

Bild 16. Regelung der Pumpendrehzahl über eine Dosiereinheit.

### 3. Zusammenfassung

Die Realisierung einer geschwindigkeitsabhängigen Durchflußregelung für das dosierte Ausbringen von Flüssigmist ist durch Auswahl geeigneter mikroelektronik-kompatibler Sensoren und Aktoren und deren gezielte Weiterentwicklung in greifbare Nähe gerückt. Eine Alternative zu der elektronischen Regelung könnte eine hydraulische Lösung mit Hilfe eines hydrostatischen Antriebes einer volumetrisch fördernden Pumpe darstellen.

### Schrifttum

Bücher sind durch • gekennzeichnet

- [ 1 ] *Michaelsen, Th.*: Ein technisches Verfahren zum gezielten Düngen mit Gülle und Klärschlamm. *Grundl. Landtechnik* Bd. 33 (1983) Nr. 4, S. 103/107.
- [ 2 ] *Biller, R. u. R. Artmann*: Elektronik in der Pflanzenproduktion. DLG Manuskript, April 1986.
- [ 3 ] *Fichtel, H. u. S.M. Ismail*: Untersuchungen zur Messung der Arbeitsgeschwindigkeit von Landmaschinen mit Hilfe eines Radargerätes. *Grundl. Landtechnik* Bd. 32 (1982) Nr. 4, S. 136/40.
- [ 4 ] *Mertins, K.H. u. H. Göhlich*: Fahrgeschwindigkeitsmessung an landwirtschaftlichen Fahrzeugen. *Grundl. Landtechnik* Bd. 33 (1983) Nr. 1, S. 14/20.
- [ 5 ] *Meyer, D. u. B. Greiner*: Erfahrungen beim Einsatz von Durchfluß- und Mengennessern in der chem. Industrie. *Technisches Messen* mit Bd. 52 (1985) Nr. 1. S. 13/21.
- [ 6 ] • *Dubbel* – Taschenbuch für den Maschinenbau. 14. Aufl. Berlin/Heidelberg/ New York: Springer 1981.
- [ 7 ] • *Matthies, H.J.*: Einführung in die Ölhydraulik. Teubner Studienbücher Maschinenbau – Stuttgart: Teubner 1984.
- [ 8 ] *Erendal, J.*: Proportionalventile auch in der Landwirtschaft? *Internat. Tagung Landtechnik, Neu-Ulm, 25./26. Okt. 1984.*

## Zykloidsche Scherversuche

Von Ingo Bolling, München\*)

DK 631.43:625.03

Zykloidsche Scherversuche erlauben die Bestimmung des Verhaltens nachgiebiger Böden unter Rädern und bilden die kinematischen Vorgänge hierbei sehr genau nach. Wichtige Einflußgrößen sowie Vor- und Nachteile dieses Verfahrens werden angegeben und der Bezug zu bekannten Arten der Bodenuntersuchung hergestellt.

Für die analytische Beschreibung wird ein rheologisches Modell vorgeschlagen, das eine physikalisch sinnvolle Deutung des Problemes erlaubt und sich mit wenigen Gleichungen darstellen läßt.

### 1. Einleitung

Eine wichtige Aufgabe der Terramechanik ist die Berechnung des Systems Reifen-Boden bzw. Rad-Boden. Vor allem interessiert die Triebkraft, die ein Reifen mit einer bestimmten Radlast erzeugt, wenn er durch ein Drehmoment angetrieben wird. Zusammen mit dem Rollwiderstand kann aus diesen Größen der Wirkungsgrad der Kraftübertragung vom Reifen auf den Boden abgeleitet werden. Oft ist auch der Bodendruck zu ermitteln.

\*) *Dipl.-Ing. I. Bolling ist Akad. Rat a.Z. am Lehrstuhl für Landmaschinen (Leiter: o. Prof. Dr.-Ing. K.Th. Renius, vorm.: em. o. Prof. Dr.-Ing. Dr. agr. h.c. W. Söhne) der TU München.*

Verfahren, die solche Berechnungen gestatten, sollen in erster Linie in der Tendenz zeigen, wie Fahrzeug- und Reifenparameter das Fahrverhalten auf unterschiedlichen aber "charakteristischen" Böden beeinflussen. So konnte *Söhne* [1] bereits 1964 rechnerisch, d.h. quantitativ, nachweisen, daß allradangetriebene Schlepper den hinterradangetriebenen um so stärker überlegen sind, je ungünstiger die Bodenverhältnisse sind; ein Ergebnis, das durch die Entwicklung der Absatzzahlen seither deutlich bestätigt wurde und Unternehmen, die sich diese Überlegungen frühzeitig zunutze machen, sicher erhebliche Marktvorteile brachte.

Ein Verfahren zur Berechnung des Fahrverhaltens von Reifen ist nur so gut wie das dabei eingesetzte Modell für den nachgiebigen Boden. Die zwei Hauptforderungen an solche Modelle sind, daß sie anschaulich formulierbar sein sollen, damit der Einfluß einzelner Parameter gut erkannt werden kann, und daß sie mit möglichem geringem Aufwand experimentell nachgeprüft werden können.

Dies läßt sich z.B. mit dem vor allem von *M. G. Bekker* [2] gestalteten Modell zeigen. Im Experiment wird dabei eine Stempelplatte vertikal in den Boden gedrückt und die notwendige Kraft abhängig von der Einsinktiefe  $z$  erfaßt, Bild 1a. Bezieht man die Kraft auf die Plattenfläche, erhält man den mittleren Druck  $p$ . Mit den vom Boden abhängigen Konstanten  $k_c$ ,  $k_\varphi$  und  $n$ , der Plattenbreite  $b$  und der Bezugstiefe  $z_B$  lassen sich die Meßergebnisse für die meisten Böden mit der Gleichung:

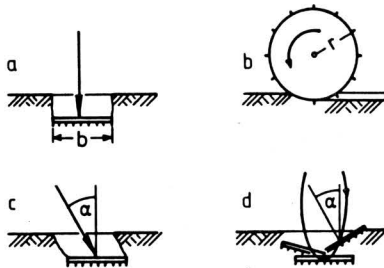
$$p = \left( \frac{k_c}{b} + k_\varphi \right) \left( \frac{z}{z_B} \right)^n \quad (1)$$

beschreiben. Da das Experiment vereinfachend die Spurbildung des Reifens nachahmt, kann mit Gl. (1) in guter Näherung der vertikale Druck in der Kontaktfläche eines rollenden Rades und daraus sein Rollwiderstand berechnet werden.

Angetriebene Reifen und Räder übertragen auf den Boden nicht nur Druck sondern auch Schub, der mit wachsendem Schlupf zunimmt. Daher wurden auch Versuche angestellt, bei denen Druck und Schub in der Kontaktfläche registriert werden können. Bild 1b zeigt hierzu ein starres Rad, wie es z.B. von *Krick* [3] oder *Onafeko u. Reece* [4] benutzt wurde. Für verschiedene Radlasten und Schlupfwerte ermittelt man bei diesem Versuch Druck- und Schubspannungs-Verteilungen, die zu Triebkraft und Rollwiderstandskraft aufintegriert werden können. Die zugehörigen Rechenmodelle sind erheblich aufwendiger zu formulieren als Gl. (1) und werden hier nicht dargestellt. Der hohe Versuchsaufwand und die unveränderliche Radgeometrie, die für jeden Durchmesser ein eigenes Meßrad erfordert, bewirkten, daß man nach anderen Versuchsarten suchte. Allerdings war es mit dem starren Rad möglich, grundlegende Erkenntnisse über die Spannungsverteilungen unter Rädern zu gewinnen.

*Steiner* [5] und auch *Vincent* [6] benutzten wie *Bekker* [2] Platten für ihre Versuche, drückten diese aber schräg in den Boden und erhielten abhängig vom Eindringweg vertikalen Druck und horizontalen Schub. Der in Bild 1c eingetragene Winkel  $\alpha$  ist dabei ein Maß für den Schlupf eines Rades, das durch diesen Versuch simuliert wird. Der vertikale Druck wurde von *Steiner* [5] durch eine Erweiterung der Gleichung von *Bekker* [2] für schlupfbehafte Räder beschrieben:

$$p = \left( \frac{k_c}{b} + k_\varphi \right) (\cos \alpha)^n a \left( \frac{z}{z_B} \right)^n \quad (2)$$



**Bild 1.** Versuchsanordnungen zur Bestimmung der Bodeneigenschaften.

- |                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| a Druckstempelversuche | c schräger Druckversuch     |
| b starres Meßrad       | d zyklodischer Scherversuch |

Man erkennt, daß mit wachsendem Winkel  $\alpha$ , also steigendem Schlupf, die Einsinktiefe  $z$  größer werden muß, damit sich der gleiche Vertikaldruck  $p$  einstellt. Dieser als Schlupf-Einsinkung bekannte Effekt bewirkt die Zunahme der Spurtiefe von Reifen mit wachsendem Schlupf. Damit wurde die Gültigkeit des *Bekker*-Modells derart erweitert, daß es nicht nur auf beliebige Reifengrößen, sondern auch auf beliebige Schlupfzustände angewendet werden kann.

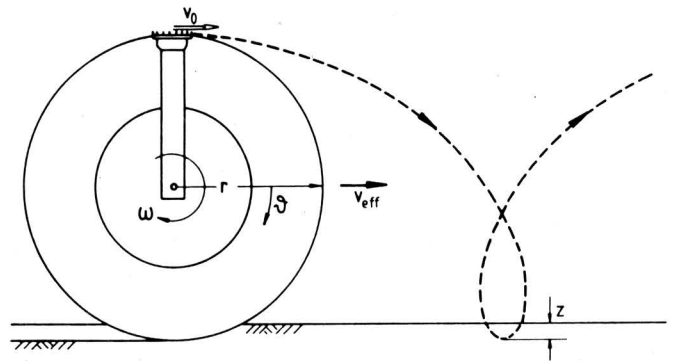
Ein gemeinsamer Mangel aller bisher beschriebenen Bodenmodelle ist ihr stark empirischer Charakter, der sich vor allem in den wenig anschaulichen Konstanten niederschlägt, die in den Gleichungen dazu dienen, die Versuchsergebnisse zu beschreiben. Im folgenden wird daher ein Boden-Modell vorgeschlagen, das eine physikalische Deutung erlaubt, wobei der zugehörige Versuch bzw. Bodentest ebenfalls mit einer Platte durchgeführt wird, die sich wie ein Punkt der Reifen- oder Radlauffläche auf einer Zyklidenbahn bewegt. Die so meßbaren Spannungen in der Kontaktfläche Platte/Boden sind wiederum auf die Verhältnisse bei Reifen und Rädern übertragbar und stellen die Grundlage für die Berechnung von Triebkraft, Drehmoment, Wirkungsgrad usw. dar.

