

# Funktionsgerechte Gestaltung von Silos für schwerfließende Güter nach dem Jenike-Verfahren

## Teil 2: Gestaltung von Massen- und Kernflußsilos

Von Otto-Horst Hoffmann und Theodor Hesse, Braunschweig\*)

DK 624.953:539.215

Nach einem Überblick über die Probleme der funktionsgerechten Silodimensionierung und der Erläuterung der von Jenike verwandten Stoffkennwerte im Teil 1 "Grundlagen" wird im Teil 2 das eigentliche Dimensionierungsverfahren behandelt. Der Gebrauch der praxisbezogenen Konstruktionsdiagramme wird gezeigt und der Anwendungsbereich des Verfahrens abgegrenzt.

im Silo berechnet. Gleichzeitig ermittelte er — unter Zugrundelegen einer Modellvorstellung für die Brückenbildung — die Spannungsverhältnisse, die im Auflager einer stehenden Gutbrücke in der Nähe der Silowand herrschen. Ein Beispiel für das Ergebnis einer derartigen Berechnung ist in Bild 11 dargestellt. Auf ein Gutelement in der Nähe der Wand wirkt beim stationären Ausfließen die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  und im Auflager einer gedachten stehenden Gutbrücke die größte Hauptspannung  $\bar{\sigma}_1$ . Da nach Jenike

### 1. Gestaltung von Massenflußsilos

#### 1.1 Spannungsverhältnisse im Silo

Für das stationäre Ausfließen des Gutes aus Massenflußsilos hat Jenike mit Hilfe der Kontinuumsmechanik, vor allen Dingen der Bodenmechanik und der Plastizitätslehre, den Spannungszustand

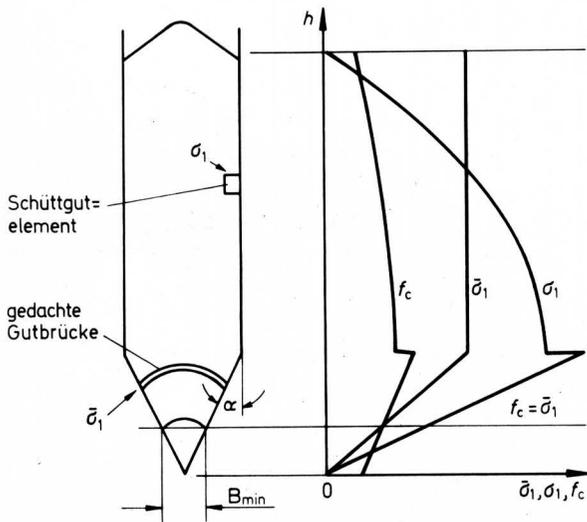


Bild 11. Spannungsverhältnisse im Massenflußsilos.

1) Teil 1: Grundlagen ist erschienen in Grundl. Landtechnik Bd. 25 (1975) Nr. 3, S. 65/70.

\*) Dipl.-Ing. Otto-Horst Hoffmann und Dipl.-Ing. Theodor Hesse sind wissenschaftliche Mitarbeiter am Institut für Landmaschinen (Direktor: Prof. Dr.-Ing. H.J. Matthies) der Technischen Universität Braunschweig.

