Ergebnisse überreicht vom Verfasser.

Landtechnische Forschung

HERAUSGEBER: KURATORIUM FÜR TECHNIK IN DER LANDWIRTSCHAFT
FACHGEMEINSCHAFT LANDMASCHINEN IM VDMA
MAX EYTH-GESELLSCHAFT ZUR FÖRDERUNG DER LANDTECHNIK

Heft 4/1953 | MÜNCHEN | 3. JAHRGANG

Ing. Kurt Hain:

Das Übersetzungsverhältnis in periodischen Getrieben von Landmaschinen

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung, Braunschweig-Völkenrode

Viele Getriebe in Landmaschinen sind periodische Getriebe, das heißt, das Übersetzungsverhältnis zwischen einem Antriebsglied und einem Abtriebsglied ist stetig veränderlich. Es kann in Totlagen Null beziehungsweise unendlich groß werden, das heißt, bei der Bewegung des Antriebsgliedes bewegt sich das Abtriebsglied überhaupt nicht, oder es ist eine „Sperrung" im Getriebe insofern vorhanden, als eine Bewegungseinleitung in ein Getriebeglied überhaupt nicht möglich ist.

Wenn man zum Beispiel an die Verbindungsgetriebe zwischen Schlepper und Anbaugeräten, an die Verstell- und Hebegetriebe der Anhänge- und Aufsattelgeräte und an die Getriebe der Lader denkt, ist es nicht gleichgültig, in welcher Weise sich das Übersetzungsverhältnis ändert. Sein Verlauf sollte vielmehr den arbeitstechnologischen Bedingungen anzupassen versucht werden, was durch entsprechende Maßgebung mit mehr oder weniger gutem Erfolg erreicht werden kann.

Kennzeichnung des Übersetzungsverhältnisses

Das Übersetzungsverhältnis in einem Getriebe ist bekanntlich gekennzeichnet als das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten zweier Getriebeglieder:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Läßt man die Reibungsverhältnisse unberücksichtigt, so gilt auch das Verhältnis der Drehmomente dieser beiden Glieder, allerdings im umgekehrten Verhältnis:

$$i = \frac{M_2}{M_1}$$

Die sich daraus ergebende Leistungsgleichung

$$M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2 = \text{konst.}$$

kennzeichnet die Tatsache, daß an jeder beliebigen Stelle des Getriebes die abnehmbare Leistung gleich groß bleibt.

Da das Übersetzungsverhältnis durch die Winkelgeschwindigkeit ausgedrückt werden kann und da die Winkelgeschwindigkeiten als $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$ unmittelbar zur Drehzahl im Verhältnis stehen, sind Drehzahl- und Winkelgeschwindigkeitspläne [1] aufgestellt worden. In gleicher Weise können auch Momentenpläne gezeichnet werden [2], so wie auch eine Benutzung der einfachen Kraftvektoren möglich ist [3].

Zur Ableitung des Übersetzungsverhältnisses wird auch die Gleichung für die Drehwinkel der beiden zu betrachtenden Getriebeglieder aufgestellt, aus der man durch Differentiation auf die Winkelgeschwindigkeiten kommt [4]. Von Bach [5] sind die Gleichungen für das Übersetzungsverhältnis einiger zusammengesetzter Getriebe aufgestellt und eine rechnerische Synthese durchgeführt worden. Im allgemeinen und insbesondere für Untersuchungen an Landmaschinen genügen jedoch die zeichnerischen Verfahren.

In den folgenden Untersuchungen soll gezeigt werden, wie es mit Hilfe des augenblicklichen Poles (Momentenpoles) möglich ist, durch dessen Lage zu den Drehpunkten der das Übersetzungsverhältnis kennzeichnenden Getriebeglieder unmittelbar das Übersetzungsverhältnis auszudrücken. Sind diese beiden Glieder gemeinsam in einem dritten Getriebeglied (das Maschinengestell wird bei getriebetechnischen Untersuchungen immer als Getriebeglied mitgezählt) gelagert, so gibt der Relativpol zwischen diesen beiden Gliedern durch seine Entfernungen von deren Drehpunkten das Übersetzungsverhältnis an. Wenn diese Voraussetzung nicht zutrifft, spielen die sogenannten Kollineationsachsen (K-Achsen) eine wichtige Rolle, wie später beschrieben wird.

Die Kennzeichnung des Übersetzungsverhältnisses mit Hilfe der Relativpole ergibt gleichzeitig eine Übersicht über die Kräfteverhältnisse und über die Bewegungsverhältnisse, wenn es sich um die Untersuchung vorhandener Getriebe mit gegebenen Abmessungen handelt. Besonders wichtig ist aber die Möglichkeit, die Getriebeabmessungen für einen vorgeschriebenen Verlauf des Übersetzungsverhältnisses zu bestimmen [6]. Für diese Aufgabe hat es sich gezeigt, daß die vorgegebene Lage des entsprechenden Poles zu verhältnismäßig einfachen Verfahren führt. Im vorliegenden Aufsatz sollen zunächst gegebene Getriebe so untersucht werden, daß in einzelnen Getriebestellungen eine Übersicht über Bewegungs- und Kraftverhältnisse möglich ist.

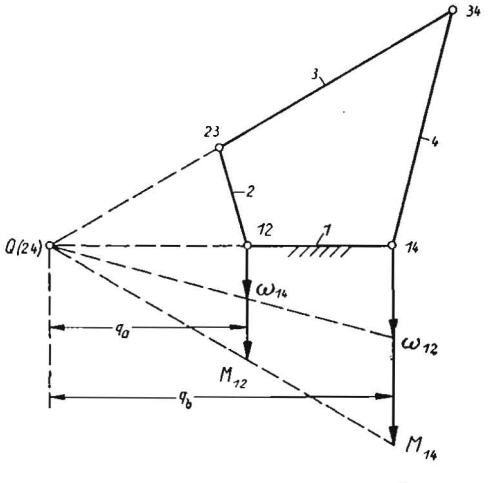


Abb. 1: Übersetzungsverhältnis zwischen Hebel 2 und 4 im Gelenkviereck. Punkt Q als Maß für das Übersetzungsverhältnis

Führt man die Untersuchungen für eine Anzahl Zwischenstellungen durch, so kann man den gesamten Verlauf des Übersetzungsverhältnisses als Kurve aufzeichnen und daraus wichtige Schlüsse ziehen. In späteren Untersuchungen soll gezeigt werden, wie man die Abmessungen eines Getriebes bestimmen kann, um einen vorgeschriebenen Verlauf des Übersetzungsverhältnisses mit mehr oder weniger guter Annäherung zu erfüllen und damit unangenehme Belastungsspitzen zu vermeiden.

Grundlegende Betrachtungen am Gelenkviereck

In Abbildung 1 ist ein Gelenkviereck mit den bewegten Hebeln 2, 3 und 4 sowie mit dem Gestell 1 dargestellt. Das Übersetzungsverhältnis zwischen den im Gestell 1 gelagerten Hebeln 2 und 4 ist zu bestimmen. Die relativen Drehpole der Getriebeglieder sind auch in den folgenden Beispielen immer mit Doppelziffern gekennzeichnet. So ist zum Beispiel 12 (sprich: eins—zwei) der Drehpol zwischen den Gliedern 1 und 2, und $Q = 24$ stellt den (ideellen) körperlich nicht vorhandenen, augenblicklichen Drehpol des Gliedes 4 gegenüber dem Glied 2 dar. Dieser Punkt Q gilt nur für eine unendlich kurze Zeitdauer und ändert bei der Bewegung des Getriebes stetig seine Lage. Er ergibt sich als Schnittpunkt des Gliedes (Koppel) 3 mit dem Gestell 1.

Bezeichnet man die Entfernungen des Punktes Q von den Drehpunkten 12 und 14 mit q_a und q_b, so ist das Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{q_a}{q_b} = \frac{M_{12}}{M_{14}} = \frac{\omega_{14}}{\omega_{12}}.$$

Wird also beispielsweise die Kurbel 2 mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{12} angetrieben, so dreht das Glied 4 mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{14}. Wirkt andererseits im Punkt 12 ein Drehmoment M_{12}, so kann dieses ersetzt werden durch das in 14 wirkende Drehmoment M_{14}. Ein entgegengesetzt gerichtetes Drehmoment M_{14} würde dem Drehmoment M_{12} das Gleichgewicht halten.

Im allgemeinen werden Winkelgeschwindigkeits- und Drehmoment-Vektoren, da sie linienflüchtige Vektoren sind, in Richtung der Drehachsen aufgetragen. Klappt man sie, wie in Abbildung 1, um 90° in die Zeichenebene, so trägt man das gegebene Moment, zum Beispiel M_{12} in beliebigem Maßstab in dem Drehpunkt auf, in dem es wirkt, verbindet Q mit dem Endpunkt von M_{12}, so daß diese Verbindungslinie die Parallele durch 14 zu M_{14} im Endpunkt von M_{14} schneidet. Bei den Winkelgeschwindigkeiten muß man umgekehrt verfahren: Man trägt ω_{12} in 14 auf und erhält ω_{14} im Punkte 12 als Vektor durch die Gerade durch Q und den Endpunkt von ω_{12}.

Die Lage des Punktes Q zu den Drehpunkten 12 und 14 gibt sofort einen allgemeinen Überblick über den Bewegungszustand des Getriebes. Liegt nämlich Q außerhalb des Gestells 12—14, so ist das Übersetzungsverhältnis immer positiv, das heißt, die Glieder 2 und 4 drehen sich augenblicklich in gleichem Drehsinn. Liegt der Punkt Q zwischen 12 und 14, so findet eine gegensinnige Drehung statt. Bei einer Lage von Q links von 12 ist das Übersetzungsverhältnis $i = \frac{M_{12}}{M_{14}} = \frac{\omega_{14}}{\omega_{12}}$ kleiner als 1 und rechts von 14 größer als 1. Ist jedoch die Koppel 3 parellel zum Gestell 1, so liegt Q im Unendlichen, und das Übersetzungsverhältnis ist $i = 1$, d. h. die Glieder 2 und 4 drehen augenblicklich gleichsinnig mit gleicher Winkelgeschwindigkeit.

Diese Feststellungen gelten für jedes Übersetzungsverhältnis zwischen zwei Gliedern, die im gleichen dritten Glied gelagert sind.

Das Übersetzungsverhältnis in einfachen Getrieben

Der Punkt Q als Maß für das Übersetzungsverhältnis gilt in der gleichen Weise auch für Getriebe, die Schubgelenke und Kurvengelenke haben. Bei der Kurbelschleife nach Abbildung 2 errichtet man im Gelenkpunkt 23 das Lot n auf der Schubrichtung des Gleitsteines, das die Gestellgerade 1 im Punkt Q schneidet. Im Kurvengetriebe mit Rolle (Abb. 3) zeichnet man durch den Rollenmittelpunkt B die abstandsgleiche Kurve α_0 (Äquidistante), die von der Kurve α den Abstand des Rollenhalbmessers hat. In B zeichnet man die Tangente t an die Kurve α_0 und dazu die Normale n, die wiederum die Gestellgerade 1 im Punkt Q schneidet.

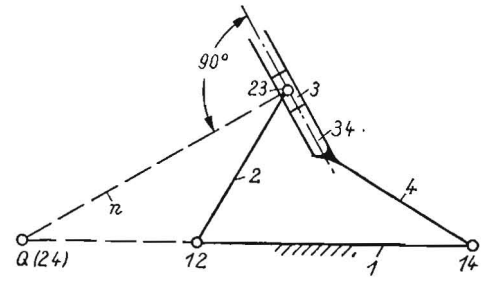


Abb. 2: Übersetzungsverhältnis in einem Kurbelschleifengetriebe

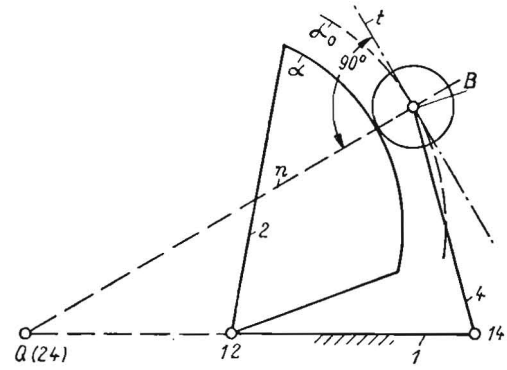


Abb. 3: Übersetzungsverhältnis in einem Kurvengetriebe mit Rolle

Sehr einfach ergibt sich das Übersetzungsverhältnis in Wälzhebelgetrieben (Abb. 4). Im Berührungspunkt A der beiden Wälzkurven zeichnet man die gemeinsame Tangente t und die Normale n, die wiederum die Gestellgerade 1 im Punkt Q schneidet. Abbildung 4 stellt die kinematischen Verhältnisse in einem Zahnradgetriebe dar, bei dem nach den Vorschriften des Verzahnungsgesetzes der „Wälzpunkt" Q seine Lage während der Bewegung beibehalten muß.

