

## Methoden zum Bestimmen der mittleren Grenznutzungsdauer von technischen Arbeitsmitteln nach Kurzzeituntersuchungen

Prof. Dr.-Ing. habil. CHR. EICHLER, KDT  
H.-Ing. W. SCHIROSLAWSKI, KDT

### 1. Problemstellung

Die derzeit angewendeten statistischen Untersuchungsverfahren basieren auf dem Auswerten einer kompletten Stichprobe. Nach Ausfall aller Elemente einer Stichprobe wird die Verteilungsfunktion bestimmt und daraus auf die Grundgesamtheit geschlossen. Bei einer genügend großen Stichprobe sind mit diesem Verfahren recht genaue Ergebnisse zu erzielen. Sie liegen aber erst nach Ausfall des letzten Elements der Stichprobe vor. Infolge der großen Variationskoeffizienten des Schädigungsverhaltens von technischen Arbeitsmitteln ergeben sich lange Untersuchungszeiten. So haben auf diese Weise gewonnene Daten praktisch nur historische Bedeutung. Für die Konstruktion können diese Daten als Richtwerte benutzt werden. Für die Instandhaltungsplanung sind diese Werte nicht verwendbar, da sie zu spät zur Verfügung stehen und ein Übertragen auf andere technische Arbeitsmittel nicht möglich ist.

Es ist notwendig, Verfahren zu entwickeln, die es gestatten, das zu erwartende Schädigungsverhalten schneller zu bestimmen.

### 2. Lösungsweg

#### 2.1. Mathematische Extrapolation

Unter der Voraussetzung, daß die mathematische Funktion im gesamten Merkmalsraum  $0 < t < t_{\max}$  bekannt ist, kann bei Vorliegen eines Teiles der Funktion mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auf die Parameter der Funktion im gesamten Merkmalsraum geschlossen werden (Bild 1). Aus einer Grundgesamtheit wird eine Stichprobe der Größe  $n$  entnommen. Von den bis zum Zeitpunkt  $t_e$  ausfallenden Elementen dieser Stichprobe liegen die Grenznutzungsdauern  $t_1, t_2, \dots, t_k$  vor, wobei  $t_k$  die größte gemessene Grenznutzungsdauer ist. Von den im Intervall  $t_e < t < t_{\max}$  liegenden  $(n - k)$  Meßwerten ist bekannt, daß diese größer als die zuletzt gemessene Grenznutzungsdauer  $t_k$  sind. Damit ist die Extrapolationsbedingung erfüllt. Eine Stichprobe mit diesen Eigenschaften wird als unvollständige Stichprobe bezeichnet.

Es wird aus der unvollständigen Stichprobe  $t_1 \dots t_k$  zu einem Zeitpunkt  $t_e$  ( $t_e \ll t_{\max}$ ), zu dem die dazugehörige Grundgesamtheit noch statistisch unausgeglichen ist, auf die statistisch ausgeglichene Grundgesamtheit geschlossen. Die so gewonnenen Daten haben Wahrscheinlichkeits-

charakter. Bei richtiger Anlage der Untersuchungen ist es möglich, den Fehler in zulässigen Grenzen zu halten.

#### 2.2. Bedingungen an Extrapolationsmethoden

An Extrapolationsmethoden werden von der praktischen Seite der Anwendbarkeit folgende Bedingungen gestellt:

- Aussagefähigkeit nach einer Untersuchungszeit von maximal zwei Jahren
- Möglichkeit des Vorausbestimmens der mittleren Grenznutzungsdauer mit einem Vertrauensintervall von maximal  $\pm 10$  Prozent
- Verwendbarkeit von Daten, die im landwirtschaftlichen Betrieb und in der praktischen Erprobung anfallen
- Ermittlung der Kennwerte mit geringem Aufwand
- Planbarkeit des Aufwands in Abhängigkeit von den vorliegenden Untersuchungsbedingungen und von der erforderlichen Genauigkeit
- Anwendbarkeit für verschiedene Schädigungsarten

#### 2.3. Voraussetzungen für eine Extrapolation

Um die Extrapolation zu ermöglichen, sind Voraussetzungen erforderlich:

- Das Schädigungsverhalten kann mit einem Verteilungstyp der mathematischen Statistik hinreichend beschrieben werden.
- Die inneren und äußeren Schädigungsbedingungen für die Grundgesamtheit für die vollständige und die unvollständige Stichprobe unterscheiden sich voneinander nicht signifikant.
- Der Fehler infolge der Anwendung von Gesetzmäßigkeiten für unendliche Grundgesamtheiten auf endliche Grundgesamtheiten ist bei den vorliegenden Bestandszahlen vernachlässigbar klein.

### 3. Grundlagen

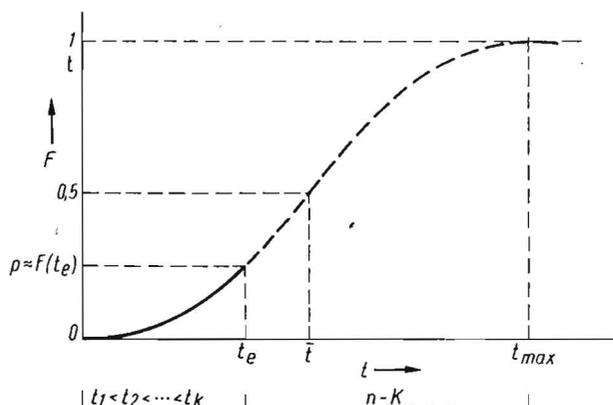
#### 3.1. Anwendungsbereiche der Verteilungstypen

