

Grundlagen der Umlaufrädergetriebe und ihre Anwendung in der modernen Landtechnik (I)

Thema

Autor

Dr.-Ing. Queitsch, KDT
Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg

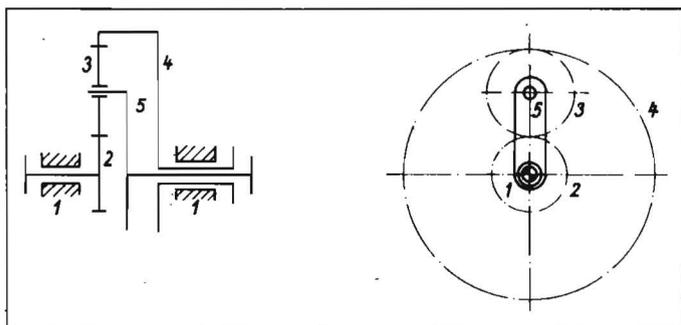
Verwendete Formelzeichen

a, a_0	m	Achsabstand (mit und ohne Profilverschiebung)
a	—	allgemeiner Wert (mit Vorzeichen)
A, B, C	—	Vorzeichenfunktion
b	m	Radabstand
d_0	mm	Teilkreisdurchmesser
F	—	Getriebefreiheitsgrad
F_u, F_r, F_t	N	Umfangs-, Radial-, Tangentialkraft
h_k	mm	Zahnkopfhöhe
i	—	Übersetzungsverhältnis
k, l	—	Indexziffern für Rad und Welle
m	mm	Modul
M	Nm	Drehmoment
n, n_{an}, n_{ab}	U/min	Drehzahl, An- und Abtriebsdrehzahl
N	—	Anzahl
P, P_k, P_w	kW	Leistung; Kupplungs-, Wälzleistung
P	—	Planetenradanzahl
r, r_0	mm	Radius, Teilkreisradius
r_b	mm	Betriebskreisradius
r_g	mm	Grundkreisradius
R	m	Kurvenradius
s	—	Standübersetzungsverhältnis
l_0	mm	Teilung (Wälzkreis-)
v, v_u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
w	—	Vorzeichenwert
x	—	Drehzahlverhältnis n_2/n_1 ; Profilverschiebungsfaktor
$z; z_g$	—	Zähnezahl; Grenzzähnezahl
$\alpha_o; \alpha_h$	°	Eingriffswinkel; Betriebseingriffswinkel
$\eta; \eta_o$	—	Wirkungsgrad; Verzahnungswirkungsgrad
$\varphi; \varphi_{min}$	°	Drehwinkel; minimaler Drehwinkelabstand zweier Planetenräder
ω	1/s	Winkelgeschwindigkeit

Die Intensivierung der landwirtschaftlichen Produktion erfordert den Einsatz hochproduktiver landtechnischer Arbeitsmittel, die sowohl bei der Herstellung als auch im Betrieb Forderungen nach hoher Materialökonomie und geringem Energieverbrauch gerecht werden müssen. Die Anwendung von Umlaufrädergetrieben in den Antrieben von Landmaschinen, Traktoren und Transportmitteln spielt deshalb eine zunehmende Rolle.

Bild 2. Konstruktiver Aufbau eines Normal-UG (ohne Gehäuse);
a Planetenrad, b Sonnenrad, c Welle vom Sonnenrad, d Hohlrad, e Hohlwelle vom Hohlrad, f Planetenradträger, g Welle vom Planetenradträger

Bild 1. Kinematisches Schema eines fünfgliedrigen Normal-UG



In der Ausbildung landtechnischer Hoch- und Fachschulkader konnte diesem Entwicklungstrend bisher nicht in jedem Fall entsprochen werden. Es ist deshalb Anliegen dieses Beitrags, im Sinn einer Weiterbildung Kenntnisse und Zusammenhänge über Umlaufrädergetriebe an konkreten Beispielen darzulegen.

