

schied hinsichtlich der dynamischen und Verschleißkennwerte bringt. Bei der Arbeit am Hang verschlechtern sich meistens nur die Betriebskennwerte, denn das Bedienen des Aggregats ist schwieriger und die Arbeitsproduktivität sinkt demzufolge ab. Die Untersuchungen zur Erforschung der Dynamik von Bergschleppern werden auch im Jahre 1957 fortgeführt werden.

Außerdem laufen Forschungsarbeiten zum Studium der Betriebsdaten verschiedener Vorrichtungen zum Ausgleich der

Hangneigung auf unterschiedlichem Schaltschema. Untersuchungen über die Anpassungsfähigkeit der Arbeitswerkzeuge von Anhänger- und Anbaugeräten an die Hanglagen sollen zur Verbesserung dieser Aggregate beitragen.

Das Ziel des Kollektivs des GSKB der Maschinen für Tee, subtropische Kulturen und für die Gebirgswirtschaft ist es, in kürzester Zeit das Problem der komplexen Mechanisierung der Arbeitsgänge in der Berglandwirtschaft zu lösen.

AU 2855 (Übers.: M. EICHHORN)

A. L. MARSCHAK, Kand. d. techn. Wiss., Moskau

## Der Rollwiderstand luftbereifter Landmaschinenräder<sup>1)</sup>

Zur Bestimmung des Rollwiderstandes luftbereifter Landmaschinenräder werden verschiedene Gleichungen verwendet, die empirisch aus Versuchsergebnissen entwickelt worden sind. Einige der in diesen Gleichungen enthaltenen Werte können, wie ihre Urheber angeben, durch Kraftmessungen ermittelt werden.

Diese empirischen Gleichungen werden oft ohne Berücksichtigung der Breite des Reifenprofils abgeleitet, was zweifellos falsch ist. Die von uns durchgeführten Versuche zeigen, daß die Breite des Reifenprofils den Rollwiderstand wesentlich beeinflußt, und zwar besonders auf lockerem und verformbarem Boden, wie er der Landwirtschaft meist eigen ist.

Beim Rollen eines luftbereiften Rades über einen weichen Boden wird Kraft für das Zusammendrücken und Verschieben des Bodens (Bildung der Fahrspur), für die Verformung des Luftreifens, für die Reibung zwischen Reifen und Boden usw. aufgewendet.

Beim Rollen eines Rades auf lockerem und verformbarem Boden erfordert die Bildung der Fahrspur den größten Energieaufwand. Die durch die Verformung des Reifens hervorgerufenen Verluste sind viel geringer als die Verluste durch die Bodenverformung. Versuche haben ergeben, daß sie hauptsächlich vom Luftdruck im Reifen und vom Material und der Konstruktion des Reifens abhängen.

Es ist falsch, diese Verluste getrennt zu behandeln, weil sie voneinander abhängen und einander beeinflussen. Man kann sie nicht einfach algebraisch addieren.

Die Tragkraft luftbereifter Räder hängt von der Luftmenge und vom Luftdruck im Reifen sowie von seiner Elastizität usw. ab. Die Luftmenge ist vom Felgendurchmesser, vom Querschnitt, von der Breite des Reifens und von der Dicke der Reifenwand abhängig.

Der Rollwiderstand luftbereifter Räder beim Fahren über einen verformbaren Boden ist eine komplizierte Funktion:

$$P_R = f(Q, p, D, q_0, B_0, p_0).$$

Hierin ist:

- $Q$  die Belastung [kg],
- $p_0$  der Luftdruck im Reifen [kg/cm<sup>2</sup>],
- $p$  die Verformbarkeit des Reifens [kg/cm<sup>3</sup>],
- $D$  der Reifendurchmesser [cm],
- $q_0$  der Beiwert des Bodenwiderstandes gegen Zusammendrücken (Bodenverformbarkeit) [kg/cm<sup>3</sup>],
- $B_0$  die Radbreite [cm].

Mit Hilfe von Gipsabgüssen konnten wir feststellen, daß die Berührungsfläche zwischen Luftreifen und Boden in der quer

zur Radachse liegenden vertikalen Symmetrieebene die Form eines Kreisbogens mit dem Halbmesser  $R_x$  (Bild 1) hat. Die Berührungslinie wick vom Kreisbogen höchstens um 1% ab.

