

Man wird eine deutliche Konvergenz auf den wahren Wert der spektralen Dichte an der Stelle $\omega + \Delta\omega/2$ feststellen. Aus dem Verlauf der Konvergenz ergibt sich ein Maß für die zulässige Bandbreite $\Delta\omega$.

Da aber in vielen Fällen ein ideales Filter für eine Messung nach Gleichung (7) nicht vorhanden ist, kann in diesen Fällen eine Messung nach den Gleichungen (8) und (6) geeignet sein. Aus beiden Gleichungen erhält man sofort

$$\psi = \int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 \Phi_X(\omega) d\omega.$$

Der Betrag des Frequenzganges ist die Amplitudencharakteristik $A(\omega)$. Bei Verwendung eines Bandfilters ist $A(\omega)$ im Durchlaßbereich konstant. Man kann deshalb wie folgt umschreiben:

$$\Phi_X(\omega_0) = \frac{\psi}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} A^2(\omega) d\omega} \quad (9).$$

Die Meßmethode für einen Punkt des Leistungsdichtespektrums $\Phi_X(\omega)$ an der Stelle $\omega = \omega_0$ (Mittelfrequenz des Bandpasses (ω_1, ω_2)) ist mit Gleichung (9) gegeben. Man teilt dazu den quadratischen Mittelwert des Signals $y(t)$ am Ausgang des Bandpasses

durch die Fläche des Quadrates des Amplitudenganges des Bandpasses. Die Eichung des Amplitudenganges auf die Fläche 1 kann z. B. mit weißem Rauschen ($\Phi_X = 1$) nach Gleichung (8) leicht geschehen:

$$\psi = \int_{\omega_1}^{\omega_2} A^2(\omega) d\omega \Rightarrow 1.$$

Auch bei der Messung nach Gleichung (9) wird ein möglichst steiles Filter von der Theorie verlangt, doch entfällt hier der Grenzübergang $\Delta\omega \rightarrow 0$.

Schrifttum

Bücher sind durch ● gekennzeichnet

- [1] ● Feller, W.: An Introduction to Probability Theory and its Applications. New York: Wiley 1968.
- [2] ● Stange, K.: Angewandte Statistik. Berlin/Heidelberg: Springer 1970.
- [3] ● Schlitt, H.: Stochastische Vorgänge in linearen und nicht-linearen Regelkreisen. Braunschweig: Vieweg 1968.
- [4] ● Bendat, J.S. u. A.G. Piersol: Random Data: Analysis and Measurement Procedures. New York: Wiley 1971.
- [5] ● Fabian, L.: Zufallsschwingungen und ihre Behandlung. Berlin/Heidelberg: Springer 1973.

Auswertung von stochastischen Signalen

Teil II: Praktische Ermittlung eines Leistungsdichte-Spektrums mit analogen Elementen, gezeigt am Beispiel von Fahrbahnunebenheiten

Von R. Möller u. H.D. Wiemann,
Braunschweig-Völkenrode *)

DK 519.2:625.032

In vielen Bereichen der Technik zeigen physikalische Größen einen stochastischen Verlauf. Zu ihrer Charakterisierung verwendet man vielfach das Leistungsdichte-Spektrum (Power-Spektrum). Für die Ermittlung eines solchen Spektrums aus stochastischen Signalen bieten sich verschiedene Methoden an. Sie kann unter anderem mit Hilfe von analogen Elementen erfolgen. Dieses wird an Hand eines für die Landtechnik interessanten Beispiels, nämlich der Charakterisierung von Fahrbahnunebenheiten gezeigt.

1. Einleitung

Zur Charakterisierung stochastischer Signale benutzt man häufig Leistungsdichte-Spektren. Da sich mit einem solchen Leistungsdichte-Spektrum die häufig vorkommenden Gaußschen Verteilungen vollständig beschreiben lassen, bietet sich dieses statistische Maß für viele Gebiete an. In der Akustik z. B. dienen derartige Spektren zur Geräuschanalyse bzw. Synthese bei Vocodern und

in der Optik zur Charakterisierung von Lichtquellen. In der Regelungstechnik lassen sich Leistungsdichte-Spektren zur Ermittlung des Frequenzganges eines Regelungssystems einsetzen, wenn sowohl das Spektrum der Störgröße sowie auch das der Regelgröße vorliegt [1]. Auch die Eigenschaften von Fahrbahnen kann man durch die spektrale Dichte der auftretenden Unebenheiten darstellen [2 bis 5]. Derartige Fahrbahnunebenheiten sind die Ursache von mechanischen Fahrzeugschwingungen, die Mensch und Fahrzeug beanspruchen.

Zur Ermittlung solcher Spektren werden sowohl digitale wie auch analoge Auswertemethoden eingesetzt. Die Wahl der Methode hängt von der vorhandenen oder zu beschaffenden Geräteausrüstung und vor allem von der Anzahl der zu ermittelnden Spektren ab. Ist diese Anzahl sehr groß, so empfiehlt sich die automatische Auswertung mit speziellen Geräten, die zumeist auf digitaler Basis arbeiten (stochastisch ergodische Meßgeräte). Ist die Anzahl der zu ermittelnden Spektren gering, dann können analoge Elemente eingesetzt werden, worüber hier berichtet wird. Die der Auswertung zugrundeliegende theoretische Begründung ist in Teil I dieser Veröffentlichung [6] gegeben.

