangssignal. In der Anfangsschichtung Korn-unter-NKB durchläuft es nur das System der Abscheidung, Bild 4a). Das Eingangssignal hierfür bildet ein Dirac-Impuls für den entmischten Kornstrom u_E .



Bild 4: Blockschaltbilder der Systeme aus a) Abscheidung ohne Entmischung und b) Entmischung und Abscheidung Fig. 4: Dynamic systems of a) segregation and b) separation and segregation

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \ddot{u}_E + (T_1 \cdot T_2) \cdot \ddot{u}_E + \dot{u}_E = \dot{u}_0$$
 (22)

$$G_E(s) = \frac{U_E(s)}{U_0(s)} = \frac{1}{(T_1 s+1) (T_2 s+1)}$$
 (23)

 $T_A \ddot{u}_S + \dot{u}_S = \dot{u}_E \tag{24}$

 $G_A(s) = \frac{U_S(s)}{U_E(s)} = \frac{1}{T_A s + 1}$ (25)

Nach den Rechenregeln der Laplace-Transformation ergibt sich für Entmischung und Abscheidung ein aperiodisches PT_3 -Übertragungsverhalten zwischen dem Korn-Aufgabestrom $U_0(s)$ und dem Abscheidestrom $U_S(s)$ nach Gl. (26).

$$G(s) = \frac{U_s}{U_0} = G_E(s) \cdot G_A(s)$$

$$= \frac{1}{(T_s s \cdot 1) (T_s s \cdot 1) (T_s s \cdot 1)}$$
(26)

Durch Vorgabe eines beliebigen Eingangssignals $U_0(s)$ läßt sich damit im Frequenzbereich das dazugehörige Ausgangssignal $U_S(s)$ ermitteln. Die Rücktransformation des Ausgangssignals in den Zeitbereich ergibt dann den entsprechenden Zeitverlauf der Abscheidung $u_S(t)$.

Die Integration des Abscheidestromes liefert die rel. Summenabscheidung u_S , wobei $(1-u_S)$ den relativen Siebrest R ergibt, der nach Gl. (20) bei konstanter Fördergeschwindigkeit auch ortsabhängig dargestellt werden kann.

Die Zeitkonstanten T_A , T_1 und T_2 lassen sich mit Hilfe zweier Experimente bestimmen, **Bild 5**. T_A erhält man durch Approximation des rel. Siebrestes bei Korn-unter-NKB-Schichtung mit der Siebrestfunktion R(t) nach Gl. (9), welche sich gleichermaßen aus Bild 4a) ergibt. Bei bekanntem T_A wird der rel. Siebrest des Experimentes mit Korn-auf-NKB-Schichtung zur Bestimmung von T_1 und T_2 approximiert. Hierzu wird die Funktion R(t) von Bild 4b) herangezogen, die wegen ihres Umfangs nicht explizit angegeben ist.





Fig. 5: Approximation of experimental curves of grain remaining on sieve for calculation of time constants of separation and segregation

Während T_A als Zeitkonstante der Siebabscheidung zur Bestimmung der Durchgangswahrscheinlichkeit von Korn durch eine Sieböffnung nach Gl. (16) herangezogen werden kann, dienen T_1 und T_2 zur Bestimmung der mittleren Korn-Sinkgeschwindigkeit v_y und der Dispersionskonstanten D_y . Dazu wird das Entmischungsglied nach Gl. (23) isoliert betrachtet und dessen Entmischungs-Restfunktion durch die Restfunktion des Konvektions-Dispersions-Modells nach Gl. (7) approximiert (**Bild 6**).

Die beiden Simulationskonstanten v_y und D_y stehen zur Überprüfung von Teilprozeßmodellen oder zur anschaulichen graphischen Darstellung der Entmischung zur Verfügung, wie sie im folgenden Abschnitt gezeigt ist.



Bild 6: Approximation der Restfunktion des vereinfachten Entmischungsgliedes durch die des Konvektions-Dispersions-Modells

Fig. 6: Approximation of the simplified segregation system by the convection-dispersion model

7 Anwendung des Entmischungs- und Abscheidemodells zur Untersuchung des Schichtungseinflusses

Sollen verschiedene Trennprozesse verknüpft werden, so muß die Entmischungswirkung eines vorgeschalteten Prozesses durch Vorgabe der Kornverteilung im Eintrittsquerschnitt berücksichtigt werden.

Für die gleichmäßig vermischte Anfangsverteilung von Korn zeigt **Bild 7** die berechnete Kornverteilung auf dem Reinigungssieb. Dabei liegen dieselben experimentellen Daten wie in Abschnitt 6 zugrunde.

