## Modellierung der Stoßeigenschaften von Kartoffeln

Jörg Winkelmann, Motoren- und Energietechnik GmbH Rostock (war von 1992 bis 1996 Mitarbeiter am Institut für Agrartechnik Bornim); Christian Fürll, Institut für Agrartechnik Bornim (ATB), Potsdam und Günther Schlottmann, Universität Rostock

In der Bundesrepublik Deutschland werden jährlich etwa 9 Mill t Kartoffeln geerntet. Die Kartoffel durchwandert dann auf ihrem Weg zwischen Ernte und Verbrauch eine lange Transportkette und einige Aufbereitungs- und Verarbeitungsprozesse. Am meisten geprägt ist dieser Weg durch die Einwirkung mechanischer Stöße auf die Kartoffel. Obwohl Stöße für das Kartoffelgewebe immer schädigend sind, so müssen sie doch bei einigen Verfahren, wie beim Sortieren oder z.B. beim mechanischen Schälen ganz bewußt in Kauf genommen, um Funktionsprinzipe zu realisieren. Der erreichte Stand der Technik ermöglicht und verlangt es, Verfahren auch unter dem Aspekt einer gutschonenden Behandlung der Kartoffel zu betrachten. Dabei spielt die Simulation des Stoßverhaltens eine zentrale Rolle. Ausgehend von der Untersuchung eines mechanischen Schälverfahrens mit einem räumlich schwingenden Planschäler wird im weiteren ein Berechnungsansatz für die Simulation von Stößen von Kartoffelknollen vorgestellt.

## Schlüsselwörter

Prozeßsimulation in der Nahrungsmittelverarbeitung, Stoßmodellierierung, Stoßkraftmessung

## Theoretische Ansätze für den Stoß

Zum Stoßverhalten landwirtschaftlicher Güter, insbesondere für das von Kartoffeln, gibt es bereits eine Reihe von Arbeiten. Dabei geht es zum einen darum, Schädigungen und Beanspruchungen dieser Güter durch Stoß zu untersuchen, zu analysieren und zu vermindern [1, 2, 3, 4], und zum anderen darum, den stoßartigen Belastungseintrag für die qualitative und quantitative Bestimmung spezifischer mechanischer Guteigenschaften auszunutzen [5, 6, 7, 8]. Zumeist bauen diese Untersuchungen in der Theorie auf den mechanischen Grundlagen für den Kontakt elastischer Körper, insbesondere auf der HERTZ'schen Abhandlung über die Berührung fester elastischer Körper [9] oder phänomenologischen linearen viskoelastischen Theorien auf [10, 11]. Die ,wenn auch eingeschränkte, Anwendbarkeit dieser unter Vorstellung homogener Eigenschaften technischer Materialien abgeleiteten Grundlagen auf landwirtschaftliche Stoffe und Güter wurde von verschiedenen Autoren beschrieben [12, 13, 2, 3].

Die der Theorie von HERTZ zugrundgeliegende Materialeigenschaft der kontaktierenden Körper ist lineare Elastizität nach dem verallgemeinerten HOO-KE'schen Gesetz. Die mittels dieser Theorie aufgezeigten und auf analytischem Wege begründeten Effekte kommen insbesondere bei quasielastischen Materialverhältnissen der Realität des Durchdringens und Stoßens von Körpern sehr nahe. Im folgenden sollen jedoch Gründe aufgeführt werden, die dazu zwingen, andere oder erweiterte Ansätze als den HERTZ'schen für das Durchdringen oder Stoßen von festen Körpern aus realen Materialien zu suchen:

- Energiedissipation (bzw. Dämpfung) ist eine wesentliche Eigenschaft des abzubildenden Problems.
- Die Geometrien der Oberflächen der kontaktierenden Körper entsprechen nicht den von HERTZ zugrundegelegten Flächen 2. Grades oder sind während des Kontaktes einer Veränderung unterworfen (Abtragen oder Abbrechen von Partikeln während der Kontakdeformation).
- Die elastische Komponente in der Beschreibung des Materialverhaltens ist nicht nur linear von der Deformation abhängig.