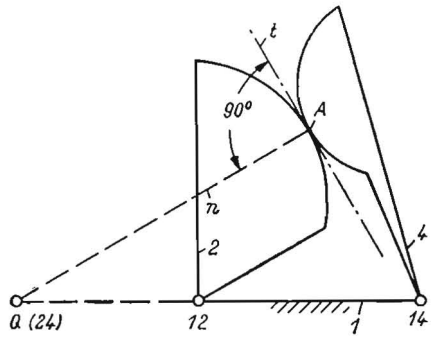


Abb. 4: Übersetzungsverhältnis in einem Wälzhebelgetriebe

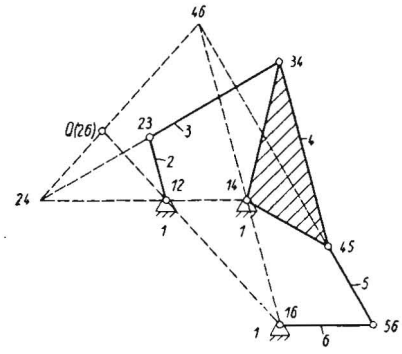


Abb. 5: Übersetzungsverhältnis zwischen den Gliedern 2 und 6 in zwei hintereinandergeschalteten Gelenkvierecken

Das Übersetzungsverhältnis in zusammengesetzten Getrieben

Bei zusammengesetzten Getrieben ist auch für die Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses nur der augenblickliche Drehpunkt (Relativpol) zwischen dem Antriebs- und Abtriebsglied festzulegen, sofern diese beiden Glieder im gleichen dritten Getriebeglied beispielsweise im Gestell, gelagert sind.

Hat man (Abb. 5) zwei hintereinandergeschaltete Gelenkvierecke und soll das Glied 2 als Antriebsglied und das Glied 6 als Abtriebsglied arbeiten, so ist der Relativpol $Q = 26$ dieser beiden Glieder durch seine Abstände wie in Abbildung 1 ein Maß für das Übersetzungsverhältnis.

Den Pol 26 findet man mit Hilfe der sogenannten Polkonfiguration [7]. Je drei Relativpole, also auch die reellen Drehgelenke, liegen jeweils auf einer Geraden, der Polgeraden. Die drei Pole sind als Doppelziffern so zusammengesetzt, daß drei verschiedene Einzelziffern dreimal verschieden gepaart werden. In Abbildung 5 liegen die Pole 24, 23, 34 auf einer Geraden, so daß bei zwei gegebenen Polen, zum Beispiel 24 und 23, ein geometrischer Ort für den dritten Pol 34 die Gerade durch die beiden Pole sein muß.

Die Polfiguration sei am Beispiel der Abbildung 5 veranschaulicht. Für den gesuchten Pol 26 gibt es vier Möglichkeiten der Paarung mit den restlichen, den Getriebegliedern entsprechenden Ziffern, so daß die vier folgenden Polgeraden als je ein geometrischer Ort für 26 entstehen:

	26	
12		16
23		36
24		46
25		56

Von den acht aufgeführten Polen sind sofort die unterstrichenen Pole 12 und 16 als reelle Drehpunkte gegeben, während grundsätzlich in jedem Gelenkviereck die Pole gegenüberliegender Glieder, also in Abbildung 5 die Pole 24 und 46 der Glieder 2 und 4 sowie 4 und 6 sofort als Schnittpunkte dieser Glieder gegeben sind. Es ergibt sich also der Punkt Q, das heißt der Pol 26, als Schnittpunkt der Polgeraden 12—16 und 24—46. Aus der Lage von Q kann man entsprechend der Betrachtungen in Abbildung 1 sofort eine gleichsinnige Drehbewegung der Glieder 2 und 6 sowie eine größere Winkelgeschwindigkeit von 2 gegenüber 6 entsprechend den Polabständen voraussagen.

In Abbildung 6 ist ein Hubgetriebe für ein vor dem Schlepper angebautes Vielfachgerät dargestellt. Der Kraftheber wirkt in der Achse 12, und das Vielfachgerät 8 muß beim Heben um die Achse 18 gedreht werden. Der Kraftheberarm 2 als Antriebsglied ist im gleichen Gestell 1 gelagert wie das zu hebende Gerät 8, so daß der Pol $28 = Q$ für beide Glieder in der erwähnten Weise das Übersetzungsverhältnis angibt. Eine gestellfest gelagerte Rolle 4 dient zur Umlenkung eines Übertragungsseiles, das über den Zwischenhebel 6 und die Zugstange 7 das Gerät 8 hebt.

Bei derartigen Seilübertragungen muß berücksichtigt werden, daß eine Umlenkrolle im allgemeinen das Übersetzungsverhältnis ändert. Wenn das Seil in zwei Teile 3 und 5 aufgeteilt gedacht wird, kann man die sich durch die Seilenden mit der Rolle 4 ergebenden Tangentenpunkte 34 und 45 als Gelenke wie bisher annehmen. Die Pole 24, 46 sowie 68 sind unmittelbar in Teil-Gelenkvierecken durch die Schnittpunkte der Polgeraden 12—14 und 23—34, 14—16 und 45—56 sowie 16—18 und 67—78 gegeben. Dann findet man den Pol 48 als Schnittpunkt der Polgeraden 14—18 und 46—68 und damit den Pol $Q = 28$ als Schnittpunkt von 12—18 und 24—48. Die Lage des Poles Q zwischen den beiden Drehpunkten 12 und 18 bedeutet eine gegensinnige, augenblickliche Drehung der Glieder 2 und 8, und seine Entfernungen von diesen Punkten ergeben ein negatives Übersetzungsverhältnis.

Abbildung 7 zeigt die Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses der Glieder 2 und 6 in dem bekannten und viel verwendeten sechsgliedrigen Koppelgetriebe. Zunächst ist der Pol 13 sofort als Schnittpunkt der Glieder 2 und 4 gegeben.

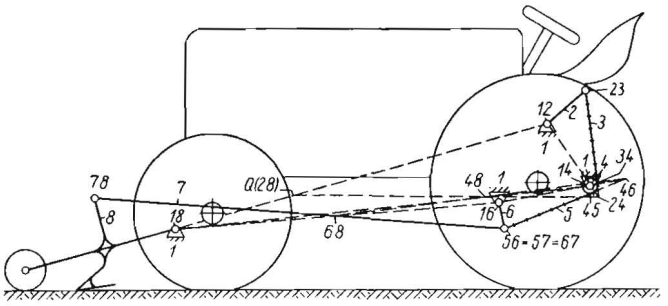


Abb. 6: Hubgetriebe für Vielfachgerät (Schmotzer Vielfachgerät an MAN-Schlepper)

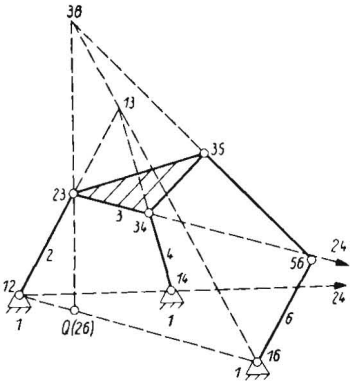


Abb. 7: Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 6 in einem sechsgliedrigen Koppelgetriebe

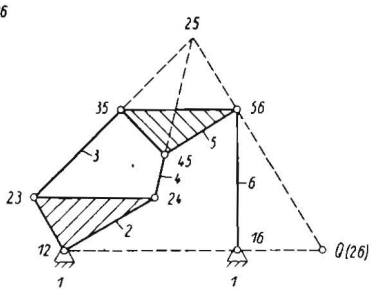


Abb. 8: Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 6 im sechsgliedrigen Zweistandgetriebe

Dann erhält man den Pol 36 aus den Polgeraden 13—16 und 35—56 und damit den Pol $Q = 26$ aus den Polgeraden 12—16 und 23—36.

Im sogenannten sechsgliedrigen Zweistandgetriebe (Abb. 8) ist der Pol $Q = 26$ leicht zu bestimmen als Schnittpunkt der Polgeraden 12—16 und 25—56, wenn 25 als Schnittpunkt der Glieder 3 und 4 ermittelt wurde. In analoger Weise kommt man bei dem achtgliedrigen Getriebe mit zwei Gestellpunkten nach Abbildung 9 zum Ziele, wenn das Übersetzungs-

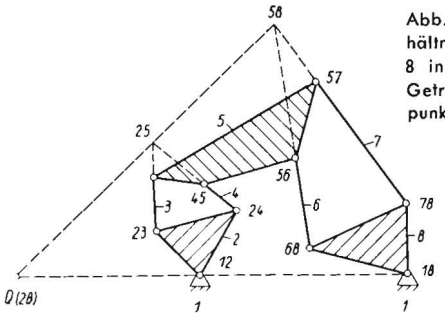


Abb. 9: Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 8 in einem achtgliedrigen Getriebe mit zwei Gestellpunkten

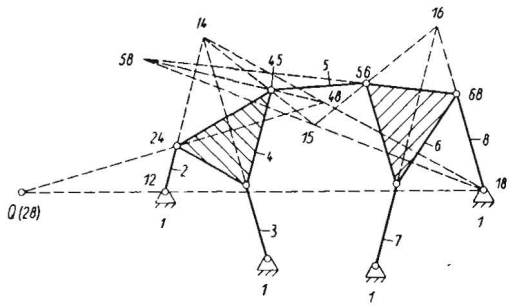


Abb. 10: Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 8 in zwei mit einer Koppel 5 verbundenen Gelenkvierecken

verhältnis der Glieder 2 und 8 zu bestimmen ist. Die Pole 25 und 58 ergeben sich sofort in Gelenkvierecken durch Schnittpunkte der Glieder 3 und 4 sowie 6 und 7, so daß der endgültige Pol Q = gefunden wird als Schnittpunkt der Polgeraden 12—18 und 25—58.

Etwas schwieriger gestaltet sich die Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses in dem achtgliedrigen Getriebe der Abbildung 10, bei dem zwei Gelenkvierecke durch die Koppel 5 miteinander verbunden sind. Zunächst sind sofort die beiden Pole 14 und 16 in den beiden Gelenkvierecken, wie beispielsweise in Abbildung 9, gegeben. Dann bestimmt man den Pol 15 durch die Polgeraden 16—56 und 14—45, daraus den Pol 58 durch die Polgeraden 56—68 und 15—18, daraus den Pol 48 durch die Polgeraden 14—18 und 45—58 und schließlich den Pol Q = 28 durch die Polgeraden 12—18 und 24—48.