## 2. Prinzip des zyklodischen Scherversuches

Da sich der Mittelpunkt der Scherplatte auf einer Zyklidenbahn bewegt, Bild 2, wird der Versuch als zyklodischer Scherversuch bezeichnet. Die Bewegung eines Punktes auf der Lauffläche eines Rades wird durch den Mittelpunkt der Platte exakt nachvollzogen. Die Platte repräsentiert einen Sektor des starren Rades.

Vorteile dieser Versuchsanordnung sind leicht veränderbare Radien  $r$  und Plattenbreiten bzw. Radbreiten. Auch die Plattenprofile können leicht variiert werden.

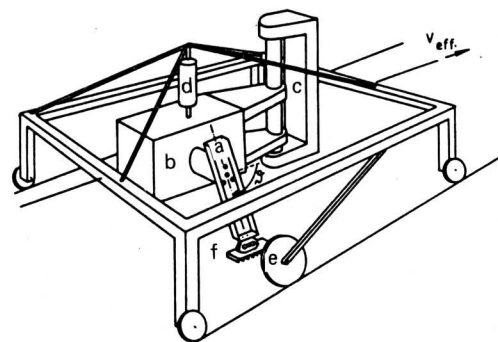
Ein großer Nachteil dieses Versuches ist der hohe konstruktive Aufwand. Bisher wurden zyklodische Scherversuche nur in einer Bodenrinne mit gezogenem Fahrzeug durchgeführt.



**Bild 2.** Rotierender Scherarm zur Simulation der Rad-Boden-Wechselwirkung.

### 2.1 Versuchseinrichtung

Bild 3 zeigt die Versuchseinrichtung. Statt des Rades wird ein U-Profil mit dem Aufnehmer für Radial- und Tangentialkräfte, der die Scherplatte trägt, an ein Planetengetriebe mit Hydromotor angebaut. Der Antrieb versetzt diesen Scherarm in Drehung und drückt die Scherplatte bis zu einer bestimmten Tiefe in den Boden. Variiert man die effektive Vorwärtsgeschwindigkeit des Bodenrinnenwagens und hält die Winkelgeschwindigkeit des Scherarms konstant, so kann man verschiedene Schlupfwerte einstellen. Mehrere Bohrungen am Scherarm erlauben eine Änderung des Radius.



**Bild 3.** Bodenrinnenwagen ausgerüstet für den zyklodischen Scherversuch.

- |            |                    |
|------------|--------------------|
| a Scherarm | d Höhenverstellung |
| b Antrieb  | e Peiselerrad      |
| c Führung  | f Scherplatte      |

Für einen Scherarm, der eine Zykloide mit 30 % Schlupf durchfährt, sind in Bild 4 acht Positionen dargestellt. Es muß erwähnt werden, daß es nicht möglich ist, eine bestimmte Radlast einzustellen. Vielmehr wird durch die Höhe der Scherarmachse über der Bodenfläche und den Radius die maximale Einsinktiefe der Scherplatte festgelegt (Stellung 4 in Bild 4). Erste Versuche zeigten, daß es notwendig ist, vor der Scherplatte ein Räumschild anzubringen, das den Boden vor und über der Platte entfernt, wie es bei einem starren Rad der Radteil vor dem Sektor tut, den der Scherarm simuliert. Das Räumschild und den Aufnehmer für die radiale und tangential Kraft  $F_r$  bzw.  $F_t$  auf die Scherplatte zeigt Bild 5.

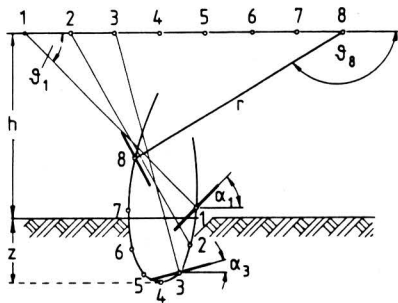


Bild 4. Acht Positionen des Schergerätes bei ca. 30 % Schlupf.

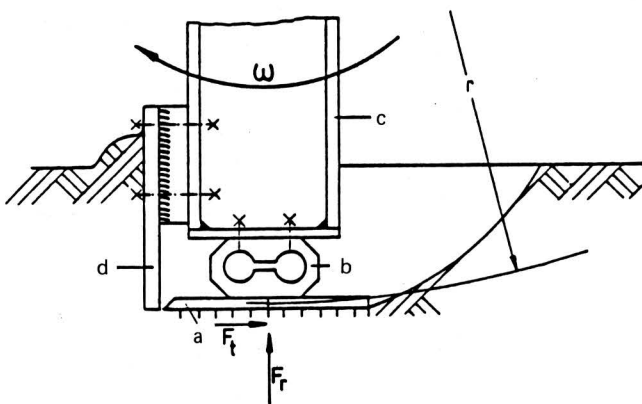


Bild 5. Kopfteil des Schergerätes.

- a Scherplatte
- b Kraftaufnehmer
- c Scherarm
- d Räumschild

## 2.2 Allgemeine Eigenschaften

Meßwerte der Kräfte  $F_r$  und  $F_t$  in feinsandigem Lehm mit  $1,5 \text{ g/cm}^3$  Trockendichte und 14,5 % Wassergehalt sind in Bild 6 dargestellt (Einsinktiefe  $z = 16 \text{ cm}$ , Radius  $r = 85,7 \text{ cm}$ , Schlupf  $i = 31 \%$ , Plattenlänge  $l = 21,5 \text{ cm}$ , Plattenbreite  $b = 14 \text{ cm}$ ).

Aus den Meßwerten von  $F_r$  und  $F_t$  können die Verteilungen der vertikalen und horizontalen Kräfte auf die Platte ( $F_v$  und  $F_h$ ) mit folgenden Gleichungen bestimmt werden:

$$\begin{aligned} F_v &= F_r \sin \vartheta + F_t \cos \vartheta \\ F_h &= F_t \sin \vartheta - F_r \cos \vartheta \end{aligned} \quad (3)$$

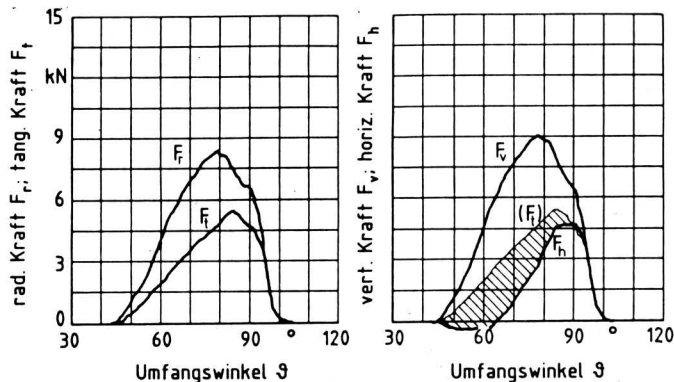


Bild 6. Gemessene Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , sowie aus diesen ermittelte Horizontal- und Vertikalkräfte,  $F_h$  bzw.  $F_v$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$ ; schraffierte Fläche: Rollwiderstand.

Das Ergebnis ist auf der rechten Seite von Bild 6 dargestellt. Hier werden die Kraftverläufe von  $F_v$  und  $F_h$  über dem Umfangswinkel  $\vartheta$  miteinander verglichen. Die schraffierte Fläche repräsentiert den Rollwiderstand des simulierten Rades. Folgende Betrachtung macht dies klar:

$$U = \int F_t \, d\vartheta \quad (4)$$

ist die Umfangskraft des Rades und

$$T = \int F_h \, d\vartheta \quad (5)$$

seine Triebkraft. Der Rollwiderstand

$$R = U - T \quad (6)$$

wird also von der erwähnten Fläche repräsentiert. Die Berechnung der Radlast erfolgt mit

$$G = \int F_v \, d\vartheta \quad (7)$$

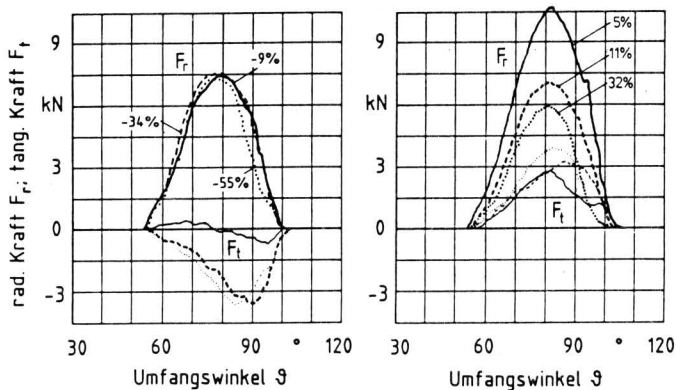
Es ist wichtig zu beachten, daß die gemessenen Kraftverläufe im Einlauf- und Auslaufbereich, wo die Scherplatte nur teilweise Bodenkontakt hat, von denen eines starren Rades abweichen. Dieser Umstand wird später noch diskutiert. Zunächst sollen Messungen mit verschiedenen Schlupfwerten und Einsinktiefen auf dem gleichen Boden betrachtet werden. Bild 7 zeigt die Kraftverläufe für verschiedene, positive und negative Werte des Schlupfes. Der Schlupf wird mit der Gleichung

$$i = 1 - (v_{\text{eff}} / \omega r) \quad (8)$$

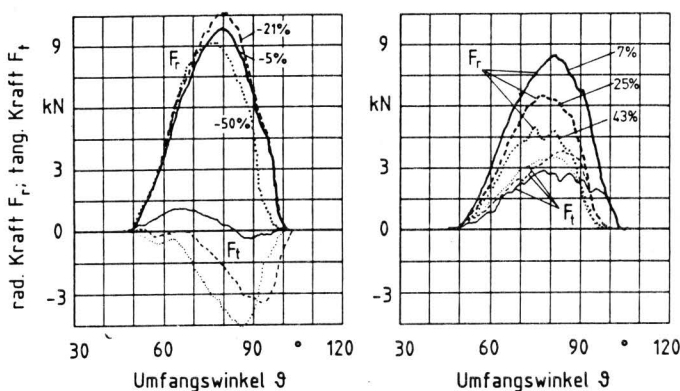
berechnet, wobei  $v_{\text{eff}}$  die effektive Fahrgeschwindigkeit – gemessen mit dem Peiselerrad – und  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Scherarms mit dem Radius  $r$  ist. Gl. (8) wird im allgemeinen nur für den Treibschlupf verwendet. Da jedoch bei allen Versuchen die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Radius  $r$  konstant sind und  $v_{\text{eff}}$  variiert wird, erschien es sinnvoll, anstelle der Gleichung für den Bremschlupf weiter mit Gl. (8) zu rechnen. Tritt Bremschlupf auf, ist also  $v_{\text{eff}}$  größer als  $v_0 = \omega r$ , so wird  $i$  negativ.