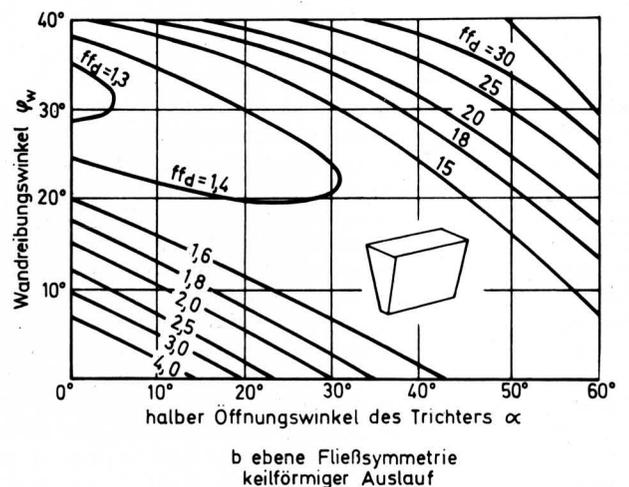
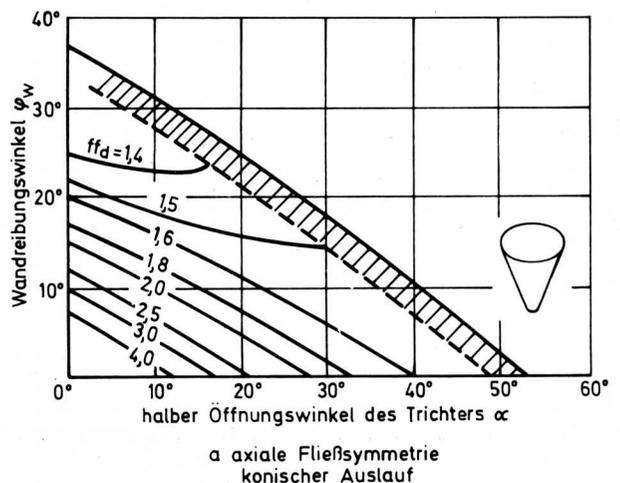


Bild 12. Konstruktionsdiagramme zur Bestimmung des Fließfaktors  $ff_d$  für  $\varphi_c = 40^\circ$ .

bei einem vorgegebenen Gut die Auflagerspannung einer Gutbrücke allein vom Durchmesser des Silos abhängig ist, ist im zylindrischen Siloteil die Auflagerspannung konstant. Charakteristisch ist, daß im Trichterbereich, wo die größte Gefahr der Brückenbildung herrscht, sowohl die maximale Hauptspannung  $\sigma_1$  als auch die maximale Hauptspannung im Auflager der Brücke  $\bar{\sigma}_1$  linear abhängig vom Durchmesser des Trichters sind und an der gedachten Trichterspitze auf Null abfallen.

Unter Zugrundelegung der experimentell gewonnenen Beziehung zwischen der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  und der Gutfestigkeit  $f_c$  (siehe Teil 1 S. 68 Bild 8) läßt sich unter der Annahme, daß die maximale Hauptspannung gleich der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  ist, die Kurve der Gutfestigkeit  $f_c$  zeichnen. Die  $f_c$ -Kurve ist im Trichterbereich, je nach Art des Gutes, mehr oder weniger gekrümmt. Da kohäsive Güter auch bei der Spannung  $\sigma_1 = 0$  eine gewisse Festigkeit haben, fällt die Kurve der Gutfestigkeit nicht auf Null ab.

Den Quotienten aus maximaler Hauptspannung  $\sigma_1$  und maximaler Hauptspannung im Auflager einer Brücke  $\bar{\sigma}_1$  nennt Jenike den Fließfaktor für Brückenbildung  $ff_d$ :

$$ff_d = \frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}_1} \quad (1)$$

Der Fließfaktor ist abhängig vom Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e$ , vom Wandreibungswinkel  $\varphi_w$  und vom halben Öffnungswinkel des Trichters  $a$ . Zur Vereinfachung der Entwurfsarbeit hat Jenike Konstruktionsdiagramme berechnet, die für einen jeweils konstanten Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e$  den Zusammenhang zwischen Wandreibungswinkel  $\varphi_w$ , dem halben Öffnungswinkel des Trichters  $a$  und dem Fließfaktor  $ff_d$  zeigen. Jenike unterscheidet hierbei zwischen dem axialsymmetrischen Fließzustand, der sich im konischen Auslauf einstellt, Bild 12 a, und dem ebenen Fließzustand des keilförmigen Auslaufs, Bild 12 b.