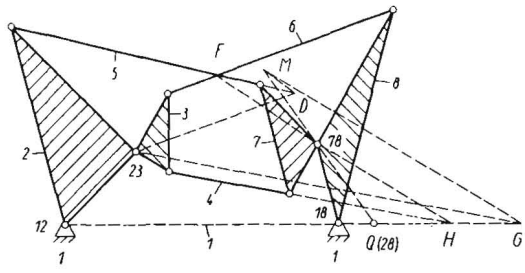


Abb. 11: Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 8 in einem achtgliedrigen Getriebe ohne Gelenkvierecke

In Abbildung 11 ist ein achtgliedriges Getriebe dargestellt, das überhaupt kein Gelenkviereck enthält und dennoch zwangläufig ist. Die Bestimmung des Poles Q = 28 als Kennzeichen für das Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 8 erfordert einige Zwischenkonstruktionen [7]. Zunächst ermittelt man den Punkt H als Schnittpunkt von 4 und 1, den Punkt G als Schnittpunkt von 1 mit der Parallelen zu 4 durch 23, den Punkt F als Schnittpunkt von 5 und 6, den Punkt D als Schnittpunkt der Parallelen durch 23 zu 6 mit 5 und den Punkt M als Schnittpunkt der Parallelen durch G zu 78 — H mit der Parallelen durch D zu 78 — F. Schließlich ergibt sich der Punkt Q = 28 als Schnittpunkt von 1 mit 78 — M. Die Lage von Q zeigt nach den früheren Überlegungen, daß augenblicklich das Glied 8 eine wesentlich größere Winkelgeschwindigkeit hat als das Glied 2 entsprechend den Entfernungen von Q von 12 und 18.

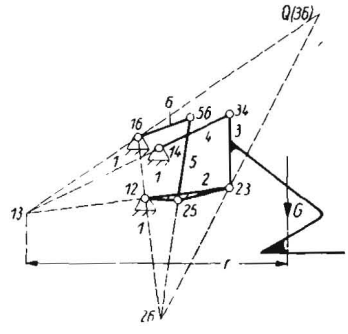


Abb. 12: Bestimmung des Kraftheber - Drehmomentes bei der Dreipunkt-Kupplung

Übersetzungsverhältnis von Getriebegliedern mit ideellem Drehpunkt

An einer Anzahl praktischer Beispiele soll gezeigt werden, daß der ideelle, körperlich nicht vorhandene und seine Lage dauernd ändernde Drehpunkt bereits eine wichtige Ralle bei den landtechnischen Maschinen und Geräten spielt. Der große Vorteil besteht ja darin, daß man Wirkungen erreichen kann, als ob ein Getriebeglied um einen Punkt dreht, der entweder im Boden oder weit vor dem Schlepper liegt, den man also nie als Achse ausbilden könnte.

In Abbildung 12 ist die bekannte Dreipunktkupplung für Schlepper-Anbaugeräte im Schnitt dargestellt. Der Pflugkörper 3 habe seinen Schwerpunkt auf der Schwerlinie G und das augenblickliche Drehmoment in der Achse 16 des Kraftheberarmes 6 sei zu ermitteln. Der augenblickliche Drehpunkt von 3 gegenüber dem Gestell 1 ist durch den Pol 13 als Schnittpunkt von 2 und 4 gekennzeichnet. Zu bestimmen ist in Übereinstimmung mit den bisherigen Überlegungen der Pol Q = 36. Zunächst ist der Pol 26 als Schnittpunkt von 12—16 mit 56—25 gegeben, und daraus findet man Q = 36 als Schnittpunkt von 13—16 mit 26—23. Das augenblickliche Drehmoment M_{16} in 16 ergibt sich, wenn man mit r den senkrechten Abstand der Schwerlinie G vom Pol 13 festgelegt, aus

$$i = \frac{36 - 16}{36 - 13} = \frac{M_{16}}{G \cdot r} .$$

Die Lage von Q außerhalb 13—16 kennzeichnet auch die gleichsinnige Drehung des Pflugkörpers 3 um 13 mit der Drehung des Kraftheberarmes 6 um 16.

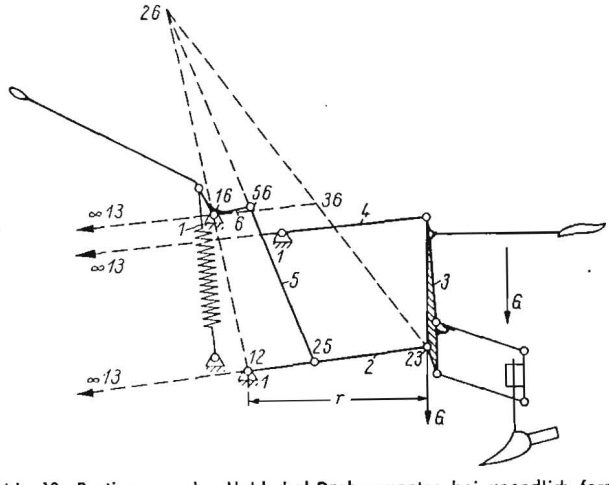


Abb. 13: Bestimmung des Hubhebel-Drehmomentes bei unendlich fernem Pol (Schleppervielfachgerät 400, Maschinenfabrik Cramer, Leer, Ostfriesland)

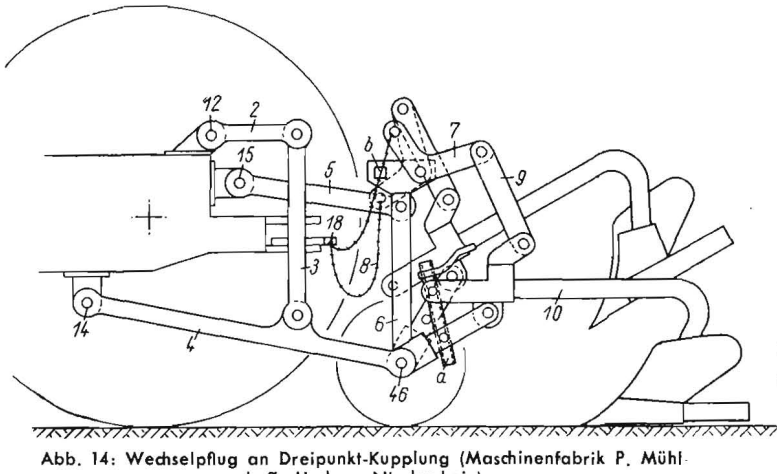


Abb. 14: Wechselpflug an Dreipunkt-Kupplung (Maschinenfabrik P. Mühlhoff, Uedem, Niederrhein)

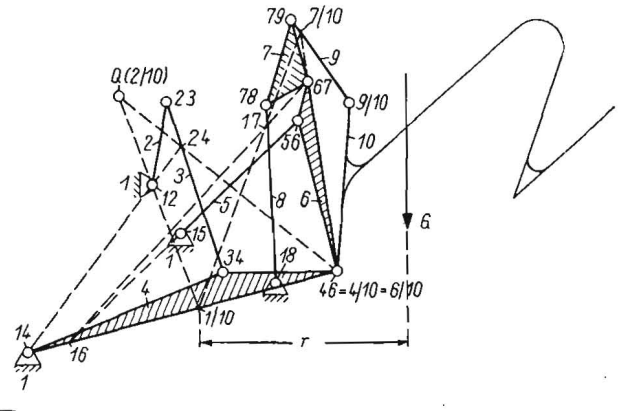


Abb. 15: Getriebeschema des Mühlhoff-Wechselpfluges

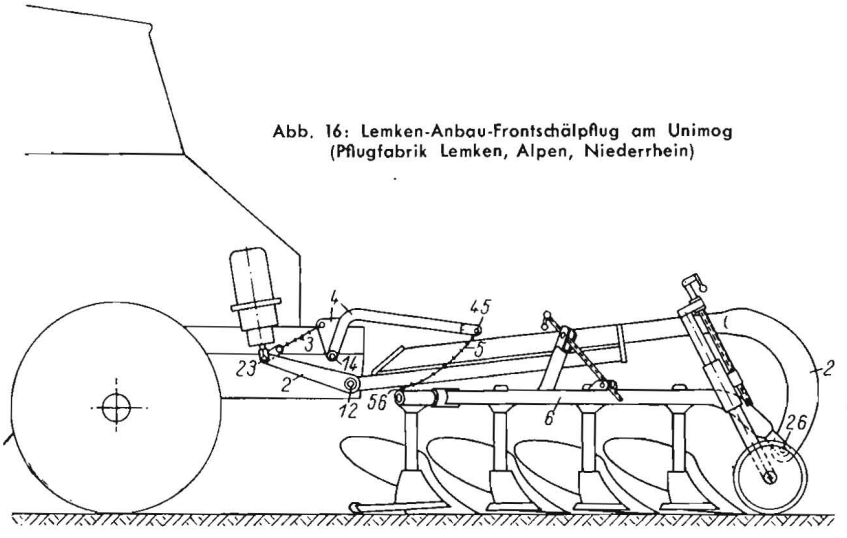


Abb. 16: Lemken-Anbau-Frontschälpflug am Unimog (Pflugfabrik Lemken, Alpen, Niederrhein)

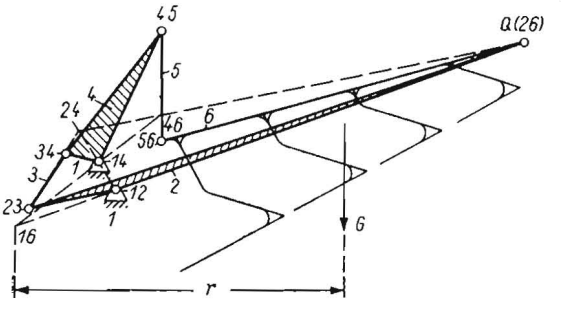


Abb. 17: Getriebeschema des Lemken-Pfluges

Wenn bei der Dreipunktkupplung der ideelle Drehpunkt (Abb. 13) im Unendlichen liegt, wenn also die Glieder 2 und 4 parallel sind, kann man zwar auch den Pol 36 ermitteln. Das Moment $G \cdot r$ ist wegen der unendlichen Länge des Abstandes der Schwerlinie G vom Pol 13 unendlich groß, das heißt, es ist augenblicklich eine Parallelverschiebung des Gliedes 3 vorhanden. Deshalb läßt sich auch an jeder beliebigen Stelle der Koppel 3 die gleich große Kraft G anbringen, also zum Beispiel auch im Gelenkpunkt 23, so daß im Punkt 12 das Moment $G \cdot r$ wirkt, das, wie in Abbildung 1, in einfacher Weise mit Hilfe des Poles 26 in Beziehung gebracht werden kann zu dem in 16 entsprechenden Handhebel-Drehmoment.

In Abbildung 14 ist der zum Patent angemeldete Mühlhoff-Wechselpflug an der Dreipunktkupplung dargestellt. Bei der Arbeit hängt die Kette 8 lose durch, und der Pflug arbeitet als Schwingpflug, indem er um die durch eine Stützrolle geführte Achse 46 dreht. Die Tiefeneinstellung erfolgt als Grindelknickung (Schnittwinkelverstellung) mit Hilfe der Spindel a. Der jeweils nicht arbeitende Pflug, beziehungsweise beim Transport beide Pflüge, werden durch den Anschlag b in gehobener Stellung gehalten.

Das Getriebeschema (Abb. 15) des Mühlhoff-Pfluges zeigt in angehobener Stellung bei gestraffter Kette 8 ein zehngliedriges Getriebe. Das Übersetzungsverhältnis des Kraftheberarmes 2 und des Pflugträgers 10, gekennzeichnet durch den Relotivpol 2/10, soll bestimmt werden. Da die drei Glieder 4, 6 und 10 im gleichen Gelenkpunkt miteinander gelenkig verbunden sind, fallen die drei Pole 46, 4/10 und 6/10 zusammen. Zunächst sind in Gelenkvierecken sofort die Pole 16 und 7/10 als Schnittpunkte von 15—56 und 14—46 sowie von 79—9/10 und 67—6/10 gegeben. Dann erhält mon den Pol 17 als Schnittpunkt von 18—78 und 16—67, den Pol 1/10 als augenblicklichen (ideellen) Drehpunkt des Pfluges als Schnittpunkt von 14—4/10 und 17—7/10, den Pol 24 als Schnittpunkt von 12—14 und 23—34 und schließlich den Pol Q = 2/10 als Schnittpunkt von 12—1/10 und 24—4/10. Das Kraftheber-Drehmoment in 12 ergibt sich also bei gleichsinniger Drehung von 2 und 10 aus

$$i = \frac{2/10 - 12}{2/10 - 1/10} = \frac{M_{12}}{G \cdot r}.$$

Abbildung 16 zeigt den Lemken-Anbau-Frontschälpflug am Unimog. Die Achse 12 trägt den Kraftheberarm 2, der in seiner Verlängerung im Punkt 26 den Pflugkörper 6 führt. Bei der Arbeit hängt die Kette 5 lose durch. Sie bildet wie die Kette 3 beim Heben ein starres Getriebeglied. Will mon das Übersetzungsverhältnis zwischen dem Kraftheberarm 2 und dem Pflugrahmen 6 bestimmen (Abb. 17), so ist der Pol Q = 26 für beide sofort als der verbindende Gelenkpunkt gegeben. Da sowohl 6 als auch 2 augenblicklich um den ideellen Drehpunkt 16 und den reellen Drehpunkt 12, die beide im Gestell 1 liegen, drehen, muß man noch den Pol 16 bestimmen. Man ermittelt den Pol 24 als Schnittpunkt von 12—14 und 23—34, den Pol 46 als Schnittpunkt von 24—26 und 45—56 und schließlich den Pol 16 als Schnittpunkt von 12—26 und 14—46. Das Kraftheberbermoment an der Achse 12 ergibt sich aus

$$i = \frac{26 - 12}{26 - 16} = \frac{M_{12}}{G \cdot r},$$

wenn G das Eigengewicht des Pfluges in der Schwerlinie und r der senkrechte Abstand des Poles 16 von dieser Linie sind.