Bild 7 zeigt die Kraftverläufe für positive und negative Werte von  $i$  bei einer Einsinktiefe  $z = 8 \text{ cm}$ , Bild 8 für  $z = 12 \text{ cm}$ .

Bei den zykloidalen Scherverversuchen wird die Einsinktiefe konstant gehalten, da eine bestimmte Radlast nicht eingestellt werden kann. Aus den Verläufen von  $F_r$  und  $F_t$  ergeben sich sinkende Radlasten  $G$  (nach Gl. (3) und (7)), wenn der Absolutwert des Schlupfes anwächst.



**Bild 7.** Gemessene Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$ ; Einsinktiefe  $z = 8$  cm, links negative, rechts positive Werte des Schlupfes  $i$ .



**Bild 8.** Gemessene Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$ ; Einsinktiefe  $z = 12$  cm, links negative, rechts positive Werte des Schlupfes  $i$ .

In **Bild 9** sind die Radlasten  $G$ , wie sie nach Gl. (7) u.a. aus den Meßwerten nach **Bild 7** und **8** ermittelt wurden, über dem Schlupf aufgetragen. Für alle Einsinktiefen (8, 12 und 16 cm) erreichen die Kurven im Schlupfbereich  $-20\% < i < 0\%$  ein Maximum. Für große Werte des Schlupfes (positiv oder negativ) nimmt die Radlast deutlich ab, wenn die Einsinktiefe konstant gehalten wird. Dieser Effekt entspricht der bekannten größeren Einsinkung starrer Räder oder Reifen mit konstanter Radlast  $G$  bei zunehmendem Schlupf. Für  $G = 12$  kN kann man aus **Bild 9** entnehmen, daß die Einsinkung  $z = 8$  cm beträgt, bei  $i = -35\%$  Schlupf wie auch bei  $i = 18\%$ . Sie wächst für  $i = 33\%$  auf  $z = 12$  cm an und erreicht bei  $i = 51\%$  den Wert  $z = 16$  cm.

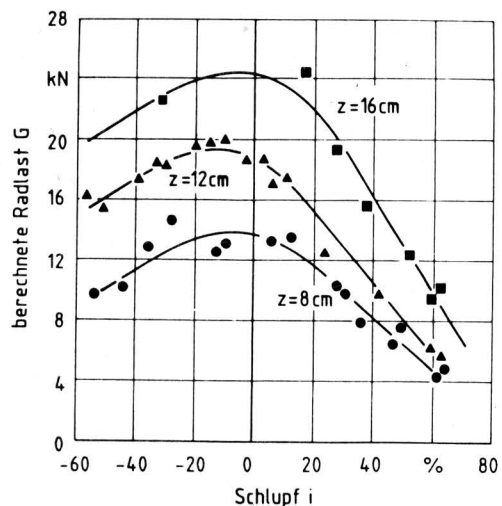
### 2.3 Bezug zu Versuchen mit starren Rädern

Betrachtet man die Kurven der Tangentialkraft  $F_t$  in **Bild 7** und **8**, so erkennt man, daß sie mit zunehmendem Absolutwert des Schlupfes immer größere Flächen gegen die Abszisse einschließen. In der Nähe von  $i = 0\%$  oszillieren die  $F_t$ -Verläufe um Null; für positiven Schlupf verlaufen sie ganz im positiven Bereich; für größere Werte des negativen Schlupfes ganz im negativen. Das gleiche Verhalten wurde von *Krick* [3] beobachtet, der mit einem starren Rad die radialen und tangentialen Kontaktspannungen  $p_r$  und  $p_t$  gemessen hat, **Bild 10**. Aus den Messungen ermittelte er

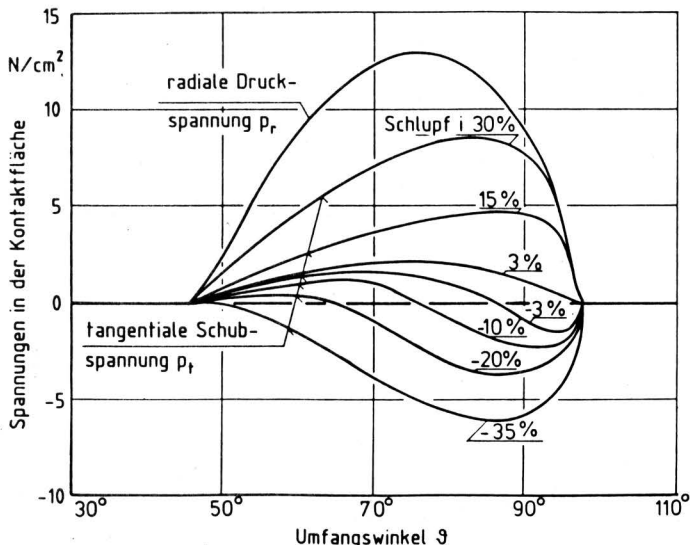
$$\text{den Umfangskraftbeiwert } \mu = U/G \quad (9),$$

$$\text{den Triebkraftbeiwert } \kappa = T/G \quad (10)$$

$$\text{und den Rollwiderstandsbeiwert } \rho = (U - T)/G \quad (11).$$



**Bild 9.** Aus zyklodischen Scherversuchen bei konstanter Spurtiefe  $z$  ermittelte Radlasten  $G$  als Funktion des Schlupfes  $i$ .



**Bild 10.** Spannungen in der Kontaktfläche eines starren Rades mit konstanter Radlast bei unterschiedlichem Schlupf  $i$ ; Messungen von *Krick* [3].

Die Ergebnisse für ein starres Rad mit 44 cm Radius, 20 cm Breite und 5 kN Radlast auf einem sandigen Lehm (Trockendichte  $1,67 \text{ g/cm}^3$ , Wassergehalt 13%) sind in **Bild 11** dargestellt. Mit den Gl. (4) bis (7) und (9) bis (11) können auch aus den Messungen mit dem zyklodischen Schergerät die Werte von  $\mu$ ,  $\kappa$  und  $\rho$  abhängig vom Schlupf ermittelt werden. In **Bild 12** sind die Ergebnisse für die Versuche mit  $z = 12$  cm aufgetragen. Der Vergleich der **Bilder 11** und **12** ergibt eine qualitative Ähnlichkeit der Kurven; quantitativ vergleichbare Messungen liegen jedoch nicht vor.

### 2.4 Bezug zum Druckstempelversuch

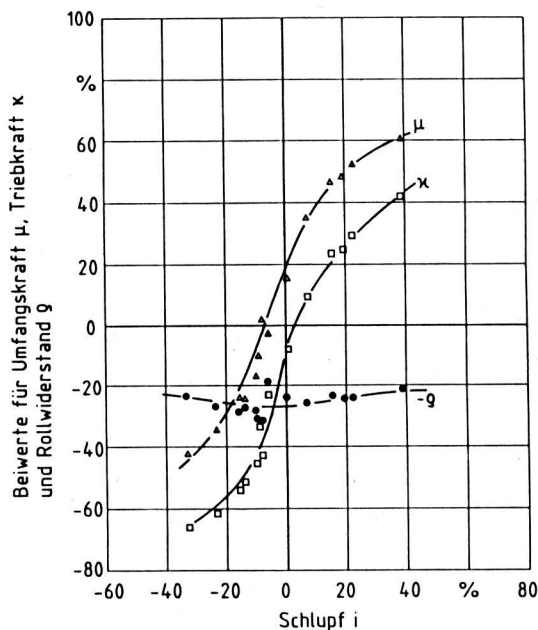
**Bild 13** und **14** sollen die Verwandtschaft zwischen dem zyklodischen Scherversuch und dem Druckstempelversuch verdeutlichen. In **Bild 13** sind die Drücke unter den Stempeln als Funktion der Einsinktiefe für drei Druckstempelversuche als Kurven aufgetragen. Zusätzlich sind diskrete Werte aus zyklodischen Scherversuchen bei kleinen Schlupfwerten eingetragen. Während die

Druckstempel genau vertikal in den Boden eindringen, ergeben die Zykloiden der Scherplatte ein annähernd senkrecht einbringen nur für Schlupfwerte  $i$  von  $-5\%$  bis  $2\%$ , Bild 14. Bei der Bestimmung der vertikalen Kraft  $F_V$  auf die Scherplatte und der zugehörigen Einsinktiefe  $z_i$  aus einer Messung von  $F_V(\vartheta)$  gemäß Bild 14 ist die Beziehung

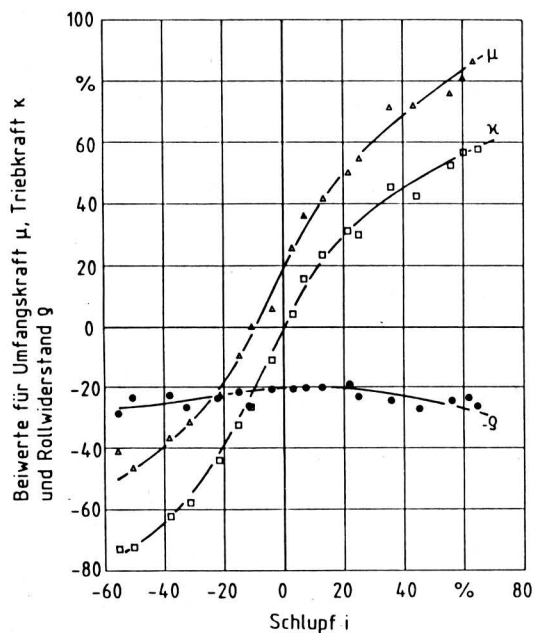
$$z_i = z - r(1 - \sin\vartheta_i) \quad (12)$$

nützlich (vgl. Orte a, b in Bild 13 und 14).