## 1.2 Fließkriterien für die Gestaltung

Eine Brücke kann sich nicht bilden, bzw. geht zu Bruch, wenn die Spannung im Auflager der Brücke größer ist als die Festigkeit des Gutes  $f_c$ . Da auf die Oberfläche der Gutbrücke keine Normalspannungen wirken können, ist der Spannungszustand im Auflager der Gutbrücke allein durch die maximale Hauptspannung im Auflager  $\bar{\sigma}_1$  definiert, so daß sich als Bedingung ergibt:

$$\bar{\sigma}_1 \geq f_c \quad (2)$$

Der kritische Wert für  $f_c$ ,  $f_{c \text{ krit}} = \bar{\sigma}_1$ , legt einen Minimalwert für die Breite bzw. den Durchmesser der Auslauföffnung  $B_{\text{min}}$  fest,

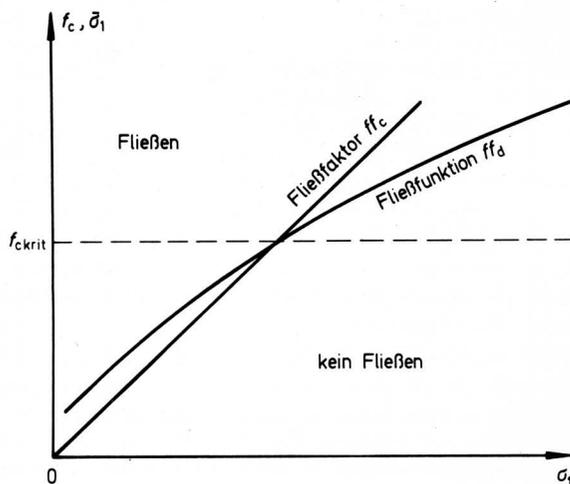


Bild 13. Bestimmung der kritischen Gutfestigkeit  $f_{c \text{ krit}}$ .

der Brückenbildung ausschließt, Bild 11. Die Bestimmung des kritischen Wertes von  $f_c$  unter Verwendung des Fließfaktors  $ff_c$  und der Fließfunktion  $ff_d$  zeigt Bild 13. Die Abmessung der kleinsten zulässigen Auslauföffnung ergibt sich aus der Beziehung

$$B_{\text{min}} = \frac{H(a) f_{c \text{ krit}}}{g \rho_s} \quad (3)$$

mit der kritischen Gutfestigkeit  $f_{c \text{ krit}}$ , der Fallbeschleunigung  $g$  und der Schüttgutedichte  $\rho_s$  sowie der Funktion  $H(a)$ , die in Bild 14 dargestellt ist.

Sowohl den Konstruktionsdiagrammen in Bild 12 als auch der Darstellung der Funktion  $H(a)$  in Bild 14 ist zu entnehmen, daß keilförmige Ausläufe wesentlich günstiger sind als konische Ausläufe.

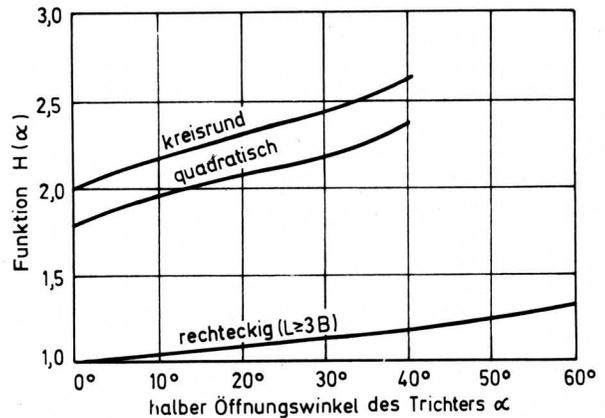


Bild 14. Funktion  $H(a)$  in Abhängigkeit vom halben Öffnungswinkel des Trichters.