# Rheologischer Ansatz für den Stoß einer Kartoffel

Häufig werden für das Kraft-Verformungs-Verhalten von Körpern Ansätze in Form rheologischer Modelle unter phänomenologischer und diskretisierender Betrachtungsweise des Körper- oder Materialverhaltens aufgestellt. Dabei sind die rheologischen Modelle in der Regel Kombinationen aus elastischen Gliedern, viskosen Dämpfern und Reibern sowie aus diskreten Massen. Während einerseits die Flexibilität dieser Modellansätze durch Erhöhung der Anzahl von Komponenten in der Kombination nahezu beliebig gesteigert werden kann, ergibt sich auf der anderen Seite die Schwierigkeit, die Parameter der Komponenten in dieser Kombination im konkreten Anwendungsfall zu identifizieren. Außerdem ist ein deutlich höherer Aufwand bei der Behandlung des Modells in der Analyse und in numerischen Rechnungen erforderlich. Folgende prägnante Material- bzw. Gewebeeigenschaften sind bezüglich der Ausbildung des rheologischen Modelles für rohes Kartoffelgewebe zu beachten:

- Progressive elastische Linie
- Ausgeprägtes nichtlinear-geschwindigkeitsabhängiges Dämpfungsverhalten
- Plastische Deformation bei niedrigfrequenter, zyklischer Belastung (Frequenzen < 20 Hz) erfolgt vorrangig im ersten Lastzyklus
- Ausgeprägtes Langzeit-Relaxationsverhalten (Belastungabnahme bei konstanter Deformation) mit dem Ergebnis bleibender plastischer Verformungen.
- Plastische Verformung ist nur schwach ausgeprägt bei hohen Belastungsfrequenzen bzw. beim Stoß (Stoßdauern < 10 ms) selbst. Mit anderen Worten, bei wiederholten Stößen mit derselben Knolle wurde eine gute Reproduzierbarkeit der Stoßkraft-Zeit-Verläufe festgestellt. Dieser Effekt wurde in eigenen Untersuchungen als typisch beobachtet.

Ausgehend von diesen Charakteristika wird das in **Bild 1** dargestellte, rheologische Modell zur Beschreibung der komplexen Materialeigenschaften von Kartoffelgewebe vorgeschlagen. Der obere Teil des Modelles (BINGHAM-Körper) mit den durch Index I gekennzeichneten Gliedern dient dabei der Abbildung der langsamer vor sich gehenden Energiedissipation und Plastizierung. Das Einfügen der einseitigen Bindung impliziert, daß die plastische Deformation nur in eine Richtung vor sich geht, sie kann also nur größer werden. Bei hohen Verschiebungsgeschwindigkeiten



Bild 1: Rheologischer Modellansatz und darauf basierende Diskretisierung der Kartoffelknolle

 $\dot{x}_1$  (oder hohen Belastungsfrequenzen) bewirkt die relativ große Viskosität I einen "Kraftkurzschluß", so daß das für eine derartige Belastung wirksame rheologische Modell nahezu das Aussehen eines VOIGT-KELVIN-Körpers annimmt (unterer Teil des Modellansatzes mit den durch Index II bezeichneten Gliedern). Dabei haben die einzelnen Glieder des

Modells die in **Tabelle 1** beschriebenen Kraft-Bewegungs-Abhängigkeiten.

Die Parameter des rheologischen Modells beeinflussen das Materialverhalten in folgender Weise:

- Erhöhung der Dämpfungskonstante I bewirkt eine langsamer, erst im Verlaufe einer größeren Anzahl von Stößen vor sich gehende Plastizierung.
- Erhöhung der Plastizierungskonstante äußert sich in einer belastungsbezogen geringeren Ausbildung der plastischen Deformation.
- Erhöhung der Dämpfungskonstante II bewirkt einen steileren Kraftanstieg und ein früheres Erreichen des Kraftmaximus im ersten Abschnitt des Kraft-Zeitverlaufs sowie einen zunächst ebenso steileren Abfall der Kurve mit einem flachen Auslaufen am Ende.
- Erhöhung der Elastizitätskonstanten führt zu höheren Reaktionskräften des rheologischen Modells sowie zu verkürzten Stoßdauern und zu verstärkter plastischer Deformation.