In Abbildung 18 ist das Hauptgetriebe der Anbau-Strohpresse an den Mähdrescher SM 3 der Firma Ködel & Böhm (Lauingen, Bayern) dargestellt. Es sind das Schüttlerende a, die Trichterblende b mit der Einlauffederung c angedeutet. Das Stroh fällt auf den Trichterboden d und wird von den Rechenzinken e zwischen Einlauffedern c und Trichterboden d unter den Preßkolben f gebracht. Der Antrieb erfolgt von Welle 13 über das Vorlegerad 3 auf das Rad 4, mit dem die in 14 gelagerte Kurbel g fest verbunden ist. Rad 4 und Rad 3 haben Teilkreisberührungspunkt 34 mit Übersetzungsverhältnis 1 : 5. Der Teilkreisberührungspunkt 23 kennzeichnet den Eingriff eines auf Welle 13 sitzenden Zahnrades zum Antrieb des

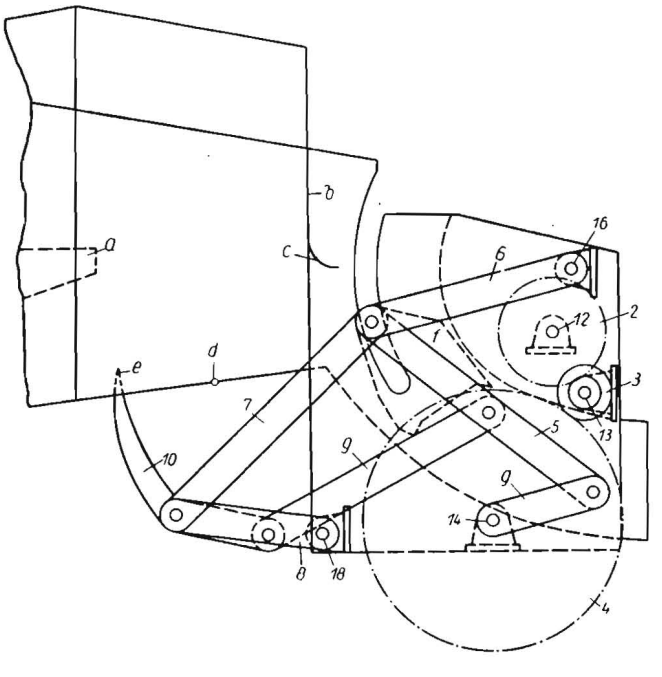


Abb. 18: Anbau-Strohpresse an Mähdrescher SM 3 der Firma Ködel & Böhm (Lauingen, Bayern)

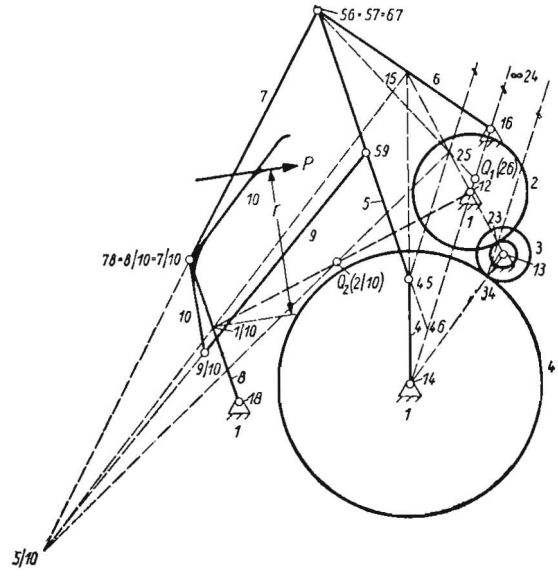


Abb. 19: Getriebeschema der Anbau-Strohpresse des Bildes 18

Binderwellenzahnrades 2, ebenfalls mit Übersetzungsverhältnis 1 : 5. Der Preßkolben f ist mit dem Schwinghebel 6 fest verbunden, der im Gestellpunkt 16 gelagert ist. Der Rechenzinken 10 wird von dem in 18 gelagerten Hebel 8 und dem Hebel 9 geführt.

Im Getriebeschema der Abbildung 19 soll zunächst das Übersetzungsverhältnis für das Rad 2 und den Preßkolbenhebel 6 durch den Pol Q_1 = 26 bestimmt werden. Für die Räder 2, 3 und 4 sind die Relativpole 23 und 34 als die Teilkreisberührungspunkte zu betrachten. Danach ergibt sich der Pol Q_1 = 26 als Schnittpunkt der Polgeraden 12—16 und 25—56, nachdem man den Pol 25 bestimmt hat aus den Polgeraden 12—15 und 24—45, wobei sich 15 ergibt aus 14—45 und 16—56, sowie 24 zufällig, weil 12—14 und 23—34 parallel sind, als im Unendlichen liegend aus 12—14 und 23—34. Da der Pol Q_1 = 26 zwischen 12 und 16 liegt, ist eine gegensinnige Drehung des Rades 2 und des Kolbenhebels 6 vorhanden. Durch seine Abstände von 12 und 16 ist auch das Übersetzungsverhältnis, das heißt das Verhältnis der Drehmomente, sofort bekannt.

In Abbildung 19 sind zwei sogenannte Doppelgelenke vorhanden, nämlich 56 = 57 = 67 und 78 = 8/10 = 7/10, weil sich hier jeweils die drei Hebel 5, 6 und 7 sowie 7, 8 und 10 treffen. Will man nun das Drehmoment des Rades 2 ermitteln, wenn eine bestimmte Kraft P am Rechenzinken 10 aufzubringen ist, so kann man auch hier das Übersetzungsverhältnis durch den Relativpol Q_2 = 2/10 dieser beiden Glieder ausdrücken. Die Bestimmung des Poles 25 war bereits erläutert. Zunächst muß man noch den Pol 5/10 als Schnittpunkt von 57—7/10 und 9/10—59 ermitteln und kann damit den Pol 1/10 als Schnittpunkt von 5/10—15 und 18—8/10 bestimmen. Schließlich findet man Q_2 = 2/10 als Schnittpunkt von 1/10—12 und 5/10—25. Der Pol 1/10 ist der augenblickliche, im Gestell 1 liegende Drehpunkt des Rechenzinkens 10, für den man das Drehmoment $M_{1/10} = P \cdot r$ bei bekannter Größe und Lage der Kraft P kennt. Das aufzubringende Drehmoment M_{12} am Rad 2 ist dann bestimmbar aus

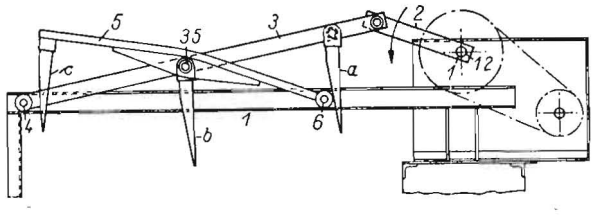


Abb. 20: Sammelgetriebe der Aufsammelpresse Pick-up AP 10 (Gebr. Welger, Wolfenbüttel)

$$i = -\frac{12 - 2/10}{1/10 - 2/10} = -\frac{M_{12}}{P \cdot r}.$$

Da der Punkt Q_2 = 2/10 zwischen 1/10 und 12 liegt, ist eine gegensinnige Drehung der Glieder 2 und 10 vorhanden.

Das Sammelgetriebe der Welger-Pick-up-Presse (Abb. 20) hat drei Arme a, b und c, die das gehobene Gut seitlich weitertransportieren. Die Kurbel 2 bewegt die am anderen Ende mit einer Rolle 4 laufende Koppel 3, die wiederum die Koppel 5 mit der geführten Rolle 6 antreibt. Die Arme a und b sind an der Koppel 3, der Arm c an der Koppel 5 befestigt.

Abbildung 21 zeigt die Arbeitsstellung des Armes b. Der augenblickliche Drehpol 13 dieses mit der Koppel 3 verbundenen Armes ergibt sich, wie allgemein bekannt ist, als Schnittpunkt der Senkrechten in 34 auf der Führung 1 mit der Kurbel 2. Der das Übersetzungsverhältnis zwischen 2 und 3 bestimmende Relativpol Q = 23 gibt die Drehrichtung D_{21} (sprich: D zwei um eins) der Kurbel 2 um 12 und die gegensinnige Drehrichtung D_{31} (sprich: D drei um eins) der Koppel 3 um 13 an. Die Geschwindigkeit v eines beliebigen Punktes A der Koppel 3 muß senkrecht auf der Verbindungsstrecke A—13 stehen. Die Bewegungsverhältnisse in dem Geradschubkurbelgetriebe sind im Schrifttum schon eingehend untersucht worden.

In Abbildung 22 ist eine Getriebestellung beim Eingriff des Armes c dargestellt, der an der Koppel 5 befestigt ist. Man bestimmt zunächst den Pol 13 wie in Abbildung 21 und damit den Pol 15 als Schnittpunkt von 13—35 und 16—56, das ist die Senkrechte in 56 auf der Führung 1 (der Pol 16 liegt wegen des geradgeführten Gleitsteines 6 im Unendlichen).