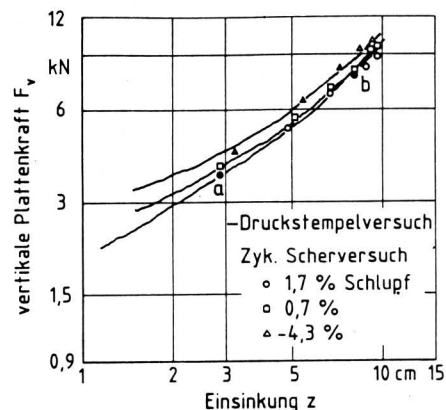
Im Gegensatz zu Druckstempelversuchen erlauben die zyklodischen Scherversuche auch nahe dem Punkte Schlupf gleich null die Messung tangentialer Kräfte und geben so genauer über die Vorgänge in diesem Bereich Aufschluß.



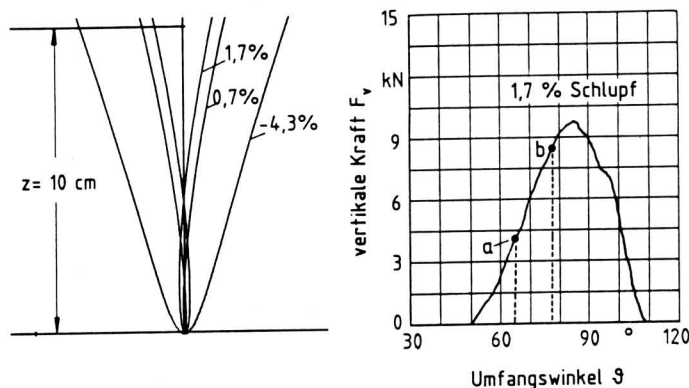
**Bild 11.** Triebkraftbeiwert  $\kappa$ , Umfangskraftbeiwert  $\mu$  und Rollwiderstandsbeiwert  $\rho$  in Abhängigkeit vom Schlupf  $i$ ; berechnet aus Messungen von *Krick* [3].



**Bild 12.** Triebkraftbeiwert  $\kappa$ , Umfangskraftbeiwert  $\mu$  und Rollwiderstandsbeiwert  $\rho$  in Abhängigkeit vom Schlupf  $i$ ; berechnet aus den Messungen beim zyklodischen Scherversuch.



**Bild 13.** Vertikalkräfte  $F_V$  auf die Scherplatte in Abhängigkeit von der Einsinktiefe  $z$  beim Druckstempelversuch (Kurven) und beim zyklodischen Scherversuch (Punkte) (a, b vgl. Bild 14).



**Bild 14.** Zykloidenbahnen der Scherplatte bei kleinen Werten des Schlupfes (links) und Vertikalkraft  $F_V$  auf die Scherplatte als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  für Schlupf  $i = 1,7\%$  (rechts). (Die Kräfte  $F_V$  bei a und b sind für die entsprechende Tiefe  $z$  im Bild 13 eingetragen).

## 2.5 Wichtige Parameter

Es wurde bereits erwähnt, daß die maximale Einsinktiefe  $z$  der Platte den wichtigsten Parameter beim zyklodischen Scherversuch darstellt. In Bild 15 sind Meßwerte von  $F_r$  und  $F_t$  für drei Tiefen  $z$  bei einem Schlupf von  $i = 8\%$  auf einem Boden mit  $1,7 \text{ g/cm}^3$  Trockendichte und  $14,5\%$  Wassergehalt dargestellt. Die Platte war  $21,6 \text{ cm}$  lang und  $14 \text{ cm}$  breit, der Radius des Scherarms  $85,7 \text{ cm}$ . Mit wachsender Einsinktiefe  $z$  erhält man höhere Maxima von  $F_r$  und  $F_t$ , aber auch kleinere Eintrittswinkel  $\vartheta_1$ , bei denen die Kraftverläufe beginnen.

Bild 16 zeigt die einfache geometrische Begründung für abnehmende Werte von  $\vartheta_1$  mit wachsender Tiefe  $z$ . Reifen und starre Räder zeigen ein ähnliches Verhalten: Mit der Radlast steigt die Spurtiefe und die Kontaktlänge wächst bzw. der Winkel  $\vartheta_1$  des ersten Rad-Boden-Kontaktes nimmt ab. Umgekehrt ruft beim zyklodischen Scherversuch die Vergrößerung der Spurtiefe höhere Lasten des simulierten Rades hervor.

Bild 17 verdeutlicht, daß auch eine Verkleinerung des Scherarmradius den ersten Kontakt der Scherplatte mit dem Boden bei kleineren Umfangswinkeln  $\vartheta_1$  herbeiführt, wenn die Einsinktiefe  $z$  konstant bleibt.

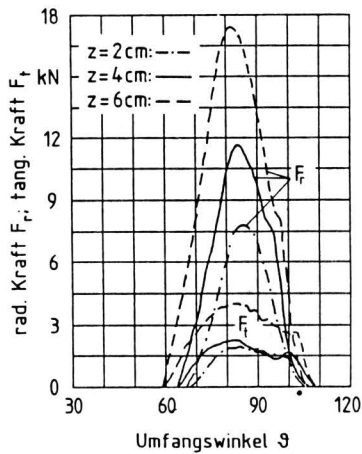


Bild 15. Gemessene Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  bei 8 % Schlupf für verschiedene Spurtiefen  $z$ .

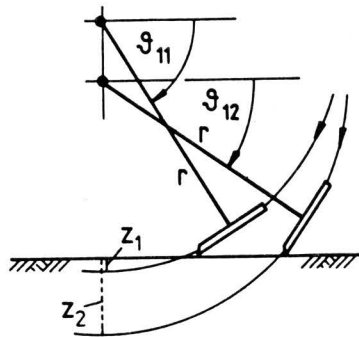


Bild 16. Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  bei konstantem Radius, aber unterschiedlicher Spurtiefe ( $\vartheta_{12} < \vartheta_{11}$ ).

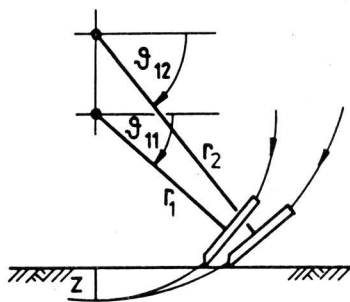


Bild 17. Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  bei konstanter Spurtiefe, aber unterschiedlichem Radius ( $\vartheta_{11} < \vartheta_{12}$ ).

Die Messungen von  $F_r$  und  $F_t$  bei  $z = 6$  cm und 15 % Schlupf auf dem zuvor beschriebenen Boden zeigt Bild 18. Man sieht, daß bei kleinerem Radius nicht nur  $\vartheta_1$  abnimmt, sondern daß auch die Maxima von  $F_r$  und  $F_t$  kleinere Werte annehmen. Für kleinere Radien wurden auch geringere Radlasten ermittelt. Deutlicher sind die Verhältnisse der Kontaktflächenverhältnisse rechts in Bild 18 dargestellt. Hier wurden die Radial- und Tangentialkräfte  $F_r$  und  $F_t$  über der Bogenlänge  $s$  aufgetragen, die ein direktes Maß für die Kontaktlänge ist. Für den Radius  $r = 105,2$  cm ist die Kontaktlänge am größten, für  $r = 59,3$  cm am kleinsten.

Übertragen auf das Verhalten starrer Räder mit konstanter Radlast bedeutet dies, daß Räder mit größerem Radius weniger tief einsinken. Gemäß Gl. (7) müssen die Integrale der Vertikalkraftverteilungen  $F_v(\vartheta)$  bei konstanter Radlast  $G$  bei steigenden Spurtiefen (durch weicheren Boden oder höhere Schlupfwerte) immer den gleichen Wert  $G$  ergeben. Räder mit kleinerem Radius – und damit kleiner Kontaktlänge –, haben also höhere Werte von  $F_v(\vartheta)$ , die sich erst in größeren Spurtiefen einstellen. Das kleinere Rad sinkt tiefer ein.

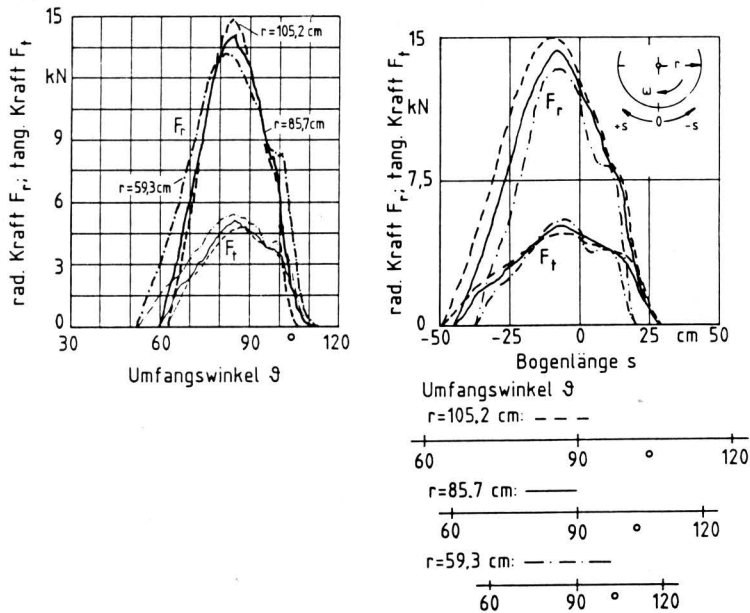


Bild 18. Gemessene Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$  (links) und von der Bogenlänge  $s$  (rechts) bei verschiedenen Radien  $r$ .