Im nächsten Schritt wird die Geometrie der Oberfläche des stoßenden Körpers in die Betrachtung einbezogen. Dazu wird die Kontaktfigur (Druckfläche) unter Benutzung eines Rasters diskretisiert. Praktisch senkrecht zur Druckfläche wird in jedem Rasterpunkt ein rheologischer Körper in Form des vorgeschlagenen Modelles angebracht. Bild 1 verdeutlicht dieses Vorgehen. Zum physikalischen Hintergrund ist diesbezüglich anzumerken, daß der tatsächlich auftretende dreiaxiale Spannungs-Dehnungs-Zustand, der sich in der Kontakteinflußzone ausbildet (wie auch durch das HERTZ'sche Modell beschrieben), durch diese Modellierung nicht berücksichtigt wird. Der tatsächliche, aus Messungen bekannte Kraft-Deformations-Zusammenhang wird (einschließlich der Abhängigkeit von der Deformationsgeschwindigkeit) durch Anpassung der Parameter der parallel angeordneten, einaxial belasteten und deformierten, nichtlinearen Rheologiemodelle realisiert. Unter der Voraussetzung, daß auf der Kontaktoberfläche keine Scherspannungen auftreten, lautet die Ersetzungsbedingung: Das über der Kontaktfigur ausgeführte Integral der senkrecht auf dieser Fläche stehenden Spannungen ist gleich der Summe der Reaktionskräfte der einze Inen rheologischen Körper.

In Hinsicht auf die Stoßkörpergeometrie wird bei dieser Herangehensweise an die Modellierung der viskoelastisch-plastischen Eigenschaften des Körpers davon ausgegangen, daß die Gitterabstände im Diskretisierungsraster den Krümmungsverhältnissen an den Oberflächen der Körper angepaßt sind.

## Methode zur experimentellen Bestimmung der Stoßkraft

Um das dargestellte Stoßmodell zu verifizieren, wurden mit einer geeigneten Versuchseinrichtung Stoßuntersuchungen an ganzen Knollen durchgeführt. Unter Erfassung der Anfangsbedingungen (Stoßanfangsgeschwindigkeit) für den Einzelstoß wurde der Stoßkraft-Zeit-Verlauf gemessen. Die daraus ableitbaren Kenngrößen wie maximale Stoßkraft, Stoßdauer und Stoßkörperdurchdringung lassen sich direkt mit den entsprechenden, auf Basis des rheologischen Modelles errechneten Größen vergleichen. Bild 2 zeigt den für die Stoßkraftmessung benutzten Versuchsaufbau. Über Kreuz gespannte Perlondrähte übernehmen die Funktion einer Feder, an der die Kartoffelknolle hängt. Die Steifigkeit dieser Feder hängt für genügend große Fadenlängen und diesbezüglich kleine Auslenkungen y in erster Näherung nur von der Fadenvorspannkraft ab und ist konstant. Die Bestimmung des Steifigkeitskennwertes erfolgt durch Eigenfrequenzmessung bei entferntem Kraftsensor am frei ausschwingenden Feder-Masse-System. Diese Art der Befestigung läßt nur Bewegung in der Auslenkrichtung zu. Verdrehungen der Knolle werden durch die vorgespannten Fäden wirksam unterbunden.

Tabelle 1: Kraftgesetze für die Glieder des rheologischen Modelles

Modellglied	Kraft-Bewegungs-Abhängigkeit
Plastizität I	$F_{P,I} = \begin{cases} c_P \cdot (x_{II} - x_I) & \text{für} & \dot{x}_{II} < \dot{x}_I \\ 0 & \text{für} & \dot{x}_{II} \ge \dot{x}_I \end{cases}$
	mit: $C_{\rm P}$ - Plastizierungskonstante
Viskosität I	$F_{\rm D,I} = b_{\rm I} \cdot (\dot{x}_{\rm II} - \dot{x}_{\rm I})$
	mit: $\mathbf{b}_{\mathrm{I}}$ - Dämpfungskonstante I
Elastizität II	$F_{E,II} = c_E \cdot (x_{III} - x_{II})^2 \cdot sgn(x_{III} - x_{II})$
	mit: $c_E$ - Elastizitätskonstante
Viskosität II	$F_{D,II} = b_{II} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(b_{II,S} \cdot (\dot{x}_{III} - \dot{x}_{II})) \cdot  x_{III} - x_{II} $
	mit: $b_{\rm II}$ - Dämpfungskonstante II
	$b_{\rm II,S}$ - konstanter Stauchungsfaktor, $0 < b_{\rm ILS} < \infty$



Bild 2: Versuchsaufbau zur Stoßkraftmessung

Die Fäden sind nahezu masselos, so daß es sich tatsächlich um ein System mit nur einer Masse handelt. Außerdem besitzt das Schwingungssystem eine vernachlässigbare Dämpfung. Einmal angeregt, können bis zur praktischen Wiedereinstellung des Ruhezustandes weit über einhundert Schwingungsperioden gezählt werden. Um die Bedingung kleiner Fadenauslenkwinkel zu realisieren, wurde für eine maximale Auslenkung y = 0.3m eine Fadenlänge von  $l_{Faden} \approx 5m$  gewählt.

