

# Mechanik des Schleppers

## II. Statik

### A. Gleichgewicht am Schlepper

Befähige man sich in der Kinematik damit, die Bewegungen ohne Berücksichtigung der wirkenden Kräfte zu betrachten, so handelt es sich in der Statik um das *Gleichgewicht* der Kräfte an einem sich *gleichförmig*, geradlinig bewegenden Körper oder – im Sonderfall mit der Geschwindigkeit Null – an einem ruhenden Körper, während sich die Dynamik mit den Kräften bei der *beschleunigten* Bewegung befaßt.

Untersucht man die Kräfte an einer Maschine oder einem Teil der Maschine, allgemein gesprochen an einem Körper, so ist dringend zu empfehlen, den betrachteten Maschinenteil oder Körper frei zu machen [4], d. h. den Körper losgelöst von seiner Umgebung zu zeichnen und die von der Umgebung *auf den Körper* ausgeübten Kräfte – nicht: die nach dem Wechselwirkungsgesetz vom Körper *auf die Umgebung* ausgeübten Kräfte (z. B. Bild 13 b) – durch Pfeile am Körper anzubringen. Tut man das nicht, sondern trägt man die Kräfte in eine Zeichnung ein, die den Körper mit seiner Umgebung zusammenhängend darstellt, so sind Unklarheiten und Mißverständnisse oder sogar Fehler die häufige Folge. Betrachtet man z. B. die zwischen Schlepper und Anbaugerät wirkenden Kräfte, dann sollte man durch Freimachen, also durch Herauszeichnen des Schleppers *oder* des Gerätes, deutlich zu erkennen geben, ob man die vom Anbaugerät auf den Schlepper ausgeübten Kräfte meint oder die ebenso großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kräfte, mit denen der Schlepper auf das Anbaugerät wirkt.

### 1. Laufräder

An den nicht angetriebenen Rädern, beim Schlepper üblicher Bauart also an den Vorderrädern, die beide gemeinsam betrachtet werden sollen, treten folgende Kräfte auf (Bild 13):

das Eigengewicht  $G_v$  der beiden Vorderräder<sup>2)</sup>;

die zur Fahrbahn rechtwinklige Belastung  $Q_v$ , mit der der Schlepperrumpf auf die Vorderräder drückt und die von den Achszapfen auf die Radlager übertragen wird;

die zur Fahrbahn parallele Kraft  $P$ , mit der die Vorderachse die beiden Laufräder vorwärts schiebt;

das Lagerreibungsmoment als Kräftepaar [7]

$$M_{Rbg} = \mu_v \sqrt{Q_v^2 + P^2} \cdot r_v \quad (26)$$

wobei  $\mu_v$  die auf den Zapfenhalbmesser  $r_v$  bezogene Lagerreibzahl des Wälzlagers ist. Man kann  $P^2$  gegen  $Q_v^2$  vernachlässigen:

$$M_{Rbg} \approx \mu_v Q_v r_v \quad (26 a)$$

Denn selbst für den Fall, daß  $P$  den ungewöhnlich hohen Betrag von 30% der Belastung  $Q_v$  annimmt, verringert sich der Wert der Wurzel durch die Vernachlässigung um noch nicht 5%, was im Hinblick auf die Unsicherheit der Lagerreibzahl  $\mu$  bedeutungslos ist;

die vom Boden auf die Vorderräder ausgeübte, zur Fahrbahn rechtwinklige Auflagerkraft  $A$ , eine Druckkraft, die um den

Hebelarm  $l_v$  der Rollreibung in Fahrtrichtung verschoben vor der Rollkreismitte liegt [7];

der tangential am Rollkreis parallel zur Fahrbahn liegende, rückwärts gerichtete Fahrwiderstand  $W$  der beiden Vorderräder.

Zu diesen beiden zwischen Boden und Radoberfläche auftretenden Kräften  $A$  und  $W$  sei noch eine Bemerkung gemacht: Zunächst handelt es sich nicht um Einzelkräfte, sondern um über den bodenberührten Teil der Reifenoberfläche *verteilte* Kräfte, und zwar um räumlich verteilte Kräfte. Unter der Voraussetzung, daß diese an einem Reifen verteilten Kräfte zur Längsmittlebene des Rades symmetrisch liegen, was man bei der Geradeausfahrt auf ebener, keinen Querhang bildenden Fahrbahn annehmen kann, führen auch räumliche Kräfte wie bei ebenen Kräften auf eine einzige Resultierende  $D$ , die in der Symmetrieebene liegt (Bild 14 a) und wegen der Lagerreibung einen – allerdings nur kleinen – Hebelarm  $l = M_{Rbg}/D$  bezüglich der Radmitte hat. Für eine bequeme Rechnung zerlegt man dann die Gesamtkraft (Resultierende)  $D$  in die beiden Teilkräfte (Komponenten)  $A$  und  $W$ , zumal diese Teilkräfte hier als Stützkraft und als Fahrwiderstand eine recht anschauliche Bedeutung haben. Nun kann man eine Resultierende als eine nur gedachte Kraft an jeden beliebigen Punkt ihrer Wirkungslinie verschieben, um sie dort zu zerlegen (Bild 14 b). Es ist eine Frage der Zweckmäßigkeit, welchen Punkt man dafür nimmt. Es empfiehlt sich, den Punkt  $F'$  so zu wählen, daß  $W$  tangential zum Kreise mit dem durch Gl. (11) definierten wirksamen Halbmesser  $R_v$  liegt. Man beachte, daß durch die Lage des Punktes  $F'$  auch die Länge  $l_v$  des Hebelarms der Rollreibung beeinflusst wird; doch ist dies belanglos, weil es für den Rollwiderstand  $W$  nach Gl. (29) nur auf das Verhältnis  $l/R$  ankommt.