Von den Druckstempelversuchen ist bekannt, daß mit wachsender Stempelfläche bei gleicher Einsinkung der Stempeldruck sinkt. Zyklodische Scherversuche mit zunehmender Fläche der Scherplatten führen zum gleichen Ergebnis, Bild 19. Der maximale Radialdruck (Radialkraft  $F_r$  bezogen auf die Scherplattenfläche) sinkt mit wachsender Plattengröße. Da größere bzw. längere Platten den Boden früher berühren, sind deren Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  geringer als die von kleinen Platten. Daher kreuzen sich die Verläufe von  $F_r$  in Bild 19 sowohl im Einlaufbereich bei Umfangswinkeln von etwa  $70^\circ$  als auch im Auslaufbereich bei  $90$ – $100^\circ$ .

Obwohl die untersuchten Böden nicht gerade grobporig waren, konnte auch ein Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit  $v_0$  (Bild 2) festgestellt werden: Die Spitzenwerte der Radialkraft  $F_r$  steigen mit der Umfangsgeschwindigkeit an, Bild 20.

Wie zu erwarten, nimmt  $F_r$  stark mit der Dichte des Bodens zu, wenn die geometrischen und kinematischen Parameter beim zyklodischen Scherversuch konstant gehalten werden, Bild 21.

## 2.6 Näherungscharakter des zyklodischen Scherversuches

Der beschriebene Versuch vollzieht die Verhältnisse in der Kontaktfläche eines starren Rades nicht völlig exakt nach, da die ebene Scherplatte die Krümmung der Radlaufläche nur annähert. Die Kraftaufnehmer messen ferner stets die Summe aller Radial- und Tangentialspannungen, die bei einem Umfangswinkel  $\vartheta$  gerade auf die Scherplatte wirken.

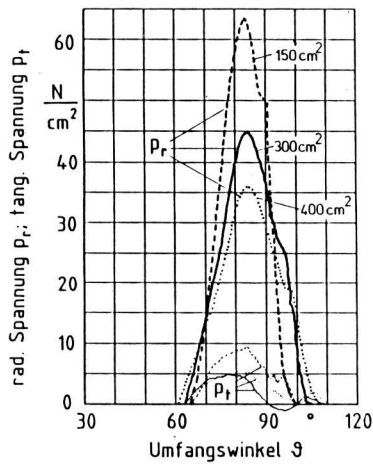


Bild 19. Aus Messungen ermittelte Druck- und Schubspannungen,  $p_r$  bzw.  $p_t$ , als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$ ; Scherplattenfläche als Parameter.

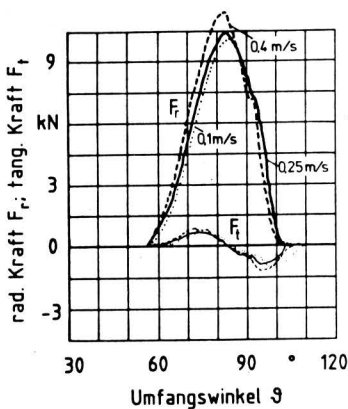


Bild 20. Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$ , Umfangsgeschwindigkeit  $v_0$  als Parameter; zyklodische Scherversuche bei -7,5 % Schlupf.

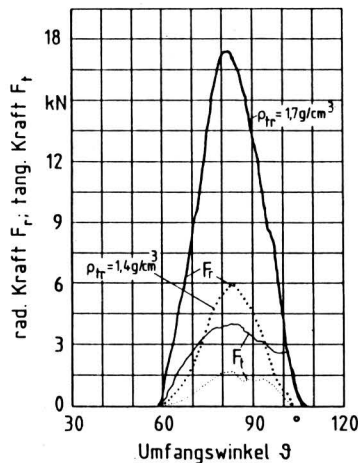


Bild 21. Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$ , Trockendichte des Bodens  $\rho_{tr}$  als Parameter; zyklodische Scherversuche bei 7,5 % Schlupf.

Den "Polygon-Effekt", der von der ebenen Scherplatte herrührt, zeigt Bild 22. Für 30 % Schlupf sind hier die Zykloidenbahnen des Plattenmittelpunktes A und der Eckpunkte B aufgetragen. Während der Punkt A genau die vorbestimmte Tiefe erreicht,

wird diese von den Eckpunkten B um so mehr unterschritten, je länger die Scherplatte ist. Der Betrag des Fehlers wurde für die Plattengröße von 300 cm<sup>2</sup> untersucht. In Bild 23 sind Triebkraftbeiwert  $\kappa$  und Umfangskraftbeiwert  $\mu$  über dem Schlupf  $i$  aufgetragen. Signifikante Unterschiede zwischen den Werten der ebenen und der gekrümmten Platte sind nicht erkennbar. Ein größeres Problem besteht darin, daß immer die Gesamtkräfte in radialer und tangentialer Richtung auf die Scherplatte gemessen werden. Will man aber aus den Kraftverläufen  $F_r(\vartheta)$  und  $F_t(\vartheta)$  Radialdruck  $p_r$  und Schub  $p_t$  in der Kontaktfläche ermitteln, so muß man beachten, daß die Platte am Ein- und Auslaufpunkt nur teilweise Bodenkontakt hat. Die Druck- und Schubspannungen auf die Scherplatte ändern sich zudem noch über der Plattenlänge. Alle diese Umstände müssen in einem Auswertungsprogramm berücksichtigt werden, das die Druck- und Schubverteilungen  $p_r$  bzw.  $p_t$  aus den gemessenen Kraftverläufen  $F_r$  und  $F_t$  ermittelt.

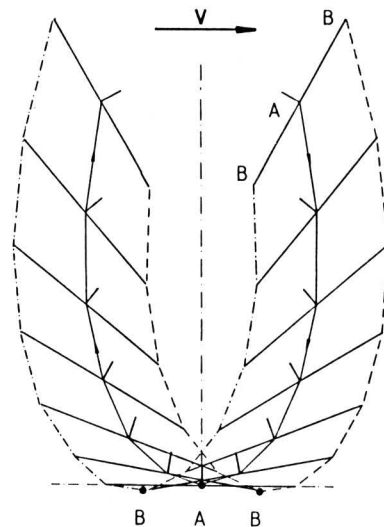


Bild 22. Zykloiden der Eckpunkte B und des Mittelpunktes A einer ebenen Scherplatte; (30 % Schlupf).

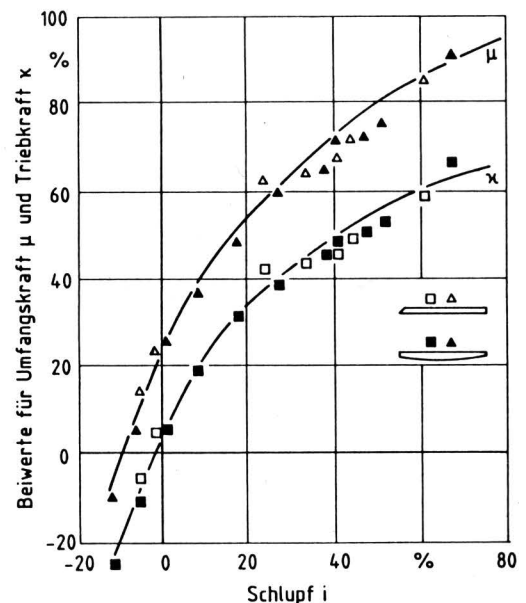


Bild 23. Triebkraftbeiwert  $\kappa$  und Umfangskraftbeiwert  $\mu$  in Abhängigkeit vom Schlupf  $i$  für eine ebene und eine gewölbte Scherplatte.

Bild 24 zeigt Vergleichsmessungen mit Scherplatten, die einmal Schub- und Druckkräfte auf die gesamte Platte registrieren und dann eine dreiteilige Platte, bei der nur die Kräfte auf das Mittelstück aufgenommen werden. Die unterschiedlichen Einlauf- und Auslaufwinkel, bei denen die Kraftverläufe beginnen und enden, erklärt die Skizze unten in Bild 24. Das höhere Maximum von  $F_r$  bei der geteilten Platte, das bei kleinerem Umfangswinkel  $\vartheta$  auftritt, ist mit der o.a. integralen Messung aller Druck- bzw. Schubspannungen als Kräfte zu erklären.

Geteilte Platten oder Platten mit Druck- und Schubaufnehmern scheinen dennoch nicht besser für zyklodische Scherversuche geeignet zu sein, da sie aufwendiger in der Konstruktion und störanfälliger sind. Zudem ist eine Mittelung sogar wünschenswert, weil dadurch Streuungen der Bodeneigenschaften und die Effekte am Plattenrand gedämpft werden.

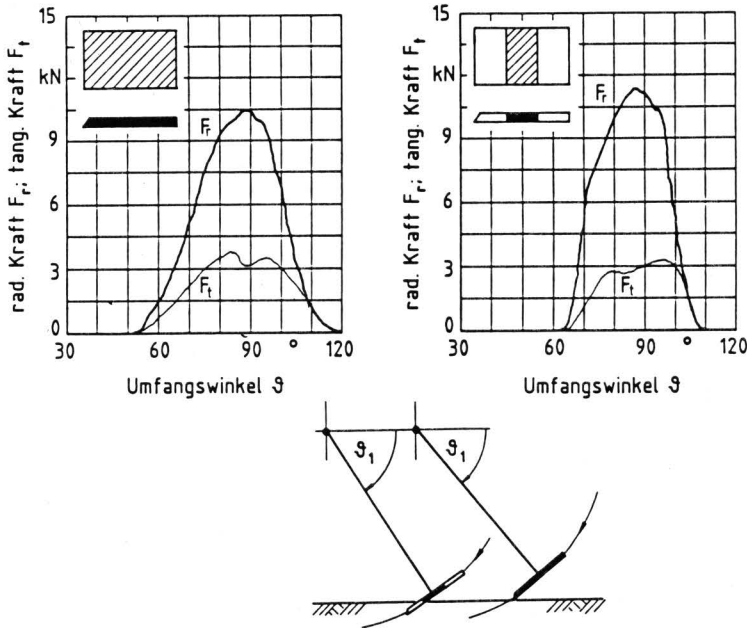


Bild 24. Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$  für eine ungeteilte und eine geteilte Scherplatte; Meßflächen schraffiert; die unterschiedlichen Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  sind geometrisch bedingt.

