Aussagen über die zeitliche Entwicklung von Schadensfällen an Hand weniger Informationen aus dem Felde. Anwendung von Computer und Weibull-Methode

A. I. Uludag*)

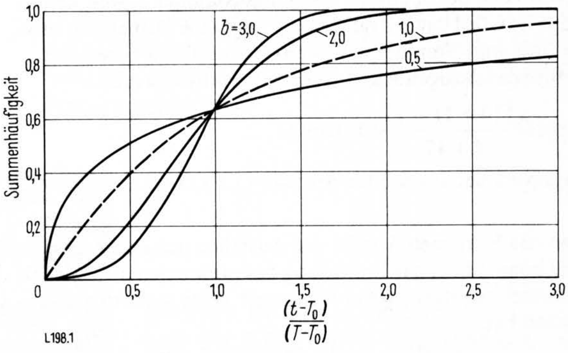
DK 631.3.02.004.64 "401.7":519.283

Die Ausfallrate von Bauteilen, die auf dem Felde eingesetzt werden, läßt sich mit sehr guter Annäherung mittels der Weibull-Methode erfassen und damit einen Einblick in das Lebensdauerverhalten gewinnen; gegenüber anderen Methoden hat sie den Vorteil der Einfachheit und großer Flexibilität.

Bild 1. Weibull-Verteilungsfunktion:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{(t - T_0)^b}{T - T_0}}.$$

$F(t)$ Anteil der zur Zeit t ausgefallenen Elemente im Kollektiv (Summenhäufigkeit)
T_0 Mindestlebensdauer innerhalb des Kollektivs
T sog. charakteristische Zeit, während ein Ausfall von 63,2 % auftritt
b Weibull-Steigung (bei b = 1,0 liegt eine einfache Exponentialfunktion, bei b = 3,57 eine angenäherte Normalverteilung vor)



Das Verfolgen der Schadensfälle von Bauteilen im praktischen Einsatz mit Hilfe der sog. Weibull-Methode ist nach bisherigen Erfahrungen erfolgversprechend. Die Massenfertigung zwingt den Hersteller, möglichst genaue Informationen darüber zu erhalten, wie sich sein Produkt im Einsatz bei dem Kunden bewährt, um entweder Verbesserungsmaßnahmen (wenn nötig) zu treffen, oder das Produkt billiger zu fertigen, ohne die Funktion und Zuverlässigkeit zu beeinträchtigen.

Diese Informationen lassen sich nach verschiedenen Gesichtspunkten statistisch auswerten. Heute benutzt man u.a. die Weibull-Methode dazu, Voraussagen hinsichtlich der Ausfallwahrscheinlichkeiten eines Bauteils zu machen. Ursprünglich für die Auswertung von Laborversuchen gedacht, eignet sie sich gut dazu, um die Informationen aus dem Felde hinsichtlich des Lebensdauerverhaltens einzelner Elemente eines Kollektivs auszuwerten, weil sie sehr flexibel ist. **Bild 1** zeigt die Weibull-Verteilungsfunktion. Die Dichtefunktion (d.h. Häufigkeit) ist in **Bild 2** definiert.

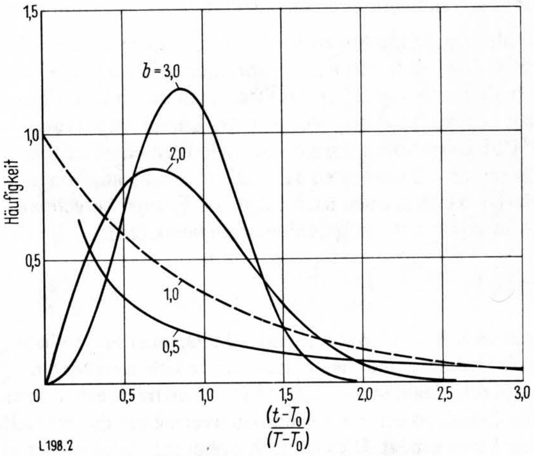


Bild 2. Dichtefunktion:

$$f(t) = \frac{b}{T - T_0} \left(\frac{t - T_0}{T - T_0}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t - T_0}{T - T_0}\right)^b}.$$

$f(t)$ Häufigkeit
alle anderen Größen vgl. Bild 1

Vorgetragen auf der Jahrestagung der VDI-Fachgruppe < Landtechnik > am 21. Okt. 1971 in Braunschweig.