Die Gleichgewichtsbedingungen [5] ergeben für die Laufräder (Bild 13 a), daß in der waagerechten Richtung

$$P = W \quad (27)$$

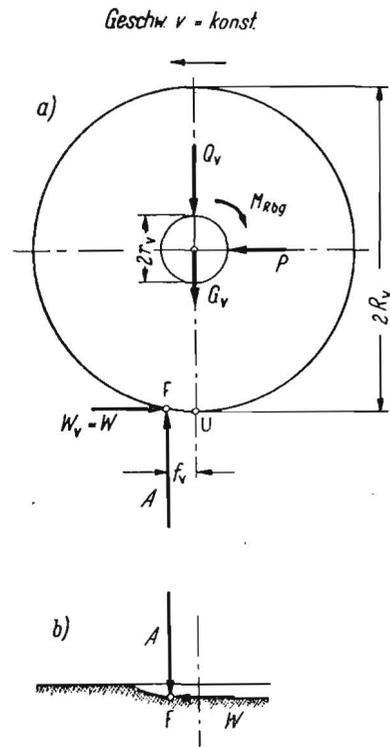


Bild 13. a Freigemachter Laufradsatz; b Von den Laufrädern auf den Boden ausgeübte Wechselwirkungskräfte

<sup>1)</sup> Teil I s. H. 1 (1957) S. 2 bis 7.

<sup>2)</sup> Das Beizeichen „v“ bedeutet „vorn“ und hat nichts mit dem Formelzeichen „v“ für die Geschwindigkeit zu tun.

sein muß, in der lotrechten Richtung

$$A = Q_v + G_v \quad (28)$$

oder

$$Q_v = A - G_v \quad (28a)$$

und aus der Summe der statischen Momente, die im Gleichgewichtsfall Null ergeben muß, mit der Radmitte als Bezugspunkt

$$W \cdot R_v - A \cdot f_v - M_{Rbg} = 0,$$

so daß daraus mit Gl. (26a) der Fahrwiderstand der Laufäder

$$W = \frac{f_v}{R_v} A + \frac{r_v}{R_v} \mu_v Q_v \quad (29)$$

oder mit Gl. (28a)

$$W = \frac{f_v}{R_v} A + \frac{r_v}{R_v} \mu_v (A - G_v). \quad (29a)$$

Der Fahrwiderstand  $W$  besteht also aus zwei Teilen: Der erste Summand in Gl. (29) ist der Rollwiderstand<sup>3)</sup>, der zweite eine

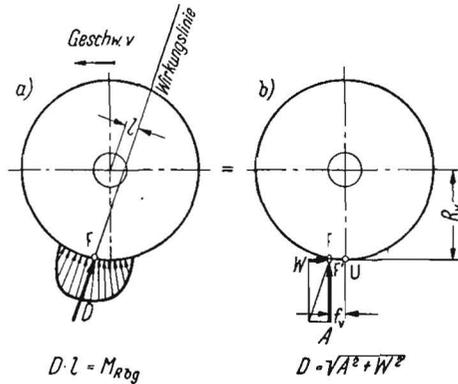


Bild 14. a) Verteilte Kräfte am bodenberührten Umfang der Laufäder [13]. b) Zerlegung der resultierenden Bodenkraft  $D$  in rechtwinklige Teilkräfte  $A$  und  $W$

zur Überwindung der Lagerreibung erforderliche Kraft am Radumfang.

## 2. Triebräder

Bei angetriebenen Rädern (Bild 15), beim Schlepper üblicherweise den Hinterrädern<sup>4)</sup>, treten wie an Laufrädern Eigen-gewicht  $G_h$  und zur Fahrbahn rechtwinklige Komponente  $Q_h$  der Lagerbelastung auf. Die zur Fahrbahn parallele Komponente  $S$  der Lagerkraft ist die Wechselwirkungskraft zur Schubkraft, mit der die Triebachse den Schlepperrumpf vorwärts bewegt. Die vom Boden auf die Reifen ausgeübten verteilten Kräfte (Bild 16) ergeben wieder eine zur Fahrbahn rechtwinklige, um den Hebelarm der Rollreibung  $f_h$  vor der Radmitte liegenden Stützkraft, zum Unterschied von der Vorderachslast mit  $B$  bezeichnet, und als andere Komponente die Triebkraft  $T$  am Rollkreisumfang, die im Gegensatz zur Kraft  $W$  des Laufrades vorwärts gerichtet ist. Die Triebkraft  $T$  wird dadurch verursacht, daß durch die Hinterachswellen ein vom Ausgleichgetriebe kommendes antreibendes Kräftepaar, das Triebmoment  $M_t$ , hindurchgeleitet wird. Das entgegengesetzt zur Drehrichtung in den Hinterachslagern wirkende Reibmoment hat entsprechend Gl. (26)