Der Stoßteller ist seiner Höhe nach so ausgerichtet, daß er die Knolle genau in der sich unter Wirkung der Gewichtskraft einstellenden statischen Ruhelage unterstützt. Die in der Ruhelage auf den Stoßteller wirkenden Kräfte sind also nahezu Null. Für einen Stoß wird die Knolle definiert nach oben ausgelenkt und losgelassen. Während des Auftreffens und des Durchdringens von Knolle und Stoßteller wirken eine Stoß- oder Kontaktkraft (meßbar mit dem Kraftsensor) und Federkräfte aus der Aufhängung auf die Knolle. Die Gewichtskraft ist durch die Beachtung der Ruhelage bereits kompensiert. Dabei sind wegen der relativ kleinen Durchdringung beider Körper bei relevanten Fadenvorspannkräften die Federkräfte gegenüber den Stoßkräften vernachlässigbar.

Die verschiedenen speziellen Kenngrößen, die mit dem Versuch ermittelt werden sollen, liegen zum Teil erst nach entsprechenden Auswertungen des gemessenen Stoßkraft-Zeit-Verlaufes vor. Dabei wird der Stoßkraft-Zeit-Verlauf zweimal über der Zeit integriert. Die erste Integration führt auf den zeitlichen Verlauf der Impulsänderung und damit auf die Geschwindigkeit der Knolle, nach der zweiten Integration liegt der Verlauf der Durchdringung von Knolle und Stoßteller vor. Diese Form der Auswertung kann unter der Annahme gewählt werden, daß der Anteil der während des Stoßes verschobene Anteil der Knollenmasse gegenüber der nicht verschobenen Restmasse der Knolle klein ist. Die maximale auftretende Stoßkraft und die Stoßdauer können direkt aus dem Meßverlauf der Kraft entnommen werden. Aus der Anfangsauslenkung  $y_0$  und der Eigenfrequenz des Feder-Masse-Systems aus Perlonfäden und Knolle kann auf die Stoßanfangsgeschwindigkeit geschlossen werden

## Anwendungsbeispiel

Jede Theorie muß sich daran messen lassen, wie genau die durch sie abzubildenden wirklichen Verhältnisse wiedergegeben werden. Für eine sehr typische Knollengröße (Gewicht 100g, Hauptachsenabmessungen 66mm, 54mm und 22mm) wurde ein vergleichbarer Stoßkontakt einerseits simuliert und andererseits in einem Versuch bezüglich des Kraft-Zeit-Verlaufes mit einem piezoelektrischen Kraftaufnehmer meßtechnisch erfaßt (**Bild 3**).

Sowohl die maximale Stoßkraft als auch die Stoßdauer und der Verlauf insgesamt zeigen eine gute Übereinstimmung. Darüberhinaus muß das Modell ohne Änderung der Parameter auch für Stöße unterschiedlicher Intensität funktionieren. Außerdem ist auch der während des Stoßes vorkommende Energieverlust durch Dissipation zu überprüfen, da die Abbildung der Dämpfungserscheinungen eine wesentliche Motivation zur Erstellung dieses Stoßmodelles ist. In Bild 4, Bild 5 und Bild 6 sind exemplarisch als Beleg einer diesbezüglich guten Übereinstimmung zwischen Modell und Messung die Abhängigkeit zwischen Stoßdauer und Stoßkraft, die Abhängigkeit zwischen Aufprallgeschwindigkeit und maximaler Stoßkraft und die Abhängigkeit zwischen der Aufprallgeschwindigkeit und der Verlustarbeit dargestellt. Die Verlustarbeit ist dabei die Differenz aus der kinetischen Energie der Knolle vor und nach dem Stoß.