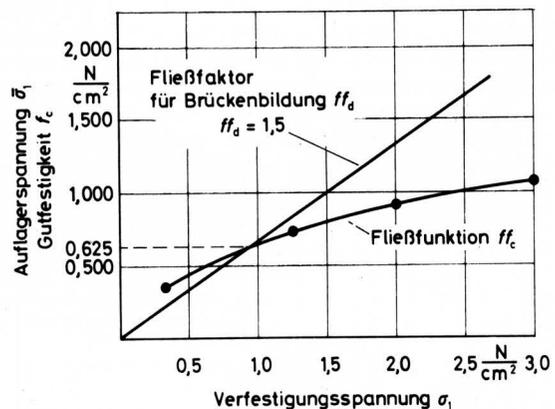


Bild 15. Bestimmung der kritischen Gutfestigkeit  $f_{c \text{ krit}}$ .

Beispiel für die Auslegung eines Massenflüssilos:

- Mit dem Jenike-Gerät werden Scher- und Reibungsversuche mit dem zu lagernden Gut durchgeführt.
- Aus den Versuchsergebnissen bestimmt man folgende Stoffkennwerte:
  - den Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e = 40^\circ$
  - die Fließfunktion  $ff_c$
  - den Wandreibungswinkel  $\varphi_w = 15^\circ$ .
- Der Fließfaktor  $ff_d$  kann mit Hilfe der Konstruktionsdiagramme in Bild 12 ermittelt werden, da sie gerade für den Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e = 40^\circ$  gelten. Wird ein konischer Auslauftrichter mit dem halben Öffnungswinkel  $a = 25^\circ$  gewählt, so ergibt sich aus Bild 12 a für den Wandreibungswinkel  $\varphi_w = 15^\circ$  ein Fließfaktor  $ff_d = 1,5$ .

4. Die Fließfunktion  $ff_c$  und der Fließfaktor  $ff_d$  werden in einem dem Bild 13 analogen Diagramm dargestellt und hieraus wird der Wert der kritischen Gutfestigkeit zu  $f_{crit} = 0,625$  bestimmt, **Bild 15**.
5. Nach Gleichung (3) wird der kleinste noch zulässige Durchmesser der Auslauföffnung, der gerade noch Brückenbildung ausschließt, mit  $B_{min} = 92,2$  cm berechnet. Die Funktion  $H(a)$  wurde aus Bild 14 für den halben Öffnungswinkel des Trichters  $a = 250$  mit  $H(a) = 2,4$  bestimmt. Messungen ergaben eine Schüttgutedichte von  $\rho_s = 1,73$  g/cm<sup>3</sup>.

## 2. Gestaltung von Kernflußsilos

Um die Gefahr der Schachtbildung zu vermeiden, die bei Kernflußsilos zu einer Unterbrechung des Entleerungsvorganges führen kann, hat *Jenike* für Kernflußsilos ein ähnliches Berechnungsverfahren wie für Massenflußsilos entwickelt [7]. Das von *Jenike* für die funktionsgerechte Gestaltung von Kernflußsilos vorgeschlagene Verfahren ist jedoch nur begrenzt anwendbar, da er die im Silo wirkenden größten Verfestigungsspannungen  $\sigma_1$  nur für den Entleerungsvorgang berechnet hat. Aufgrund neuerer Untersuchungen stellte *Johanson* [15] fest, daß bei der Befüllung von Silos wesentlich höhere maximale Verfestigungsspannungen  $\sigma_1$  auftreten als während des Ausfließens. Da diese ungünstigeren Verhältnisse beim Entwurf zu berücksichtigen sind, um das einwandfreie Arbeiten eines Silos zu erreichen, muß der Fließfaktor für die Schachtbildung mit der beim Befüllen auftretenden Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  berechnet werden. Das *Jenike*-Verfahren wurde daher von *Johanson* in diesem Punkt korrigiert. Im weiteren Verlauf wird daher nur das Verfahren von *Johanson* erläutert, da es allgemeiner anwendbar ist.