<sup>3)</sup> Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß nicht  $f_v$ , sondern  $f_v/R_v$  den dimensionslosen Rollwiderstandsbeiwert darstellt, für den in der kraftfahrtechnischen Literatur [3] das Formelzeichen  $\rho$  verwendet wird. Nach einer Absprache mit dem Institut für Schlepperrforschung, Völknerode, wird empfohlen, alle dimensionslosen Größen wie z. B. Reibzahl  $\mu$ , Kraftschlußbeiwert  $\kappa$ , Schlupf  $\sigma$  mit griechischen Buchstaben zu bezeichnen und daher für den Rollwiderstandsbeiwert  $f_v/R_v = \rho$  zu schreiben, den Buchstaben  $f$  aber, wie in der Mechanik üblich [9], dem Arm der Rollreibung vorzubehalten, der die Dimension einer Länge hat.

<sup>4)</sup> Im Unterschied zu den Vorderrädern wird das Beizeichen „h“ benutzt.

die Größe

$$M_{Rbg} = \mu_h \sqrt{Q_h^2 + S^2} r_h. \quad (30)$$

Die drei Gleichgewichtsbedingungen der Ebene ergeben für die Triebräder, daß

$$S = T \quad (31)$$

$$B = Q_h + G_h \quad (32)$$

oder

$$Q_h = B - G_h. \quad (32a)$$

Geschw.  $v = \text{konst.}$

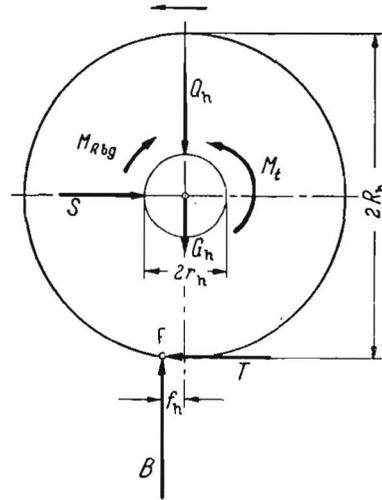


Bild 15. Freigemachter Triebradsatz

entsprechend den Kräftebeziehungen bei den Laufrädern, und aus der Momentengleichung

$$T = \frac{M_t}{R_h} - \left( \frac{f_h}{R_h} B + \frac{r_h}{R_h} \mu_h \sqrt{Q_h^2 + S^2} \right). \quad (33)$$

Die Triebkraft  $T$  ist nach Gl. (33) die Differenz zweier Kräfte: Das erste Glied ist eine Kraft, die am Hebelarm  $R_h$  des wirk-samen Triebradhalbmessers dem treibenden Moment  $M_t$  ent-spricht und von den meisten Autoren Umfangskraft  $U$  ge-nannt wird, also

$$M_t/R_h = U. \quad (34)$$

Das zweite Glied kann entsprechend Gl. (29) als Fahrwiderstand  $W_h$  der Triebräder bezeichnet werden, so daß man Gl. (33) abkürzend

$$T = U - W_h \quad (35a)$$

schreiben kann.

Man beachte aber, daß  $U$  und  $W_h$  am Triebad nur Rech-nungsgrößen sind! In Wirklichkeit üben die einzelnen Boden-teilchen auf die mit ihnen in Berührung befindlichen Teilchen

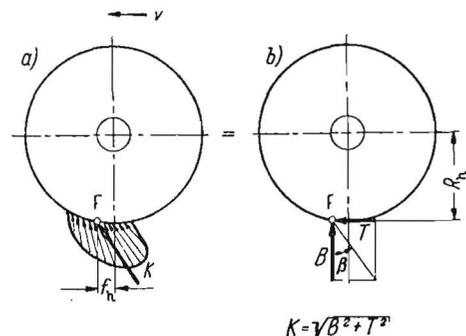


Bild 16. a) Verteilte Kräfte am bodenberührten Umfang der Triebräder [13]. b) Zerlegung der resultierenden Bodenkraft  $K$  in rechtwinklige Teilkräfte  $B$  und  $T$

der Radoberfläche verteilte elementare Druck- und Schubkräfte aus (Bild 16). Diese Flächenkräfte ergeben – symmetrische Verteilung vorausgesetzt – eine resultierende Einzelkraft  $K$ , deren beide aufeinander rechtwinklige Komponenten  $B$  und  $T$  sind. Auf jeden Fall verwechsle man nicht die (gedachte) Umfangskraft  $U$  mit der (wirklichen) Triebkraft  $T$ , sondern gebe deutlich an, welche der beiden Kräfte man jeweils meint.