### 3. Analyse der Messungen mit einem rheologischen Bodenmodell

#### 3.1 Rheologisches Bodenmodell

Sitkei [7], Baladi [8], Parringer [9] und einige andere haben bereits rheologische Modelle verwendet, um das Verhalten des Bodens unter Ketten und Rädern zu beschreiben. Die Verdichtbarkeit des Bodens und die komplexe Kinematik der Radlauf- fläche bei Schlupf wurden bisher allerdings nicht berücksichtigt.

Dies geschieht hier mit dem in Bild 25 dargestellten rheologischen Bodenmodell. Die fünf verschiedenen Positionen entsprechen den in Bild 26 eingetragenen Punkten in der Kontaktfläche zwischen Rad und Boden. Es wird angenommen, daß auf das Modell die radialen Drücke  $p_r$  einwirken.

Der obere Teil des Modells besteht aus einem Hookeschen Körper mit der Federsteifigkeit  $c$ , der mit dem Newtonschen Körper mit der Viskosität  $\eta$  parallel geschaltet ist. Viskose und elastische Bodeneigenschaften können so erfaßt werden. Der untere Teil besteht aus einem Prandtl-Körper, der das plastische Fließen nachbildet (Fließgrenze  $\mu_p$ ), und einem "Verdichtungs- körper", der die Bodenverfestigung mit zunehmender Spurtiefe berücksichtigt (Verdichtungskonstante  $\mu_v$ ).

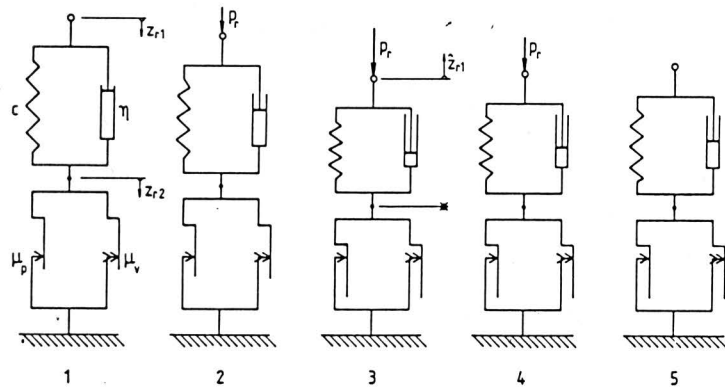


Bild 25. Rheologisches Bodenmodell in fünf Positionen zwischen Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  (Pos. 1) und Auslaufwinkel  $\vartheta_2$  (Pos. 5); vgl. Bild 26.

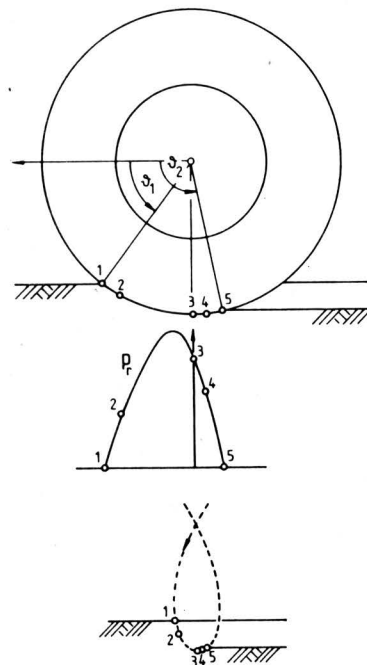


Bild 26. Kontaktfläche des starren Rades (oben), zugehörige Verteilung der radialen Druckspannung  $p_r$  (mitte) und Zyklode (unten), mit fünf einander entsprechenden Positionen; vgl. Bild 25.

In Position 1 (beim Einlaufwinkel  $\vartheta_1$ ), wirkt kein Druck auf das Modell bzw. den Boden. In Position 2, im Einlaufbereich, bewegt sich der Punkt auf der Radlauf- fläche radial in den Boden, der Weg ist  $z_{r1}$ , die radiale Geschwindigkeit  $\dot{z}_{r1}$ . Das Modell ist jetzt mit einem Druck  $p_r$  belastet. Elastische Einfederung, Dämpfung, Fließen und Verdichten des Bodens finden statt. Bei dem Umfangswinkel  $\vartheta = 90^\circ$  (Position 3) wird angenommen, daß Fließen und Verdichtung enden. Im Auslaufbereich entspannt sich nun die Feder, gedämpft durch die Viskosität, und stützt das Rad nach oben ab (Position 4). Am Ende der Kontaktfläche, beim Auslaufwinkel  $\vartheta_2$ , löst sich das Rad vom Boden und der Druck  $p_r$  wird Null.

Aus der Gleichung einer Zyklode können die Ausdrücke für  $z_{r1}$  und  $\dot{z}_{r1}$  abgeleitet werden:

$$z_{r1} = r(1 - i)(\sin\vartheta - \sin\vartheta_1) \quad (13)$$

$$\dot{z}_{r1} = r\omega(1 - i)\cos\vartheta \quad (14)$$



Die Gleichgewichtsbedingungen für die beiden Teile des Modells lauten:

$$p_r = c(z_{r1} - z_{r2}) + \eta(\dot{z}_{r1} - \dot{z}_{r2}) \quad (15)$$

$$p_r = \mu_v z_{r2} + \mu_p \quad (16)$$

Durch Differenzieren von Gl. (16) und Substitution in Gl. (15) erhält man die Differentialgleichung

$$\dot{p}_r + \frac{c + \mu_v}{\eta} p_r = \mu_v \dot{z}_{r1} + \frac{c\mu_v}{\eta} z_{r1} + \frac{c\mu_p}{\eta} \quad (17)$$

Berücksichtigt man die Randbedingung  $p_r = 0$  für  $\vartheta = \vartheta_1$ , so erhält man die Lösung

$$p_{rE} = \frac{\mu_v r(1-i)}{\left(\frac{c + \mu_v}{\eta}\right)^2 + \omega^2} \left\{ \left[ \frac{c(c + \mu_v)}{\eta^2} + \omega^2 \right] [\sin \vartheta - \sin \vartheta_1 \exp\left(\frac{c + \mu_v}{\eta \omega} [\vartheta_1 - \vartheta]\right)] + \frac{\omega \mu_v}{\eta} [\cos \vartheta - \cos \vartheta_1 \exp\left(\frac{c + \mu_v}{\eta \omega} [\vartheta_1 - \vartheta]\right)] \right\} + \frac{c}{c + \mu_v} [\mu_p - \mu_v r(1-i) \sin \vartheta_1] [1 - \exp\left(\frac{c + \mu_v}{\eta \omega} [\vartheta_1 - \vartheta]\right)] \quad (18)$$

Sind die Bodenkonstanten ( $c, \eta, \mu_v, \mu_p$ ), die kinematischen ( $i, \omega$ ) und die geometrischen ( $r$ ) gegeben, kann mit Gl. (18) der radiale Druck  $p_{rE}$  in der Kontaktfläche zwischen Rad und Boden im Bereich  $\vartheta = \vartheta_1$  bis  $\vartheta = 90^\circ$  berechnet werden. Ab  $\vartheta = 90^\circ$  soll kein plastisches Fließen und keine Verdichtung mehr stattfinden, der untere Teil des Modells verändert sich also im Auslaufbereich ( $\vartheta = 90^\circ$  bis  $\vartheta = \vartheta_2$ ) nicht mehr. Die Richtung der Bewegung im oberen Teil des Modells  $\dot{z}_{r1}$  wechselt. Damit ergibt sich für den Auslauf die einfache Gleichgewichtsbedingung:

$$p_{rA} = W_e - c\dot{z}_{r1} - \eta\dot{z}_{r1} \quad (19)$$

$W_e$  ist dabei eine bezogene elastische Energie, die der Boden während der Bewegung von Position 1 nach Position 3 speichert und im Auslauf durch elastische, gedämpfte Rückfederung wieder abgibt. Mit

$$\dot{z}_{r1} = r(1-i)(1 - \sin \vartheta) \quad (20)$$

und

$$\dot{z}_{r1} = -r\omega(1-i)\cos \vartheta \quad (21)$$

wird Gl. (19) zu

$$p_{rA} = W_e - cr(1-i)(1 - \sin \vartheta) + \eta r\omega(1-i)\cos \vartheta \quad (22)$$

Mit der Randbedingung  $W_e = p_{rE}(\vartheta)$  bei  $\vartheta = 90^\circ$  kann  $W_e$  berechnet werden. Mit den Gln. (18) und (22) ist somit die Verteilung der radialen Drücke in der Kontaktfläche vollständig beschrieben. Wie die Arbeit von Steiner [5] zeigt, werden die Schubspannungen in der Kontaktfläche durch die Gleichungen von Janosi u. Hanamoto [10] zumindest für den hier untersuchten feinsandigen Lehm genügend genau beschrieben. Die Schubspannung wird mit

$$p_t = (c_0 + p_r \tan \varphi)(1 - \exp[-j/K_{JH}]) \quad (23)$$

berechnet, wobei der Scherweg  $j$  durch den Umfangswinkel  $\vartheta$ , den Radius  $r$  des Rades und den Schlupf  $i$  ausgedrückt werden kann:

$$j = r[\vartheta - \vartheta_1 + (1-i)(\cos \vartheta - \cos \vartheta_1)] \quad (24)$$

Mit  $p_r$  und  $p_t$  kann nun der Einlaufwinkel  $\vartheta_1$  und wegen

$$z = r(1 - \sin \vartheta_1) \quad (25)$$

die Spurtiefe des Rades aus der Gleichgewichtsbedingung

$$G = b \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} [p_r \sin \vartheta + p_t \cos \vartheta] r d\vartheta \quad (26)$$

ermittelt werden. Der Austrittswinkel  $\vartheta_2$  ist die Nullstelle von Gl. (22):

$$W_e = cr(1-i)(1 - \sin \vartheta_2) + \eta r\omega \cos \vartheta_2.$$

Mit den Gln. (18) und (22) bis (26) können somit die vollständigen Druck- und Schubspannungen in der Kontaktfläche zwischen schlupfbefahtem Rad und Boden sowie die Spurtiefe bestimmt werden, sofern die sieben Bodenkonstanten  $c, \eta, \mu_p, \mu_v, c_0, \varphi, K_{JH}$  bekannt sind. Aus den Spannungsverteilungen kann dann durch einfache numerische Integration die Umfangskraft  $U$ , die Triebkraft  $T$  und der Rollwiderstand  $R$  berechnet werden.