Die Eigenschaften der Verteilungstypen grenzen deren Anwendungsbereiche ab. Als Maßstab für diese Grenzen kann der Variationskoeffizient  $V = s/\bar{t}$  herangezogen werden. Die Exponentialverteilung kann nur bei einem Variationskoeffizienten von  $V = 1$  angewendet werden, bei der Weibull- und Lognormalverteilung ist dieser unbeschränkt. Die Normalverteilung, bekanntlich im Bereich  $-\infty < t < +\infty$  geltend, ist bei einem  $V \leq 0,4$  mit geringem Fehler (0,6%) anwendbar. Bei bestimmten Parameterverhältnissen approximieren sich einige Verteilungstypen und sind somit nicht unterscheidbar /1/. Da praktische Untersuchungen zeigen, daß für das Schädigungsverhalten von Traktorenbaugruppen  $0,2 \leq V \leq 0,4$  gilt, kann die Normalverteilung oder die Weibullverteilung für das Beschreiben der Mischschädigung angewendet werden. Auf der Grundlage des Variationskoeffizienten, des Verlaufs der Ausfallrate und der gegenseitigen Approximation wurden Anwendungsbereiche erarbeitet, die im Beitrag auf S. 391 (H. 9) näher dargestellt sind.

#### 3.2. Arten und Eigenschaften unvollständiger Stichproben

Unvollständige Stichproben haben verschiedene Eigenschaften. Es wird eine feste Meßdauer  $0 \dots t_e$  (Typ I) und eine feste Anzahl von  $k$  Ausfällen (Typ II) mit und ohne Ersetzung unterschieden, sowie zwischen einfach und doppelt unvollständigen Stichproben. Bei einfach unvollständigen Stichproben liegen die  $k$  gemessenen Einzelwerte zwischen  $0 \leq t \leq t_e$ , bei doppelt unvollständigen Stichproben im Intervall  $t_a \leq t \leq t_e$ . Letztere Form erlangt Bedeutung, wenn die Untersuchung des Schädigungsverhaltens erst nach Ablauf der Zeit  $t_a$  beginnt und Grenznutzungsdauern  $\leq t_a$  nicht mehr nachweisbar sind. Sie kann auch eingesetzt werden, wenn Frühausfälle ausgeschaltet werden sollen.

Bild 1. Extrapolation einer Verteilungsfunktion



Tafel 1. Extrapolationsverfahren

Verfahren	Art		Anwendungsbereich				Bemerkung
	Graphisch	Numerisch	Normalverteilung	Weibullverteilung	Exponentialverteilung	Lognormalverteilung	
GUPTA		×	ML <sup>1</sup>				Hilfstafeln; einfach unvollständige Stichprobe; explizit
GUPTA		×	n = 10				Hilfstafeln; einfach unvollständige Stichprobe; explizit
COHEN		×	ML				iterativ; einfach und doppelt unvollständige Stichprobe; Anfangsschätzungen iterativ; sehr aufwendig bei gebrochenem Formparameter; einfach unvollständige Stichprobe; $\gamma = 0$ ausgefallene Elemente werden sofort ersetzt; explizit; Vertrauensgrenzen über mit hohem Aufwand auszuwertendes Integral; $\gamma = 0$ Iterationsverfahren mit Ortsparameter; EDVA unbedingt notwendig
COHEN		×	ML				Parameter-schätzung ohne Angabe von Vertrauensgrenzen es dürfen nur 2 Ausfälle vorkommen
STÖRMER		×	n-unbegr.				einfach unvollständige Stichprobe Typ I und Typ II mit und ohne Ersetzung dto.
HARTER/MOORE		×	ML				Iterationenverfahren mit Ortsparameter; EDVA unbedingt notwendig
STANGE	×		n-unbegr.				Hilfstafeln
JAECH		×	n-klein				Keine Angabe von Vertrauensgrenzen; geschätzt wird der Mittelwert der empirischen Verteilung
STÖRMER				n-unbegr.			
EPSTEIN/SOBELTIKU		×		n-unbegr.		ML	Iterationenverfahren mit Ortsparameter; EDVA unbedingt notwendig
MARTER/MOORE		×				ML	Hilfstafeln
Uni Rostock	×		n-unbegr.	n-unbegr.	n-unbegr.	n-unbegr.	
WINFREU	×		empirisch	empirisch	empirisch	empirisch	

<sup>1</sup> Maximum-Likelihood-Schätzung

### 3.3. Parametereinschätzung

Mit der Extrapolation werden Parameter aus unvollständigen Stichproben geschätzt und auf die Grundgesamtheit übertragen. Die Parameterschätzung ist eine Zufallsvariable und hat deshalb eine Varianz. Eine der wichtigsten Schätzungs-

Tafel 2. Werte von z für p und  $\psi$  /4/

$\psi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	p	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,10	0,5374	0,6528	0,7616	0,8769	1,0076		1,1645	1,3652	1,6439	2,0854	3,0000
0,20	0,5210	0,6256	0,7212	0,8193	0,9262		1,0483	1,1914	1,3785	1,6271	2,0000
0,30	0,5022	0,5957	0,6786	0,7608	0,8473		0,9419	1,0492	1,1752	1,3292	1,5275
0,40	0,4806	0,5626	0,6329	0,7006	0,7694		0,8419	0,9205	1,0079	1,1076	1,2247
0,50	0,4552	0,5251	0,5833	0,6375	0,6909		0,7453	0,8020	0,8624	0,9278	1,0000
0,60	0,4244	0,4819	0,5281	0,5698	0,6097		0,6490	0,6887	0,7295	0,7718	0,8165
0,70	0,3858	0,4302	0,4647	0,4949	0,5228		0,5496	0,5758	0,6018	0,6280	0,6547
0,80	0,3342	0,3650	0,3878	0,4072	0,4246		0,4408	0,4562	0,4711	0,4857	0,5000
0,90	0,2561	0,2722	0,2836	0,2930	0,3011		0,3084	0,3152	0,3215	0,3276	0,3333