### 3. Der Schlepper als Ganzes

Macht man den ganzen Schlepper und nicht einzelne Teile frei (Bild 17), so treten  $P$ ,  $S$ ,  $Q_v$ ,  $Q_h$  und die Lagerreibungsmomente  $M_{Rv}$  als innere Kräfte oder Kräftepaare nicht in Erscheinung; die Radgewichte  $G_v$  und  $G_h$  werden mit dem Gewicht des Schlepperrumpfes zum Gesamtgewicht  $G$  vereinigt, dessen Wirkungslinie durch den Gesamtschwerpunkt im Abstand  $e$  von der Vorderachse geht. Zu den vom Boden her auf den Schlepper wirkenden äußeren Kräften  $A$ ,  $B$ ,  $W$ ,  $T$  an den Rädern kommt noch die Zugkraft  $Z$ , die als Widerstandskraft vom angehängten Gerät oder Ackerwagen auf den Schlepper ausgeübt wird und am Schlepper nach rückwärts (am angehängten Gerät als Wechselwirkungskraft nach vorwärts) gerichtet ist, wobei sie im allgemeinen Fall mit der Fahrbahn einen – positiven (Bild 17a) oder negativen – Winkel  $\zeta$  bildet. Es sei hier nochmals darauf hingewiesen,

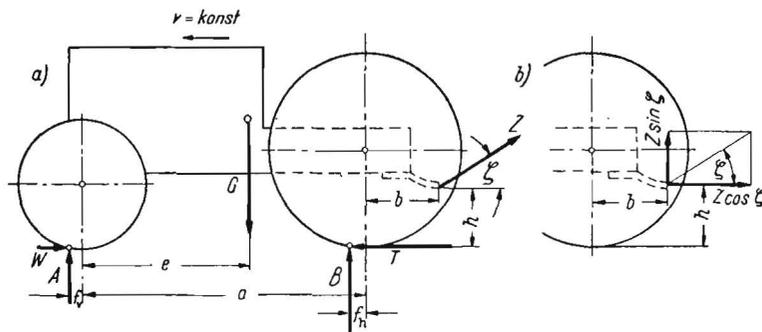


Bild 17. a) Freigemachter Schlepper. b) Zerlegung der Zugkraft  $Z$  in rechtwinklige Teilkräfte

daß  $A$ ,  $B$ ,  $T$  und  $W$  jeweils die an beiden Vorder- oder Hinterrädern wirkenden Kräfte sind, also jeweils eine Resultierende aus der am linken und rechten Rad auftretenden Kraft.

Die Gleichgewichtsbedingungen liefern aus der Summe aller waagerechten Kräfte am gleichförmig fahrenden Schlepper

$$T = Z \cos \zeta + W. \quad (35)$$

Die Triebkraft  $T$  ist also nicht gleich der zur Fahrbahn parallelen Komponente der Zugkraft  $Z$ , sondern sie muß noch den Fahrwiderstand  $W$  der Laufräder aufbringen.

Die Gleichgewichtsbedingung für die lotrechten Kräfte ergibt

$$A + B = G - Z \sin \zeta \quad (36)$$

oder, nachdem man  $B$  aus Gl. (37) berechnet hat, die Vorderachslast

$$A = G - Z \sin \zeta - B. \quad (36a)$$

Die Summe der beiden Stützkraften  $A$  und  $B$ , mit denen der Schlepper vom Boden gehalten wird, mit denen er aber auch wechselwirkend auf den Boden drückt, ist nach Gl. (36) nicht gleich dem Schleppergewicht  $G$ , sondern je nach der Neigung  $\zeta$  der Zugkraft  $Z$  um einen Anteil von  $Z$  verringert oder – bei nach unten geneigtem  $Z$ , also negativem  $\zeta$  – vergrößert.

Aus der dritten Gleichgewichtsbedingung, daß die Summe der Momente um einen beliebigen Bezugspunkt gleich Null sein

muß, findet man für den Schnittpunkt von  $A$  und  $W$  als Bezugspunkt (Bild 17) die Hinterachslast

$$B = \frac{G(e + f_v) + (Z \cos \zeta)h - (Z \sin \zeta)(a + b + f_v)}{a + f_v - f_h}. \quad (37)$$

Bei Schlepperversuchen richtet man es so ein, daß eine zur Prüfbahn parallele Zugkraft vom Schlepper auf den als Belastung angehängten Bremswagen übertragen wird. Für diesen Sonderfall mit  $\zeta = 0$  wird  $\cos \zeta = 1$  und  $\sin \zeta = 0$ , und Gl. (37) nimmt eine einfachere Form an:

$$B = \frac{G(e + f_v) + Zh}{a + f_v - f_h}. \quad (38)$$

Damit aus Gl. (36a)

$$A = G - B = \frac{G(a - e - f_h) - Zh}{a + f_v - f_h}. \quad (39)$$

Man pflegt die Hebelarme  $f_v$  und  $f_h$  der Rollreibung gegen Radstand  $a$ , Schwerpunkterfernung  $e$  und Zugpunktentfernung  $b$  zu vernachlässigen und erhält, nachdem man noch die einzelnen Summanden des Zählers durch den Nenner  $a$  dividiert hat,

$$B \approx G \frac{e}{a} + Z \left[ \frac{h}{a} \cos \zeta - \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \sin \zeta \right] = B'. \quad (37a)$$