#### Schlussfolgerungen

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die Stoßeigenschaften von Kartoffeln mit guter Näherung mathematisch modelliert werden können. Grenzen wurden bei der Anwendung auf das Schälen mit einem oszillierenden mechanischen Planschäler aufgezeigt. Für die Anwendung der beschriebenen Methode ist darauf hinzuweisen, dass die Einflüsse der mechanischen Eigenschaften durch die vorhandene große Sortenspezifik bei Kartoffeln und deren Abhängigkeit von der Lagerungsdauer und den Lagerungsbedingungen bei der praktischen Anwendung des Verfahrens berücksichtigt werden müssen.

## Literatur

 Gall, H.: Ein Beitrag zur Beschädigungsuntersuchung an Kartoffelknollen. Dissertation B, Universität Rostock, 1968



Bild 3: Exemplarischer Vergleich des Stoßkraft-Zeit-Verlaufes aus Simulation und Messung



Bild 4: Abhängigkeit zwischen maximaler Stoßkraft und Stoßdauer



Bild 5: Abhängigkeit zwischen maximaler Stoßkraft und Aufprallgeschwindigkeit





- [2] Baganz, K. und B. Herold: Grundlagenuntersuchung zur Beschädigungsminderung an Kartoffeln. Forschungsbericht des IML Bornim-Schlieben, 1970
- [3] Kustermann, M.: Beanspruchung realer Körper durch Stoß - dargestellt am Beispiel des Schlages gegen ein Maiskorn. Dissertation, Universität Stuttgart, 1986, Forschungsbericht Agrartechnik der MEG, Nr. 123
- [4] Schumann, M.: Ein Beitrag zum Messen und Bewerten des Stoßverhaltens landwirtschaftlicher Stoffe. Dissertation A, Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg, 1989
- [5] Mohsenin, N. N.: Physical properties of plant and animals materials. New York, London, Paris, 1970
- [6] Stroppe, H., P. Streitenberger und M. Vogt: Untersuchungen zum Deformations- und Bruchverhalten von Kartoffelknollen bei Druckbelastung. Tagungsbericht, Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR, Berlin (1982) 208, S. 107-122
- [7] Baheri, M. und J. De Baerdemaeker: Pendulum Impactor - A device for studying the impact behavior of some agricultural materials. AGENG-Conference Madrid 96, Paper 96F-015, 1996
- [8] Chen, P. und M. Ruiz-Altisent: A low-mass impact sensor for high-speed firmness sensing of fruits. AGENG-Conference Madrid 96, Paper 96F-003, 1996
- [9] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Journal für reine und angewandte Mathematik, Leipzig Bd. 92 (1881) 156-171 in: Gesammelte Werke, Bd. 1, Schriften vermischten Inhalts. Leipzig, 1895
- [10] Goldsmith, W.: Impact, the behaviour of colliding solids. Edward Arnold Publishers Ltd., London, 1960
- [11] Timoshenko, S. P. und I. N. Goodier: Theory of elasticity. 3. Auflage, Tokio, Düsseldorf, London, 1970
- [12] Finney, E. E., C. W. Hall und G. E. Mass: Theory of linear viscoelasticity applied to the potato. Journal of Agricultural Eng. Research 9 (1964) 4. 307-312
- [13] Morrow, C. T. und N. N. Mohsenin: Consideration of selected agricultural products as viscoelastic materials. Journal of Food Science Chicago 31 (1966) 5. 686-698

## Autoren

Dr.-Ing. Jörg Winkelmann Motoren- und Energietechnik GmbH Erich-Schlesinger-Straße 50 18059 Rostock Telefon: ++49/(0)381/4918 632 Telefax: ++49/(0)381/4918 680 E-mail: joerg.w@met-online.com

Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Fürll Institut für Agrartechnik Bornim e.V. Max-Eyth-Allee 100 14469 Potsdam Telefon: ++49/(0)331/5699-310 Telefax: ++49/(0)331/5699-849 E-mail: cfuerll@atb-potsdam.de

Prof. Dr.-Ing. habil. Günther Schlottmann Universität Rostock Institut für Technische Mechanik Albert-Einstein-Straße 2 18059 Rostock Telefon: ++49/(0)381/498 3179 Telefax: ++49/(0)381/498 3181 e-mail: g.schlottmann@mbst.uni-rostock.de