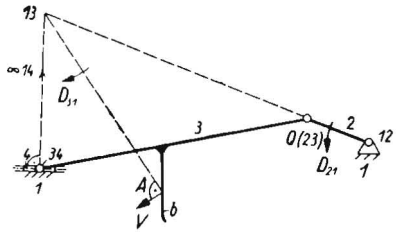


Abb. 21: Getriebestellung des Getriebes nach Abb. 20 beim Eingriff des Armes b

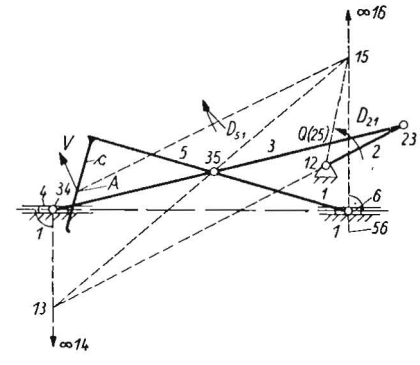


Abb. 22: Getriebestellung des Getriebes nach Abb. 20 beim Eingriff des Armes c

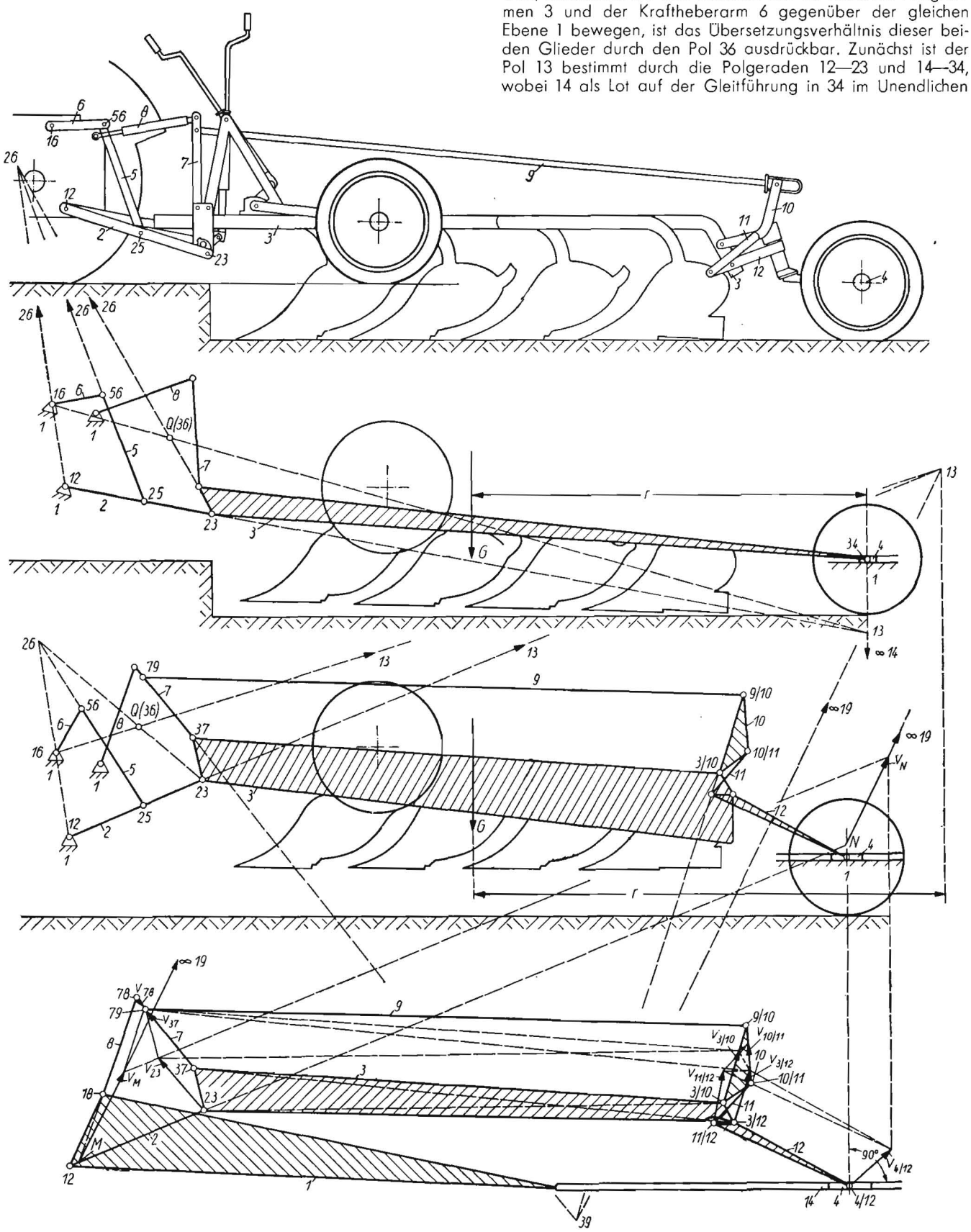
Der das Übersetzungsverhältnis von 2 und 5 bestimmende Relativpol Q = 25 ergibt sich als Schnittpunkt von 23—35 mit 12—15. Er liegt zwischen 12 und 15, so daß die Drehrichtungen D_{21} des Gliedes 2 um 1 und D_{51} des Gliedes 5 um 1 gegensinnig sind. Die Geschwindigkeit v eines beliebigen Punktes A von 5 muß senkrecht auf 15—A stehen. Die Winkelgeschwindigkeiten ergeben sich nach dem Übersetzungsverhältnis

$$i = -\frac{25 - 12}{25 - 15} = -\frac{\omega_{51}}{\omega_{21}}.$$

In Abbildung 23 ist der Aufsattel-Beetpflug der Bayerischen Pflugfabrik an der Dreipunktkupplung dargestellt. Um die Kraftheberachse 16 dreht die Antriebskurbel 6. Die beiden unteren Arme 2 decken sich in der Zeichnung. Sie tragen mit dem oberen Arm 8 einen Verbindungshebel 7 und den Pflugkörper 3. Bei der Arbeitsstellung „schwimmt" der Kraftheber, das heißt das gesamte vordere Gestänge kann sich frei einspielen und dient hier in der Hauptsache zur Weiterleitung

der Schlepper-Zugkraft. Das hintere Gestänge, bestehend aus den Hebeln 10, 11 und 12, arbeitet bei Beginn des Aushebevorganges noch nicht; zwischen der Öse der Zugstange 9 und dem oberen Bolzen des Hebels 10 ist noch keine Anlage.

Abbildung 24 zeigt den Aufsattel-Beetpflug in angehobener Stellung. Der Pflug dreht um den Auflagepunkt des hinteren Rades, wobei dieses gleichzeitig relativ zum Schlepper verschoben werden muß. Diese Bewegung kann man getrieblich durch den Gleitstein 4 in der Führung 1, die als Schlepper-Vertikalebene augenblicklich als feststehend angesehen wird, darstellen. Da sich nunmehr der zu hebende Pflugrahmen 3 und der Kraftheberarm 6 gegenüber der gleichen Ebene 1 bewegen, ist das Übersetzungsverhältnis dieser beiden Glieder durch den Pol 36 ausdrückbar. Zunächst ist der Pol 13 bestimmt durch die Polgeraden 12—23 und 14—34, wobei 14 als Lot auf der Gleitführung in 34 im Unendlichen



(Von oben nach unten) Abb. 23: Vierschar-Aufsattel-Beetpflug (Bayerische Pflugfabrik) am MAN-Schlepper — Abb. 24: Aufsattel-Beetpflug nach Abb. 23 in angehobener Stellung — Abb. 25: Aufsattel-Beetpflug nach Abb. 23 in ausgehobener Stellung — Abb. 26: Polermittlung für Aufsattel-Beetpflug

liegt. Auch der Pol 26 ist sofort aus 12—16 und 25—56 gegeben, so daß man schließlich den Pol Q = 36 aus 13—16 und 23—26 findet. Ist das Eigengewicht G des Pfluges und sein Abstand r vom Pol 13 bekannt, so ergibt sich das Kraftheber-Drehmoment M_{16} aus

$$i = -\frac{36 - 16}{36 - 13} = -\frac{M_{16}}{G \cdot r}.$$

Da in der Transportstellung die Bodenfreiheit für den vorderen und hinteren Pflugkörper möglichst gleich sein soll, wird infolge des Hubvorganges zusätzlich das Hinterrad mit Hilfe der Hebel 10, 11, 12 angehoben, nachdem der obere Bolzen des Hebels 10 sich an die Öse der Zugstange 9 angelegt hat. In Abbildung 25 ist eine solche Getriebestellung eingezeichnet. Es handelt sich wieder, wie in Abbildung 24, darum, den Relativpol Q = 36 des Pflugrahmens 3 und des Kraftheberarmes 6 zu bestimmen.

Zunächst muß man als Zwischenpol den Pol 19 bestimmen, was im Teilgetriebe der Abbildung 26 geschehen kann. Zweckmäßig benutzt man hierfür den Geschwindigkeitsplan [7] bei festgestellt gedachtem Glied 9. Wenn man mit den um 90° aus der wahren Richtung gedrehten Geschwindigkeitsvektoren arbeitet, nimmt man beispielsweise die Geschwindigkeiten v_{37} und v_{78} als die Gelenkpunkt-Entfernungen 37—79 und 78—79 an, bestimmt die Geschwindigkeit $v_{3/10}$ mit Hilfe der Parallelen durch 79 zu 37—3/10, daraus $v_{10/11}$ mit der Parallelen durch $v_{3/10}$ zu 3/10—10/11 und weiterhin v_{23} als Schnittpunkt der Parallelen durch 79 zu 23—37 mit der Parallelen zu 3/10—23 durch $v_{3/10}$, $v_{3/12}$ als Schnittpunkt der Parallelen zu 37—3/12 durch 79 mit der Parallelen zu 3/10—3/12 durch $v_{3/10}$, $v_{11/12}$ als Schnittpunkt der Parallelen durch $v_{3/12}$ zu 3/12—11/12 mit der Parallelen durch $v_{10/11}$ zu 11/12—10/11 und schließlich $v_{4/12}$ als Schnittpunkt der Parallelen durch $v_{3/12}$ zu 3/12—4/12 mit der Parallelen durch $v_{11/12}$ zu 11/12—4/12. Nunmehr bestimmt man zwei „Hilfsgeschwindigkeiten" v_M und v_N des Gliedes 1 gegenüber Glied 9. Den Punkt M erhält man als Schnittpunkt von 78—18 mit 12—23 und den Endpunkt von v_M als Schnittpunkt der Parallelen durch v_{78} zu 18—78 mit der Parallelen durch v_{23} zu 12—23. Der Punkt N ergibt sich als Schnittpunkt von 12—23 mit der Senkrechten in 4/12 auf der Bewegungsrichtung des Schiebers 4 und der Endpunkt von v_N als Schnittpunkt der Parallelen durch $v_{4/12}$ zu dieser Senkrechten mit der Parallelen durch v_{23} zu 12—23. Die beiden gedrehten Geschwindigkeitsvektoren v_M und v_N müssen sich im Pol 19 schneiden. In Abbildung 26 sind sie zufällig parallel zueinander, so daß der Pol 19 in Richtung der Geschwindigkeiten v_M und v_N im Unendlichen liegt.

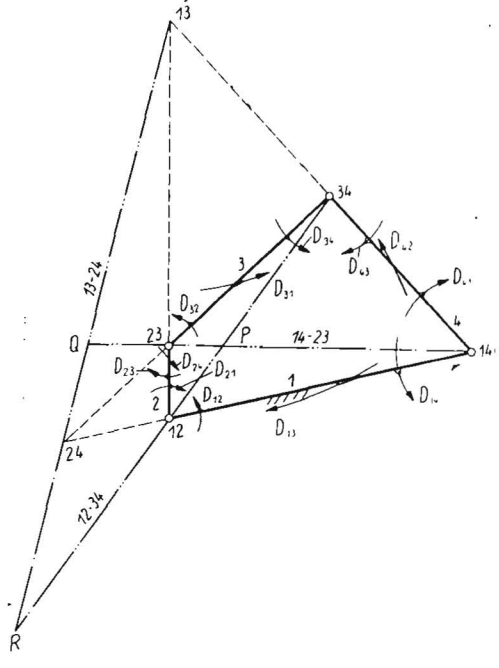


Abb. 27: Relativbewegungen im Gelenkviereck bei gleichsinniger Bewegung von 2 und 4. Buchstabe D kennzeichnet „Drehung" eines Gliedes gegenüber einem anderen, z. B. D_{32} = Drehung des Gliedes 3 um das Glied 2

In Abbildung 25 kann man nun den Pol 39 aus 9/10—3/10 und 37—79, den Pol 13 aus 12—23 und 19—39 und zum Schluß den Pol Q = 36 aus 13—16 und 23—26 bestimmen, womit das Übersetzungsverhältnis für die Glieder 3 und 6 und die Drehmomente mit bekanntem Rahmengewicht G und dessen Abstand r von 13 wiederum festgelegt ist als

$$i = -\frac{36 - 16}{36 - 13} = -\frac{M_{16}}{G \cdot r}.$$

Allgemeine Relativbewegungen im Gelenkviereck

Bisher wurden das Übersetzungsverhältnis und damit die Bewegungsverhältnisse nur für zwei Getriebeglieder festgelegt, die gemeinsam in einem dritten Glied gelagert waren. Es handelte sich also immer darum, die Relativbewegungen zweier Glieder bezüglich eines dritten Gliedes festzulegen. Von großer praktischer Bedeutung sind aber auch die Relativbewegungen beliebiger Glieder zueinander in einem Getriebe, bei dem sich das Übersetzungsverhältnis stetig ändert. Bei der Unterbringung von Federn kann man zum Beispiel zu einer raumsparenden Bauweise kommen, wenn man die Feder als Schraubenfeder zwischen zwei beliebigen Gliedern aufhängt, während das auszugleichende Lastmoment zwischen zwei anderen Gliedern wirkt. Praktische Anwendungen in dieser Richtung liegen bisher sehr wenig vor, da die entsprechenden Bewegungsverhältnisse nicht ganz einfach zu übersehen sind. Es soll deshalb im folgenden versucht werden, eine Darstellung schwierigerer Bewegungszuordnungen zu geben, wobei die Kennzeichnung des Übersetzungsverhältnisses wieder im Vordergrund steht.