Gl. (37a) in Gl. (36a) einsetzend, findet man

$$A \approx G \left( 1 - \frac{e}{a} \right) - Z \left[ \frac{h}{a} \cos \zeta - \frac{b}{a} \sin \zeta \right] = A'. \quad (36b)$$

Für den Sonderfall der zur Fahrbahn parallelen Zugkraft ergeben sich aus Gl. (36b) und Gl. (37a) mit  $\zeta = 0$  die besonders einfachen und häufig benutzten Beziehungen

$$A \approx G \left( 1 - \frac{e}{a} \right) - Z \frac{h}{a} = A'. \quad (39a)$$

$$B \approx G \frac{e}{a} + Z \frac{h}{a} = B'. \quad (38a)$$

Ein Zahlenbeispiel, der Einfachheit halber für waagerechte Zugkraft ( $\zeta = 0$ ) gerechnet, liefert mit

$f_v/R_v = 0,12$  beim Reifen 6,50–20, also mit  $f_v = 49$  mm, und  $f_h/R_h = 0,06$  beim Reifen 9–40, also mit  $f_h = 43$  mm,

für  $a = 1750$  mm,  $e = \frac{2}{3}a$ ,  $h = a/5$

nach Gl. (38)

$$B = 0,693G + 0,199Z$$

und nach Gl. (38a)

$$B \approx 0,667G + 0,2Z.$$

Der vom Schleppergewicht herrührende Teil der Hinterachslast weicht in diesem Beispiel um fast 4% vom genauen Wert ab, der durch die waagerechte Zugkraft bedingte Teil um nur  $\frac{1}{2}\%$ . Bei kleinen Radständen  $a$ , großen Reifendurchmessern und hohen Fahrwiderständen könnte es demnach erforderlich werden, die genaue Gl. (37) statt Gl. (37a) anzuwenden.

Für einen stillstehenden Schlepper, an dem weder eine Zugkraft noch ein Fahrwiderstand auftreten, also für  $Z = 0$ ,  $f_v = 0$ ,  $f_h = 0$ , erhält man aus Gl. (37) und Gl. (36) die **Ruhe-Achslasten**

$$A_0 = G \left( 1 - \frac{e}{a} \right) \quad (40)$$

$$B_0 = G \cdot \frac{e}{a}. \quad (41)$$

Für den Schlepper in Leerfahrt ergeben sich mit  $Z = 0$  aus den nicht vereinfachten Gleichungen (37) und (36a), wenn

also  $f_v$  und  $f_h$  nicht vernachlässigt werden, **Leerfahrt-Achslasten**

$$A_L = G \frac{(a - e) - f_h}{a + f_v - f_h} \quad (42)$$

und

$$B_L = G \frac{e + f_v}{a + f_v - f_h}, \quad (43)$$

die sich von den Werten der Ruheachslasten etwas unterscheiden, bei den Zahlen des obigen Beispiels ( $f_v/R_v=0,12$ ;  $f_h/R_h=0,06$ );  $A_L=0,92 A_0$ ;  $B_L=1,04 B_0$ .

Die Kräfte  $A_0$  und  $B_0$  werden häufig als „statische“ Achs-„drücke“ bezeichnet, und zum Unterschied dazu die sich aus Gl. (37) oder Gl. (37a) und Gl. (36a) oder (36b) ergebenden **Betriebs-Achslasten A** und **B** dann „dynamische“ Achs-„drücke“ genannt. Das ist aber nicht richtig. Abgesehen davon, daß es sich nicht um Drücke handelt, die in  $\text{kg/cm}^2$  zu messen wären, sondern um Kräfte, allerdings um Druckkräfte, ergeben sich  $A$  und  $B$  auch beim Zugkraft ausübenden Schlepper aus den Gleichgewichtsbedingungen der *Statik* am *gleichförmig* sich bewegenden Schlepper. Dynamische Achslasten treten erst bei *beschleunigten* oder verzögerten Bewegungen auf (siehe III). Falsch ist es auch, die Vergrößerung von  $B$  gegenüber  $B_0$  und die - für den Fall  $\zeta=0$  ebenso große - Verkleinerung von  $A$  gegenüber  $A_0$  mit einer „dynamischen Schwerpunktverlagerung“ in Zusammenhang zu bringen: Der Schwerpunkt des Schleppers ist bei den oben angestellten Betrachtungen immer an derselben Stelle geblieben (Bild 17 und 18), und die Änderung der Achslasten gegenüber den nicht ziehenden Schlepper erklärt sich daraus, daß die Zugkraft an einem Hebelarm angreift. Für  $h=0$ , d. h. für eine zu Versuchszwecken bis nahe auf den Erdboden heruntergekröpfte Zugschiene, werden bei waagerechter Zugkraft

