

DK 621-231

## Ermittlung der Umlauf- und Schwingbewegungen in durchlauffähigen sechsgliedrigen Getrieben

Von Kurt Hain, Braunschweig-Völkenrode<sup>1)</sup>

Mitteilung aus dem Institut für landtechnische Grundlagenforschung der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode

In einer früheren Arbeit wurde gezeigt, wie im einfachen Gelenkviereck Umlauf- und Schwingbewegungen auf die einzelnen Gelenke verteilt sind. Die hierbei gefundenen Gesetzmäßigkeiten werden in dieser Arbeit auf die sechsgliedrigen zwangläufigen Getriebe mit ungleichförmig verlaufendem Übersetzungsverhältnis übertragen. Die sechsgliedrigen Getriebe stellen nach dem Gelenkviereck die nächst höhere Gruppe der zwangläufigen, ungleichförmig übersetzenden Getriebe dar. Für die konstruktive Ausbildung der Getriebe ist die Feststellung wichtig, in welchen Gelenken umlaufende und in welchen nur schwingende Bewegungen auftreten. Darüber hinaus interessieren die Relativbewegungen zwischen nicht benachbarten Getriebegliedern, die durch die sogenannten ideellen (Momentan-)Drehpole gekennzeichnet sind. An einigen Nutzanwendungen wird gezeigt, wie sich die Umlauf- und Schwingbewegungen auf die konstruktive Ausbildung der Getriebe auswirken.

Ungleichförmig übersetzende Getriebe, das sind in der Hauptsache Kurbelgetriebe und Kurvengetriebe oder auch Kombinationen aus verschiedenen Getriebearten, haben ein sich stetig änderndes Übersetzungsverhältnis. Wenn also z. B. eine Antriebskurbel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft, bewegen sich im allgemeinen alle übrigen Getriebeglieder mit veränderlicher Geschwindigkeit. Ein wichtiges Anwendungsgebiet für Kurbelgetriebe stellt die mechanische Erzeugung von Hub- und Schwingbewegungen durch eine gleichförmig umlaufende Antriebswelle dar. Bisher hat man sich damit begnügt, nur die unmittelbar für die gestellte Aufgabe gebrauchten Bewegungen der im Gestell gelagerten Glieder zu untersuchen, also z. B. die Umlaufbewegung der Antriebskurbel und die Hub- bzw. Schwingbewegung des zugehörigen Abtriebsgliedes. In jedem ungleichförmig übersetzenden Getriebe gibt es aber eine größere Anzahl von Relativbewegungen der Getriebeglieder zueinander, die gleichzeitig für verhältnismäßig schwierige Anforderungen nutzbringend angewandt werden können.

### Umlauf- und Schwinggelenke

Das Gelenkviereck ist das einfachste ungleichförmig übersetzende Getriebe, das bei bestimmten Längenverhältnissen der vier Getriebeglieder zueinander in der Lage ist, eine umlaufende Bewegung in eine hin- und herschwingende Abtriebsbewegung umzuwandeln. In diesem als Kurbelschwinge bezeichneten Gelenkviereck kann es nur zwei benachbarte Umlaufgelenke und

<sup>1)</sup> Verfasser dankt auch an dieser Stelle Herrn Rudolf Lyk für die wertvolle Mitarbeit bei der Vorbereitung dieses Aufsatzes.

Ing. Kurt Hain ist Abteilungsleiter im Institut für landtechnische Grundlagenforschung (Direktor: Prof. Dr.-Ing. W. Batel) der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode.

zwei benachbarte Schwinggelenke geben [1]. Darüber hinaus gibt es im Gelenkviereck zwei ideelle (augenblickliche) Pole, von denen einer als Umlaufpol und der andere als Schwingpol wirkt, d. h., zwei der nicht benachbarten Glieder des Gelenkviereckes beschreiben relativ zueinander Umlaufbewegungen und die zwei anderen nicht benachbarten Getriebeglieder Schwingbewegungen<sup>2)</sup>. Nach einem bekannten kinematischen Grundgesetz liegen auf einer Polgeraden drei verschiedene Pole, die die Relativbewegungen je dreier Getriebeglieder kennzeichnen. Unterscheidet man nun Umlauf- und Schwingpole, so gilt das Gesetz [1], daß es auf einer Polgeraden entweder zwei Umlauf- und einen Schwingpol oder nur drei Schwingpole, nicht aber einen Umlauf- und zwei Schwingpole geben kann. Deshalb sind in einem Gelenkviereck nur zwei benachbarte Umlaufgelenke möglich; es können nie diagonal zueinander liegende Umlaufgelenke auftreten, und es sind auch keine Gelenkvierecke mit nur einem oder mit drei Umlaufgelenken darstellbar.