Der Mittelpunkt dieses Kreisbogens kann außerhalb und innerhalb des von der Felge gebildeten Kreisbogens liegen. Die genaue Lage des Mittelpunktes dieses vom Umfang des verformten Rades gebildeten Kreisbogens hängt von der Verformbarkeit des Bodens und des Luftreifens ab.

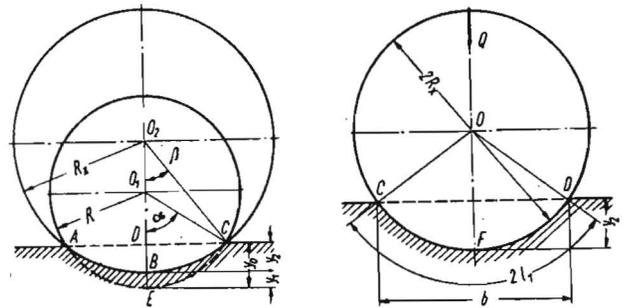


Bild 1 und 2

Wir machen folgende Voraussetzungen:

- Der Luftreifen hat in der vertikalen Symmetrieebene eine genaue Kreisbogenform;
- bei der Verformung des Luftreifens bleibt der nicht mit dem Boden in Berührung stehende Teil des Reifens unverformt und behält seine Abmessungen;
- da nur ein geringer Teil des Reifenvolumens im Bereich der Verformungen liegt, vernachlässigen wir die Erhöhung des Reifendruckes;
- die zur Verformung des Reifens erforderliche Kraft ist der Tiefe der Verformung proportional;
- die Reibungskräfte zwischen Reifen und Boden werden vernachlässigt.

Auf Grund dieser Annahmen kann man, wie Untersuchungsergebnisse bestätigen, die bei der Berührung eines Luftreifens mit dem Boden auftretende Verformung durch eine äquivalente Verformung ersetzen, die auftritt, wenn ein nicht verformbares Rad mit einem „reduzierten“ Halbmesser  $R_x$  in einen Boden mit der „reduzierten“ Verformbarkeit  $K_1$  eindringt.

Zur Ermittlung des reduzierten Halbmessers  $R_x$  dieses Ersatzrades betrachten wir die Vorgänge beim Eindringen eines unnachgiebigen Rades in den Erdboden.

<sup>1)</sup> Selchosmaschina (1957) H. 1, S. 13 bis 16. Übers.: Dipl.-Ing. W. BALKIN.

Wir führen folgende zusätzliche Bezeichnungen ein:

- $R_x$  Radhalbmesser [cm],
- $y_2$  Tiefe der Bodenverformung [cm],
- $b$  Länge des verformten Bodenstreifens [cm],
- $2l_1$  Länge des durch die Verformung entstandenen Bogens [cm].

Der Inhalt des in den Boden eingedrungenen Reifenteils beträgt

$$V = S B_0. \quad (1)$$

Hierin ist  $S$  die Fläche des im Boden befindlichen Segments des Reifenkreises.

Die Fläche eines Segments errechnet sich bekanntlich nach folgender Gleichung (Bild 2):

$$S = \frac{R_x (2l_1 - b) + b y_2}{2}$$

Daraus ergibt sich nach einigen Umwandlungen:

$$S = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} D_x^2.$$

Dann ist

$$V = S B_0 = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} D_x^2 \cdot B_0. \quad (2)$$

Um in den Boden 1 cm<sup>3</sup> einzudrücken, ist eine Kraft von  $q_0$  kg erforderlich. Das ist der physikalische Sinn des Beiwertes des Bodenwiderstandes gegen Zusammendrücken. Dann gilt für das eingedrückte Volumen  $V$

$$Q = q_0 \cdot V. \quad (3)$$

Daraus folgt

$$Q = q_0 \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} D_x^2 B_0. \quad (4)$$

Der Boden verformt sich nach einer Kurve  $ABC$ , die wir, wie bereits gesagt, als Kreisbogen mit dem Halbmesser  $R_x$  ansehen.