### 3.2 Anwendung des Modells

Zur Bestimmung der Bodenkenngößen wurde das Modell zunächst auf den zyklodischen Scherversuch angewendet. Die gemessenen Radial- und Tangentialkräfte auf die Scherplatte können in guter Genauigkeit durch die Gleichungen

$$F_r = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta_u} p_r br d\vartheta \quad (27)$$

$$\text{und } F_t = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta_u} p_t br d\vartheta \quad (28)$$

ausgedrückt werden, wobei  $\vartheta_u$  und  $\vartheta_0$  die Winkel der Scherplattenränder bezeichnen, Bild 27.

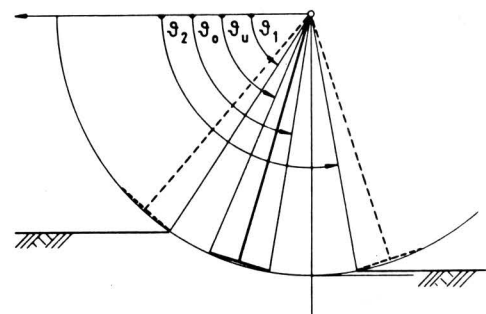


Bild 27. Scherarm zu Beginn ( $\vartheta_1$ ) und am Ende ( $\vartheta_2$ ) des Bodenkontaktes;  $\vartheta_0$  und  $\vartheta_u$  bezeichnen die Grenzen der Kontaktfläche zwischen Scherplatte und Boden.

Es wurde berücksichtigt, daß die Scherplatte am Beginn des Einlaufes und am Ende des Auslaufes nur teilweise Bodenkontakt hat.

Wegen des komplizierten Aufbaus von Gl. (18) ist es nicht möglich, alle Bodenkenngößen durch geschlossene Gleichungen auszudrücken. Mathematisch gesehen führt die Bestimmung der Konstanten somit auf eine mehrdimensionale Nullstellensuche, für die mindestens ein Personal-Computer erforderlich ist.

Dabei werden Werte für  $c$  und  $\eta$  vorgegeben; mit den Randbedingungen

$$P_{rA}(\vartheta_2) = 0 \quad (29)$$

(radialer Kontaktflächendruck  $p_r$  wird beim Auslaufwinkel  $\vartheta_2$  zu null) und

$$P_{rE}(90^\circ) = P_{rA}(90^\circ) \quad (30)$$

(stetiger Druckverlauf an der Grenze  $\vartheta = 90^\circ$ ) werden  $\mu_p$  und  $\mu_v$  ermittelt und untersucht, wie genau der gemessene Verlauf von  $F_r$  wiedergegeben wird. Nach Gl. (23), (24) und (28) werden nun  $c_0$ ,  $\varphi$  und  $K_{JH}$  zur Beschreibung des Verlaufs der tangentialen Kraft ermittelt.

In Bild 28 bis 31 sind die Ergebnisse von Messungen bei unterschiedlichem Schlupf auf einem feinsandigen Lehm ( $1,7 \text{ g/cm}^3$  Trockendichte und 14,5 % Wassergehalt) zusammen mit den entsprechenden rechnerischen Kraftverläufen bei Verwendung der Kennwerte nach Tafel 1 dargestellt.

Es zeigt sich, daß die Fließgrenze  $\mu_p$  mit wachsendem Schlupf abnimmt, ein Effekt, den in ähnlicher Form auch Steiner beobachtet und durch den Winkel  $\alpha$  in Gl. (2) erfaßt hat.

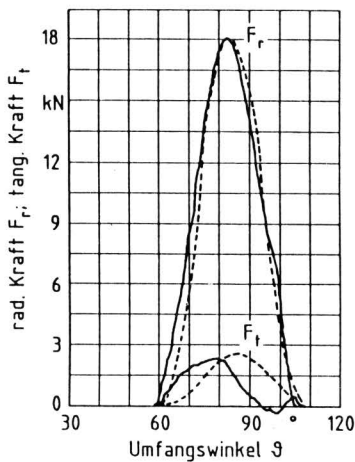


Bild 28. Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  auf Boden III; Dichte  $1,7 \text{ g/cm}^3$ ; 1 % Schlupf; 6 cm Spurtiefe; — Messung; - - - Rechnung.

Federsteifigkeit	$c$	=	$5 \text{ N/cm}^3$
Viskosität	$\eta$	=	$27 \text{ Ns/cm}^3$
Verdichtungskonstante	$\mu_v$	=	$14,2 \text{ N/cm}^3$
Kohäsion	$c_0$	=	$7,2 \text{ N/cm}^2$
Rëibwinkel	$\varphi$	=	$18^\circ$
Scherkonstante	$K_{JH}$	=	$2,1 \text{ cm}$
Schlupf	$i = 1$		15,8   24,2   48,7 %
Fließgrenze	$\mu_p = 97,5$		84   42,8   53,8 $\text{N/cm}^2$

Tafel 1. Bodenkennwerte für die Modellrechnung.

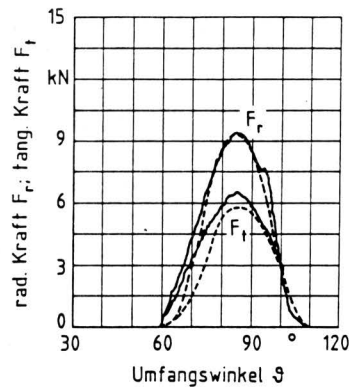
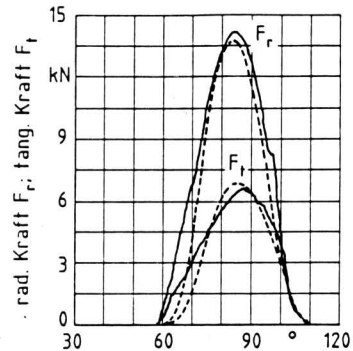
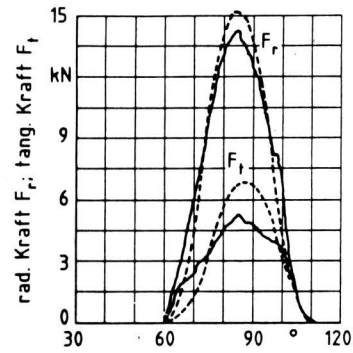


Bild 29 bis 31. Radial- und Tangentialkräfte,  $F_r$  bzw.  $F_t$ , als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  auf Boden III (Dichte  $1,7 \text{ g/cm}^3$ ) bei unterschiedlichem Schlupf; — Messung; - - - Rechnung.

Bild 29: 15,8 % Schlupf

Bild 30: 24,2 % Schlupf

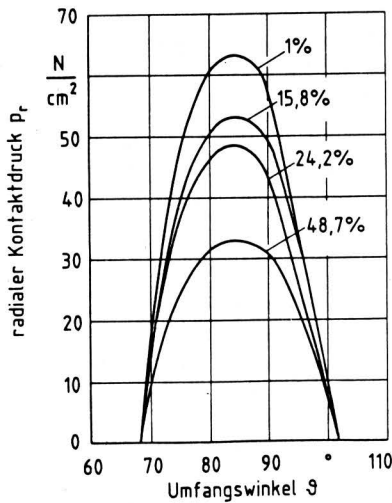
Bild 31: 48,7 % Schlupf

Eingesetzt in Gl. (18) und (22) ergeben die Bodenkenngrößen aus Tafel 1 die Verläufe des radialen Kontaktdruckes, Bild 32.

Da bisher nur wenige zyklische Scherversuche mit dem rheologischen Modell analysiert wurden, ist noch nicht ganz geklärt, welche weiteren Parameter die Bodenkenngrößen beeinflussen.

Neben dem Schlupfeinfluß wurde die Bedeutung der Bodendichte untersucht und ein Vergleich zwischen Druckstempelversuch und zyklischem Schertest angestellt.

Die Druckstempelversuche wurden von Steiner [5] auf feinsandigem Lehm mit den Dichten  $1,2 \text{ g/cm}^3$ ,  $1,5 \text{ g/cm}^3$  und  $1,7 \text{ g/cm}^3$  (im weiteren als die Böden I, II und III bezeichnet) mit einer Scherplatte von  $300 \text{ cm}^2$  Fläche durchgeführt. Die Platten wurden mit einer konstanten Geschwindigkeit von  $v = 3 \text{ cm/s}$  vertikal in den Boden gedrückt. Im Hinblick auf Gl. (17) gilt also  $\dot{z}_{r1} = v = 3 \text{ cm/s}$  und  $z_{r1} = v t = z$ . Die einfachen Ausdrücke für  $z_{r1}$  und  $\dot{z}_{r1}$  bewirken, daß die Lösung  $p = 0$  bei  $z = 0$  eine Druck/Einsinkungs-Beziehung liefert, die lautet:



**Bild 32.** Radialer Druck in der Kontaktfläche des Rades in Abhängigkeit vom Umfangswinkel  $\vartheta$  bei verschiedenen Schlupfwerten und konstanter Spurtiefe; berechnet für Boden III mit der Dichte  $1,7 \text{ g/cm}^3$ .

$$p(z) = \left[ \left( \frac{\mu_v}{c + \mu_v} \right)^2 \eta v + \frac{c \mu_v}{c + \mu_v} \right] \left( 1 - e^{-\frac{c + \mu_v}{\eta v} z} \right) + \frac{c \mu_v}{c + \mu_v} z \quad (31).$$

G.. (32) hat die allgemeine Form

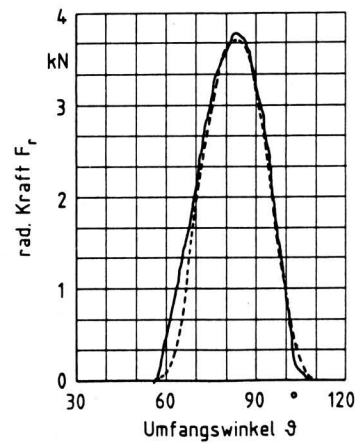
$$p(z) = A(1 - e^{-Bz}) + Cz \quad (32).$$

Aus den Druckstempelversuchen können A, B und C ermittelt werden. Der Vergleich von Gl. (31) und (32) liefert also nur drei Gleichungen, die zur Bestimmung der vier Unbekannten  $c, \mu, \mu_v, \mu_p$  nicht ausreichen. Daher wurden in den Böden I, II und III zyklodische Scherversuche bei sehr geringen Schlupfwerten durchgeführt und die Verläufe der Radialkraft  $F_r$ , wie oben gezeigt, analysiert. Es ergaben sich die Bodenkenngrößen in Tafel 2. Die Radialkräfte im Boden I bei 1 % Schlupf zeigt Bild 33; im Boden II bei 1,7 % Schlupf Bild 34 und im Boden III bei 1 % Schlupf Bild 28.