1. Was sind Umlaufrädergetriebe?

Umlaufrädergetriebe, im folgenden UG genannt, gehören zu den gleichmäßig übersetzenden Zahnradern. Für sie gilt als Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \text{konstant}; \quad (1)$$

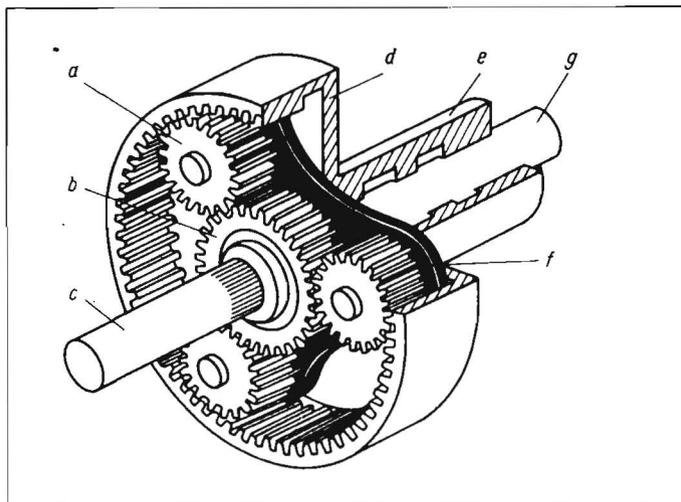
Einfache einstufige Zahnradern sind bekannt als

- Stirnrädergetriebe mit parallelen Achsen
- Kegelrädergetriebe mit sich schneidenden Achsen
- Schraubenträger- und
- Schneckenradgetriebe mit sich kreuzenden Achsen.

Sie bestehen aus 3 Getriebegliedern und werden im Unterschied zu den UG als Standrädergetriebe (SG) bezeichnet. Hauptmerkmal der SG ist, daß die Wellen der Zahnräder im Gestell (Getriebegehäuse) gelagert sind.

UG sind Stirn- oder Kegelrädergetriebe, bei denen mindestens eine Welle nicht im Gestell, sondern in einem umlaufähigen Getriebeglied — Steg oder Planetenradträger genannt — gelagert ist. UG haben gegenüber SG folgende Vorteile:

- hohe Raumeistung, als Verhältnis von übertragbarer Leistung zu Bauvolumen
- koaxiale Anordnung der Wellen für An- und Abtrieb
- höhere Übersetzungsverhältnisse bei gleichem oder geringerem Bauvolumen
- Anwendung als Kupplung, Drehmoment- oder Drehzahlwandler, für Summierung oder Verzweigung von Leistungen, Drehmomenten und Drehzahlen
- geringere Beanspruchung der Zahnräder durch Leistungsverzweigung und geometrische Verhältnisse
- kleinere Schwungmomente der rotierenden Massen.



Nachteilig sind die auf die Masseinheit bezogenen höheren Herstellungskosten, besonders bei Anwendung innenverzahnter Räder. Geringere Masse und kleinere Abmessungen können die höheren Kosten gegenüber SG jedoch annähernd ausgleichen. UG werden beispielsweise eingesetzt als

- Endgetriebe in Antriebsachsen (z. B. ZT 300, K-700, KS-6 u. a.)
- Ausgleichgetriebe
- unter Last schaltbare Getriebestufen — ULS (z. B. U 650)
- Kombination von Schaltkupplung und Drehmomentwandler, wie Zapfwellenantrieb (z. B. MTS-50/52 und MTS-80/82) oder Drehmoment-Drehzahl-Wandler für den Antrieb von Landmaschinenbaugruppen (z. B. KS-6)
- Verteilergetriebe bei Mehrachsantrieben (z. B. W 50 LA)
- Kombination von mehreren UG in automatischen Getrieben.

2. Aufbau und Wirkungsweise von UG

Der Aufbau eines UG mit 3 Wellen ist im Bild 1 als kinematisches Schema und im Bild 2 räumlich dargestellt. Diese Form des UG ist neben einer Reihe von Varianten die meist angewendete und wird Normal-UG genannt. Die 5 Getriebeglieder werden wie folgt bezeichnet (s. a. [2]):

- 1 Getriebegehäuse (Gestell)
- 2 Sonnenrad (Mittelrad)
- 3 Planetenrad (Umlaufrad)
- 4 Hohlrads (Mittelrad)
- 5 Planetenradträger (Steg)

Die Verwendung mehrerer Planetenräder dient dem Lastausgleich und hat keinen Einfluß auf die Anzahl der Getriebeglieder, die nach kinematischen Gesichtspunkten bestimmt ist. UG werden auch Planetengetriebe genannt.