Dem mit diesem Halbmesser geschlagenen Kreis wollen wir die Bezeichnung „reduzierter Reifen“ geben (Bild 3).

Wir führen folgende Bezeichnungen ein:

- $P_R$  Rollwiderstand [kg],
- $R$  Halbmesser des verformten Reifens [cm],
- $y_1$  die vertikale Verformung des Luftreifens [cm],
- $y_2$  die vertikale Verformung des Bodens [cm],
- $R_x$  der Halbmesser des reduzierten Reifens [cm],
- $\alpha$  der halbe Zentriwinkel zur Sehne des in den Boden eingedrungenen nicht verformten Radsegments,
- $\beta$  der halbe Zentriwinkel zur Sehne des in den Boden eingedrungenen Segments des reduzierten Reifens.

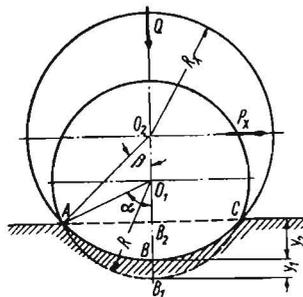


Bild 3

Als Gesetz des Widerstandes gegen das Eindringen des Rades in den Boden betrachten wir Gl. (3).

Nach dem Gesetz über die Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung ist die Kraft, die den Boden um das Volumen  $ABCB_2A$  verformt, der Kraft gleich, die den Reifen um das Volumen  $AB_1CBA$  zusammendrückt. Daraus ergibt sich

$$p \cdot V_{AB_1CBA} = q_0 \cdot V_{ABCB_2A}. \quad (5)$$

Wir wollen diese Volumina ermitteln.

Für das Volumen des verformten Bodens kann man nach Gl. (2) schreiben:

$$V_{ABCB_2A} = \frac{2\beta - \sin 2\beta}{8} D_x^2 B_0. \quad (6)$$

Für das Volumen des verformten Reifenteils gilt

$$V_{AB_1CBA} = V_{AB_1CB_2A} - V_{ABCB_2A}.$$

Hierin ist

$V_{AB_1CB_2A}$  die Summe des Volumens des verformten Bodens und des Volumens des verformten Reifens.

Nach Gl. (2) kann diese Summe in folgender Form geschrieben werden:

$$V_{AB_1CB_2A} = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} B_0 D^2;$$

dann ist

$$V_{AB_1CBA} = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} B_0 D - \frac{2\beta - \sin 2\beta}{8} B_0 D_x^2. \quad (7)$$

Durch Einsetzen der Gl. (6) und (7) in (5) erhält man

$$p \left( \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8} B_0 D^2 - \frac{2\beta - \sin 2\beta}{8} B_0 D_x^2 \right) = q_0 \frac{2\beta - \sin 2\beta}{8} B_0 D_x^2.$$

Daraus ergibt sich für den Durchmesser des reduzierten Reifens

$$D_x = D \sqrt{\frac{p}{p + q_0} \frac{8\alpha - \sin 2\alpha}{2\beta - \sin 2\beta}}. \quad (8)$$

Wir wollen nun den Beiwert der Bodenverformbarkeit und den Beiwert der Reifenverformbarkeit in einem „reduzierten“ Verformbarkeitsbeiwert  $K_1$  zusammenfassen.

Der resultierende oder „reduzierte“ Verformbarkeitsbeiwert  $K_1$  ist das Verhältnis der auf den Luftreifen wirkenden Gesamtbelastung  $Q$  zur Summe des Volumens des verformten Bodens und des Volumens des verformten Luftreifenteils, d. h. es ist

$$K_1 = \frac{Q}{V_B + V_R}. \quad (9)$$

Hierin ist

$V_B$  das Volumen des verformten Bodens und  $V_R$  das Volumen des verformten Reifenteils.