2. Das Meßsignal

2.1 Seine Gewinnung

Für das genannte Beispiel beinhaltet dieser Schritt das Messen der Fahrbahnunebenheiten. Dazu wird der Verlauf der Unebenheiten, definiert als Abweichung von einer gedachten Mittellinie, entweder kontinuierlich aufgenommen [7], Bild 1, oder in Form von diskreten Einzelwerten abgetastet. Letzteres ist am einfachsten über ein geodätisches Verfahren möglich. So hat Wendeborn [8, 9] die Unebenheiten landwirtschaftlicher Fahrbahnen in Abständen von 15 cm ausgemessen und ausgewertet.

*) Ing. (grad.) Rudolf Möller ist Versuchsingenieur und Hans-Dieter Wiemann Techniker für Elektronik und Meßtechnik im Institut für landtechnische Grundlagenforschung (Direktor: Prof. Dr.-Ing. W. Batel) der Forschungsanstalt für Landwirtschaft, Braunschweig-Völkenrode.

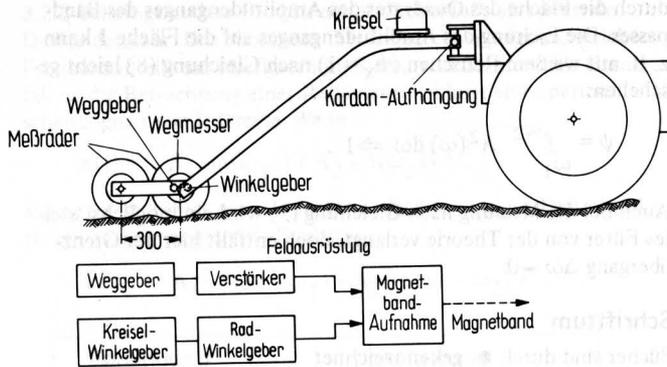


Bild 1. Einrichtung zur Messung von Geländeunebenheiten nach [7].

2.2 Der interessierende Frequenzbereich

Zur Ermittlung von Leistungsdichte-Spektren ist der interessierende Frequenzbereich aus Gründen der Zweckmäßigkeit vorher festzulegen. So sind z. B. Wellenlängen der Unebenheiten von über 6 m beim Befahren durch Land- oder Baumaschinen mit relativ geringen Geschwindigkeiten nicht mehr von Interesse [10], da sie sich nur als Steigung oder Gefälle auswirken. Ebenso sind Wellenlängen von weniger als 0,1 m bei den üblichen Reifendurchmessern ohne Einfluß, zumal sich der Boden unter den Reifen auch noch verformen kann. Soll z. B. das Unebenheits-Spektrum einer Ackeroberfläche für einen darüberfahrenden Ackerschlepper ermittelt werden, so empfiehlt sich die Ermittlung der Unebenheiten in einer entsprechenden Radspur. Andere Verhältnisse liegen dagegen bei der Festlegung der interessierenden Wellenlängen bzw. Frequenzen der Unebenheiten bei Flugzeuglandebahnen vor [11].

3. Erforderliche Geräte zur Auswertung eines analogen Signals

Im vorliegenden Aufsatz wird über die Praxis der Ermittlung eines Leistungsdichte-Spektrums aus einem auf Magnetband gespeicherten analogen Signal berichtet. In diesem Fall sind folgende Geräte erforderlich:

3.1 Ein Magnetbandgerät zur Wiedergabe des Signals. Es wird empfohlen, eine Aufzeichnung nach dem Prinzip der Frequenzmodulation zu wählen, da sich mit diesem Verfahren auch niedrigste Frequenzen aufzeichnen lassen. Bei Bedarf kann die Wiedergabegeschwindigkeit ohne Beeinflussung der Amplitude des Signals geändert werden.

3.2 Ein aktives Filter, das aus dem vom Magnetband gelieferten Signal den in einem bestimmten Frequenzband enthaltenen Anteil herausfiltert. Dieses Filter muß aus 2 Einzelfiltern bestehen, von denen das eine als Hochpass und das andere als Tiefpass geschaltet wird. Durch diese Kombination ergibt sich dann ein Filter mit Bandpassverhalten.

Das Übertragungsverhalten eines derartigen Filters, also das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsamplitude, in Abhängigkeit von der Frequenz ist in Bild 2 für einen Tiefpass, einen Hochpass und einen Bandpass im Prinzip dargestellt. Um eine große Steilheit im Bereich der eingestellten Grenzfrequenz zu erreichen, werden mehrere Filterstufen hintereinander geschaltet, d. h. je aufwendiger der Filter konzipiert ist, desto steiler ist der Anstieg [12, 13]. Das im vorliegenden Fall verwendete Filter Modell 3342 von Krohn-Hite ist ein 8-stufiges, aktives Filter mit einer Steilheit von 48 dB/Oktave. Dieses Filter läßt sich dabei für den Tiefpass in zwei verschiedene Charakteristiken schalten:

1. RC-Charakteristik
2. Butterworth-Charakteristik

Die RC-Charakteristik entspricht der gestrichelten Linie in der Tiefpassdarstellung, Bild 2. Der schärfere Übergang ergibt sich bei der Butterworth-Charakteristik. Dieses betrifft allerdings nur annähernd sinusförmige Eingangssignale. Bei Signalen mit steiler Anstiegsflanke (z. B. Rechteck-Signalen) neigt das Butterworth-Filter zum Überschwingen. Daher ist für derartige Signale die RC-Schaltung geeigneter. Man muß also die Filtercharakteristik in Abhängigkeit von den zu erwartenden Meßsignalen wählen. Da im vorliegenden Fall das Signal mehr dreieckförmigen Charakter, also keine steilen Flanken, hat (siehe Bild 4), wurde die Butterworth-Charakteristik gewählt.