Das Normal-UG kann man sich aus dem Standrädergetriebe wie folgt entstanden denken (Bild 3):

- Bei einem 3gliedrigen SG wird das Gestell 1 teilweise auf einen feststehenden Steg 5 reduziert (a→b).
- Der Steg 5 wird vom Gestell 1 getrennt, koaxial gelagert und angetrieben. Es entsteht ein einfaches viergliedriges UG mit umlaufendem Abtrieb am Rad 3 (c).
- Der umlaufende Abtrieb wird auf einen zu den Zentralwellen 2 und 5 koaxialen Abtrieb 4 mit Hilfe eines innenverzahnten Hohlrades zurückgeführt (s. Bild 1).

Alle weiteren Betrachtungen beziehen sich auf das Normal-UG, da auf die Vielzahl ausgeführter Varianten des UG nicht eingegangen werden kann. Das Normal-UG ist ein Dreiwellen-Getriebe mit einem Getriebe-freiheitsgrad $F=2$. Das bedeutet, daß dieses Getriebe wahlweise erfordert:

- 2 Antriebe und 1 Abtrieb (Summiergetriebe)
- 1 Antrieb und 2 Abtriebe (Teiler- oder Ausgleichgetriebe)
- 1 Antrieb, 1 Abtrieb mit dem Sonderfall $n=0$ für die dritte Welle (wirkt dann als Kupplung mit Drehmomentwandlung) mit $F=1$ für eine zwangsläufige Leistungsübertragung.

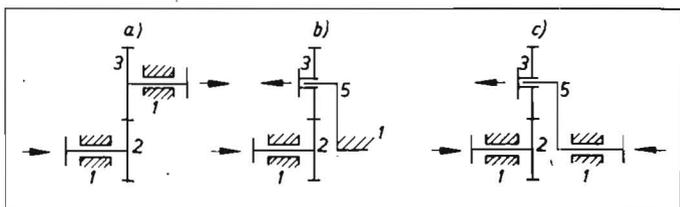
Daraus ergeben sich die Betriebsarten

- Dreiwellenbetrieb und
- Zweiwellenbetrieb.

Die Drehzahl $n=0$ für eine Welle kann z. B. mit Hilfe einer Bandbremse realisiert werden. Wird aber die betreffende Welle nicht gebremst, bleibt sie frei beweglich. Damit ist die Zwanglaufbedingung für ebene Getriebe nicht erfüllt, und eine Leistungsübertragung ist an den übrigen Wellen ebenfalls nicht möglich (z. B. für den Zustand „Kupplung gelöst“). Aus den bisherigen Überlegungen läßt sich eine Reihe verschiedener Anwendungsmöglichkeiten des Normal-UG erkennen. Das wird noch erweitert, wenn Stirnräder durch Kegelräder ersetzt werden. Das Normal-UG nimmt dann eine Gestalt an, wie sie im Bild 4 dargestellt ist.

Bild 3. Ableitung des UG aus einem dreigliedrigen SG:

- dreigliedriges SG
- SG mit Steg 5 am Gestell 1
- UG mit umlaufendem Abtrieb 3 bei zwei Antrieben 2 und 5