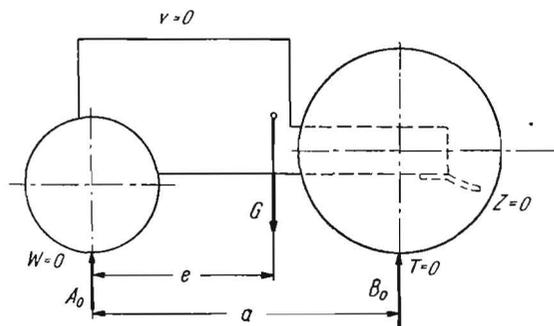


Bild 18. Kräfte am stillstehenden Schlepper

( $\zeta=0$ ) die Achslasten unverändert bleiben, sofern sich  $f_v$  und  $f_h$  nicht ändern. Zur falschen Vorstellung einer Schwerpunktverlagerung mag vielleicht beitragen, daß manche Autoren die hier analog zu den Stützkraften einen Balken  $A$  und  $B$  benannte Achslasten mit  $G'_v$  und  $G'_h$  bezeichnen.

#### 4. Der Einfluß der Rollwiderstände auf die Achslasten

G. BOCK [2] schreibt die Betriebsachslast als Summe aus der Ruheachslast, der Achslastveränderung infolge der Zugkraft und der Achslastveränderung infolge Rollwiderstandes, ohne aber nähere Angaben über den letzten der drei Summanden zu machen. Will man Gl. (37) auf eine solche Form

$$B = B_0 + \Delta B_Z + \Delta B_R \quad (44)$$

bringen, dividiere man den Zähler des Bruches durch seinen Nenner. Man erhält dann

$$B_0 = G \frac{e}{a}$$

entsprechend Gl. (41), und in Übereinstimmung mit Gl. (37a)

$$\Delta B_Z = Z \left[ \frac{h}{a} \cos \zeta - \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \sin \zeta \right]. \quad (45)$$

Für den dritten Summanden der Gl. (44) ergibt sich

$$\Delta B_R = B_0 \frac{f_v \left( \frac{a}{e} - 1 \right) + f_h}{a + f_v - f_h} - Z \frac{\frac{h}{a} (f_v - f_h) \cos \zeta + \frac{b}{a} \left[ \left( 1 + \frac{a}{b} \right) / h - f_v \right] \sin \zeta}{a + f_v - f_h}, \quad (46)$$

so daß dieses Glied nicht nur von der Rollreibung, sondern auch noch von der jeweiligen Zugkraft  $Z$  abhängt. Man hätte also schreiben müssen:

$$B = B_0 + \Delta B_Z + \Delta B_R + \Delta B_{R,Z}, \quad (47)$$

wobei die letzten beiden Glieder von Gl. (47) durch die beiden Glieder von Gl. (46) wiedergegeben werden. Für  $f_v=0$  und  $f_h=0$  wird aus Gl. (46) auch  $\Delta B_R=0$  und  $\Delta B_{R,Z}=0$ .

Die verwickelte Form von Gl. (46) läßt es ratsam erscheinen, zur Ermittlung des Korrekturgliedes, mit dessen Hilfe man den Einfluß der Rollwiderstände auf die Achslasten abschätzen und nötigenfalls berücksichtigen kann, durch folgenden Kunstgriff vorzunehmen:

Man verschiebe die an den Hebelarmen der Rollreibung wirkenden Achslasten quer zu deren Wirkungslinien in die Radmittellinien, indem man auf diesen zwei Gegenkräfte von der Größe der jeweiligen Achslast hinzufügt (Bild 19a): dann erhält man zu den Kräften in der neuen Lage (Bild 19b) noch zwei den Verschiebungsparallelogrammen entsprechende Kräftepaare

$$M_v = A / v \quad (48)$$

und

$$M_h = B / h. \quad (49)$$

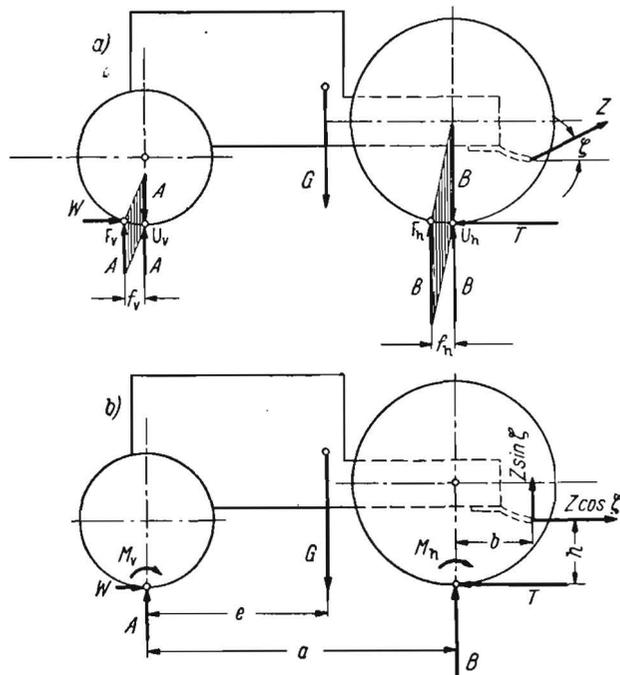


Bild 19. Verschiebung der Achslasten A und B von Bild 17a in die Radmittellinien durch Hinzufügen der Kräftepaare  $M_v$  und  $M_h$  [6]

Für das neue Kräftesystem (Bild 19b) ergeben die Gleichgewichtsbedingungen wieder Gl. (35) und Gl. (36a), aber aus dem Momentensatz um den Schnittpunkt von  $A$  und  $W$ ,

$$Ba = Ge + Zh \cos \zeta - Z(a + b) \sin \zeta + M_v + M_h,$$

mit Gl. (48) und Gl. (49):

$$B = B' + \left( A \frac{f_v}{a} + B \frac{f_h}{h} \right) = B' + \Delta(A, B), \quad (50)$$

wobei  $B'$  der in der Näherungsgleichung (37a) angegebene Ausdruck ist.