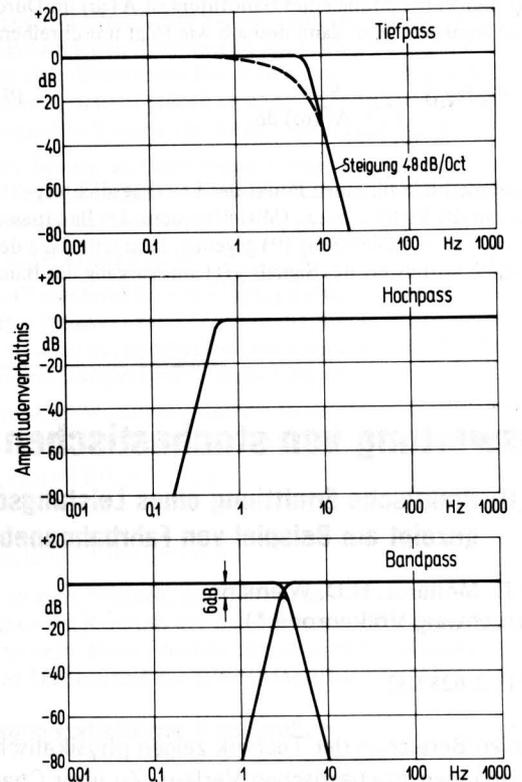


Bild 2. Übertragungsverhalten eines aktiven Filters für die Schaltungen: Tiefpass, Hochpass und Bandpass.

3.3 Ein Analogrechner, der zur Normierung der Eingangs- und Ausgangssignale dient und die erforderlichen Multiplizierer und Integrierer enthält. (Im vorliegenden Fall stand der Typ EAI TR 48 zur Verfügung) und

3.4 ein Schreiber zum Ausschreiben der Ergebnisse. Hier wurde ein Sechskanalschreiber der Firma Brush, Type Clevite Mark 260, eingesetzt.

4. Schaltungstechnischer Aufbau zur Auswertung

Der prinzipielle Aufbau der Schaltung ist in Bild 3 dargestellt. Das vom Magnetband gelieferte Signal $r(t)_{\omega=0 \div \infty}$ wird dem Rechner zugeführt und normiert, d. h. mit Hilfe von statischen Eichwerten, die auf Band aufgenommen sind, werden feste Umrechnungswerte der z. B. mechanischen zu den elektrischen Größen eingestellt. Anschließend gelangt das Signal in das Filter, an dem ein Bandpaß einer entsprechenden Frequenz eingestellt ist. Das Ausgangssignal des Filters $r(t)_{\Delta\omega}$ wird durch einen Multiplizierer quadriert und anschließend Integrierern zugeführt. Die Integriererspannung wird mit einem Schreiber registriert. Dieser Vorgang der Ermittlung des quadratischen Mittelwertes muß genau der Meßlänge des vorhandenen Signals entsprechen.

Der zu untersuchende Frequenzbereich wird zur Ermittlung des gesamten Leistungsdichte-Spektrums in möglichst schmale Bänder eingeteilt, die dann einzeln durchfahren werden müssen. Ist eine Bandschleifeneinrichtung für das Magnetbandgerät vorhanden, so kann das der Meßlänge entsprechende Magnetbandstück an den Enden zusammengeklebt werden und ständig durchlaufen, wobei ein eingesetztes Schaltband dann das Filter jeweils auf das folgende Frequenzband umschaltet. Im vorliegenden Fall wurden alle Frequenzbereiche einzeln durchfahren, manuell umgeschaltet und ausgewertet.

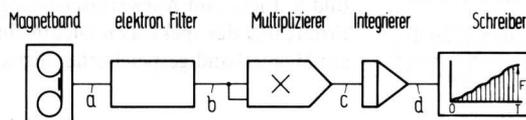


Bild 3. Prinzipschaltung zur Ermittlung der spektralen Dichte einer regellosen Größe $r(t)$ mit Hilfe eines elektronischen Bandpassfilters.

- a = auf Magnetband gespeichertes Signal $r(t)$, das Frequenzen zwischen $\omega = 0$ und $\omega = \infty$ enthält
- b = Signal $r(t)\Delta\omega$, das nur noch Frequenzen der Bandbreite $\Delta\omega$ enthält
- c = Signal, dem die Größe $[r(t)\Delta\omega]^2$ entspricht
- d = Signal, das dem Integral $\int_0^T [r(t)\Delta\omega]^2 dt$ entspricht
- F = Integrationswert, T = Integrationszeit

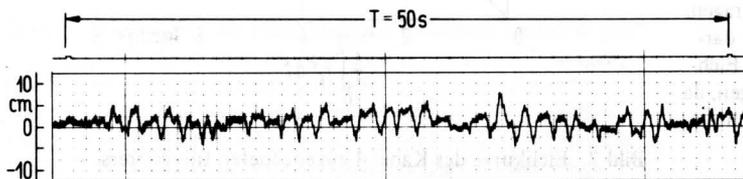


Bild 4. Beispiel eines Signals, aus dem ein Leistungsdichte-Spektrum ermittelt werden soll.

5. Die Ermittlung des Leistungsdichte-Spektrums

5.1 Vorbereitung

Das zu untersuchende Signal für eine Fahrbahnunebenheit war auf Magnetband gespeichert. Das **Bild 4** zeigt einen Schrieb der zu untersuchenden Größe, wobei die Länge des Schriebes einer Meßstrecke von 50 m entspricht. Die Amplituden sind in cm angegeben. Anfang und Ende des zu untersuchenden Schriebes sind durch entsprechende Marken auf einer weiteren Spur des Magnetbandes festgehalten. Diese Marken sind auch zur manuellen An- bzw. Abschaltung der Integrierer bei der Auswertung erforderlich.