3. Drehzahlen, Übersetzungsverhältnisse, Drehmomente und Leistungen an UG

3.1. Drehzahlen und Übersetzungsverhältnisse

Die für SG gewohnte Ermittlung von Drehzahlen und Übersetzungsverhältnissen ist für UG nicht mehr ausreichend, da aufgrund umlaufender Getriebeglieder Relativbewegungen zu betrachten sind. Außerdem sind innere und äußere Übersetzungsverhältnisse zu untersuchen. Für Übersetzungsverhältnisse wird als Definition Gl. (1) sinngemäß angewendet. Beim SG werden die Drehzahlen relativ zum Gestell 1 als absolute Drehzahlen gemessen und verwendet. Die relative Betrachtung bei UG bezieht sich auf alle Getriebeglieder, wobei die Bezugnahme auf ein benachbartes Glied richtungsabhängig ist. Wie noch zu zeigen ist, stehen die Drehzahlen der Räder mit ihren Umfangsgeschwindigkeiten als Vektoren (Betrag und Richtung) in Beziehung. Die Vektorbetrachtung wird jedoch dadurch vereinfacht, daß die Geschwindigkeiten tangential gerichtet sind und deshalb nur als vorzeichenbehaftete Beträge in die Berechnungsgleichungen eingehen. Die relativen Drehzahlen werden mit 2 Indizes angegeben, die die Bezugsrichtung von einem Getriebeglied (erste Ziffer) zum bezogenen Glied (zweite Ziffer) festlegen. Nach Bild 1 ist z. B. die Drehzahl der Welle 2 gegenüber dem Gestell 1 mit n_{21} zu bezeichnen. Ändert man die Richtung der Bezugnahme vom Gestell 1 auf die Welle 2, dann ist die Relativedrehzahl mit n_{12} anzugeben. Die relative Drehrichtung kehrt sich dabei um, wobei allgemein gilt:

$$n_{ik} = -n_{ki} \quad (2)$$

Die aus dem Getriebe herausgeführten Wellen weisen gegenüber dem Gestell 1 die relativen Drehzahlen n_{21} , n_{41} und n_{51} auf, die gleichzeitig die absoluten Drehzahlen sind, wie das von SG bekannt ist. Mit diesen äußeren Drehzahlen lassen sich alle übrigen relativen Drehzahlen und die dazugehörigen Übersetzungsverhältnisse ermitteln.

Wird der Steg 5 z. B. durch eine Bremse stillgesetzt, so wird das UG zum SG. Die Drehzahlen der Räder 2 und 4 in Relation zum Steg 5 werden im Standübersetzungsverhältnis ausgedrückt:

$$\frac{n_{25}}{n_{45}} = i_{24} = s. \quad (3)$$

Da es sich um relative Drehzahlen handelt, gilt Gl. (3) auch bei bewegtem Steg 5.

Das Standübersetzungsverhältnis läßt sich auch aus den Zähnezahlen oder aus den Teilkreisdurchmessern der Getrieberäder ermitteln:

$$s = \frac{n_{25}}{n_{45}} = -\frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_4}{z_2} = -\frac{d_{04}}{d_{02}}. \quad (4)$$

Das negative Vorzeichen erklärt sich aus der Richtungsabhängigkeit der Drehzahlen. Praktisch ausgeführte UG haben ein Standübersetzungsverhältnis von $s = -1, 5, \dots, -11$. Wie noch zu zeigen ist, handelt es sich beim Standübersetzungsverhältnis um die Größe, die ein UG wesentlich kennzeichnet.

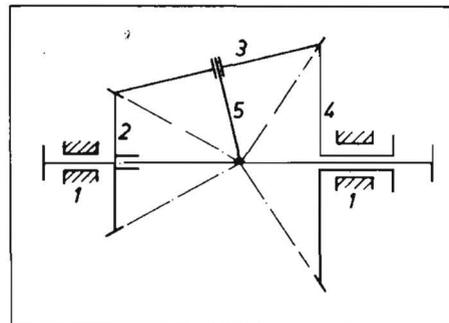
Im Gegensatz zur Ermittlung von s werden Umlaufübersetzungsverhältnisse bei umlaufendem Steg 5 und wahlweise einer ruhenden Welle 2 oder 4 ermittelt:

$$i_{25} = \frac{n_{24}}{n_{54}} \quad \text{bei } n_{41} = 0 \quad (5)$$

$$i_{45} = \frac{n_{42}}{n_{52}} \quad \text{bei } n_{21} = 0. \quad (6)$$

Er erhebt sich die Frage nach einer für das UG allgemeingültigen Gesetzmäßigkeit, die alle vorkommenden Drehzahlsituationen im Zwei- und