*) *Dipl.-Ing. A. I. Uludag ist Leiter der „Berechnungsgruppe" der Firma International Harvester Co mbH, Neuß/Rhein.*

Die Weibull-Verteilungsfunktion ist auf dem „Weibull-Wahrscheinlichkeitspapier“ eine Gerade, wenn man $F(t)$ in % als Ordinate und $t - T_0$ als Abszisse aufträgt.

Die Informationen aus dem Felde über das Lebensdauerverhalten eines Kollektivs werden unter Zugrundelegung eines unvollkommenen Tests ausgewertet; bei einem unvollkommenen Test wartet man nicht so lange, bis alle Elemente ausgefallen sind wie beim kompletten Test (dies ist auch normalerweise in der Praxis der Fall). Die dabei nicht ausgefallenen Elemente nennt man suspendierte Glieder. Bei einem kompletten Test sind die laufenden Nummern der Ausfälle gleichzeitig die Ordnungs-Nummern (geordnet nach aufsteigender Lebensdauer). Bei einem unvollkommenen Test sind aber die laufenden Nummern der Ausfälle nicht mehr identisch den Ordnungs-Nummern. Die Ordnungs-Nummern eines unvollkommenen Tests sind in der Regel keine ganzen Zahlen und lassen sich wie folgt ermitteln:

Ordnungs-Nummer $\triangleq$ vorhergehende Ordnungs-Nummer + + Inkrement;

$$\text{Inkrement} \triangleq \frac{(n+1) - \text{vorhergehende Ordnungs-Nummer}}{1 + A};$$

n Umfang des Kollektivs, A die Zahl der nach den gerade suspendierten Gliedern kommenden Elemente.

Beispiel:

Bei einem unvollkommenen Test vom Umfang $n = 14$ ist die Reihenfolge der Ausfälle (gekennzeichnet mit A) und der Suspensionen (gekennzeichnet mit S) wie folgt:

A S A S A A S S A A S A S A

Der erste Ausfall bekommt die Ordnungs-Nummer 1, weil kein suspendiertes Glied davor liegt. Darauf folgt eine Suspension usw. Um die Ordnungs-Nummer des zweiten Ausfalls zu berechnen, muß vorher das dazugehörige Inkrement ermittelt werden.

$$\text{Inkrement} \triangleq \frac{(14+1) - 1}{1 + 12} = 1{,}076923$$

Ordnungs-Nummer des zweiten Ausfalls = 1 + 1,076923 = 2,076923 etc.

Bei einer relativ kleinen Anzahl von Ausfällen aus einem großen Kollektiv könnte man zur Ermittlung des „Inkrements“ auch folgende Formel benutzen, wenn man sonst keine weitere genaue Information hat:

$$\text{Inkrement} \triangleq \frac{(n+1) - \text{vorhergehende Ordnungs-Nummer}}{n + 1{,}5 + \frac{n}{r}(0{,}5 - j)};$$

r Anzahl der ausgefallenen Elemente, j laufende Ausfall-Nummer.

Die diesen Ordnungs-Nummern entsprechenden mittleren Ausfalls-Summenhäufigkeiten (d.h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 %), die man auch Median-Rang nennt, ermittelt man durch Interpolation zwischen den Median-Rang-Werten eines kompletten Tests (mit ganzen Ordnungs-Nummern), der so viele Elemente hat wie das Kollektiv im unvollkommenen Test. Die Median-Rang-Werte eines kompletten Tests können nach folgender Formel berechnet werden (hierfür lassen sich auch Zahlentafeln benutzen):

$$\text{Median-Rang} \triangleq 1 - 2^{-\frac{1}{n}} + \left(\frac{j-1}{n-1}\right)\left(2^{1-\frac{1}{n}} - 1\right).$$

Wenn man auf dem Weibull-Wahrscheinlichkeitspapier die Median-Rang-Werte als Ordinate und die entsprechende Lebensdauer (in Stunden, Lastwechselzahlen usw.) als Abszisse aufträgt, erhält man nur dann eine Gerade, wenn die Lebensdauerverteilung der Weibull-Verteilungsfunktion genügt. Dies ist nach bisherigen Erfahrungen in der Praxis angenähert immer der Fall. Diese angenäherte Gerade gibt die Ausfallwahrscheinlichkeit von 50 % wieder.

In vielen Fällen ist jedoch eine Voraussage mit dieser Wahrscheinlichkeit nicht ausreichend; darum zeichnet man in der Regel um diese angenäherte Weibull-Gerade einen „Vertrauensbereich“ ein. Für normale Zwecke ist der 90 %-Vertrauensbereich ausreichend.