Das aktive Filter wird entsprechend **Bild 2** als Bandpass geschaltet. Das Ausgangssignal des Filters ist bei der Mittenfrequenz um 6 dB abgeschwächt und muß daher über einen Verstärker des Analogrechners wieder mit dem Faktor 2 multipliziert werden [12, 13]. Zur Kontrolle der Filterschaltung wird zu Beginn ein sinusförmiges Eichsignal mit bestimmter Amplitude und der am Filter eingestellten Frequenz eingegeben. Das Ausgangssignal muß dann die gleiche Amplitude wie das Eingangssignal aufweisen. Der Abfall ist durch die endliche Steilheit des Filters bedingt, da sich durch die Überschneidung der Hoch- und Tiefpaßkurve mit der Steilheit von je 48 dB/Oktave im Scheitelpunkt ein Abfall von 6 dB einstellt.

Der gesamte zu untersuchende Frequenzbereich wird jetzt in entsprechende Bänder aufgeteilt. Die minimale Bandbreite ergibt sich, wenn Hoch- und Tiefpass auf die gleiche Mittenfrequenz eingestellt werden. Die obere Grenzfrequenz liegt bei dieser Schaltung bei dem 1,12-fachen Wert der Mittenfrequenz und die untere Grenzfrequenz bei dem 0,9-fachen Wert. Im vorliegenden Fall ist ein Frequenzband von 0,04 Hz bis ca. 23 Hz von Interesse. Um dieses zu überstreichen, sind 30 Stufen erforderlich, **Tafel 1**. Bei der Erstellung einer solchen Tafel muß jeder Einstellwert aus dem vorhergehenden berechnet werden, um das Frequenzband lückenlos zu überdecken.

In **Bild 5** ist die Schaltung für die Eichung und die Auswertung dargestellt. Hierin bewirken die Verstärker 1 und 2 und das Potentiometer 1 die Normierung der auf Band gespeicherten Größe $r(t)$. Der Verstärker 3, das Filter (Bandpass), das Potentiometer 2 und der Verstärker 4 dienen der Filterung und der anschließenden Korrektur des 6 dB-Abfalles des Filters. Der Verstärker 6 hebt den Wert $r(t)\Delta\omega$ um den Faktor 10 an, um in den Arbeitsbereich des Multiplizierers zu gelangen. Der Verstärker 8, der Multiplizierer und die Verstärker 9 und 10 bewirken also das Quadrieren des Wertes $10 r(t)\Delta\omega$ zu $10 [r(t)\Delta\omega]^2$. Die 10 wird hierbei zwar mitquadrirt, jedoch gibt der Multiplizierer nur 1/10 des Wertes wieder ab, um Übersteuerungen zu vermeiden.

Das Potentiometer 5, der Integrierer 11 und der Verstärker 13 dienen der Anpassung und Bildung des Integrals von $10 [r(t)\Delta\omega]^2$, wobei sich gemeinsam mit der Empfindlichkeit des Sechsfachschreibers für die Kanäle 4 und 5 die Verstärkungsfaktoren $K_V = 0,25$ und $K_V = 0,5$ ergeben. Der Integrierer 12 und der Verstärker 14 ergeben $K_V = 1$, also den vollen Wert des Integrals.

Tafel 1. Ermittlung der Frequenzbänder

Einstellwert	Grenzfrequenz	
	untere	obere
0,04 Hz	0,036	0,045 Hz
0,05 Hz	0,045	0,056 Hz
0,0625 Hz	0,056	0,07 Hz
0,0775 Hz	0,07	0,087 Hz
0,097 Hz	0,087	0,109 Hz
.....		
.....		
12,1 Hz	10,8	13,45 Hz
15,0 Hz	13,45	16,75 Hz
18,6 Hz	16,75	20,8 Hz
23,2 Hz	20,8	25,95 Hz

5.2 Eichung

Vor dem Durchfahren des ersten Frequenzbandes ist eine Eichung der nachgeschalteten Integrierer notwendig. Für diese Eichung wird eine Spannung von +10 V an das Potentiometer 3 gelegt. Mit diesem Potentiometer werden die Eichspannungen (r_E) eingestellt, die – entsprechend der Normierung – im vorliegenden Fall bestimmten Wegen entsprechen. Der Ausgang von Potentiometer 3 geht über den Verstärker 5 an die Stelle des Filterausganges. Registriert wird diese Eichspannung auf dem Kanal 2 des Schreibers und das Quadrat der Eichspannung (r_E^2) auf dem Kanal 3. Der Wert des Quadrates der Eichspannung wird solange aufintegriert, bis auf allen Integrationskanälen (Kanal 4 bis 6) die maximal möglichen 50 Teilstriche erreicht sind. Da vor dem Integrierer 11 das Potentiometer 5 liegt, das nur die halbe Eingangsspannung an diesen Integrierer gibt, wird dieser Integrierer die doppelte Zeit benötigen, um seinen Maximalwert zu erreichen. Durch die verschiedenen Eingangsempfindlichkeiten der Kanäle 4 und 5 ergeben sich verschiedene Aussteuerungen des Schreibers und dadurch wiederum verschiedene Eichkurven.