Bild 4. Normal-UG mit Kegelrädern



Dreiwellenbetrieb beschreibt. Dazu wird von den Umfangsgeschwindigkeiten an den Getrieberädern 2, 3, 4 und am Steg 5 ausgegangen (Bild 5). Aufgrund dessen, daß die Wirkungslinien der Umfangsgeschwindigkeiten der Räder 2, 4 und des Steges 5 gleichzeitig an der Symmetrielinie durch die Wälzpunkte des Planetenrades 3 angreifen und parallel verlaufen (zweckmäßigerweise so gelegt), müssen die Endpunkte der Vektoren auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Die Abstände zwischen 2 Geschwindigkeitsvektoren (v_{41} und v_{51} ; v_{51} und v_{21}) sind gleich r_3 . Demnach gilt für die Beträge:

$$v_{51} - v_{41} = v_{21} - v_{51} \quad (7)$$

Mit

$$v = 2 r \pi n \quad (8)$$

in Gl. (7) mit den zugeordneten Indizes ergibt sich:

$$2\pi(r_5 n_{51} - r_4 n_{41}) = 2\pi(r_2 n_{21} - r_5 n_{51}) \quad (9)$$

Weiterhin gilt:

$$r_4 = r_2 + 2r_3 \text{ oder } r_3 = \frac{r_4 - r_2}{2} \quad (10)$$

und
 $r_5 = r_2 + r_3$
 oder

$$r_3 = r_2 + \frac{r_4 - r_2}{2}; \quad r_5 = \frac{r_2 + r_4}{2} \quad (11)$$

Gl. (9) nimmt dann folgendes Aussehen an:

$$(r_2 + r_4) n_{51} - r_4 n_{41} - r_2 n_{21} = 0, \text{ und mit } -r_4/r_2 = s \text{ folgt} \quad (12)$$

$$(1 - s)n_{51} + s n_{41} - n_{21} = 0.$$

Gl. (12) ist die allgemeine Drehzahlgleichung für das Normal-UG, mit der alle Einsatzfälle beschrieben werden können [3]. Auch hier ist die auf das UG bezogene Kenngröße, das Standübersetzungsverhältnis s , enthalten.

Mit Hilfe von Gl. (12) lassen sich weitere Überlegungen bezüglich Gesetzmäßigkeiten der relativen Drehzahlen anstellen. Setzt man im Zweiwellenbetrieb $n_{41} = 0$, so wird die Drehzahl $n_{45} = -n_{54}$ (aus Gln. (3) und (2)) zu

$$n_{54} = n_{51} \text{ (vgl. Bild 1).}$$

Gl. (3) in (12) eingesetzt, ergibt

$$\left(1 - \frac{n_{25}}{n_{45}}\right) n_{51} - n_{21} = 0,$$

und umgeformt auf

$$\frac{n_{51} + n_{25}}{n_{51}} n_{51} - n_{21} = 0$$

Tafel 1. Variation des Normal-UG-Übersetzungsverhältnisses i im Zweiwellenbetrieb bei gegebenem Standübersetzungsverhältnis s

	I	II	III	IV	V	VI	VII
n_{an}	n_{51}	n_{51}	n_{41}	n_{41}	n_{21}	n_{21}	n_{51}
n_{ab}	n_{21}	n_{41}	n_{21}	n_{51}	n_{41}	n_{51}	n_{41}
$0 =$	n_{41}	n_{21}	n_{51}	n_{21}	n_{51}	n_{41}	$n_{21} = n_{41}$ oder $n_{21} = n_{51}$
i	$\frac{1}{1-s}$	$\frac{-s}{1-s}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1-s}{-s}$	s	$1-s$	1

erhält man, nach den Indizes geordnet,

$$n_{21} + n_{15} + n_{52} = 0. \quad (13)$$

Nach analogem Vorgehen lassen sich weitere Drehzahlgleichungen aufstellen, die dem Gesetz der zyklischen Vertauschung der Indizes unterliegen:

$$n_{41} + n_{15} + n_{54} = 0 \quad (14)$$

$$n_{21} + n_{14} + n_{42} = 0. \quad (15)$$

Entsprechend Gl. (2) gilt:

$$n_{25} = n_{21} - n_{51} \quad (16)$$

$$\text{aus } n_{52} = -n_{25}; \quad (16)$$

$$n_{45} = n_{41} - n_{51} \quad (17)$$

$$\text{aus } n_{54} = -n_{45} \text{ und } n_{15} = -n_{51};$$

$$n_{24} = n_{21} - n_{41} \quad (18)$$

$$\text{aus } n_{42} = -n_{24}.$$

Auch für diese Relativedrehzahlen läßt sich analog zu den Gln. (13) bis (15) eine Drehzahlgleichung aufstellen:

$$n_{25} + n_{54} + n_{42} = 0. \quad (19)$$

Die Umlaufübersetzungsverhältnisse i_{25} und i_{45} lassen sich auch mit Hilfe des Standübersetzungsverhältnisses angeben, indem von der Drehzahlgleichung (19) ausgegangen wird. Umgeformt ergibt sich:

$$\frac{n_{25}}{n_{45}} + \frac{n_{54}}{n_{45}} + \frac{n_{42}}{n_{45}} = 0;$$

$$s - 1 + i_{25} = 0 \text{ oder } i_{25} = 1 - s \quad (20)$$

$$\text{und} \quad \frac{n_{25}}{n_{52}} + \frac{n_{54}}{n_{52}} + \frac{n_{42}}{n_{52}} = 0;$$

$$-1 + i_{42} + i_{45} = 0 \text{ oder } i_{45} = 1 - i_{42}.$$

i_{42} läßt sich durch s folgendermaßen umschreiben:

$$i_{42} = \frac{n_{54}}{n_{52}} = \frac{n_{45}}{n_{25}}; \text{ nach Gl. (3) folgt } i_{42} = \frac{1}{s} \text{ und}$$

$$i_{45} = 1 - \frac{1}{s}. \quad (21)$$

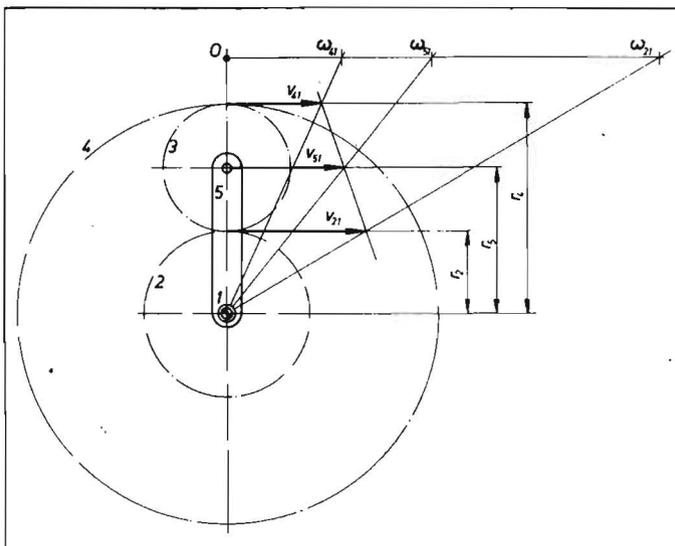
In der Praxis werden damit Umlaufübersetzungsverhältnisse realisiert von $i_{25} = +2,5 \dots +12$ und $i_{45} = +1,67 \dots +1,09$.

Untersucht man das Normal-UG auf die Variantenanzahl der möglichen Übersetzungen als einfaches Zweiwellengetriebe, so ergeben sich folgende Kombinationen nach Tafel 1 mit $i = n_{an}/n_{ab}$ und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die jeweils dritte Welle mit $n=0$ gegen das Gestell 1 oder gegen eine andere Welle festgelegt wird. Tafel 1 läßt erkennen, daß mit einem Normal-UG, das als einfaches Übersetzungsgetriebe eingesetzt wird, 7 verschiedene Übersetzungsverhältnisse realisierbar sind. Dabei treten bei Vertauschung von An- und Abtrieb die Reziprokwerte auf, und das Übersetzungsverhältnis wird in denjenigen Fällen 1, bei denen zwei beliebige Drehzahlen einander gleich sind, also zwei beliebige Wellen direkt miteinander gekoppelt werden. In diesem Fall übt das UG nur die Funktion einer Kupplung aus, während in den anderen Fällen eine Drehzahl-Drehmomenten-Wandlung mit der Funktion einer Kupplung kombiniert wird.