Man erkennt, daß die Gutschicht zügig entmischt wird und das im Experiment verwendete Sieb die Abscheidung maßgeblich verzögert. Ein Vergleich der Korn-Abscheidekennlinien mit einerseits gleichmäßig vermischter, andererseits Korn-auf-NKB-Anfangsschichtung zeigt die für die Reinigungsanlage bei großen Durchsätzen typische anfängliche Abscheideverzögerung, die bei der ungünstigen Schichtung Korn-auf-NKB besonders ausgeprägt ist, Bild 8.

8 Zusammenfassung

Die Trennprozesse im Mähdrescher haben einen hohen Leistungsstand erreicht. Auswirkungen von Änderungen an der Konstruktion und Einstellung auf die Leistung können nur in immer aufwendigeren Experimenten festgestellt werden. Zur Einsparung von Versuchen wird deshalb ein mathematisches Verfahren zur Modellierung von Entmischungs- und Abscheidevorgängen im Mähdrescher vorgestellt. Hierzu wird ein Modell zur Entmischung einer Korn/Stroh- bzw. Korn/Spreu-Schicht mit einem Sieb-Abscheidemodell kombiniert.

Zur Lösung der partiellen Differentialgleichung, die die Kornausbreitung in der Gutschicht beschreibt, wird ein analytisches und ein numerisches Verfahren vorgestellt. Dabei eignet sich die analytische Lösung zur Bestimmung von Simulationsparametern, während das numerische Verfahren für die Berechnung der Kornausbreitung mit der sich anschließenden Siebabscheidung verwendet wird. Das kombinierte Entmischungs- und Abscheidemodell wird zur Bestimmung der bisher noch nicht meßbaren Sinkgeschwindigkeit von Korn in der Gutschicht herangezogen. Am Beispiel des Trennvorgangs auf dem Obersieb der Reinigungsanlage wird außerdem die Kornausbreitung in der Gutschicht berechnet und der Schichtungs- und Siebeinfluß auf die Leistungsfähigkeit der Reinigungsanlage gezeigt. Das Modell soll ebenso für die Trennvorgänge auf Vorbereitungsboden und Schüttler eingesetzt werden und Untersuchungen zum Zusammenwirken dieser Prozesse im Mähdrescher unterstützen.



Bild 7: Berechnete Kornausbreitung auf dem Obersieb der Reinigungsanlage bei anfangs gleichmäßig vermischter Korn/NKB-Schicht

Fig. 7: Simulation of grain distribution on the cleaning shoe with initially randomly mixed grain in m.o.g.



Bild 8: Simulierte Abscheidekennlinien von Korn über Sieblänge bei unterschiedlichen Anfangsschichtungen Fig. 8: Simulated grain separation over length of the sieve with varying initial distributions of grain

Verzeichnis der Formelzeichen

j	Stützstellenindex für die y-Koordinate
k	Index für den Zeitschritt
l ₈₀	Durchgangslänge bei 80% Kornabschei-
	dung
m _{K.ges} · · · · ·	gesamte Kornmasse
n	Anzahl der Stützstellen
p	Durchgangswahrscheinlichkeit durch
	Sieböffnung bei einmaligem Berühren
s	Frequenzvariable
t	Zeitvariable

40	Statestipankt	LAU	Jacu
Δt	Zeitschrittweite	[1]	Huynh
to.8	Durchdringungszeit von 80% des Korns		tion. A
u	Kornmassenverteilung in der Gutschicht	[2]	Kim S
ut	Zeitableitung von u an den Stützstellen	[2]	bine C
u ₀	Kornmassenzustrom auf die Gutschicht		
u _A	entmischte Kornmasse auf der	[3]	Camp
	Sieboberfläche		cnewa
u _E	Massenzustrom entmischten Korns auf	[4]	Huism
-	die Sieboberfläche		means
us	Summenabscheidung		Wage
us	Korn-Abscheidestrom	[5]	Meine
V	Fördergeschwindigkeit	[.]	schen
v	Sinkgeschwindigkeit		bei d
x	horizontale Koordinate		reitun
y	vertikale Koordinate	[6]	Wesse
Δγ	Stützstellenabstand in y-Richtung	[o]	tungst
Vsiah	Koordinate der Sieboberfläche ysieb=0		
D	Dispersionskonstante der Sinkbewegung	[7]	Damn
Fr.,	Froudezahl der Siebbewegung		VDI-V
G	Übertragungsfunktion des		chefit
	Entmischungs- und Abscheidegliedes im	[8]	Freye
	Frequenzbereich		schen
G	Übertragungsfunktion des		ruise
A	Abscheidegliedes im Frequenzbereich	[9]	Beck,
G	Übertragungsfunktion des vereinfachten		dresch
E	Entmischungsgliedes im Frequenzbereich		quium
Н	Dicke der Gutschicht	[10]	Fliess
L	Länge des Siebes	[]	heim,
R	relativer Siebrest		-
R	relativer Entmischungsrest	[[]]	YLth
T. Ta	Zeitkonstanten der Entmischung		paper
Т.	Zeitkonstante der Siebabscheidung		b bab
T	Endzeitpunkt der Simulation	[12]	Spitte
Un Un Un	Frequenzbereichsdarstellung von uo.		die L
0, 0E, 0S	Up. Up		Seriels
8	Dirac-Impuls	[13]	Beck,
(4)	Kreisfrequenz der mechanischen		flusse
	Sieberregung		FORIS
	Steering		