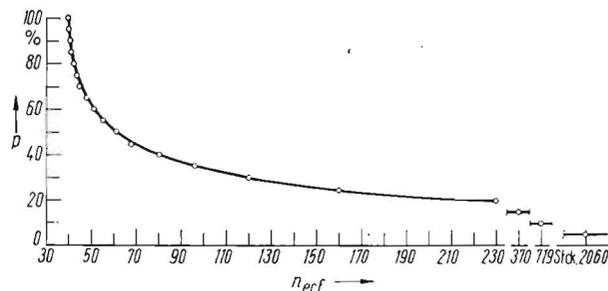


Bild 2. Erforderliche Stichprobengröße zum Erreichen asymptotischer Normalität der Maximum-Likelihood-Schätzung in Abhängigkeit vom prozentualen Ausfall

methoden ist die Maximum-Likelihood-Schätzung. Sie ist asymptotisch normalverteilt und kann deshalb für das Konstruieren von Vertrauensintervallen ausgenutzt werden /2/.

Wird davon ausgegangen, daß für Grenznutzungsdauern landtechnischer Arbeitsmittel die Standardabweichungen bei etwa 30% des Mittelwertes liegen, daß ein 10prozentiger Mittelwertfehler zulässig ist und daß eine statistische Sicherheit von 95 Prozent als die technisch übliche hinreichend ist, so bewegen sich die erforderlichen Stichproben in der Größenordnung von 40 Stück. Diese Stichprobengröße liegt oberhalb der Grenze, bei der die Maximum-Likelihood-Schätzung hinreichend genau ihre asymptotischen Eigenschaften erreicht.

Für unvollständige Stichproben verschiebt sich der Punkt, bei dem diese Schätzung ihre für die Anwendung notwendigen asymptotischen Eigenschaften erreicht, naturgemäß in Richtung größerer Stichproben. Es kann angenommen werden, daß sich die erforderlichen Stichprobengrößen bei unvollständigen Stichproben analog zur Varianzzunahme der Parameterschätzung der Normalverteilung in Abhängigkeit vom Extrapolationszeitpunkt verschiebt. Die asymptotischen Eigenschaften der Maximum-Likelihood-Schätzung aus der unvollständigen Stichprobe werden dann erreicht, wenn ihre Varianz gleich der Varianz der Maximum-Likelihood-Schätzung aus der vollständigen Stichprobe ist. Damit werden für die Maximum-Likelihood-Schätzung die Grenzen ihrer Anwendbarkeit in Abhängigkeit vom Ausfallanteil im Bild 2 angegeben.

### 4. Verfahrensübersicht

In der Literatur liegen für verschiedene Verteilungstypen numerische und graphische Verfahren zum Schätzen der Parameter aus unvollständigen Stichproben vor. Tafel 1 gibt einen Überblick. Die Verfahren nach GUPTA, COHEN, STÖRMER und TIKU sind in /3/ beschrieben.

### 5. Numerische Extrapolation der Normalverteilung

#### 5.1. Parameterschätzung nach GUPTA /4/

Für die unvollständige Stichprobe wird der Mittelwert  $\bar{t}$  und die Varianz  $s^2$  in üblicher Weise nach

$$\bar{t} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i \quad (1) \quad \text{und} \quad s^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (t_i - \bar{t})^2 \quad (2)$$

berechnet.

Der extrapolierte Mittelwert  $\hat{t}$  wird aus Gl. (3)

$$\hat{t} = \bar{t} + (\hat{\sigma}^2 - s^2)/d \quad (3)$$

mit

$$d = t_k - \bar{t} \quad (4)$$

und der extrapolierten Standardabweichung

$$\hat{\sigma} = d/z \quad (5)$$

ermittelt.  $z$  ist eine Hilfsgröße und Tafel 2 zu entnehmen. Die für das Bestimmen der Hilfsgröße  $z$  erforderlichen Kennwerte  $p$  und  $\psi$  werden aus der gemessenen unvollständigen Stichprobe bestimmt.

$$p = k/n \quad (6)$$

ist der Anteil der vollständigen Stichprobe, der bis zum Extrapolationszeitpunkt ausgefallen ist.

$$\psi = s^2/(s^2 + d^2) \quad (7)$$

### 5.2. Berechnung der Vertrauensgrenzen

GUPTA gibt die asymptotischen Varianzen seiner Parameterschätzung zu

$$\text{Var}(\hat{t}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \sigma_{11} \quad (8) \quad \text{und} \quad \text{Var}(\hat{\sigma}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \sigma_{22} \quad (9)$$

mit  $\sigma_{11}$  und  $\sigma_{22}$  nach Tafel 3 an.