3.2. Kräfte und Drehmomente am UG

Kräfte und Drehmomente werden nach den Gesetzen der technischen Mechanik aus Gleichgewichtsbetrachtungen ermittelt. Dabei werden entstehende Reibungs- und Übertragungsverluste zur Vereinfachung vorerst außer acht gelassen. Da sie Größenordnungen von wenigen Prozent nicht übersteigen, kann das für die erforderliche Genauigkeit als zulässig angesehen werden. Des weiteren wird als vereinfachend an-

Bild 5. Geschwindigkeitsplan am Normal-UG



genommen, daß die Kräfte am jeweiligen Teilkreis (ohne Profilverschiebung) angreifen.

Unter diesen vorausgesetzten Bedingungen gilt nach dem Energieerhaltungsgesetz für die zu übertragenden Leistungen:

Antriebsleistung = Abtriebsleistung.

Die wirkenden Drehmomente an den Getriebewellen lassen sich aus folgender Beziehung ermitteln:

$$P = M\omega; \quad (22)$$

$$\omega = 2\pi n.$$

An den Eingriffspunkten der Zahnräder verursachen die Drehmomente Reaktionskräfte, die als Umfangskräfte F_u und Radialkräfte F_r in den Komponenten wirksam werden (Bild 6). Zunächst interessieren Umfangskräfte, die sich aus Gl. (23) ergeben:

$$M = F_u \cdot \frac{d_0}{2} \quad (23)$$

Im Bild 6 ist das Gleichgewicht der Umfangs- und Radialkräfte am Steg 5 und an Wälzpunkten des Planetenrades 3 dargestellt. Für die Umfangskräfte am Planetenrad 3 gilt:

$$F_{u2} + F_{u4} + F_{u5} = 0 \quad (24)$$

Dabei sind $F_{u2} = F_{u4}$ und $F_{u5} = -F_{u2}$.

Die den Umfangskräften zugeordneten Drehmomente sind dann:

$$M_2 = F_{u2} \frac{d_{02}}{2}; \quad M_4 = F_{u4} \frac{d_{04}}{2}; \quad M_5 = F_{u5} \frac{d_{05}}{2} \quad (25)$$

Wird in $M_5 = F_{u5}(d_{05}/2)$ die Gl. (24) mit $F_{u5} = -F_{u2} - F_{u4}$ und für $d_{05}/2 = r_5 = (r_2 + r_4)/2$ nach Gl. (11) eingesetzt, erhält man

$$M_5 = (-F_{u2} - F_{u4}) \frac{r_2 + r_4}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (F_{u2} r_2 + F_{u4} r_2 + F_{u2} r_4 + F_{u4} r_4)$$

und entsprechend $F_{u2} = F_{u4}$

$$M_5 = -F_{u2} r_2 - F_{u4} r_4$$

oder für das Gleichgewicht der Drehmomente

$$M_2 + M_4 + M_5 = 0 \quad (26)$$

Die Drehmomente sind auf den gemeinsamen Drehpunkt der Zentralwellen bezogen. Daraus ist abzuleiten, daß entsprechend Gl. (26) keine Reaktionsmomente auf das Getriebegehäuse (Gestell 1) auftreten — eine weitere Besonderheit der UG, die sich auf die Gehäusebeanspruchung günstig auswirkt. Allerdings trifft das nur im Dreiwellenbetrieb zu. Im Zweiwellenbetrieb wird bei $n = 0$ für eine Welle deren Drehmoment mit Hilfe einer Bremse auf das Gehäuse abgestützt. Auch für diese Fälle bleibt Gl. (26) gültig.