Bild 8: Simulierte Abscheidekennlinien von Kom über Sieblänge bei unterschiedlichen Anfangsschichtungen Fig. 8: Simulated grain separation over length of the sieve with varying initial distributions of grain

Verzeichnis der Formelzeichen

Literatur

- Huynh, V.M. and T.E. Powelt Cleaning Shoe Performance Prediction. ASAE paper 78-1565, 1978.
- [2] Kim, S.H. and J.M. Gregory: Grain Separation Equations for Combine Chaffers and Sieves. ASAE paper 91-1603, 1991.
- [3] Campbell, D.: Modelling the Combine Harvester. Diss. Saskatchewan, Kanada, 1980.
- [4] Huisman, W.: Optimum cereal combine harvester operation by means of automatic machine and threshing speed control. Diss. Wageningen, Niederlande, 1983.
- [5] Meinel, A. und H. Schubert: Über einige Zusammenhänge zwischen der Einzelkorndynamik und der stochastischen Siebtheorie bei der Klassierung auf Stößelschwingsiebmaschinen. Aufbereitungstechnik Bd. 18 (1972) Nr. 7, S. 408-416.
- [6] Wessel, J.: Grundlagen des Siebens und Sichtens, Teil II. Aufbereitungstechnik Bd. 13 (1967) Nr. 4, S. 167-180.
- [7] Damm, J.: Der Sortiervorgang beim luftdurchströmten Schwingsieb. Diss. TH Stuttgart, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 3 Nr. 37, VDI-Verlag Düsseldorf, 1972.
- [8] Freye, T.: Untersuchungen zur Trennung von Korn-Spreu-Gemischen durch die Reinigungsanlage des M\u00e4hdreschers. MEG-Forschungsbericht Nr. 47, Diss. Hohenheim, 1980.
- [9] Beck, F. und H.D. Kutzbach: Simulation der Prozesse im Mähdrescher - Modellierung der Reinigungsanlage. VDI/MEG-Kolloquium Agrartechnik, H. 16, Berlin 4.-5.10.93, S.123-129.
- [10] Fliessbach, T.: Statistische Physik. BI Wissenschaftsverlag Mannheim, 1993.
- [11] Ferrara, G. and U. Preti: A Contribution to Screening Kinetics. XI-th International Mineral Processing Congress, Cagliary (1975), paper 7.
- [12] Spittel, A.: Einfluß der Schichtung des Reinigungsgemisches auf die Leistungsfähigkeit der Reinigungseinrichtung eines Mähdreschers. Agrartechnik 28 (1978) Nr. 9, S.399-401.
- [13] Beck, T.: Meßverfahren zur Beurteilungdes Stoffeigenschaftseinflusses auf die Leistung der Trennprozesse im Mähdrescher. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 14 Nr. 54, 1992.
- [14] Baader, W., H. Sonnenberg und H. Peters: Die Entmischung eines Korngut-Fasergut-Haufwerkes auf einer vertikal schwingenen, horizontalen Unterlage. Grundlagen der Landtechnik Bd. 19 (1969) Nr. 5, S.149-157.
- [15] Schiesser, W.E.: The Numerical Method of Lines. Integration of Partial Differential Equations. Academic Press Inc., San Diego.
- [16] Föllinger, O.: Regelungstechnik. Einführung in die Methoden und ihre Anwendung. Hüthig Buch Verlag GmbH, Heidelberg, 7. Aufl. 1992.

wird zur Bestimmung der bisher noch nicht meßbaren Sinkgeschwindigkeit von Kom in der Gutschicht herangezogen. Am Beispiel des Trennvorgangs auf dem Obersieb der Reinigungsanlage wird außerdem die Komausbreitung in der Gutschicht berechnet und der Schichtungs- und Siebeinfluß auf die Leistungsfühigkeit der Reinigungsanlage gezeigt.

Startzeitnunkt