Durch Einsetzen von Gl. (50) in Gl. (36a):

$$A = A' - \left( A \frac{f_v}{a} + B \frac{f_h}{a} \right) = A' - \Delta(A, B), \quad (51)$$

wenn mit  $A'$  der sich aus der vereinfachten Gl. (36b) ergebende Wert bezeichnet ist.

Das Korrekturglied

$$\Delta(A, B) = A \frac{f_v}{a} + B \frac{f_h}{a}, \quad (52)$$

um das  $A'$  zu verkleinern ist, während  $B'$  um denselben Betrag vergrößert werden muß, wenn man die exakten Werte  $A$  und  $B$  erhalten will, ist zunächst noch von beiden Unbekannten  $A$  und  $B$  selbst abhängig. Setzt man aber Gl. (50) und Gl. (51) in Gl. (52) ein und löst man nach  $\Delta(A, B)$  auf, so wird

$$\Delta(A, B) = \frac{A' f_v + B' f_h}{a + f_v - f_h} \approx A' \frac{f_v}{a} + B' \frac{f_h}{a}, \quad (52a)$$

worin jetzt  $A'$  und  $B'$  aus Gl. (36b) und Gl. (37a) bekannt sind. Damit ist dann die exakte Berechnung der Achslasten  $A$  und  $B$  aus Gl. (50) und Gl. (51) in einfacherer Weise möglich als mit Hilfe der umständlichen Gl. (46), auf die sich Gl. (52a) durch Einsetzen der Formeln für  $A'$  und  $B'$  auch noch zurückführen ließe.

### 5. Triebkraftbeiwert (Kraftschlußbeiwert) $\kappa$

Unter den Kräften am Schlepper spielt die Triebachslast  $B$ , mit der die Hinterräder auf den Boden gedrückt werden, eine besondere Rolle, weil von ihrer Größe die Triebkraft  $T$  und damit die erreichbare Zugkraft abhängt. Man bildet das Verhältnis

$$\kappa = T/B,$$

einen dimensionsfreien Ausdruck, der keine physikalische Bedeutung hat, mit dessen Hilfe man aber bei jeweils bekanntem Wert  $\kappa$  die Triebkraft

$$T = \kappa B$$

berechnen kann. Nach dem Vorbild der Kraftfahrtechnik [3] wird die reine Zahl  $\kappa$  Kraftschlußbeiwert genannt. Da in der Getriebelehre der Ausdruck Kraftschluß eine ganz bestimmte Bedeutung hat, scheint mir bei den Vorgängen am Schlepperreifen auf sich stark verformendem Ackerboden die Bezeichnung „Kraftschlußbeiwert“ wenig glücklich. In der oben erwähnten Absprache mit dem Institut für Schlepperforschung, Völknerode, schlug H. LANGE für das durch Gl. (48) festgelegte Verhältnis den Namen Triebkraftbeiwert  $\kappa$  vor. Anschaulich ist  $\kappa$  übrigens durch den Winkel  $\beta$  dargestellt, den die resultierende Kraft  $K$  am Triebadren mit der Rechtswinkligen zur Fahrbahn bildet, denn (Bild 16)

$$\tan \beta = \frac{T}{B} = \kappa.$$

Die Kenngröße  $\kappa$  ist für einen gegebenen Reifen auf bestimmtem Ackerboden eine für verschiedene Reifenluftdrücke durch Versuche zu ermittelnde Funktion des Schlupfes  $\sigma$ , hängt aber außerdem noch von der Triebachslast  $B$  selber ab [2]. Solche Versuche führt man neuerdings nicht nur am Schlepper aus, sondern auch an Einzelrad-Meßanlagen [1], [11]. Dabei ist aber zu beachten, daß beim Einzelrad die Last  $B$  für wechselnde Triebkräfte  $T$  konstant gehalten ist, während am Schlepper sich  $B$  mit der Belastung  $Z$  und damit auch mit  $T$  ändert. Man müßte also beim Einzelrad-Versuch Kurvenscharen  $\kappa = f(\sigma, B)$  ermitteln, hat dann aber die Zusammenhänge eindeutiger beieinander als bei Schlepperversuchen, wo außer  $B_0$  das Verhältnis  $h/a$  des jeweiligen Schleppers hinzukommt.