Die Vertrauensgrenzen der geschätzten, extrapolierten Parameter  $\hat{t}$  und  $\hat{\sigma}$  ergeben sich auf der Basis der Maximum-Likelihood-Schätzung über die asymptotischen Varianzen zu

$$\hat{t} - u_z \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \sqrt{\sigma_{11}} \leq \mu \leq \hat{t} + u_z \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \sqrt{\sigma_{11}} \quad (10)$$

und

$$\hat{\sigma} - u_z \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \sqrt{\sigma_{22}} \leq \sigma \leq \hat{\sigma} + u_z \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \sqrt{\sigma_{22}} \quad (11)$$

mit  $\mu$  wahrer Mittelwert und  $\sigma$  wahre Standardabweichung. Die Werte  $u_z$  als die Schranken der Normalverteilung, die  $S\%$  der Grundgesamtheit einschließen ( $S$  statistische Sicherheit), werden Tafel 4 entnommen.

### 5.3. Praktisches Beispiel

Aus einer Stichprobe von  $n = 52$  Traktoren ZT 300 sollen die Parameter des Schädigungsverhaltens der Baugruppe Motor nach Ausfall von  $k = 24$  Stück bestimmt werden (Extrapolationszeitpunkt  $t_c = 19\,100$  l DK). Die 24 gemessenen Grenznutzungsdauern zeigt Tafel 5. Der Mittelwert der unvollständigen Stichprobe  $\bar{t}$  ist nach Gleichung (1)

$$\bar{t} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} t_i = 14\,792 \text{ l DK}$$

und die Varianz  $s^2$  nach Gl. (2)

$$s^2 = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} (t_i - 14\,792)^2 = 11\,066\,000 \text{ l DK}^2$$

Die Größen  $d$ ,  $p$  und  $\psi$  sind nach den Gleichungen (4), (6) und (7)

$$d = 19\,068 - 14\,792 = 4\,276 \text{ l DK}$$

$$p = 24/52 = 0,462$$

$$\psi = 11\,066\,000 / (11\,066\,000 + 18\,284\,176) = 0,377$$

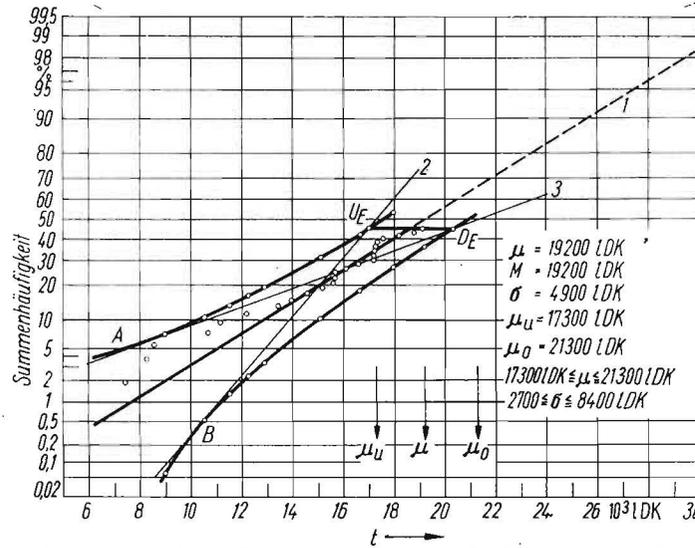
Aus Tafel 2 ergibt sich über Interpolation  $z = 0,7623$ .

Damit ist die extrapolierte Standardabweichung entsprechend Gleichung (5)  $\hat{\sigma} = 4\,276/0,7623 = 5\,609$  l DK

und der extrapolierte Mittelwert nach Gleichung (3)

$$\hat{t} = 14\,792 + (31\,460\,880 - 11\,066\,000)/4\,276 = 19\,561 \text{ l DK}$$

Für 95% statistische Sicherheit ist  $u_z = 1,96$  (Tafel 4). Damit ergeben sich die Vertrauensgrenzen für den Mittelwert mit dem aus Tafel 3 entnommenen Wert  $\sigma_{11}$  nach Gleichung (10) zu  $17\,595 \leq \mu \leq 21\,527$



Abzissenachse gleichmäßig, Ordinatenachse nach dem Gauß'schen Integral, geteilt

Bild 3. Graphische Extrapolation, Normalverteilung, Motor ZT 300

Die mittlere Grenznutzungsdauer beträgt mit einer statistischen Sicherheit von 95% mindestens 17 600 l DK, der wahrscheinlichste Wert ist  $\hat{t} = 19\,560$  l DK. Der Mittelwertfehler beläuft sich auf

$$a = 19\,561 - 17\,595 = 1\,966 \text{ l DK} \text{ oder}$$

$$f = 1\,966/19\,561 = 0,1 \cong 10\%$$

### 6. Graphisches Verfahren

Da verschiedene numerische Extrapolationsverfahren größeren Rechenaufwand bringen und für statistische Auswertungen auch Wahrscheinlichkeitspapiere benutzt werden, wurde ein graphisches Verfahren entwickelt. Es kann für die Normalverteilung sowie für die Weibull- und Lognormalverteilung angewendet werden.