In Abbildung 27 ist ein Gelenkviereck in einer Getriebestellung mit gleichsinniger Drehung der Glieder 2 und 4 dargestellt. Wie bereits erwähnt, gibt es im Gelenkviereck insgesamt sechs relative Drehpole, nämlich die vier reellen Lagerpunkte 12, 23, 34 und 14, und die ideellen Pole 13 und 24. Die letzteren kennzeichnen die Drehung des Gliedes 3, wenn 1 festgestellt ist und umgekehrt, sowie die Drehung des Gliedes 4, wenn 2 festgestellt ist und umgekehrt. Bei den Relativpolen soll bei der Anordnung der Ziffern deren Reihenfolge ohne Bedeutung sein. Im Gegensatz hierzu soll bei allen folgenden Betrachtungen die Ziffernfolge als Index an dem Buchstaben D aussagen, daß sich ein Getriebeglied in Richtung des eingezeichneten Pfeiles um das andere augenblicklich dreht. So bedeutet „D_{32}" die Drehung des Gliedes 3 um das Glied 2. Danach ist „D_{23}" die Drehung des Gliedes 2 um das Glied 3 und muß entgegengesetzten Richtungssinn haben wie D_{32}. Die Drehungen D im Uhrzeigersinn sollen positives, im Gegen-Uhrzeigersinn negatives Vorzeichen erhalten.

Die Relativdrehrichtungen sind im allgemeinen nicht sofort am Getriebeschema abzugreifen. Bei Benutzung der Pole ist jedoch eine umfassende Übersicht möglich.

Zunächst soll das Verfahren an drei benachbarten Getriebegliedern (Abb. 27) erläutert werden. Will man beispielsweise die augenblicklichen Drehrichtungen des Gliedes 2 gegen 1 und des Gliedes 4 gegen 1 wissen, also D_{21} und D_{41}, so ist der Pol 24 zu Hilfe zu nehmen, der sich immer aus den beiden ungleichen Indexziffern 2 und 4 von D_{21} und D_{41} zusammensetzt. Liegt dieser Pol außerhalb 12—14, so ist gleichsinnige, liegt er zwischen 12 und 14, so ist gegensinnige Bewegung der Glieder 2 und 4 vorhanden. Ist aber die Drehrichtung D_{21} (Getriebeglied 2 um Getriebeglied 1) gegeben, und will man die Drehrichtung D_{42} oder D_{24} wissen, so stellt man diese beiden Werte so zusammen, daß dieselben Indexziffern untereinander stehen:

$$\begin{matrix} D_{21} \\ D_{24} \end{matrix} \text{ Bezugspol: } 14$$

die dann einander zuzuordnen sind. Die anderen beiden ungleichen Indexziffern ergeben den Pol 14 als Bezugspol. Er

liegt außerhalb 12—24, so daß gleichsinnige Bewegung zwischen D_{21} und D_{24} vorliegt. Das Übersetzungsverhältnis ergibt sich dann zu

$$i = \frac{14-24}{14-12} = \frac{M_{24}}{M_{21}} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{24}}$$

Würde man also das Glied 4 feststellen, so würde das Glied 2 um den Punkt 24 eine Rechtsdrehung nach diesem Übersetzungsverhältnis ausführen.

Als weiteres Beispiel soll wiederum die Drehrichtung D_{21} gegeben und die Drehrichtung des Gliedes 3 gegen 1 ermittelt werden (Abb. 27). Man schreibt untereinander

$$\begin{matrix} D_{21} \\ D_{31} \end{matrix} \text{ Bezugspol: } 23$$

Da 23 zwischen 12 und 13 liegt, muß gegensinnige Bewegung von D_{21} und D_{31} vorliegen, das heißt das Glied 3 dreht augenblicklich im Gegenuhrzeigersinne um den Pol 13 mit dem Übersetzungsverhältnis

$$i = -\frac{23-12}{23-13} = -\frac{M_{21}}{M_{31}} = -\frac{\omega_{31}}{\omega_{21}}$$

Kollineationsachsen für die Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses

Man kann auch ein Übersetzungsverhältnis zwischen zwei Paaren von Getriebegliedern festlegen, wenn die zu betrachtenden Drehpole nicht in einem gemeinsamen Getriebeglied angeordnet sind. So soll zum Beispiel in Abbildung 27 die Drehrichtung D_{41} und auch das zwischen den Gliedern 4 und 1 wirkende Drehmoment gegeben sein. Daraus soll die Drehrichtung zwischen den Gliedern 2 und 3 und das Drehmoment zwischen diesen Gliedern, das das erste ersetzen kann, ermittelt werden. Will man die Drehungen D_{41} und D_{23} einander zuordnen, so hat man zunächst vier verschiedene Indexziffern 4, 1, 2 und 3 vorliegen. Diese kann man auf drei verschiedene Arten paaren:

1. 14—23
2. 13—24
3. 12—34

Das sind aber drei Gerade, die man durch je zwei der genannten Pole zeichnen kann. In Abbildung 27 sind es die Diagonalen im Gelenkviereck und die Gerade durch die beiden „ideellen" Drehpunkte 13 und 24. Derartige Polgerade aus vier verschiedenen Ziffern sollen als *K*-Achsen (Kollineationsachsen) bezeichnet werden.

Aus den Drehungen D_{41} und D_{23} ergibt sich zunächst als Bezugsachse die *K*-Achse 14—23, indem man die Indices unmittelbar benutzt. Schreibt man untereinander

$$\begin{matrix} D_{41} \\ D_{23} \end{matrix} \text{ Bezugsachse: } 14—23,$$

so erhält man in vertikaler Richtung der Indices die *K*-Achse 24—13, die von der *K*-Achse 14—23 im Punkt Q geschnitten wird. Dieser Punkt Q erfüllt nun die gleichen Voraussetzungen wie der Relativpol Q bei den bisherigen Betrachtungen. Wenn die Drehungen D_{41} und D_{23} einander zugeordnet werden, so sind diese gleichsinnig bei der Lage von Q außerhalb von 23—14, gegensinnig, wenn Q dazwischen liegt. Es ist also

$$i = \frac{Q-23}{Q-14} = \frac{M_{23}}{M_{41}} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{23}}.$$

Man kann auch zuordnen:

$$\begin{matrix} D_{41} \\ D_{32} \end{matrix} \text{ Bezugsachse: } 14—23$$

und erhält aus der vertikalen Ziffern-Paarung die *K*-Achse 12—34, die die Bezugsachse 14—23 in P schneidet. Dieser Punkt liegt aber zwischen 23 und 14, so daß die Drehungen D_{41} und D_{32} gegensinnig sein müssen.[1]) Hierfür gilt demnach als Übersetzungsverhältnis

$$i = -\frac{P-23}{P-14} = -\frac{M_{23}}{M_{41}} = -\frac{\omega_{41}}{\omega_{23}}.$$

Da das Übersetzungsverhältnis bei Benutzung des Punktes Q den gleichen absoluten Wert haben muß wie bei Zugrundelegung von P, muß sein

$$\frac{Q-23}{Q-14} = -\frac{P-23}{P-14},$$

das heißt aber, die vier Punkte Q, 23, P und 14 müssen eine harmonische Punktreihe bilden.[2]) Es gilt allgemein: Zwei *K*-Achsen einer *K*-Gruppe schneiden die dritte zugehörige *K*-Achse so, daß die Schnittpunkte mit den auf dieser dritten *K*-Achse liegenden beiden Drehpolen eine harmonische Punktreihe bilden.

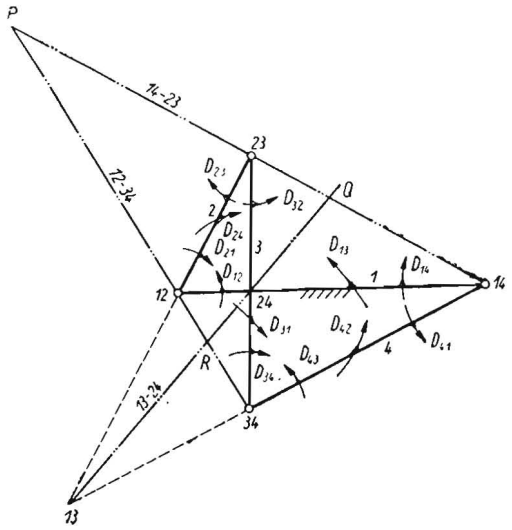


Abb. 28: Relativbewegungen im Gelenkviereck bei gegensinniger Bewegung von 2 und 4

Diese Feststellungen gelten auch für Drehungen um „ideelle" Drehpunkte. Sollen die Drehbewegungen D_{13} und D_{24}, das heißt die augenblickliche Drehung des Gliedes 1 um Glied 3 und die Drehung des Gliedes 2 um Glied 4 einander zugeordnet werden, schreibt man

$$\begin{matrix} D_{13} \\ D_{24} \end{matrix} \text{ Bezugsachse: } 13—24.$$

Aus der vertikalen Ziffern-Zuordnung ergibt sich die *K*-Achse 12—34, die die Bezugsachse 13—24 im Punkt R schneidet. Da R außerhalb 24 und 13 liegt, erhält man gleichsinnige Drehung von D_{13} und D_{24} (D_1 um $_3$ und D_2 um $_4$) mit dem Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{R-24}{R-13} = \frac{M_{24}}{M_{13}} = \frac{\omega_{13}}{\omega_{24}}.$$

In Abbildung 28 sind die Übersetzungsverhältnisse und die Relativbewegungen wiederum durch die *K*-Achsen und deren Schnittpunkte bei einem Gelenkviereck dargestellt, dessen Glieder 2 und 4 gegensinnige Bewegungen haben. Die Schnittpunkte P, Q und R sind durch ihre Entfernungen von den Drehpolen auch hier ein Maß für das jeweilige Übersetzungsverhältnis.

---

[1]) Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Ziffernfolge bei jeder Paarung bei den Polen und *K*-Achsen ohne Bedeutung ist, während sie bei den Drehungen D die Relativdrehrichtung angibt, z. B. D_{41} = Drehung des Gliedes 4 um das Glied 1. Auch bei den Drehmomenten M und den Winkelgeschwindigkeiten ω ist die Ziffernfolge zu beachten.

[2]) Dies läßt sich auch durch rein geometrische Betrachtungen am allgemeinen Vierseit beweisen.

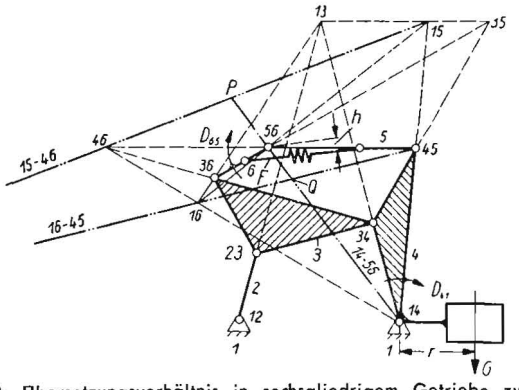


Abb. 29: Übersetzungsverhältnis in sechsgliedrigem Getriebe zwischen der Relativbewegung des Gliedes 4 gegen 1 und der Relativbewegung des Gliedes 6 gegen 5

Übersetzungsverhältnis in vielgliedrigen Getrieben

Die allgemeinen Bewegungsuntersuchungen mit Hilfe der *K*-Achsen gelten auch für Getriebe mit beliebig großer Gliederzahl. So ist in Abbildung 29 ein sechsgliedriges Getriebe dargestellt, bei dem ein Gewicht G durch eine Feder F im Gleichgewicht gehalten werden soll. Ein sechsgliedriges Getriebe hat 15 Relativpole, und es ergeben sich daraus 15 *K*-Achsen, das heißt 15 verschiedene Doppelpaarungen der Zahlen 1 bis 6. Es sei noch darauf hingewiesen, daß es bei achtgliedrigen Getrieben 60 *K*-Achsen gibt.