Im weiteren interessieren auch die Verhältnisse der Drehmomente, die sich wie folgt ergeben:

$$\frac{M_2}{M_4} = \frac{F_{u2} r_2}{F_{u4} r_4};$$

mit $F_{u2} = F_{u4}$ und $-r_4/r_2 = s$ ist

$$\frac{M_2}{M_4} = -\frac{1}{s} \quad (27)$$

$$M_{II} \frac{M_4}{M_3} = \frac{F_{u4} r_4}{F_{u5} r_5}; \quad F_{u5} = -2 F_{u4} \text{ und } r_5 = \frac{r_2 + r_4}{2}$$

erhält man

$$\frac{M_4}{M_3} = \frac{F_{u4} r_4}{-2 F_{u4} \cdot \frac{1}{2} (r_2 + r_4)} = \frac{-\frac{r_4}{r_2}}{\frac{r_2 + r_4}{r_2}}$$

$$\frac{M_4}{M_3} = \frac{s}{1-s} \quad (28)$$

In analoger Weise ergibt sich für

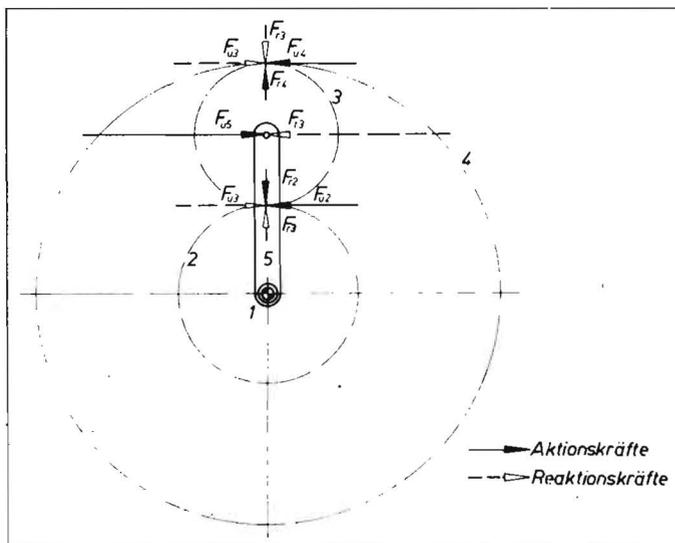
$$\frac{M_2}{M_3} = \frac{s}{s-1} \quad (29)$$

Die Gln. (27) bis (29) zeigen, daß die Verhältnisse der Drehmomente am UG ausschließlich vom Standübersetzungsverhältnis s , d. h. vom negativen Verhältnis der Zähnezahls des Hohlrades 4 zu der des Sonnenrades 2, abhängig sind. In bezug auf den bereits genannten Lastausgleich seien noch folgende Überlegungen angestellt: Die Umfangskräfte nach Gl. (24) verteilen sich auf die Planetenräder entsprechend ihrer Anzahl. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Bedingungen für eine gleichmäßige Lastaufteilung durch geeignete konstruktive und technologische Maßnahmen gegeben sind. Bei gleichgroßen Teilumfangskräften sind auch die entstehenden Radialkräfte, die bei Außenverzahnung immer zum Lager des betreffenden Rades gerichtet sind, gleich groß und ergeben bei rotations-symmetrischer Anordnung der Planetenräder die Resultierende vom Betrag Null am Lager der Zentralwellen. Bei der am häufigsten verwendeten Evolventenverzahnung mit $\alpha_0 = 20^\circ$ errechnen sich die Radialkräfte aus

$$F_r = F_u \tan \alpha_0 \quad (30)$$

Fortsetzung im nächsten Heft

Bild 6. Umfangs-, Tangential- und Radialkräfte am Planetenrad 3 und am Steg 5 im Gleichgewichtszustand



Literatur

- [1] Volmer, J.: Getriebetechnik Umlaufrädergetriebe. Berlin: VEB Verlag Technik 1973.
- [2] Volmer, J.: Getriebetechnik Lehrbuch. Berlin: VEB Verlag Technik 1972.
- [3] Jante, A.: Zur Theorie des Kraftwagens. Berlin: Akademie-Verlag 1974.
- [4] Fritsch, F.: Berechnung von Planetengetrieben. Österreichische Ing.-Zeitschrift 17 (1974) H. 12, S. 413—417.
- [5] Zirpke, K.: Maschinenteile Zahnräder. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1978.
- [6] Schreier, G., u. a.: Stirnrad-Verzahnungen. Berlin: VEB Verlag Technik 1961.
- [7] Schulz, H., u. a.: Landwirtschaftliche Fahrzeuge und Krane. Berlin: VEB Dt. Landwirtschaftsverlag 1977. A 1866