Tafel 3. Varianzen und Kovarianzen der Maximum-Likelihood-Schätzung in Einheiten von  $\sigma^2/4$

$p$	$\sigma_{11}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{22}$	$p$	$\sigma_{11}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{22}$
0,10	17,79459	10,62002	7,51418	0,70	1,13826	0,20657	0,81975
0,20	5,78039	3,71733	3,53748	0,80	1,06232	0,10690	0,68869
0,30	3,01994	1,83219	2,24800	0,90	1,02008	0,04113	0,58592
0,40	1,99085	1,02593	1,61549	0,95	1,00752	0,01759	0,54174
0,50	1,51709	0,60523	1,24445	0,97	1,00384	0,00974	0,52496
0,60	1,27266	0,35982	0,99476	0,99	1,00099	0,00287	0,50843

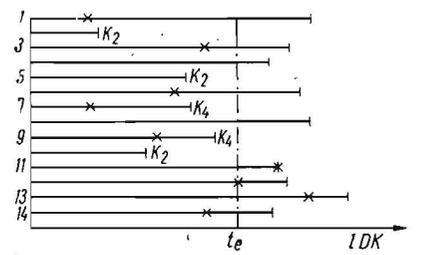
Tafel 4.  $u_z$ -Werte für statistische Sicherheit  $S$

$u_z$	1,28	1,645	1,96	2,33	2,57	2,8
$S$ [%]	80	90	95	98	99	99,5

Tafel 5. Grenznutzungsdauern für Motoren ZT 300 in l DK

8 285	15 681	7 451	17 200
19 068	10 722	15 192	18 218
16 593	14 625	17 550	17 253
17 173	18 817	12 192	15 609
15 665	17 322	16 125	11 159
13 936	12 430	8 530	17 210

Bild 4. Zufällig entnommene Stichprobe in praktischen Untersuchungen;  $n = 14$ ,  $k_1 = 7$ ,  $k_2 = 3$ ,  $k_3 = 5$ ,  $k_4 = 2$ ,  $x$  Ausfall,  $F_S(t_c) = 0,555$  weiterzuverarbeitende Meßreihe:  $\{t_1, t_2, t_6, t_{12}, t_{14}\}$



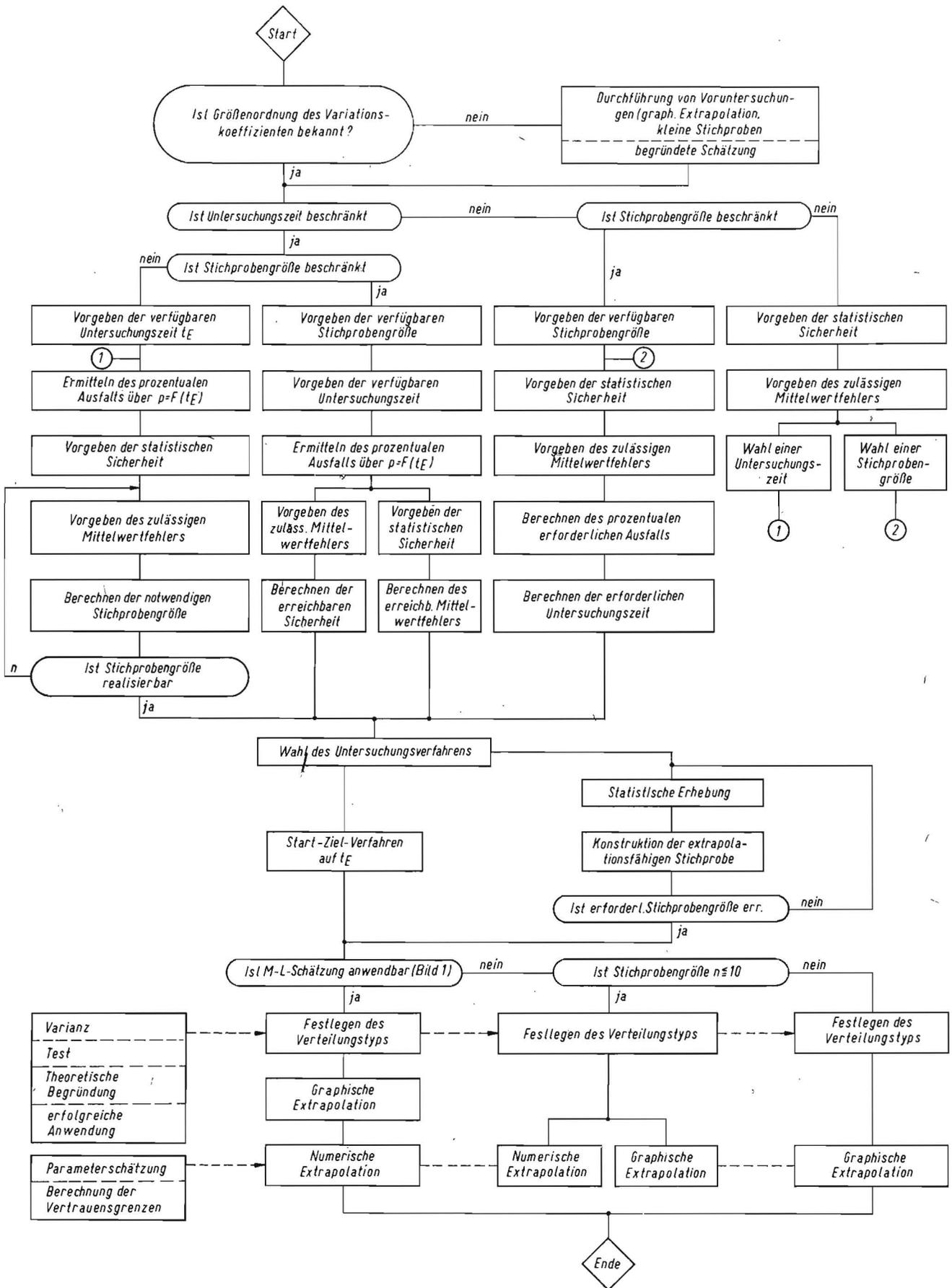


Bild 5. Modell zum Durchführen einer Grenznutzungsdaueranalyse

Die relativen, auf die vollständige Stichprobe bezogenen Summenhäufigkeiten ( $\approx$  Ausfallwahrscheinlichkeit) der Meßwerte aus der unvollständigen Stichprobe werden in üblicher Weise in das Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen /1/ (Bild 3). Durch die Punktwolke wird, wenn zulässig, eine Gerade gelegt. Diese wird über die letzten Meßwerte der unvollständigen Stichprobe hinaus verlängert. Aus dem Schnittpunkt mit der 50-Prozent-Linie kann die zu erwartende mittlere Grenznutzungsdauer ermittelt werden.