$V_B$  und  $V_R$  werden durch folgende Ausdrücke bestimmt:

$$V_B = \frac{Q}{q_0}; \quad V_R = \frac{Q}{p}.$$

Dann ist

$$K_1 = \frac{Q}{\frac{Q}{q_0} + \frac{Q}{p}} = \frac{p \cdot q_0}{p + q_0}$$

oder

$$\frac{K_1}{q_0} = \frac{p}{p + q_0}. \quad (10)$$

Durch Einsetzen von Gl. (10) in Gl. (8) erhalten wir

$$D_x = D \sqrt{\frac{K_1}{q_0} \cdot \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\beta - \sin 2\beta}}. \quad (11)$$

Für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gilt:

$$AB_2 = R \sin \alpha = R_x \sin \beta.$$

Daraus folgt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{D_x}{D}.$$

Wir bilden von beiden Hälften dieser Gleichung die zweite Potenz und erhalten dann

$$\frac{D_x^2}{D^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = \frac{K_1}{q_0} \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\beta - \sin 2\beta};$$

$$\frac{2\beta - \sin 2\beta}{K_1 \sin^2 \beta} = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{q_0 \sin^2 \alpha}$$

oder

$$2 \frac{2\beta - \sin 2\beta}{(1 - \cos 2\beta) K_1} = 2 \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{(1 - \cos 2\alpha) q_0} \quad (12)$$

Um  $\alpha$  und  $\beta$  zu bestimmen, entwickeln wir für die Sinus- und Cosinusausdrücke Reihen und verwenden von diesen Reihen nur die ersten zwei Glieder. Für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ , deren Werte etwa bei  $45^\circ$  liegen, bedeutet das einen Fehler von höchstens 2%. Wir erhalten also:

$$2 \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = 2 \frac{2\alpha - \frac{2\alpha}{1!} + \frac{(2\alpha)^3}{3!}}{1 - 1 + \frac{(2\alpha)^2}{2!}} = \frac{4}{3} \alpha$$

und

$$2\alpha - \sin 2\alpha = \frac{8}{6} \alpha^3 \quad (13)$$

Ähnlich ergibt sich

$$2 \frac{2\beta - \sin 2\beta}{(1 - \cos 2\beta)} = \frac{4}{3} \beta$$

und

$$2\beta - \sin 2\beta = \frac{8}{6} \beta^3 \quad (14)$$

Wenn wir in Gl. (12) die entsprechenden Ausdrücke einsetzen, erhalten wir

$$\frac{\beta}{K_1} = \frac{\alpha}{q_0} \quad (15)$$

Aus Gl. (4) folgt

$$2\alpha - \sin 2\alpha = \frac{8Q}{q_0 B_0 D x^2}$$

Durch Einsetzen der Gl. (13) erhalten wir:

$$\frac{8}{6} \alpha^3 = \frac{8Q}{q_0 B_0 D x^2}$$

Hieraus folgt

$$\alpha = 1,82 \sqrt[3]{\frac{Q}{q_0 B_0 D x^2}} \quad (16)$$

Für den Winkel  $\beta$  des „reduzierten“ Reifens erhalten wir dann

$$\beta = \frac{K_1}{q_0} \alpha = 1,82 \frac{K_1}{q_0} \sqrt[3]{\frac{Q}{q_0 B_0 D x^2}} \quad (17)$$

Wenn wir nun die Gl. (13), (14) und (15) in Gl. (11) einsetzen, erhalten wir

$$D_x = D \sqrt[3]{\frac{K_1}{q_0} \cdot \frac{q_0^3}{K_1^3} \cdot \frac{q_0}{K_1} D} \quad (18)$$

Der Durchmesser des „reduzierten“ Reifens ist also dem Durchmesser des unverformten Reifens proportional, wobei die Proportionalitätszahl dem Verhältnis der Bodenverformbarkeit zur resultierenden „reduzierten“ Verformbarkeit gleich ist.

Wenn man in die von GRANDVOINET und GORJATSCHKIN zur Bestimmung des Rollwiderstandes eines starren Rades auf weichem Boden entwickelte Gleichung den oben gefundenen Ausdruck Gl. (18) des „reduzierten“ Luftreifens einsetzt, erhält man folgende Gleichung für den Rollwiderstand eines Luftreifens auf weichem Boden:

$$p_R = 0,86 \frac{K_1^{2/3}}{q_0} \frac{Q^{4/3}}{D^{2/3} B_0^{1/3}} = 0,86 Q \sqrt[3]{\frac{Q K_1^2}{q_0^3 D^2 B_0}} \quad (19)$$

Hierin ist

$$K_1 = \frac{p q_0}{p + q_0}$$

die resultierende „reduzierte“ Verformbarkeit in  $\text{kg/cm}^3$ .