### 2.1 Spannungsverhältnisse in Silos

*Johanson* berechnet sowohl für die konischen als auch für die zylindrischen Teile eines Silos die größte Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  und die in der Innenoberfläche eines stehenden Schachtes wirkende Spannung  $\bar{\sigma}_1$ . Am Beispiel eines Trichters soll der Berechnungsgang kurz erläutert werden. Die maximale Verfestigungsspannung

$\sigma_1$  ist abhängig von dem Durchmesser bzw. der Breite  $B$  des Trichters in der jeweiligen Höhe, von der Schüttgutedichte  $\rho_s$ , von der Fallbeschleunigung  $g$  und von einer Funktion  $F$ , die wiederum bestimmt wird durch die Trichtergeometrie und einen Materialfaktor  $k$  enthält:

$$\sigma_1 = g \rho_s B F \quad (4)$$

Werte der Funktion  $F$  sind **Bild 16** zu entnehmen, das den Zusammenhang zwischen dem Wandreibungswinkel  $\varphi_w$ , dem halben Trichterwinkel  $a$  und der Funktion  $F$  zeigt. Ein derartiges Diagramm gilt jeweils nur für einen bestimmten Materialfaktor  $k$  und für einen bestimmten Koeffizienten  $m$ , in diesem Fall:  $k = 0,8$  und  $m = 1$ .

Der Materialfaktor  $k$  ist folgendermaßen definiert:

$$k = \frac{1 - \nu(\beta + m)}{1 - \beta - \nu(\beta - m)} \quad (5)$$

mit der Poissonzahl  $\nu$ , dem Koeffizienten der Kompressibilität  $\beta$  und dem Koeffizienten  $m$ , der für konische Auslauftrichter  $m = 1$  und für keilförmige Auslauftrichter  $m = 0$  ist.

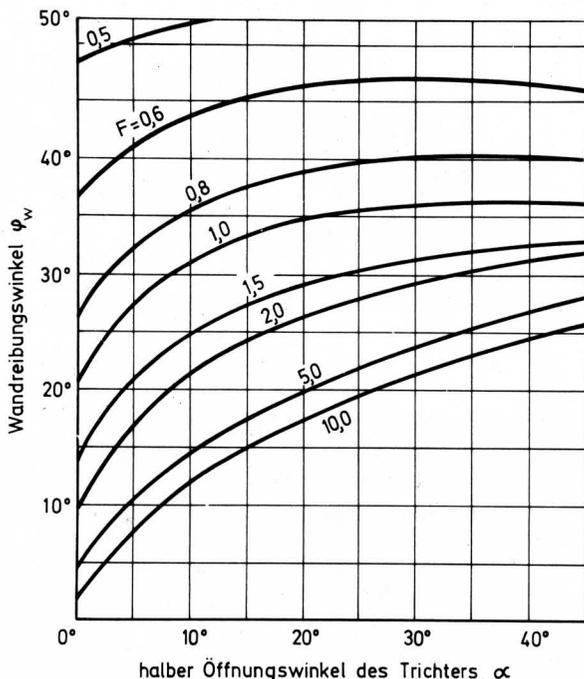
Bei den meisten Schüttgütern ist die Poissonzahl klein, so daß der Materialfaktor  $k$  einfacher ausgedrückt werden kann:

$$k \approx \frac{1}{1 - \beta} \quad (6)$$

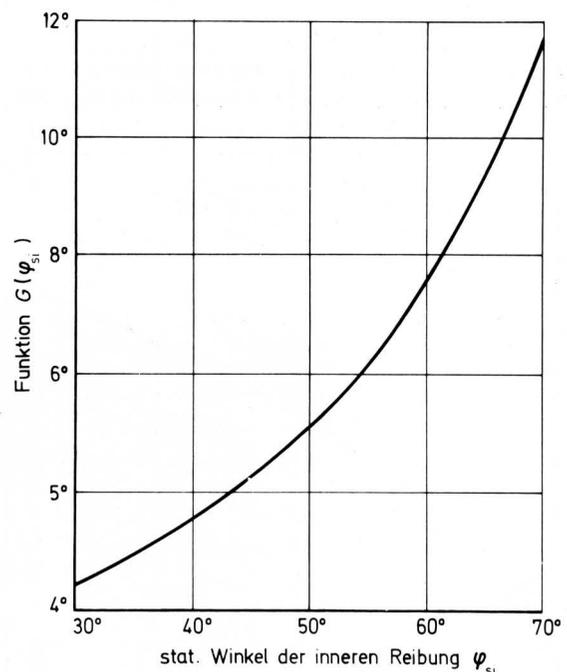
Die Spannung in der Innenoberfläche des Schachtes  $\bar{\sigma}_1$  wird wie bei *Jenike* nach der Beziehung

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{g \rho_s d}{G(\varphi_{si})} \quad (7)$$

berechnet, mit dem Durchmesser des Fließkanals  $d$ , der Schüttgutedichte  $\rho_s$ , der Fallbeschleunigung  $g$ , der Funktion  $G(\varphi_{si})$  und dem statischen Winkel der inneren Reibung  $\varphi_{si}$ , der benötigt wird, um die inneren Reibverhältnisse an einer freien Materialfläche zu kennzeichnen, beispielsweise an der Innenwand eines sich bildenden Schachtes. Er wird definiert als die Steigung des Fließortes in dem Punkt des  $\sigma, \tau$ -Diagramms (Bild 8, Teil 1), in dem der Mohrsche Spannungskreis, durch den die Gutfestigkeit definiert wurde, den Fließort berührt. Den Zusammenhang zwischen der Funktion  $G(\varphi_{si})$  und dem statischen Winkel der inneren Reibung  $\varphi_{si}$  zeigt **Bild 17**.



**Bild 16.** Funktion  $F$  in Abhängigkeit vom halben Öffnungswinkel des Trichters  $a$  und vom Wandreibungswinkel  $\varphi_w$  für einen konischen Trichter  $m = 1$  und einen Materialfaktor  $k = 0,8$ .



**Bild 17.** Funktion  $G(\varphi_{si})$  in Abhängigkeit vom Winkel der statischen inneren Reibung  $\varphi_{si}$ .

## 2.2 Fließkriterien für die Gestaltung

Ein Schacht kann sich, ähnlich wie eine Brücke, nicht bilden, bzw. stürzt ein, wenn die Spannung in der Oberfläche des Schachtes  $\bar{\sigma}_1$  größer ist als die Gutfestigkeit  $f_c$ . Analog zum Entwurf von Massenflußsilos ergibt sich hieraus das Fließkriterium für die Gestaltung von Kernflußsilos:

$$\bar{\sigma}_1 \geq f_c \quad (8).$$

Definiert man einen Fließfaktor der Schachtbildung  $ff_p$  entsprechend

$$ff_p = \frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}_1} \quad (9),$$

mit der größten bei der Lagerung auftretenden Hauptspannung  $\sigma_1$  und der Spannung in der Oberfläche des Schachtes  $\bar{\sigma}_1$ , so läßt sich das Fließkriterium auch folgendermaßen schreiben:

$$ff_p \geq ff_c \quad (10).$$

Der Schnittpunkt zwischen Fließfaktor und Fließfunktion, der wie in den anderen Fällen geometrisch bestimmt werden kann, Bild 13, liefert den kritischen Wert der Gutfestigkeit  $f_{ckrit}$ , mit dem die kleinste Abmessung der Auslauföffnung  $B_{min}$  berechnet werden kann:

$$B_{min} = \frac{f_{ckrit}}{g \rho_s} G(\varphi_{si}) \quad (11).$$

Bei diesem Verfahren kann der Trichterwinkel  $\alpha$  in einem relativ weiten Bereich frei gewählt werden. Um eine vollständige Entleerung des Silos zu erreichen, ist jedoch darauf zu achten, daß der Winkel zwischen Trichter und Horizontale nicht kleiner ist als der Wandreibungswinkel  $\varphi_w$ , der im Schertest ermittelt wurde. Das Durchrechnen eines Beispiels erübrigt sich, da die Auslegung analog dem Beispiel der Auslegung von Massenflußsilos erfolgt. Abweichend muß hier bei den Stoffkennwerten zusätzlich der Koeffizient der Kompressibilität ermittelt werden, um den Materialfaktor  $k$  nach Gl. (6) zu berechnen. Weiterhin wird der Fließfaktor für Schachtbildung  $ff_p$  nicht einem Konstruktionsdiagramm entnommen, sondern muß mit Hilfe der Gln. (4) und (7) und der Bilder 16 und 17 bestimmt werden. Aus der graphischen Darstellung des Fließfaktors der Schachtbildung  $ff_p$  und der Fließfunktion  $ff_c$  ergibt sich wie beim Massenflußsilos die kritische Gutfestigkeit  $f_{ckrit}$  und mittels der Gl. (11) die kleinste Abmessung der Auslauföffnung  $B_{min}$ , die gerade noch Schachtbildung ausschließt.

## 3. Anwendungsbereich des Jenike-Verfahrens zur Gestaltung von Massen- und Kernflußsilos

Das Verfahren von *Jenike* ermöglicht es, nicht nur für ein bestimmtes Schüttgut den geeigneten Bunker zu entwerfen, sondern auch für einen vorgegebenen Bunker das geeignete Schüttgut auszuwählen. Darüber hinaus lassen sich aus dem Verfahren auch Maßnahmen ableiten, um ein Schüttgut so zu behandeln, daß seine Fließeigenschaften, d.h. insbesondere seine Fließfunktion, verbessert werden, um so eine wirtschaftlichere Lagerung zu erreichen. Wie schon erwähnt, wird das Fließverhalten durch den Feuchtigkeitsgehalt, die Temperatur und die Lagerzeit beeinflusst. So konnten z.B. durch Untersuchungen an Eisen- und anderen Fördererzen maximal zulässige Feuchtigkeitsgehalte definiert werden, bei denen eine wirtschaftlichere Lagerung in Silos möglich ist [4].

Die Anwendbarkeit der Scherzelle ist auf Güter mit einer maximalen Korngröße von 0,85 mm begrenzt. *Jenike* gibt diesen Wert an, um ein bestimmtes Größenverhältnis zwischen dem Innendurchmesser der Scherzelle und den Gutabmessungen einzuhalten.

Das Fließverhalten eines Gutes verbessert sich mit wachsender Korngröße und abnehmender Kohäsion. Da sich mit steigender Korngröße die Gesamtoberfläche der Körner verringert, so daß die zwischen den Kornoberflächen wirkende Kohäsion abnimmt, muß es eine Korngrößengrenze geben, von der ab das Gut als kohäsionslos und frei fließend zu betrachten ist. Diese Korngrößengrenze liegt nach *Jenike* bei 0,25 mm. In vielen Fällen werden je-

doch Güter zu lagern sein, die keine einheitliche Korngröße haben, sondern oft auch einen Grobanteil mit Korngrößen über 0,85 mm. Da nach *Jenike* das Fließverhalten von Schüttgütern, bestehend aus Fein- und Grobkornanteil, ausschließlich vom Feinkornanteil beeinflusst wird, reicht es zur Bestimmung der für den Entwurf erforderlichen Gutkennwerte aus, den Kornanteil mit Korngrößen kleiner als 0,85 mm zu untersuchen.