Die einzelnen Summenhäufigkeitsprozentente unterliegen unabhängig von ihrem Verteilungstyp einer Beta-Verteilung. Damit lassen sich die Vertrauensgrenzen der Summenhäufigkeiten konstruieren, die die Kontrollkurven A und B ergeben. Liegen die Summenhäufigkeiten innerhalb der Kontrollkurven, so wird die mit dem Legen der Geraden durch die Punktwolke aufgestellte Hypothese bestätigt. Die wahre Verteilung liegt zwischen den Geraden 2- und 3, die sich aus den Tangenten an die Kontrollkurven durch die Punkte  $u_e$  und  $o_e$ , der Vertrauensgrenzen des Extrapolationszeitpunktes ergeben.

Die Geraden 2 und 3 ergeben auf dem üblichen Weg die Vertrauensgrenzen des extrapolierten Mittelwertes und der Standardabweichung.

Bild 3 stellt die graphische Extrapolation des in 6.2 behandelten Beispiels dar.

### 7. Statistisches Aufbereiten praktischer Stichproben

Die Daten der unvollständigen Stichprobe können über zwei verschiedene Verfahren gewonnen werden:

- zu einem planmäßig festgelegten Zeitpunkt wird die gesamte, aus einer Generation<sup>1</sup> stommende Stichprobe in Betrieb genommen. Dabei lassen die annähernd gleichen Betriebsbedingungen erwarten, daß bei Erreichen des Extrapolationszeitpunktes alle Elemente der Stichprobe annähernd das gleiche Alter erreicht haben. (Start-Ziel-Verfahren)
- zu einem beliebigen Extrapolationszeitpunkt wird eine Stichprobe gebildet, indem eine bestimmte Zahl  $n$  zur gleichen Generation gehörender Elemente untersucht wird, die stetig über der Kalenderzeit der sozialistischen Landwirtschaft zugeführt wurden und bis zum Extrapolationszeitpunkt auch wegen unterschiedlicher Einsatzverhältnisse und -intensität ein unterschiedliches Alter erreicht haben (Schnittverfahren).

Beim Start-Ziel-Verfahren beginnt die Untersuchung für alle zufällig ausgewählten Elemente gleichzeitig bei  $t = 0$  und ist beendet, wenn alle nichtausgefallenen Elemente den vorgegebenen Extrapolationszeitpunkt  $t_e$  erreicht haben. Dabei ist es nicht notwendig, daß alle Elemente  $t_e$  gleichzeitig erreichen, also gleich alt sind, sondern nur im Interesse einer kurzen Untersuchungszeit anzustreben. Beim Start-Ziel-Verfahren wird unterstellt, daß bei einem Ausfall keine Erneuerung erfolgt. Für die ausgefallenen Elemente werden die Grenznutzungsdauern und für die nicht ausgefallenen Elemente die erreichten Nutzungsdauern ermittelt und ausgewertet.

Für das Schnittverfahren ist ein besonderes Aufbereiten des Zahlenmaterials erforderlich, um eine Zufallsauswahl der Elemente zu sichern. Zum Extrapolationszeitpunkt können die Elemente in folgende Gruppen eingeteilt werden (Bild 4):

- $k_1$  Anzahl der Ausfälle aller Elemente bis  $t_e$
- $k_2$  Anzahl der Elemente, die noch nicht ausgefallen sind, aber  $t_e$  noch nicht erreicht haben
- $k_3$  Anzahl der Elemente, deren Alter geringer als  $t_e$  ist
- $k_4$  Anzahl der Ausfälle von Elementen bis  $t_e$ , deren Maschinen aber  $t_e$  noch nicht erreicht haben.

Es sind verschiedene Aufbereitungsverfahren möglich. Ein praktisch brauchbares soll vorgestellt werden. Ein Schnittverfahren muß die Bedingung

$$F_u \leq F_s \leq F_o \quad (12)$$

erfüllen.

<sup>1</sup> Unter einer Generation wird eine beliebige Anzahl von Elementen gleicher Konstruktion verstanden, die sich lediglich durch die Fertigungstoleranzen unterscheiden.