Kennt man für einen vorliegenden Boden den zu einem als zulässig erachteten Schlupf  $\sigma$  gehörenden Wert des Trieb-

kraftbeiwertes  $\kappa$ , für dessen Wahl noch der Ruheachsdruk  $B_0$  zu berücksichtigen wäre, so läßt sich für einen gegebenen Schlepper die erreichbare Zugkraft  $Z$  berechnen. Im Schrifttum [10] findet sich dafür eine nicht richtige Formel. Daher sei die erwähnte Beziehung, ebenfalls für den Sonderfall der horizontalen Zugkraft, abgeleitet:

Nach Gl. (35) mit  $\zeta = 0$

$$Z = T - W.$$

Daraus mit Gl. (29a) unter Vernachlässigung der Lagerreibung

$$Z = \kappa B - \frac{f_v}{R_v} A.$$

Mit Gl. (38a) und Gl. (39a)

$$Z = \kappa \left( G \frac{e}{a} + Z \frac{h}{a} \right) - \frac{f_v}{R_v} \left[ G \left( 1 - \frac{e}{a} \right) - Z \frac{h}{a} \right],$$

und nach  $Z$  aufgelöst

$$Z = G \frac{\kappa \frac{e}{a} - \frac{f_v}{R_v} \left( 1 - \frac{e}{a} \right)}{1 - \frac{h}{a} \left( \kappa + \frac{f_v}{R_v} \right)}.$$

### 6. Ermittlung der Fahrwiderstände

Es zeigt sich – und bei der Berechnung der Verlustleistungen (siehe Teil II B) wird es sich ebenfalls herausstellen – daß es für eine Theorie des Schleppers nicht genügt, durch Versuche in der bisherigen Weise den Fahrwiderstand des gesamten Schleppers zu bestimmen, sondern daß man die Fahrwiderstände der Vorderachse und der Hinterachse getrennt ermitteln muß. Dazu hätte man die Vorderräder auszubauen und an einer Versuchskarre anzubringen, ähnlich wie es bei der Bestimmung des Fahrwiderstandes von Ackerwagen geschehen ist [12]. Kennt man den Fahrwiderstand  $W$  der Vorderachse auf gegebenem Versuchsboden für verschiedene Betriebsachslasten  $A$ , dann ließe sich am ganzen Schlepper der Fahrwiderstand der Hinterräder als zweites Glied der Gl. (33) finden, wenn man außer der Zugkraft  $Z$  noch das durch die Hinterachswelle geleitete Drehmoment  $M_t$  mißt. Da man, wie ein durchgerechnetes Zahlenbeispiel zeigt [8], zum mindesten auf Ackerboden die Reibung der Wälzlager gegenüber dem Rollwiderstand vernachlässigen kann, also die Rollwiderstände gleich den aus den Versuchen ermittelten Fahrwiderständen setzen kann, so hat man daraus die Rollwiderstandsbeiwerte  $f_v/R_v = \rho_v$  und  $f_h/R_h = \rho_h$ . Wenn es, z. B. auf sehr guter Fahrbahn, nötig scheint, die Lagerreibung zu berücksichtigen, so kann man die Reibmomente errechnen [8] und einen vom Fahrwiderstand unterschiedlichen Rollwiderstand finden.

### Literatur

- [1] BAILEY, P. H.: The Comparative Performance of Some Traction Aids. Journal of Agricultural Engineering Research. Silsoe 1956, Vol. 1, No. 1, S. 12 bis 22.  
The NIAE Single Wheel Tester. Report No. 40 National Institute of Agricultural Engineering. Silsoe 1954.
- [2] BOCK, G.: Feldversuche über die Zugfähigkeit von Ackerschlepperreifen. Grundlagen der Landtechnik, Düsseldorf 1952. H. 3: 10. Konstrukteurheft, S. 88 u. 89, S. 92 u. 93.
- [3] BUSSIEN, R.: Automobiltechnisches Handbuch. 17. Aufl. Berlin 1953, S. 3 u. 10.
- [4] HEYDE, H.: Mechanik für Ingenieure. Bd. I, 4. Auflage, Leipzig 1953, S. 11.
- [5] a. a. O.: S. 42 u. 43.
- [6] a. a. O.: S. 53.
- [7] a. a. O.: S. 93 bis 96.
- [8] HEYDE, H.: Zur Leistungsbilanz eines Ackerschleppers. Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Math.-nat. Reihe. Jg. II (1952/53) Nr. 5, S. 81.
- [9] „Hütte“, des Ingenieurs Taschenbuch. 28. Aufl. Berlin 1955. Bd. I, S. 738.
- [10] KAHLISCH, H., u. LUGNER, H.: Schlepperprüfung. Teil II (Anwendung). Deutsche Agrartechnik (1956) H. 6, S. 283.
- [11] LÜHRS, H.: Noch unveröffentlichte Dissertation TH München.
- [12] MEYER, H., u. LENGSELD, J.: Untersuchungen der Fahrwiderstände von neuen Laufwerken für Ackerwagen. TidL 14 (1933) S. 203 u. 204.
- [13] SÖHNE, W.: Das mechanische Verhalten des Ackerbodens bei Belastungen. Grundlagen der Landtechnik, Düsseldorf 1951. H. 1: 9. Konstrukteurheft, S. 90.