Zu diesem Zweck ermittelt man 5 %-Rang und 95 %-Rang für verschiedene ausgefallene Elemente. Hierbei berücksichtigt man nur die Anzahl r der ausgefallenen Elemente und benutzt folgende Formel:

$$G(z) \triangleq 1 - (1-z)^r - rz(1-z)^{r-1} - \frac{r(r-1)}{2!} z^2 (1-z)^{r-2} - \\ - \frac{r(r-1)(r-2)\dots(r-j+2)}{(j-1)!} z^{j-1} (1-z)^{r-j+1}.$$

Zum Ermitteln von 5 %-Rang- bzw. 95 %-Rang-Werten setzt man in obiger Formel $G(z) = 0{,}05$ bzw. $0{,}95$ ein und sucht für jeden j-Wert (laufende Ausfall-Nummer) die reelle Lösung für z (zwischen 0 und 1). Dadurch kann man, ausgehend von der angenäherten Weibull-Gerade, für jeden Ausfall die obere und untere Grenze des 90 %-Vertrauensbereiches ermitteln. Die Verbindungskurven der Punkte, die für einzelne Ausfälle die obere bzw. untere Grenze des 90 %-Vertrauensbereiches bilden, ergeben die obere bzw. untere Grenzkurve des 90 %-Vertrauensbereiches. **Bild 3** zeigt ein komplettes Weibull-Diagramm als Beispiel.

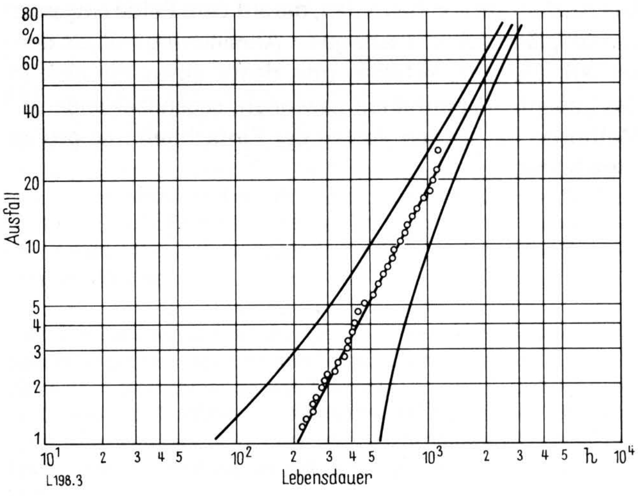


Bild 3. Weibull-Diagramm mit 90 %-Vertrauensbereich.

An Hand eines solchen, nun kompletten Weibull-Diagramms kann man Voraussagen über das Lebensdauerverhalten des Kollektivs machen. Wenn man sich z.B. auf einen Ausfall von 10 % beschränkt, kann man sagen:

a) Mit einem Vertrauen von 50 % werden 10 % der Population bis zu der Lebensdauer von 800 h ausfallen; 800 h entsprechen dem Abszissenwert des Schnittpunktes zwischen der 10 %-Horizontale und der angenäherten Weibull-Gerade.

b) Mit einem Vertrauen von 90 % werden 10 % der Population in der Zeit von 500 bis 1000 h ausfallen; die Werte von 500 bzw. 1000 h geben die Abszissen der Schnittpunkte der 10 %-Horizontalen mit der unteren bzw. oberen Grenzkurve des 90 %-Vertrauensbereiches an.

Die Median-Rang-Werte kann man mit kleinen programmierbaren Rechenmaschinen ermitteln, wenn man die Näherungsformel benutzt, dagegen nicht für die von 5 %-Rang- und 95 %-Rang-Werte, für die weitaus größere Maschinen nötig sind. Der Einsatz eines Computers erleichtert die Behandlung des Problems entscheidend, mit dem man nicht nur 5 %-Rang- und 95 %-Rang-Werte, sondern auch weitere erforderliche Berechnungsergebnisse und Informationen auf Endlosformular darstellen kann. Dadurch vermeidet man gleichzeitig auch alle Übertragungsfehler.

Die Informations-Auswertungen, die nach der Weibull-Methode aus dem praktischen Einsatz verschiedener Bauteile gewonnen wurden und die gemachten Voraussagen, decken sich recht gut mit den später gemachten Beobachtungen über längere Zeiträume. L 198