Tafel 6. Erforderliche Stichprobengrößen für die Maximum-Likelihood-Schätzung der Normalverteilung ( $V = 0,3$ )

$f$ [%]	$p$ [%]	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1		61524	19985	10441	6883	5245	4400	3935	3673	3526
2,5		9844	3198	1670	1100	840	704	630	588	564
5		2460	800	418	275	210	176	157	147	141
7,5		1094	355	185	122	93	78	70	65	63
10		615	200	104	69	52	44	—	—	—

Verzerrungen der Maximum-Likelihood-Schätzung

Darin bedeuten:

- $F_u$  untere Grenze der Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt  $t_e$
- $F_s$  nach dem Schnittverfahren berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit
- $F_o$  obere Grenze der Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt  $t_e$

Im Falle  $F_u$  überdauern alle bis zum Extrapolationszeitpunkt nicht ausgefallenen Elemente das Alter  $t_e$ , bei  $F_o$  fallen diese vor  $t_e$  aus. Im vorgeschlagenen Verfahren wird die Stichprobe nach

$$F_s(t_e) = \frac{k_1 - k_4}{n - k_3} \text{ aufbereitet.} \quad (13)$$

Die Bedingung  $F_s \leq F_o$  ist in dieser Gleichung nur erfüllt, wenn

$$k_2 \geq k_4 \left( \frac{n}{k_1} - 1 \right) \quad (14) \quad \text{oder} \quad k_4/k_3 \leq k_1/n \quad (15)$$

Wenn alle Elemente der Stichprobe dem gleichen Verteilungstyp folgen, ist die Bedingung Gl. (12) mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit eingehalten. Die so aufbereitete Stichprobe hat die Größe  $(n - k_3)$ , die Zahl der Meßwerte  $k$  der unvollständigen Stichprobe beträgt  $k = k_1 - k_4$ . Es werden nur die Grenznutzungsdauern der Ausfälle in einem graphischen oder numerischen Extrapolationsverfahren weiterverarbeitet, deren Maschinen den Extrapolationszeitpunkt  $t_e$  erreicht haben (Bild 4).

### 8. Untersuchungsmethodik

Beim Planen einer Grenznutzungsdaueranalyse treten folgende Fragen auf:

- Ist die Zahl der Untersuchungsobjekte begrenzt oder unbegrenzt?
- Wieviel Untersuchungszeit steht zur Verfügung und wieviele Ausfälle können damit abgewartet werden?
- Wie groß darf der Fehler der Parameterschätzung sein?
- Welche Anforderungen sind an die statistische Sicherheit zu stellen?

Dieser Komplex läßt sich mit Gl. (16) oder (17), die aus Gl. (10) abgeleitet werden können, mathematisch beschreiben.

$$n \cong \frac{u_z^2 \sigma^2}{a^2} \sigma_{11} \quad (16) \quad n \cong \frac{u_z^2 V^2}{f^2} \sigma_{11} \quad (17)$$

Hierin sind:

- $a$  absoluter Mittelwertfehler  $a = t - \mu'$
- $f$  relativer Mittelwertfehler  $f = a/t$

Aus praktischen Erfordernissen lassen sich die in Tafel 6 dargestellten Untersuchungsvarianten ableiten. Die Variante 1, bei der Untersuchungszeit, statistische Sicherheit und Mittelwertfehler vorgegeben sind, berechnet die erforderliche Stichprobengröße.

Ausgehend von der Tatsache, daß für das Schädigungsverhalten von Traktorenbaugruppen der Variationskoeffizient mit 0,2...0,4 angenommen werden kann, wurden für die praktisch brauchbaren Bereiche die erforderlichen Stichprobengrößen in Tafel 6 dargestellt.

Bild 5 gibt den Ablaufplan einer Grenznutzungsdaueranalyse wieder.

(Schluß auf Seite 451)

# Untersuchungen zur Ermittlung von Verschleißgrenzen für Kettenräder und Rollenketten

## 1. Aufgabenstellung und Lösungsweg

Die in den Landmaschinen enthaltenen Rollenketten und Kettenräder sind aufgrund ihrer im Verhältnis zur Konstruktionsnutzungsdauer der Maschine geringen Grenznutzungsdauer Verschleißteile. Eine relativ große Zahl dieser Maschinenelemente ist in den wichtigsten Landmaschinen enthalten. Die spezialisierte Instandsetzung derartiger Landmaschinen bietet den Vorteil, daß durch die Anwendung bestimmter zulässiger Abnutzungswerte (Betriebs- und Aussonderungsgrenzen) eine optimale Ausnutzung der Grenznutzungsdauer der Einzelteile und damit eine Verbesserung der Ersatzteilversorgung ermöglicht wird.

Zur Zeit erfolgt jedoch die Beurteilung des Schädigungszustands der Kettenräder bis auf sehr wenige Ausnahmen subjektiv, da keine begründeten Betriebs- und Aussonderungsgrenzen vorliegen. Zur Ermittlung dieser Schädigungsgrenzen wurden experimentelle Untersuchungen auf einem Rollenkettenprüfstand durchgeführt, um für einen typischen Kettenbetrieb die Nutzungsdauer neuer Ketten in Abhängigkeit von der Abnutzung neuer und gebrauchter Kettenräder festzustellen.

Aus der sich ergebenden Differenz der Nutzungsdauer soll abgeleitet werden,

- in welchem Maße eine längere Nutzung der von den Instandsetzungswerken ausgesonderten Ketten möglich und zweckmäßig ist;
- wie sich die Abnutzung der Zähne auf die Nutzungsdauer neuer Ketten auswirkt, mit dem Ziel der Nutzung mehrerer Ketten auf den gleichen Kettenrädern bei ökonomisch vertretbaren Grenznutzungsdauern der neuen Ketten;
- welche Möglichkeiten sich für die Festlegung von Betriebsgrenzen der Zähne ergeben.