Durch diese Abstufung ergibt sich der wesentliche Vorteil, daß bei der Auswertung kaum eine Meßreihe wiederholt werden muß, weil mit großer Wahrscheinlichkeit auf einem der Kanäle der Bereich nicht überschritten wird und damit ausgewertet werden kann. Sollte dieses einmal nicht der Fall sein, so wird eine weitere Halbierung der Integriererspannung vorgenommen und der betreffende Schrieb wiederholt. Eine Umrechnung auf den Eichwert ist in allen Fällen leicht möglich.

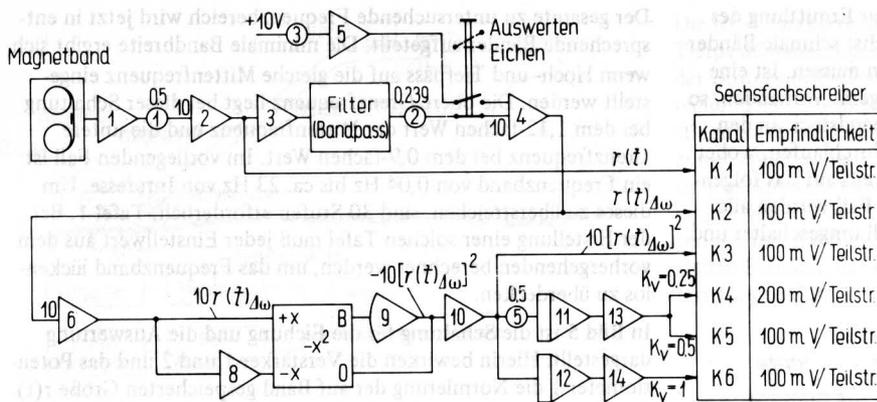


Bild 5. Eich- und Auswerteschaltung zur Ermittlung der spektralen Dichte eines auf Magnetband gespeicherten Signals.

Bild 6 zeigt einen Eichschieb für einen konstanten Wert von $r(t)$ ($r_E = 2$ cm), der auf Kanal 2 registriert wird. Der Kanal 1 wird für die Registrierung des normierten Originalschiebes bei der späteren Auswertung freigelassen. Kanal 3 enthält das Quadrat von r_E . Die Eichspannung ($r_E = 2$ cm) entspricht 4 Teilstrichen und damit 0,4 V. Da der Multiplizierer die Spannungen quadriert und nicht den entsprechenden Wert in cm, würde sich $0,4^2 = 0,16$ V ergeben. Durch den Faktor 10 in der Schaltung nach Bild 5 ergeben sich jedoch 1,6 V, die aufgrund der Schreiberempfindlichkeit zu 16 Teilstrichen führen. Der Maßstab für r_E^2 in cm^2 des Kanals 3 ist jetzt so ausgelegt, daß die 16 Teilstriche 4 cm^2 (dem Quadrat von $r_E = 2$ cm) entsprechen. Es ist ersichtlich, daß der mit $K_V = 1$ beaufschlagte Integrierer 12 des Kanals 6 am schnellsten vollläuft. Die Kanäle 5 und 4 benötigen entsprechend ihren Verstärkungsfaktoren die doppelte bzw. vierfache Zeit. Zur Bestimmung des Eichwertes wird für einen konstanten Wert von $r(t)$ die Steigung des Integrations-schiebes in Teilstrichen/s ermittelt. Dieser Vorgang wird für verschiedene Eichwerte wiederholt und aufgetragen. Die daraus gebildete Eichkurve für den Kanal 4 ist im **Bild 7** dargestellt, wobei die Steigung der Eichkurve den angegebenen Eichfaktor ergibt. Für die Eichung wurde bereits r_E^2 herangezogen, da für die Weiterverarbeitung zur Ermittlung der spektralen Dichte der Wert r^2 in cm^2 erforderlich ist.

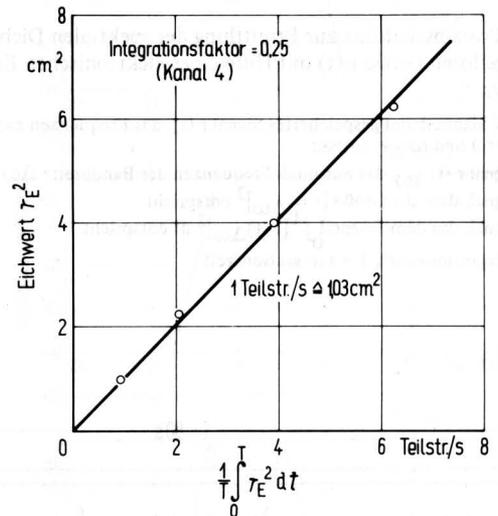


Bild 7. Eichkurve des Kanal 4 zugeordneten Integrierers.

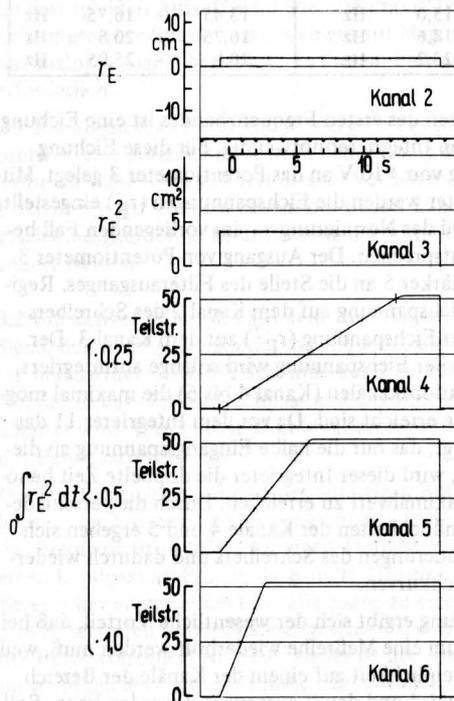


Bild 6. Eichschieb für ein konstantes Eichsignal $r_E = 2$ cm mit drei verschiedenen Integrationsempfindlichkeiten.