In Abbildung 29 erzeugt das Gewicht G am Hebelarm r ein Drehmoment M_{41} um den Pol 14, die Feder F am Hebelarm h ein Drehmoment M_{56} um den Pol 56. Die Bezugsachse für das Übersetzungsverhältnis ist demnach durch die Verbindungsgerade 14—56 durch diese beiden Pole gekennzeichnet. Die anderen beiden, zur gleichen Gruppe gehörigen *K*-Achsen erhält man nach Umstellung der vier Ziffern 1, 4, 5 und 6 als: 15—46 und 16—45. Zur Bestimmung des Übersetzungsverhältnisses genügt schon eine dieser beiden Achsen. In Abbildung 29 sollen sie jedoch beide angegeben werden. Zu diesem Zwecke sind die Pole 15, 46, 16 und 45 zu bestimmen. Der Pol 45 ist sofort als Gelenkpunkt zwischen 4 und 5 gegeben. Die Pole 13 und 15 findet man als Schnittpunkte von 12—23 mit 14—34 und von 14—45 mit 13—35, wenn der Pol 35 sich sofort aus 34—45 und 36—56 ergeben hat. Danach erhält man die Pole 16 und 46 aus den Geraden 13—36 und 15—56 sowie 45—56 und 34—36, so daß die *K*-Achsen gezeichnet werden können. Will man nun die Drehungen D_{41} und D_{65} einander zuordnen, so findet man

$$\begin{matrix} D_{41} \\ D_{65} \end{matrix} \text{ Bezugsachse: } 14—56 \,.$$

Die vertikale Ziffernzuordnung ergibt die *K*-Achse 15—46, die die Bezugsachse 14—56 im Punkt P schneidet. Da P außerhalb 14 und 56 liegt, sind D_{41} und D_{65} gleichsinnig. Da beim Abwärtsbewegen des Gewichtes G die Feder F gespannt wird, muß diese sich bei Rechtsdrehung von Glied 4 um 1 und bei Rechtsdrehung von Glied 6 um 5 dehnen. Sie muß demnach in der in Abbildung 29 gezeigten Weise aufgehängt werden. Das Übersetzungsverhältnis ist:

$$i = \frac{P - 56}{P - 14} = \frac{F \cdot h}{G \cdot r} \,.$$

In der gleichen Weise kann man nun auch die *K*-Achse 16—45 mit dem Schnittpunkt Q benutzen.

Das Beispiel der Abbildung 30 zeigt die Bewegung des auszugleichenden Gewichtes G am Hebel 5 gegenüber dem Gestell 1 als augenblickliche Drehung um den Pol 15 mit dem wirksamen Abstand r. Die Ausgleichfeder ist zwischen den Hebeln 2 und 6 aufgehängt, erzeugt also ein Ausgleichs-Drehmoment um den augenblicklichen (ideellen) Pol 26 mit dem wirksamen Abstand h. Es ist damit das Übersetzungsverhältnis für die Pole 15 und 26 mit der Bezugs-*K*-Achse 15—26 zu bestimmen. Die beiden anderen zugehörigen *K*-Achsen sind dann 16—25 und 12—56, von denen man nur eine braucht. In Abbildung 30 sind wieder beide Achsen eingezeichnet. Es sind die vier Pole 15, 26, 16 und 25 zu bestimmen. Zunächst sind die vier Pole 13, 24, 46, 35 sofort aus gegenüberliegenden Seiten in den beiden vorhandenen Gelenkvierecken gegeben, so daß man die gesuchten vier Pole folgendermaßen findet: 15 aus 14—45 und 13—35, 25 aus 24—45 und 23—35, 16 aus 14—46 und 15—56, 26 aus 24—46 und 12—16.

Die *K*-Achse 12—56 schneidet die Bezugsachse 15—26 im Punkt P, der zwischen den Polen 15 und 26 und demnach eine gegensinnige Drehung von D_{51} und D_{62} kennzeichnet. Untereinander ergeben nämlich

$$\begin{matrix} D_{51} \\ D_{62} \end{matrix}$$

die Achse 12—56 durch vertikale Zuordnung der Ziffern 12 und 56. Wenn sich also das Gewicht G nach unten bewegt, also eine Rechtsdrehung um 15 vollführt, macht der Hebel 6 gegenüber dem Hebel 2 eine Linksdrehung um 26, so daß die Feder, da sie sich zur Aufnahme der Speicherarbeit dehnen muß, in der gezeigten Weise aufzuhängen ist.

Die andere *K*-Achse 16—25 läuft nahezu parallel zur Bezugsachse, schneidet diese also in einem Punkt Q, der praktisch im Unendlichen liegt. Dies bedeutet aber, daß das Übersetzungsverhältnis $i = 1 : 1$ ist, daß die Drehmomente um 15 und 26 gleich groß sind. Das geht auch schon aus der Lage des Punktes P hervor, der fast in der Mitte zwischen 15 und 26 liegt.

Benutzt man die *K*-Achse 16—25, so muß man vertikal schreiben

$$\begin{matrix} D_{51} \\ D_{26} \end{matrix} ,$$

denn die untereinanderstehenden Ziffern ergeben die *K*-Achse. Da Q, der Schnittpunkt dieser *K*-Achse mit der Bezugsachse 15—26, im Unendlichen, also außerhalb 15 und 26 liegt, ist gleichsinnige Drehung von D_{51} und D_{26} vorhanden. Das stimmt auch mit der Zeichnung überein; denn D_{26} muß umgekehrten Drehsinn haben wie D_{62}.

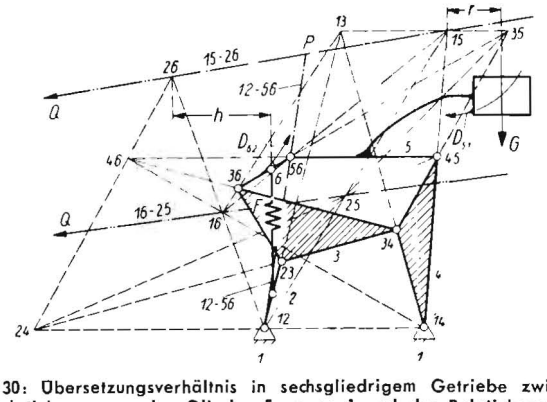


Abb. 30: Übersetzungsverhältnis in sechsgliedrigem Getriebe zwischen der Relativbewegung des Gliedes 5 gegen 1 und der Relativbewegung des Gliedes 6 gegen 2

Relativbewegungen in Getrieben mit Schubgelenken

Die Relativbewegungen in Getrieben mit Schubgelenken lassen sich in der gleichen Weise mit Hilfe der Relativpole darstellen. Es ist hierbei nur zu beachten, daß der Relativpol zwischen einem Schieber und einer Führung in Richtung des Lotes auf der Schubrichtung im Unendlichen liegt.

Das Kurbelschleifengetriebe der Abbildung 31 besteht aus vier Gliedern und hat sechs Relativpole, von denen der Pol 34 im Unendlichen liegt, und zwar in Richtung der Senkrechten, die man auf der Geradschubrichtung errichtet. Den Pol 24 als Maß für das Übersetzungsverhältnis der Glieder 2 und 4 erhält man als Schnittpunkt von 12—14 mit 23—34,

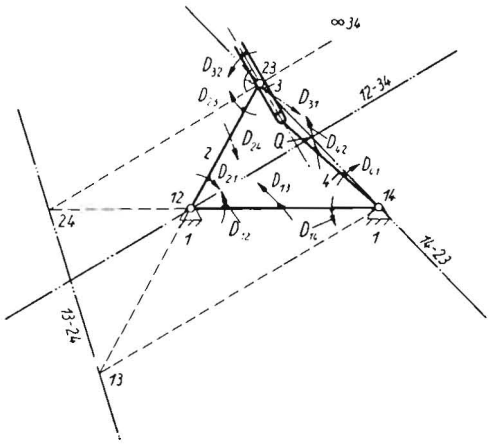


Abb. 31: Relativbewegungen in der viergliedrigen Kurbelschleife

das heißt mit der Senkrechten in 23 auf der Geradschubrichtung. Der Pol 13 ergibt sich als Schnittpunkt von 12—23 mit 14—34, also als die Senkrechte in 14 auf der Geradschubrichtung. Die drei K-Achsen 12—34, 13—24 und 14—23 sind demzufolge auch bekannt. Will man die augenblickliche Bewegung der Glieder 4 gegen 1, sowie 3 gegen 2 und das entsprechende Übersetzungsverhältnis bestimmen, schreibt man

$$\begin{matrix} D_{41} \\ D_{32} \end{matrix} \text{ Bezugsachse: } 14—23$$

und erhält aus den vertikal übereinanderstehenden Ziffern die K-Achse 12—34, die die Bezugsachse in Q schneidet. Dieser Punkt liegt zwischen 14 und 23, so daß die Drehung D_{41}, also das Glied 4 um 1, und D_{32}, also der Gleitstein 3 um das Glied 2, gegensinnig sind.

In Abbildung 32 ist ein sechsgliedriges Getriebe mit drei Schubgelenken gezeigt. Der Hebel 2 trägt zwei Führungen 2' und 2", in denen die Gleitsteine 3 und 4 gleiten. Am Hebel 5 sitzt das Gewicht G, das durch die Feder F zwischen den Gliedern 2 und 6 ausgeglichen werden soll. Für das Gewicht gilt also mit dem Hebelarm r der Pol 15, für die Feder der Pol 26 mit dem Hebelarm h als augenblicklicher Drehpunkt, so daß die Bezugsachse 15—26 und eine der beiden K-Achsen 16—25 oder 12—56 für das Übersetzungsverhältnis zu bestimmen sind. Es sind in Abbildung 32 wieder sämtliche drei K-Achsen eingezeichnet. Zu bestimmen sind die Pole 15, 26, 12, 56, 16, 25, von denen 12, 16 als Drehgelenke und 56 als im Unendlichen, in Richtung der Senkrechten auf der Führung zwischen 5 und 6 liegend, sofort bekannt sind. Den Pol 25 findet man als Schnittpunkt von 23—35 (23 unendlich, senkrecht auf Führung zwischen 2 und 3) mit 24—45 (24 unendlich, senkrecht auf Führung zwischen 2 und 4), den Pol 15 als Schnittpunkt von 12—25 mit 16—56 (56 unendlich, senkrecht auf Führung zwischen 5 und 6) und schließlich den Pol 26 als Schnittpunkt von 25—56 mit 12—16.

Die Bezugsachse zwischen Gewichts- und Federmoment ist 15—26. Sie wird von der K-Achse 12—56 in Q geschnitten.

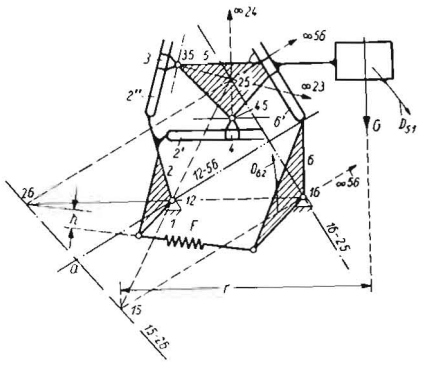


Abb. 32: Relativbewegungen in einem sechsgliedrigen Getriebe mit drei Schubgelenken

Q liegt aber zwischen 15 und 26, so daß D_{51} und D_{62} gegensinnig sein müssen. Man achte auf die vertikale Zuordnung

$$\begin{matrix} D_{51} \\ D_{62} \end{matrix} \text{ Bezugsachse } 15—26$$

Die Ziffern in vertikaler Richtung ergeben die K-Achse 12 bis 56. Wenn das Gewicht olso augenblicklich mit D_{51} um 15 eine Rechtsdrehung vollführt, dreht das Glied 6 mit D_{62} bei feststehend gedachtem Glied 2 um 26 in Linksrichtung. Das entspricht aber einer Dehnung der Feder F, die ja beim Abwärtsbewegen des Gewichtes G eine Arbeit aufnehmen soll. Das Übersetzungsverhältnis ist

$$i = \frac{Q-15}{Q-26} = \frac{G \cdot r}{F \cdot h}.$$

Zusammenfassung und Ausblick

In periodischen Getrieben, in denen sich das Übersetzungsverhältnis stetig ändert, wurde dieses Verhältnis durch entsprechende Polabstände ausgedrückt. Es lassen sich damit Übersetzungsverhältnisse von Getriebegliedern erfassen, die nicht gemeinsam mit einem dritten Glied verbunden sind. Damit können, wie an einzelnen Beispielen mit Federausgleich gezeigt wurde, Aufhängungen der Feder zwischen beliebigen Getriebegliedern durchgeführt werden, so daß die Federkennlinie weitgehend den Forderungen eines guten Ausgleiches durch das sich in Getrieben ändernde Übersetzungsverhältnis angepaßt werden kann. Außerdem können damit raumsparende Anordnungen angestrebt werden.