## 2. Versuchsdurchführung — Wahl des Rollenkettentriebes

Für die experimentellen Untersuchungen wurde der Kettentrieb für den Antrieb der Leittrommel des Mähdeschers

\* VEB Weimar-Kombinat, Institut für Landmaschinentechnik Leipzig (Direktor: Dr.-Ing. H. REICHEL)

(Schluß von Seite 550)

### Zusammenfassung

Es wurde über Verfahren berichtet, die es ermöglichen, die zu erwartenden Parameter des Schädigungsverhaltens aus Kurzzeituntersuchungen zu ermitteln. Bei der Erprobung der Verfahren war es beispielsweise möglich, bei Traktorenmotoren nach 18 Monaten Untersuchungszeit (45% Ausfall einer Stichprobe) bei einer Stichprobengröße von 52 Stück die Parameter der Verteilung des Schädigungsverhaltens mit einer Genauigkeit von 10% zu ermitteln. Bei Erhöhen der Stichprobengröße sind wesentlich frühzeitigere Extrapolationszeitpunkte möglich.

### Literatur

- /1/ SCHIROSLAWSKI, W.: Anwenden von Verteilungsfunktionen zum Beschreiben des Schädigungsverhaltens landtechnischer Arbeitsmittel. Deutsche Agrartechnik 20 (1970) II, 11
- /2/ LLOYD / LIPOW: Reliability: Managements, Methods and Mathematics. Englewood Cliffs, N. J. 1962
- /3/ SCHIROSLAWSKI, W.: Methode zum Vorausbestimmen der zu erwartenden Grenznutzungsdauer aus Kurzzeituntersuchungen. Teilbericht zum Forschungsauftrag „Mathematische Modellierungen in der Instandhaltung“. Universität Rostock, Sektion Landtechnik 1971 (unveröffentlicht)
- /4/ GUPTA, A. K.: Estimation of the mean and standard deviation of a normal population from a censored sample. Biometrika 39 (1952) S. 260 A 8440

E 175 ausgewählt. Dieser Trieb läuft ungeschützt und ist starker Staubeinwirkung ausgesetzt. Die Maschine an sich ist heute zwar nicht mehr von überragender Bedeutung, da die Ergebnisse der Untersuchungen aber allgemeingültigen Charakter haben, sollen sie hier dargestellt werden.

Technische Daten:

Antriebskettenrad, Ersatzteil-Nr. MD 364,  $z_1 = 20$ ,  
 $n_1 = 670 \text{ min}^{-1}$

getriebenes Kettenrad, Ersatzteil-Nr. MD 1047,  $z_2 = 27$ ,  
 $n_2 = 496 \text{ min}^{-1}$

Rollenkette 1x19,05x11,68x122 TGL 11796

Rollenkettengeschwindigkeit  $v = 4,3 \text{ m/s}$

Leistungsübertragung  $N = 6 \text{ PS}$

Die Versuchsdurchführung erfolgte mit Rollenkettenrieben, bestehend aus neuen Kettenrädern und neuen Rollenketten sowie aus ausgesonderten Kettenrädern und neuen Rollenketten auf dem Rollenkettenversuchsstand /1/ unter praxisähnlichen Bedingungen bis 3% Kettenlängung.

### 2.1. Auswahl und Messung der Kettenräder

Bei mehreren Instandsetzungswerken wurden aus den zur Verschrottung bestimmten Kettenrädern 29 Stück MD 364 und 31 Stück MD 1047 ausgewählt. Auswahlkriterium war das Verschleißbild an den Kettenradzähnen. Weitere Beschädigungen durften die ausgewählten Kettenräder nicht aufweisen, insbesondere keine mit bloßem Auge wahrnehmbaren Deformationen, die von unsachgemäßer Montage bzw. Demontage herrühren.

Durch Messen der Zahndicke wurde die subjektiv angewendete Aussonderungsgrenze für die Kettenräder festgestellt.

Die Festlegung der Meßstellen am Kettenrad erfolgte entsprechend der von BERGE /2/ angegebenen Verschleißzone unterhalb des Teilkreises.

Die Zahndicke wurde bei der Schadaufnahme mit dem Handgerät für Zahndickenmessung des VEB Carl Zeiss, Jena, bestimmt. Zur Einstellung des Höhenschiebers am Zahndickenmeßgerät war das Maß  $h = a + u$  zu errechnen (Bild 1).  $u$  beträgt 0,5 bis 2,0 mm /2/.

Für das Kettenrad MD 364,  $z = 20$ , errechnet sich  $a = 3,51 \text{ mm}$ ; mit  $u = 1,49 \text{ mm}$  wird  $h = 5,0 \text{ mm}$ .

Für das Kettenrad MD 1047,  $z = 27$ , errechnet sich mit  $u = 1,25 \text{ mm}$   $h = 6,20 \text{ mm}$ .

Aus den Meßergebnissen der Zähne wurden die in Tafel 1 enthaltenen Werte errechnet.

### 2.2. Prüfstandaufbau und Untersuchungsbedingungen

Die Kettentriebe, bestehend aus etwa gleichstark abgenutzten Kettenrädern und neuen Rollenketten, wurden in einer Gruppe, die Kettentriebe, bestehend aus neuen Kettenrädern und neuen Rollenketten, in einer zweiten Gruppe zusammengefaßt. Die Zahndicken der Kettenräder MD 364 und MD 1047 der ersten Gruppe lagen im Bereich von 5,4 bis 5,7 mm, die der zweiten Gruppe im Bereich von 6,5 bis 6,8 mm.

Tafel 1. Gemessener Verschleiß an Kettenrädern

	MD 364		MD 1047	
	ausgesondert mm	neu mm	ausgesondert mm	neu mm
durchschnittliche Zahndicke	6,11	6,39	5,80	6,35
Standardabweichung	0,26	0,13	0,48	0,06