Massenflußsilos haben in der mechanischen Verfahrenstechnik eine überragende Bedeutung. Das *Jenike*-Verfahren zur funktionsgerechten Gestaltung von Massenflußsilos ist daher, wie schon erwähnt, in den letzten Jahren zu einem Standardverfahren in der mechanischen Verfahrenstechnik geworden. So zeigt z.B. eine Vielzahl von Veröffentlichungen die Anwendung des Verfahrens bei der Lagerung von Feinkohle [25], Eisenerzkonzentrat [26, 27], gemahlene Phosphaten [28], Zement [29] usw.

Aufgrund seiner Erfahrungen nimmt *Jenike* im Hinblick auf die Gestaltung von Massenflußsilos eine Klassifizierung feinkörniger Materialien nach dem Grenzwert ihrer Fließfunktionen  $ff_c$  vor. Schüttgüter mit Grenzwerten kleiner als 2 werden als sehr kohäsiv und nicht fließend bezeichnet. Die für eine selbsttätige Entleerung dieser Güter erforderlichen Siloformen sind wirtschaftlich wegen der teuren, langen, steilen Auslauftrichter nicht mehr vertretbar, so daß hier nur Bunkerformen für die Entleerung mittels Auftrags-hilfen in Frage kommen.

## 4. Zusammenfassung

Eine festigkeitsgerechte Gestaltung ist beim Entwurf von Silos in jedem Falle durchzuführen. Darüber hinaus ist eine funktionsgerechte Gestaltung in allen Fällen erforderlich, wo durch schlechte Fließeigenschaften des Silogutes die Gefahr von Brücken- oder Schachtbildung droht und dadurch der Entleervorgang abgebrochen wird. Sie ist außerdem auch in all den Fällen durchzuführen, wo besondere Anforderungen an den Silobetrieb gestellt werden.

Technisch befriedigende Lösungen können durch Siloformen, die eine selbsttätige Entleerung bewirken oder durch Siloformen, bei denen eine Entleerung nur über Austraghilfen möglich ist, erreicht werden.

Für die gezielte funktionsgerechte Gestaltung selbsttätig entleerer Silos wurde von *Jenike* und seinen Mitarbeitern ein Verfahren entwickelt, das sowohl für Massenfluß-, als auch für Kernflußsilos anwendbar ist. Das Verfahren wird praxisnah erläutert; für den an der theoretischen Herleitung interessierten Leser wird ein umfangreiches Literaturverzeichnis angegeben <sup>2)</sup>.

Zur Dimensionierung eines Silos sind folgende Schritte erforderlich:

1. Durchführung von Scher- und Reibungsversuchen für den Entwurf von Massenflußsilos und zusätzlich von Kompressionsversuchen bei Kernflußsilos,
2. Bestimmung der erforderlichen Stoffkennwerte aus den Versuchsergebnissen:  
Bei Massenflußsilos: des Winkels des effektiven Fließortes  $\varphi_c$ , der Fließfunktion  $ff_c$  und des Wandreibungswinkels  $\varphi_w$   
bei Kernflußsilos: zusätzlich des Koeffizienten der Kompressibilität  $\beta$ ,
3. Berechnung des Fließfaktors:  
bei Massenflußsilos: des Fließfaktors der Brückenbildung  $ff_d$ ,  
bei Kernflußsilos: des Fließfaktors der Schachtbildung  $ff_p$ ,
4. Bestimmung der kritischen Gutfestigkeit  $f_{ckrit}$  aus Fließfunktion und Fließfaktor,
5. Berechnung des Mindestdurchmessers der Auslauföffnung  $B_{min}$ , der Brücken- bzw. Schachtbildung ausschließt.

<sup>2)</sup> Das Schrifttumverzeichnis und die Erläuterung der Formelzeichen ist enthalten in Teil 1, Grundl. Landtechnik Bd. 25 (1975) Nr. 3, S. 65/70.