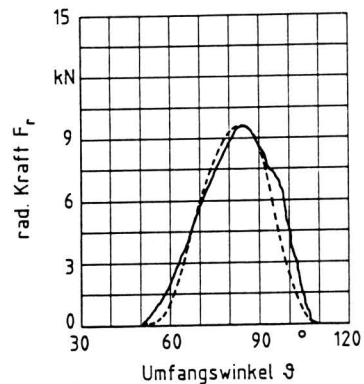
Eingesetzt in Gl. (31) liefern diese Bodenkennwerte Druck/Einsinkungs-Kurven, die in Bild 35 gestrichelt eingetragen sind. Die Übereinstimmung mit den Messungen von Steiner [5] kann als brauchbar bezeichnet werden.

Boden Nr.	Dichte $\rho_{tr}$ $\text{g/cm}^3$	Federsteifigkeit $c$ $\text{N/cm}^3$	Viskosität $\eta$ $\text{Ns/cm}^3$	Verdicht.-konstante $\mu_v$ $\text{N/cm}^3$	Fließgrenze $\mu_p$ $\text{N/cm}^2$
I	1,2	0,6	6	1,95	18,17
II	1,5	3,6	16	2,84	30,53
III	1,7	5	27	14,2	97,5

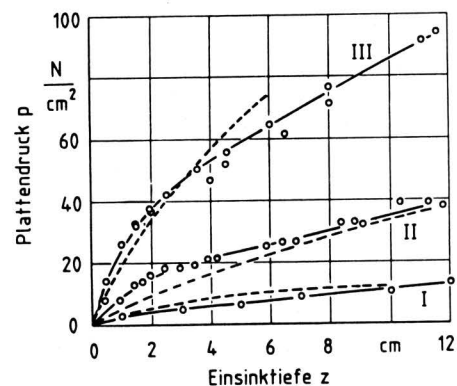
**Tafel 2.** Kenngrößen der Böden mit verschiedener Dichte.



**Bild 33.** Radiale Kraft  $F_r$  auf die Scherplatte als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  auf Boden I (Dichte  $1,2 \text{ g/cm}^3$ ) bei 1 % Schlupf und 8 cm Spurtiefe.



**Bild 34.** Radiale Kraft  $F_r$  auf die Scherplatte als Funktion des Umfangswinkels  $\vartheta$  auf Boden II (Dichte  $1,5 \text{ g/cm}^3$ ) bei 1,7 % Schlupf und 10 cm Spurtiefe.



**Bild 35.** Plattendruck bei Druckstempelmessungen in Abhängigkeit von der Einsinktiefe auf Boden I ( $1,2 \text{ g/cm}^3$ ), Boden II ( $1,5 \text{ g/cm}^3$ ) und Boden III ( $1,7 \text{ g/cm}^3$ ). Die gestrichelten Kurven wurden mit Bodenkenngrößen aus zyklodischen Scherversuchen auf diesen Böden berechnet.

#### 4. Zusammenfassung

Die Vor- und Nachteile einer Simulation der Rad/Boden-Wechselwirkung mit dem zyklodischen Scherversuch wurden durch den Vergleich mit Messungen am starren Rad und an Druckstempeln untersucht. Der zyklodische Scherversuch liefert Meßergebnisse, die mit den anderen Versuchsmethoden in Einklang stehen, und erlaubt darüber hinaus die Bestimmung von Triebkraft/Schlupf-Kurven. Das aufwendige Versuchsgerät und der Umstand, daß nicht die Radlast, sondern nur die Spurtiefe eingestellt werden kann, sind die Hauptnachteile des zyklodischen Scherversuches. Der Rechenaufwand bei der Analyse der Versuche mit dem vorgeschlagenen rheologischen Modell ist hoch. Die große Flexibilität bei der Wahl der geometrischen und kinematischen Parameter läßt den zyklodischen Scherversuch für grundlegende Untersuchungen des Verhaltens von Rädern auf nachgiebigem Boden geeignet erscheinen (z.B. Nullschlupfverhalten, Verhalten von Rad und Boden bei dynamischer Belastung).

Sofern die erforderlichen Bodenkenngrößen verfügbar sind, können mit dem rheologischen Modell die Kontaktspannungen sowie die Triebkraft und der Rollwiderstand eines Rades in Abhängigkeit vom Schlupf auf einfache Weise bestimmt werden.

#### Verwendete Formelzeichen

##### 1. Bodenparameter

$c$	N/cm <sup>3</sup>	Federkonstante
$c_0$	N/cm <sup>2</sup>	Kohäsion
$k_c$	N/cm	Kohäsionsmodul
$k_\varphi$	N/cm <sup>2</sup>	Reibungsmodul
$K_{JH}$	cm	Scherkonstante
$n$	—	Exponent (Druckstempelversuch)
$n_a$	—	Exponent (schräger Druckversuch)
$w$	%	Wassergehalt
$W_e$	N/cm <sup>2</sup>	elastisches Potential
$\eta$	Ns/cm <sup>3</sup>	Viskosität
$\mu_p$	N/cm <sup>2</sup>	Fließgrenze
$\mu_v$	N/cm <sup>3</sup>	Verdichtungskonstante
$\rho_{tr}$	g/cm <sup>3</sup>	Trockendichte
$\varphi$	°	Winkel der inneren Reibung

##### 2. Winkel

$\vartheta$	°	Umfangswinkel (vgl. Bild 2)
$\vartheta_1$	°	Einlaufwinkel (vgl. Bild 26)
$\vartheta_2$	°	Auslaufwinkel (vgl. Bild 26)
$\vartheta_i$	°	spezieller Umfangswinkel

##### 3. Maße von Rad und Scherplatte

$b$	cm	Breite von Rad oder Platte
$l$	cm	Länge der Scherplatte
$r$	cm	Radradius

##### 4. Einsinkungen

$z$	cm	maximale Einsinkung bzw. Spurtiefe
$z_B$	cm	Bezugstiefe
$z_i$	cm	spezielle Einsinkung
$z_{r1}$	cm	Einsinkung des im Index genannten Punktes auf der Scherplatte oder der Radlauf- fläche in radialer Richtung (vgl. Bild 25)
$z_{r2}$	cm	
$\hat{z}_{r1}$	cm	

##### 5. Geschwindigkeiten

$v_0$	cm/s	Umfangsgeschwindigkeit (vgl. Bild 2)
$v_{eff}$	cm/s	effektive (wahre) Fahrgeschwindigkeit
$\dot{z}_{r1}$	cm/s	Geschwindigkeit des im Index genannten Punktes auf der Scherplatte oder der Rad- lauffläche in radialer Richtung
$\dot{z}_{r2}$	cm/s	
$\hat{\dot{z}}_{r1}$	cm/s	

##### 6. Kräfte

$F$	N	Gesamtkraft auf die Scherplatte; Index kennzeichnet die Krafrichtung: h hori- zontal, r radial, t tangential, v vertikal
$G$	N	Radlast
$R$	N	Rollwiderstand
$T$	N	Triebkraft
$U$	N	Umfangskraft

##### 7. Spannungen und Drücke

$p$	N/cm <sup>2</sup>	Druck auf die Platte beim Druckstempel- versuch
$p_r$	N/cm <sup>2</sup>	Druck in der Kontaktfläche in radialer Richtung zus. Index: A Auslaufbereich, E Einlaufbereich
$p_t$	N/cm <sup>2</sup>	Schub in der Kontaktfläche in tangentialer Richtung

##### 8. Sonstiges

$i$	%	Schlupf
$j$	cm	Scherweg
$s$	cm	Bogenlänge der Radlauffläche
$t$	s	Zeit
$\kappa$	%	Triebkraftbeiwert
$\mu$	%	Umfangskraftbeiwert
$p$	%	Rollwiderstandsbeiwert
$\omega$	1/s	Winkelgeschwindigkeit

#### Schrifttum

Bücher sind durch • gekennzeichnet

- [ 1 ] *Söhne, W.*: Allrad- oder Hinterradantrieb bei Ackerschleppern hoher Leistung. Grundl. Landtechnik H. 20 (1964) S. 44/52.
- [ 2 ] • *Bekker, M.G.*: Introduction to terrain-vehicle systems. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1969.
- [ 3 ] *Krick, G.*: Die Wechselbeziehungen zwischen starrem Rad, Luftreifen und nachgiebigem Boden. Diss. TU München, 1971.
- [ 4 ] *Onafeko, O. u. A. R. Reece*: Soil stresses and deformation beneath rigid wheels. J. of Terramech. Bd. 4 (1967) Nr. 1, S. 59/80.
- [ 5 ] *Steiner, M.*: Analyse, Synthese und Berechnungsmethoden der Triebkraft-Schlupf-Kurve von Luftreifen auf nachgiebigem Boden. Diss. TU München, 1979.
- [ 6 ] *Vincent, E. T.*: Pressure distribution on and flow of sand past a rigid wheel. Proc. 1st Int. Conf. ISTVS, Turin, 1961, S. 858/77.
- [ 7 ] *Sitkei, G.*: Die viscoelastischen Eigenschaften von Ackerböden und deren Einfluß auf die Rad-Boden-Wechselwirkung. Proc. 4th Int. Conf. ISTVS, Stockholm, 1972, Vol. I, S. 284/300.
- [ 8 ] *Balady, G. Y.*: Development of a soil-wheel interaction model. Proc. 8th Int. Conf. ISTVS, Cambridge, 1984, Vol. I, S. 33/60.
- [ 9 ] *Parringer, P.*: Die dynamische Wechselbeziehung zwischen Gleiskette und Boden. Diss. TU München, 1982.
- [ 10 ] *Janosi, Z. u. B. Hanamoto*: The analytical determination of drawbar pulls as a function of slip for tracked vehicles in deformable soils. Proc. 1st Int. Conf. ISTVS, Turin, 1961, S. 707/26.