Die Dimensionen der anderen Werte sind bereits weiter oben angegeben worden.

Die Verformbarkeit  $p$  wurde für einen Luftreifen 9–13 im Schlepper- und Kraftfahrzeuglaboratorium des Leningrader Instituts der Mechanisierung der Landwirtschaft experimentell ermittelt. Die Ergebnisse enthält Tafel 1.

Der Wert  $q_0$  wurde für ein Kartoffelfeld mit einem Bodenprüfgerät nach GORJATSCHKIN bestimmt und betrug 0,3 bis  $0,5 \text{ kg/cm}^3$ . In unseren Berechnungen verwenden wir den Wert  $q_0 = 0,4 \text{ kg/cm}^3$ .

Tafel 1

Reifendruck $p_0$ [ $\text{kg/cm}^2$ ]	Reifenverformbarkeit $p$ [ $\text{kg/cm}^3$ ]
2,5	0,95
1,5	0,50
0,8	0,26

Nach den für  $p$  und  $q_0$  erhaltenen Werten wurde die „reduzierte“ Verformbarkeit errechnet. Tafel 2 enthält Mittelwerte dieser Verformbarkeit für einen Kartoffelacker und Reifen von der Größe 9–13.

Tafel 2

Reifendruck $p_0$ [ $\text{kg/cm}^2$ ]	Resultierende „reduzierte“ Verformbarkeit $K_1$ [ $\text{kg/cm}^3$ ]
2,5	0,28
1,5	0,22
0,8	0,15

Das Diagramm (Bild 4) zeigt, daß die experimentell auf einem Kartoffelacker ermittelten Werte gut mit den theoretischen Werten übereinstimmen. Die durch Zugkraftmessungen erhaltenen Werte sind durch die ausgezogene Linie verbunden und die nach Gl. (19) errechneten durch die gestrichelte Linie.

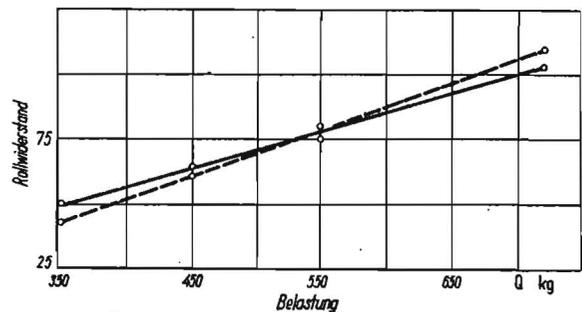


Bild 4.

Wenn man ohne Zugkraftmessungen die Verformbarkeit  $p$  des Reifens im Laboratorium bestimmt und die Bodenverformbarkeit  $q_0$  kennt, kann man für verschiedene Werte des Raddurchmessers, der Radbreite, der Belastung und des Luftdruckes im Reifen nach Gl. (19) den Rollwiderstand errechnen und ist dann in der Lage, die günstigsten Abmessungen und Drücke für Luftreifen auf weichem Boden zu ermitteln<sup>2)</sup>.

AU 2845

<sup>2)</sup> S a. E. D. LWOW, Theorie des Schleppers. VEB Verlag Technik, Berlin 1954.

Die „Landmaschinenliste“ des Forsttechniklers:

### Forstgeräteleiste

Herausgegeben vom Fachausschuß Forsttechnik der KdT. Format DIN A 5, 568 Seiten, 228 Bilder, kunstlederbezogener Schraubeinband mit Raum für Nachträge. 19,60 DM

Eine systematische, in 13 Gruppen gegliederte Sammlung von Typenblättern über alle Maschinen und Geräte, die der Forstwirtschaft in der DDR zur Mechanisierung ihrer Arbeiten zur Verfügung stehen. Durch späteres Einfügen vorgesehener Nachtragsblätter kann die Forstgeräteleiste stets wieder auf den neuesten Stand gebracht werden.

Zu beziehen durch den Buchhandel

**VEB Verlag Technik, Berlin**