5.3 Auswertung

Hierzu werden mit der Schaltung nach Bild 5 die einzelnen Frequenzbänder der Tafel 1 durchfahren. Das Meßergebnis eines Einzelfrequenzbandes zeigt **Bild 8** für eine Mittenfrequenz von 0,7 Hz.

Der nach der Zeit T anliegende Integrationswert, dividiert durch die Meßzeit T ergibt unter Berücksichtigung des entsprechenden Eichwertes den quadratischen Mittelwert \bar{r}^2 der Funktion $r(t)$ für die am Filter eingestellte Frequenz mit der dazugehörigen Bandbreite $\Delta \omega$. Um die spektrale Dichte für diese Frequenz zu erhalten, muß der quadratische Mittelwert durch die Bandbreite $\Delta \omega$ dividiert werden. Dadurch wird der Einfluß der verschiedenen Bandbreiten eliminiert. Die **Tafel 2** zeigt für einige Frequenzbänder den erforderlichen Rechnungsgang.

Tafel 2. Rechnungsgang zur Ermittlung der spektralen Dichte.

Filtereinstellung	Integrierer Kanal 4	Meßzeit T	$\frac{1}{T} \int_0^T r^2 dt$	Eichfaktor	\bar{r}^2	Bandbreite $\Delta \omega = 0,22 \omega$	$\Phi(\omega)$
Hz	ω	Teilstr.	Teilstr./s	$\text{cm}^2/\text{Teilstr.}$	cm^2	1/s	$\text{cm}^2 \cdot \text{s}$
0,70	4,38	49,0	51	0,962	1,03	0,99	1,025
1,36	8,55	15,3	51	0,299	1,03	1,88	0,164
4,02	25,2	1,99	51	0,039	1,03	5,56	0,0072

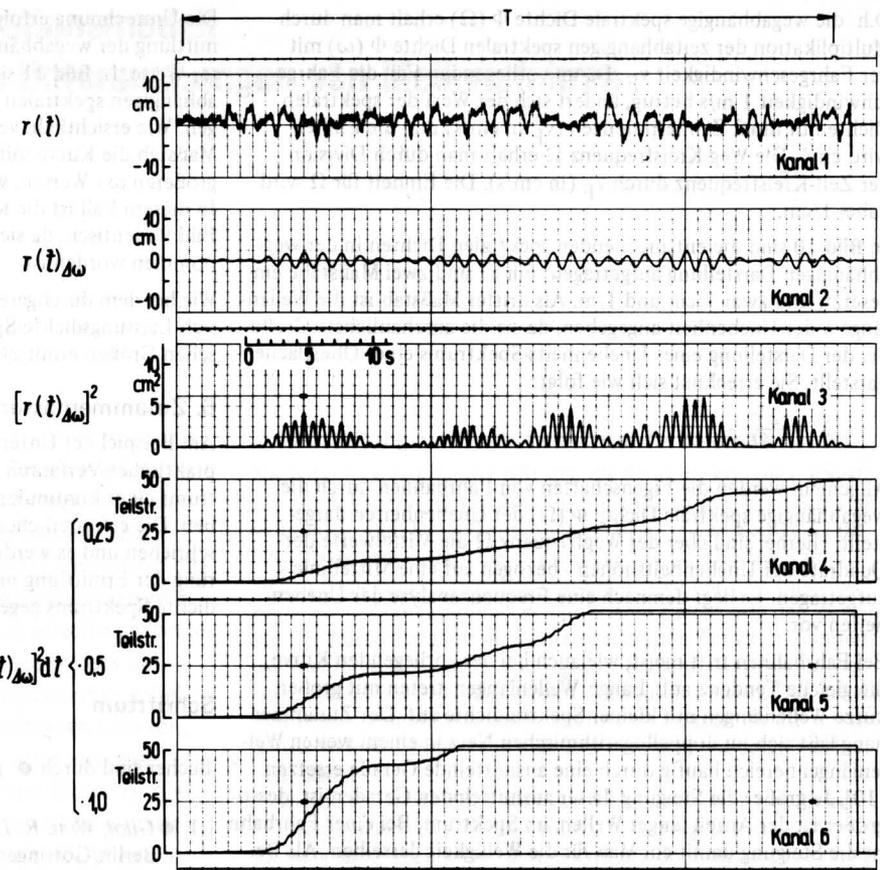


Bild 8. Auswerteschrieb zur Ermittlung der spektralen Dichte für eine Mittenfrequenz von 0,7 Hz entsprechend $\omega = 4,38 \text{ 1/s}$ (Bandbreite $\Delta\omega = 0,967 \text{ 1/s}$).

$$\int_0^T [r(t)\Delta\omega]^2 dt \cdot 0,25$$

Die erhaltenen Werte der zeitabhängigen spektralen Dichte $\Phi(\omega)$ werden anschließend über der Zeit-Kreisfrequenz ω aufgetragen, Bild 9. Diese spektrale Dichte gilt dabei nur für die verwendete Fahrgeschwindigkeit von 1 m/s. Um auf eine von der jeweiligen Fahrgeschwindigkeit unabhängige Größe zu kommen, werden die in Bild 9 gezeigten Ergebnisse auf wegabhängige Größen umgerechnet. Dieses geschieht nach den Formeln [3]:

$$\omega = v_F \Omega,$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{v_F} \Phi(\Omega).$$