Bei sechsgliedrigen kinematischen Ketten, die hier behandelt werden sollen, müssen die Gesetze über die Verteilung der Umlauf- und Schwingpole auf Polgeraden wesentlich erweitert werden. Es gibt sechsgliedrige Ketten mit Doppelumlaufpolen, d. h., es gibt in solchen Ketten Getriebeglieder, die relativ zueinander zwei Umläufe beschreiben, während andere Getriebeglieder relativ zueinander nur einmal umlaufen oder auch nur hin- und herschwingen. Dies führt zu neuen Gesetzen der Verteilung von Relativbewegungen auf einer Polgeraden. Außerdem kommen Polgerade hinzu, die Doppelgelenke enthalten, die durch das Zusammenfallen von zwei Einfachgelenken entstehen; in jedem Doppelgelenk fallen drei Pole in einem Punkt zusammen.

Sechsgliedrige kinematische Ketten haben fünfzehn Pole; bei Einfachgelenken teilen diese sich in sieben reelle (das sind die Gelenke) und acht ideelle Pole auf. Wird ein Doppelgelenk vorgesehen, so kommen 8 reelle und 7 ideelle Pole zustande, und bei zwei Doppelgelenken erhält man 9 reelle und 6 ideelle Pole. Es gibt sechsgliedrige Ketten mit zwei, drei und vier Umlaufgelenken, und nur in letzterem Falle erhält man Doppelumlaufgelenke. Aus jeder kinematischen Kette entstehen durch die sogenannte kinematische Umkehr soviel Getriebe, wie diese Kette Glieder hat. Allerdings sind manche Glieder der Kette hinsichtlich des dabei entstehenden Getriebes gleichwertig, und deshalb hat es keinen Sinn, diese so entstandenen Getriebe doppelt zu zählen. Bei der Festlegung der Gleichwertigkeit der Getriebeglieder kommt bei den hier anzustellenden Untersuchun-

<sup>2)</sup> Umlaufgelenke bzw. Umlaufpole kennzeichnen die Umlaufmöglichkeit zweier Getriebeglieder zueinander, die Bezeichnung Schwinggelenk bzw. Schwingpol soll für die Einschränkung gelten, daß zwei Getriebeglieder relativ zueinander nur hin- und hergehende Bewegungen, bedingt durch den Getriebeaufbau, ausführen können.

gen die Berücksichtigung der Verteilung der Umlauf- und Schwinggelenke hinzu. Es gibt vier verschiedene kinematische sechsgliedrige Ketten, davon zwei mit Einfach- und zwei mit Doppelgelenken. Aus diesen vier Ketten entstehen durch verschiedene Verteilung der Umlaufgelenke insgesamt 16 grundsätzlich verschiedene kinematische Ketten, und aus diesen erhält man durch kinematische Umkehr insgesamt 72 Getriebe, d. h., es gibt 72 verschiedene sechsgliedrige Getriebeanordnungen mit jeweils unterschiedlicher Verteilung der Umlauf- und Schwinggelenke.

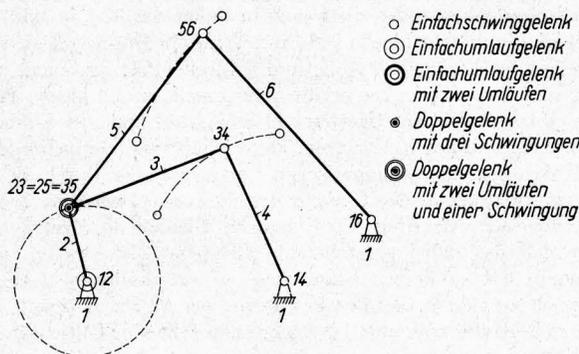
Die reellen Pole einer kinematischen Kette bzw. eines Getriebes sind Umlauf- oder Schwinggelenke. Für die konstruktive Gestaltung ist es von großer Bedeutung, wieviele Umlauf- und Schwinggelenke zu berücksichtigen sind bzw. wie die Verteilung dieser Gelenke im Getriebe ist. Es kann erwünscht sein, möglichst viele Gelenke als Schwinggelenke auszubilden, denn bei Umlaufgelenken muß die gelenkige Verbindung benachbarter Hebel so vorgenommen werden, daß beide Getriebeglieder sich für einen vollen Umlauf aneinander vorbeibewegen können. Getriebeglieder mit Schwinggelenken können durch Gabelköpfe verbunden werden und können mit ihrer Wirkungsmittellinie in einer Ebene liegen. Dadurch treten nur geringe Verkantungskräfte auf, und die Lagerungen können verhältnismäßig schmal ausgebildet werden, womit man eine geringe Baubreite des Getriebes erzielt. Oft lassen sich Schwinggelenke, wenn die Gelenkkraft ihre Richtung während einer Bewegungsperiode nicht ändert, als „offene“ Lager ausbilden.