Mit Hilfe der gezeigten Verfahren läßt sich an ausgeführten Getrieben zum Beispiel der Drehmomentenverlauf an einer Hubwelle mühelos aufzeichnen, wenn die äußeren Belastungskräfte und Momente bekannt sind. Man erkennt schon auf dem Zeichenbrett etwaige Belastungsspitzen. Der nächste, später zu erörternde Schritt besteht darin, das Getriebe so zu ändern oder neu zu konstruieren, daß derartige Belastungsspitzen überhaupt nicht mehr auftreten. Die Aufgabe besteht dann darin, ein Getriebe für einen gegebenen Verlauf des Übersetzungsverhältnisses mit Hilfe der vorgeschriebenen Lagen eines oder mehrerer Relativpole zu konstruieren. Für einfache Getriebe liegen entsprechende Untersuchungen bereits vor [6].

Sind mehrere Belastungsmomente insofern überlagert, als an verschiedenen Stellen des Getriebes je eine Last zu bewegen ist, so kann man jede Last einzeln untersuchen und an der Antriebswelle die Einzelmomente addieren. Auf diese Weise lassen sich auch die durch die Reibung in den einzelnen Gelenken verursachten zusätzlichen Drehmomente erfassen.

Auf die Zuordnung von Kräften und Drehmomenten, die in ähnlicher Weise mit einer „Übersetzungsstrecke" [6] ausdrückbar ist, sollte in diesem Rahmen nicht eingegangen werden.

DK 631.3—231

Schrifttum:

[1] Beyer, R.: Drehzahlvektorenpläne ebener Getriebe. Zeitschr. f. Instrumentenkde. 53 (1933) S. 164.

Beyer, R.: Neue Winkelgeschwindigkeitspläne ebener Getriebe. Reuleaux-Mitt. 2 (1924) H. 11/12 S. 90.

Beyer, R.: Übersetzungsverhältnisse von Rädergetrieben und Räder-Kurbelgetrieben in neuer Behandlungsweise. Werkst. u. Betr. 83 (1950) H. 9 S. 389—393.

[2] Budnick, A.: Zeichnerische Behandlung von Kräften und Momenten in Koppel- und Rädergetrieben. VDI-Forschungsheft 388, Berlin 1938.

[3] Harz, G.: Ein einfaches graphisches Verfahren zur Ermittlung des Drehmomentenverlaufes an Kurbelgetrieben. Konstruktion 5 (1953) H. 3 S. 77—79.

[4] Seeliger, K.: Zur Dynamik der Typenhebelgetriebe. Diss. Braunschweig 1945.

Wuest, W.: Die Übertragungsgenauigkeit von Zugstangen und Koppelstiftgetrieben in Meßgeräten. Die Technik 3 (1948) S. 315—319.

[5] Bach, K.: Die Verwirklichung vorgegebener Winkelgeschwindigkeitsgesetze bei Doppelkurbelgetrieben. Ing.-Archiv 18 (1950) H. 3 S. 167—177.

[6] Hain, K.: Periodische Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentenwandler. Z. VDI 93 (1951) Nr. 9 S. 239—244.

[7] Hain, K.: Angewandte Getriebelehre. Hannover-Darmstadt 1952, S. 52 ff. und S. 89 ff.

Résumé:

Ing. K. Hain: „Das Übersetzungsverhältnis in periodischen Getrieben von Landmaschinen."

Viele Getriebe in Landmaschinen sind periodische Getriebe, in denen sich das Übersetzungsverhältnis stetig ändert. Ihr Verlauf sollte den arbeitstechnologischen Bedingungen angepaßt werden. Dieses Übersetzungsverhältnis wurde durch entsprechende Polabstände ausgedrückt. Es lassen sich damit Übersetzungsverhältnisse von Getriebegliedern erfassen, die nicht gemeinsam mit einem dritten Glied verbunden sind. Damit können bei Getrieben mit Federausgleich Aufhängungen der Feder zwischen beliebigen Getriebegliedern durchgeführt werden, so daß die Federkennlinie weitgehend den Forderungen eines guten Ausgleiches durch das sich in Getrieben ändernde Übersetzungsverhältnis angepaßt werden kann. Außerdem können damit raumsparende Anordnungen angestrebt werden. — Sind die äußeren Belastungskräfte und Momente bekannt, läßt sich mit Hilfe der in dem Beitrag gezeigten Verfahren an ausgeführten Getrieben der Drehmomentenverlauf an einer Hubwelle mühelos aufzeichnen. Etwaige Belastungsspitzen erkennt man schon auf dem Zeichenbrett.

Ing. K. Hain: "Transmission Ratios in Periodic Gearing for Agricultural Machinery."

Many transmission systems used in agricultural machinery are periodic, inasmuch as the transmission ratio is constantly changing. Their design and operation should be adapted to suit the engineering requirements of the job. This transmission ratio was expressed in suitable polar co-ordinates, which enables transmission ratios to be obtained in respect of transmission elements which are not connected to a third element. In the case of spring compensated transmissions the springs can then be suspended between any desired pair of elements, so that the characteristic curve for the spring can be designed so as to obtain satisfactory compensation of the changing transmission ratios. In addition, economies in space can be effected. If the maximum forces and moments are known, it is an easy matter to determine the during moment of a hoisting shaft by means of the method described in the article. Any peak loads are at once visible on the drawing.

Ing. K. Hain:
«Le rapport de transmission des organes de transmission temporaire des machines agricoles.»

Nombre de transmissions dans les machines agricoles sont des transmissions temporaires, dans les quelles le rapport varie continuellement. L'évolution du rapport devrait être adaptée aux conditions technologiques du travail. Ce rapport de transmission est exprimé par des distances appropriées des poles. Grâce à cette méthode, on peut se rendre compte des rapports de transmission des organes qui ne sont pas relies en commun a un tiers organe. Sur des transmissions à équilibrage par ressorts, la suspension de ces ressorts entre des organes quelconques peut être conçue de façon à ce que la courbe des ressorts puisse être largement adaptée aux exigences d'un bon équilibrage par la variation du rapport de transmission. En outre on peut s'en inspirer pour concevoir des agencements prenant moins de place. Si les efforts extérieurs et le couple sont connus, à l'aide de la méthode démontrée dans l'exposé et essayée sur des transmissions, l'évolution du couple d'un vilebrequin peut facilement être reproduite. Des pointes de charge peuvent déjà être signalées sur le dessin.

Ingeniero K. Hain:
«La relación de transmisión en engranajes periódicos de máquinas agrícolas.»

Abundan en las máquinas agrícolas los engranajes periódicos, en los que la relación de transmisión cambia continuamente, siendo conveniente su adaptación a las condiciones tecnológicas del trabajo. Esta relación se expresó por las distancias polares correspondientes, permitiendo abarcar relaciones de transmisión de elementos de engranaje que no se hallan unidos en común con un elemento tercero. Así en engranajes con compensación por muelles, pueden suspenderse muelles entre cualesquiera elementos de engranaje, de forma que la línea característica del muelle puede adaptarse bastante a las exigencias de una buena compensación, por la relación de transmisión variable en los engranajes. Además es posible conseguir distribuciones que ahorren espacio. Cuando los esfuerzos y los momentos exteriores se conocen, con ayuda del procedimiento expuesto puede diseñarse sin dificultad el curso de los momentos de volteo de engranajes ejecutados, en un árbol de elevación. Los valores máximos eventuales ya se conocen en la tabla de delinear.

Diplomlandwirt K. H. Seibold:

Verfahren des Mähdrusches:

Zeit- und Arbeitsaufwand – Kornbergung

Kuratorium für Technik in der Landwirtschaft, Büro Stuttgart

Nachdem im letzten Heft der „Landtechnischen Forschung" die Leistung des Mähdreschers behandelt worden ist, soll nachstehend auf die verschiedenen Verfahren der Kornbergung beim Mähdrusch eingegangen werden.

Die allgemeinen Grundsätze jeder Wirtschaftsführung, nämlich mit geringstem Aufwand einen möglichst hohen Nutzeffekt zu erzielen, gelten auch für die Getreideernte. Sie haben selbst dort Gültigkeit, wo die Getreideernte, im Zusammenhang mit dem Arbeits- und Zugkraftbedarf des Gesamtjahres gesehen, keine Arbeitsspitze darstellt. Der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit einzelner Arbeitsverfahren muß daher zwangsläufig eine Betrachtung der technischen und verfahrenstechnischen Einzellösungen vorangestellt werden. Für die Getreideernte kommt hinzu, daß dem Faktor „fristgebunden", welcher sich im Ernterisiko ausdrückt, dabei besonders Rechnung getragen werden muß. So wird man sich von folgenden drei Gesichtspunkten leiten lassen können:

Welche Verfohren sind

a) zeitsparend
b) handarbeitsparend
c) kostensparend?

Damit wird, abweichend von früheren Getreideuntersuchungen, bewußt ein Weg beschritten, der sowohl den verschiedenen neuen technischen Möglichkeiten wie auch der unterschiedlichen Situation der landwirtschaftlichen Betriebe, je nach Betriebsgröße, Betriebsstruktur, Arbeitsbedarf, Zug- und Arbeitskräftebesatz, Kapitalkraft und je nach Klimagebiet gerecht zu werden sucht. Die technische Entwicklung ist zu weit fortgeschritten, als daß man noch von „Mähdruschernte" oder „Binderernte" oder „Erntedrusch" schlechthin sprechen könnte. Die Verhältnisse der einzelnen Betriebe sind zu unterschiedlich, als daß man sich für bestimmte Betriebsgrößengruppen oder Nutzungssysteme auf allgemein verbindliche Gesamt-Verfahrenslösungen stützen könnte. Dennoch erscheint es angebracht, zunächst noch einmal kurz auf wesentliche Merkmale der gebräuchlichen Getreideernteverfahren einzugehen.

Allen obliegt die Aufgabe, das Erntegut zu mähen, die Körner von Kaff und Stroh zu trennen und an den vorgesehenen, endgültigen Lagerort zu transportieren. Dabei sollen Verluste möglichst vermieden werden, wozu unter anderem ein lagerfähiger Zustand der drei Erntegüter erforderlich ist. Es handelt sich also im wesentlichen um Schneid-, Drusch- und Transportarbeit, sowie um das Problem der Lagerung, alle in Abhängigkeit vom Erntewetter und von der Erntefrist. Vergleicht man nun die zeitliche Aufeinanderfolge sowie den jeweiligen Aufwand der Teilarbeiten, ergibt sich das folgende Bild für die „Binderernte" und „Mähdruschernte": Die Schneidarbeit ist beiden gemeinsam, nur liegt sie beim Mähdrusch 3 bis 7 Tage später. Das Erntegut wird in beiden Fällen zum ersten Mal bewegt. Die Bewegung leitet beim Mähdrusch zugleich zur Druscharbeit über; Körner, Kaff und Stroh werden getrennt und können sofort oder nach ihrer Trocknung an den Lagerort transportiert werden. Die Strohtrocknung vollzieht sich auf dem Felde. Kafftrocknung muß als unwirtschaftlich angesehen werden, feuchtes Kaff kann daher nur zu Kompostzwecken geborgen werden. Auf Betrieben mit Getreide-Eigenlagerung kann das Korn am endgültigen Lagerort (Flachlager oder Silo) getrocknet werden, wodurch ein weiteres Bewegen erspart wird. Die Mähdruschernte kommt also aus mit einmaligem Bewegen