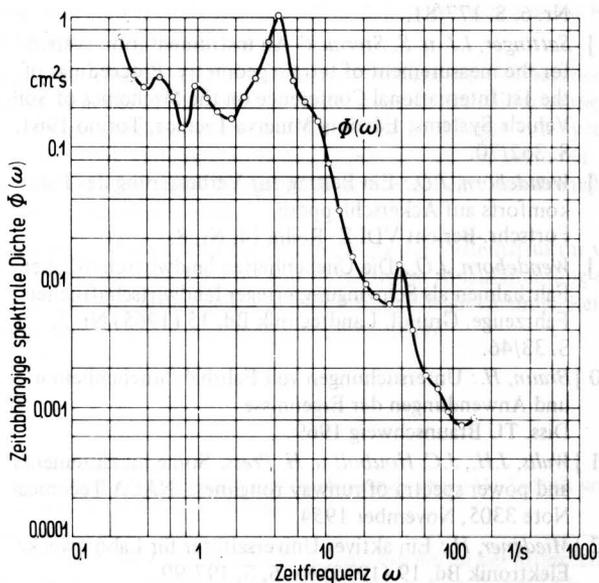


Bild 9. Zeitabhängige spektrale Dichte $\Phi(\omega)$ des Signals nach Bild 4 in Abhängigkeit von der Zeitfrequenz ω .

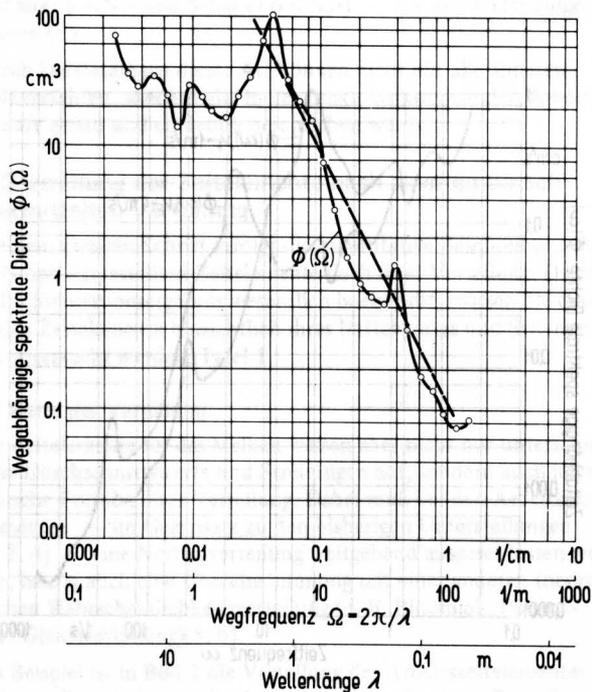


Bild 10. Wegabhängige spektrale Dichte $\Phi(\Omega)$ des Signals nach Bild 4 in Abhängigkeit von der Wegfrequenz Ω bzw. der Wellenlänge λ .

D.h. die wegababhängige spektrale Dichte $\Phi(\Omega)$ erhält man durch Multiplikation der zeitabhängigen spektralen Dichte $\Phi(\omega)$ mit der Fahrgeschwindigkeit v_F . Da im vorliegenden Fall die Fahrgeschwindigkeit 1 m/s betrug, ändert sich der Wert der spektralen Dichte nur um 2 Zehnerpotenzen (v_F in cm/s) und die Einheit wird cm^3 . Die Weg-Kreisfrequenz Ω erhält man durch Division der Zeit-Kreisfrequenz durch v_F (in cm/s). Die Einheit für Ω wird dabei 1/cm.

In Bild 10 sind die entsprechenden spektralen Dichten in der wegababhängigen Darstellung aufgetragen. Für Ω sind zwei Maßstäbe eingesetzt, und zwar 1/cm und 1/m. Als dritter Maßstab ist die Wellenlänge λ der Unebenheit angegeben, da sie die anschaulichste Größe bei der Darstellung eines Unebenheits-Spektrums einer Oberfläche darstellt. Sie errechnet sich wie folgt:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\Omega}$$

Allgemein werden die Eigenschaften von Fahrbahnen durch die wegababhängige spektrale Dichte $\Phi(\Omega)$ der Unebenheiten dargestellt. Hierbei sind über der Wegfrequenz Ω die Mittelwerte der Quadrate der Unebenheitshöhen - bezogen auf eine Mittellinie - aufgetragen. Es liegt demnach eine Frequenzanalyse der Unebenheiten vor.

Bei Fahrbahnen tritt meist, wie auch bei der vorliegenden Kurve, die gleiche Tendenz auf: Lange Wellenlängen treten mit großer, kurze Wellenlängen mit kleiner Spektraldichte auf. Der Zusammenhang läßt sich im doppellogarithmischen Netz in einem weiten Wellenlängenbereich häufig durch eine ausmittelnde Gerade ersetzen [10]. Je größer die Steigung dieser ausmittelnden Geraden ist, desto größer ist der Anteil langer Wellen im Spektrum. Bei einer Fahrbahn ist die Steigung damit ein Maß für die Welligkeit derselben. Als Beispiel ist für einen Wellenlängenbereich von $\lambda = 0,08$ m bis $\lambda = 2$ m eine Gerade eingezeichnet.

Unter der Annahme, daß es sich bei dem hier vorliegenden Unebenheits-Spektrum um eine Fahrbahn handelt, die nicht nachgiebig ist, soll jetzt für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten wieder die zeitabhängige spektrale Dichte dieser Fahrbahn ermittelt werden, da sich daraus z.B. die auftretenden Aufbaubeschleunigungen an einem Fahrzeug für interessierende Fahrgeschwindigkeiten ermitteln lassen [10].

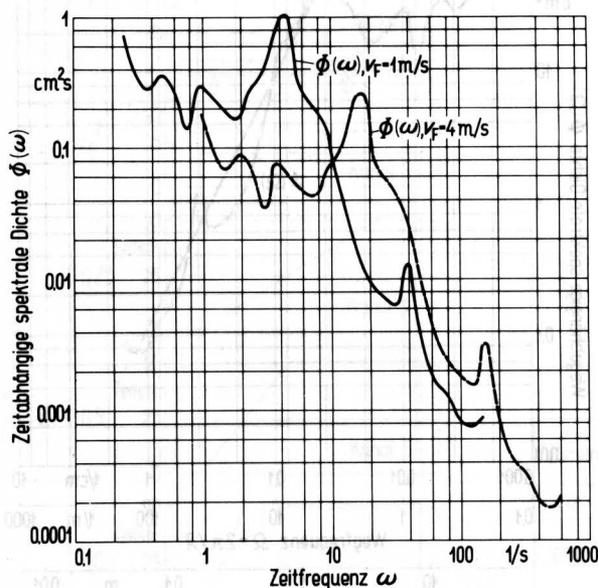


Bild 11. Aus der wegababhängigen spektralen Dichte nach Bild 10 errechnete zeitabhängige spektrale Dichte für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten.

Die Umrechnung erfolgt nach der gleichen Formel wie bei der Ermittlung der wegababhängigen spektralen Dichte, nur in umgekehrter Weise. In Bild 11 sind für $v_F = 1$ m/s und $v_F = 4$ m/s die zeitabhängigen spektralen Dichten über der Zeitfrequenz ω aufgetragen. Wie ersichtlich, verschiebt sich im doppellogarithmischen Maßstab die Kurve mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit zu größeren ω - Werten, wobei die spektrale Dichte $\Phi(\omega)$ abnimmt. In diesem Fall ist die Kurve für $v_F = 1$ m/s mit derjenigen im Bild 9 identisch, da sie bei derselben Fahrgeschwindigkeit aufgenommen worden ist.

Wie bei dem durchgerechneten Beispiel mit Wegamplituden lassen sich Leistungsdichte-Spektren auch aus allen anderen physikalischen Größen ermitteln.

6. Zusammenfassung

Am Beispiel der Untersuchung von Fahrbahnunebenheiten ist ein praktisches Verfahren zur Ermittlung des Leistungsdichte-Spektrums einer kontinuierlichen Meßgröße endlicher Dauer beschrieben. Die erforderlichen Schaltungen und Arbeitsabläufe sind beschrieben und es werden praktische Hinweise für die Durchführung der Ermittlung und die Weiterverarbeitung des Leistungsdichte-Spektrums gegeben.

Schrifttum

Bücher sind durch ● gekennzeichnet

- [1] ● *Giloi, W. u. R. Lauber*: Analogrechner. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer 1963.
- [2] *Mitschke, M.*: Messung von Straßenunebenheiten und deren Einfluß auf Fahrzeug und Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1957.
- [3] ● *Mitschke, M.*: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Berlin/Heidelberg/New York: Springer 1972.
- [4] *Söhne, W.*: Beitrag zur Mechanik des Systems Fahrzeug-Boden unter besonderer Berücksichtigung der Ackerschlepper. Grndl. Landtechnik Heft 17 (1963), S. 5/16.
- [5] *Braun, H.*: Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten. Dt. Kraftfahrtforsch. und Straßenverkehrstechnik. Heft 186 (1966).
- [6] *Paul, W.*: Auswertung von stochastischen Signalen. Teil I: Beschreibung kontinuierlicher stochastischer Abläufe. Grndl. Landtechnik (in diesem Heft) Bd.23 (1973) Nr. 6, S. 177/81.
- [7] *Sattinger, I.J. u. S. Sternick*: An instrumentation system for the measurement of terrain geometry. Proceedings of the 1st International Conference on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems; Edizioni Minerva Tecnica, Torino 1961, S. 362/70.
- [8] *Wendeborn, J.O.*: Ein Beitrag zur Verbesserung des Fahrkomforts auf Ackerschleppern. Fortschr.-Bericht VDI-Z. Reihe 14, Nr. 8.
- [9] *Wendeborn, J.O.*: Die Unebenheiten landwirtschaftlicher Fahrbahnen als Schwingungserreger landwirtschaftlicher Fahrzeuge. Grndl. Landtechnik Bd. 15 (1965) Nr. 2, S. 33/46.
- [10] *Braun, H.*: Untersuchungen von Fahrbahnunebenheiten und Anwendungen der Ergebnisse. Diss. TU Braunschweig 1969.
- [11] *Walls, J.H., J.C. Houbolt u. H. Press*: Some measurements and power spectra of runway roughness. NACA Technical Note 3305, November 1954.
- [12] *Miedaner, H.*: Ein aktives Universalfilter für Laborzwecke. Elektronik Bd. 19 (1970) Nr. 6, S. 197/99.
- [13] *Schenk, C. u. U. Tietze*: Aktive Filter. Elektronik Bd. 19 (1970) Nr. 10, S. 329/34, Nr. 11, S. 379/82, Nr. 12, S. 421/24.