Umlaufbewegungen zweier Glieder zueinander ergeben dagegen in gewissen Fällen auch Vorteile. So konnte man z. B. bei Nähmaschinen [2] zu Stichzahlen bis 5000 je Minute kommen, nachdem die hin- und hergehenden Bewegungen des Schwinggreifers durch die ungleichförmig umlaufenden Drehungen des Umlaufgreifers ersetzt wurden. Es kommt bei diesen schnell laufenden Getrieben darauf an, die Ungleichförmigkeiten und damit die lästigen und schwer auszugleichenden Massenkräfte soweit wie möglich herabzusetzen. Dies ist bei ungleichförmigen Umlaufbewegungen wegen der dabei auftretenden geringeren Beschleunigungen einfacher zu erreichen als bei Schwingbewegungen. In ähnlicher Weise ist auch die Entwicklung des sogenannten D-Greifers bei Filmtransportgetrieben zu bewerten [3].

### Durchlauffähigkeit der Getriebe

Bei bestimmten Abmessungen ungleichförmig übersetzender Getriebe kommen sogenannte Durchschlaglagen zustande, über die eine Weiterbewegung des Getriebes nur mit besonderen Hilfsmitteln möglich ist. Man wird deshalb zunächst bemüht sein, Getriebe zu verwenden, die ohne zusätzlichen Aufwand mit Sicherheit bewegt werden können. Bild 1 zeigt ein solches sechsgliedriges Getriebe mit dem Gestell 1 und der umlaufenden Antriebskurbel 2.

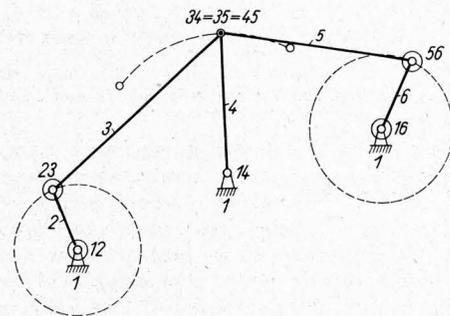
Im Kurbelgelenk sind zwei Koppelstangen 3 und 5 angelenkt, die die Abtriebsschwinghebel 4 und 6 antreiben. Die Gelenke dieses Getriebes sind mit den jeweiligen Doppeltziffern der Glieder gekennzeichnet, die sie verbinden. Das sechsgliedrige Getriebe in Bild 1 führt damit im Gelenk 12 und im Doppelgelenk  $23 = 25 = 35$  Umlaufbewegungen und in den anderen



**Bild 1.** Durchlauffähiges sechsgliedriges Getriebe. Bei der Einleitung einer Bewegung in ein bestimmtes Getriebeglied, z. B. in Glied 2, können sämtliche Getriebeglieder ohne besondere Hilfsmittel periodisch bewegt werden.

Gelenken nur Schwingbewegungen aus. Beim Antrieb der Kurbel 2 bestehen keine Schwierigkeiten, das Gesamtgetriebe zu bewegen. Deshalb werden solche Getriebe als „durchlauffähig“ bezeichnet.

Bild 2 zeigt ein nichtdurchlauffähiges, sechsgliedriges Getriebe mit dem Gestell 1 und den beiden in diesem Gestell gelagerten, umlaufenden Gliedern 2 und 6. Hierbei gibt es Umlaufbewegungen in den Gelenken 12, 23, 16 und 56. Im Doppelgelenk  $34 = 35 = 45$  kommen nur Schwingbewegungen zustande. Treibt man in diesem Getriebe z. B. die umlaufende Kurbel 2 an, so wird am Glied 4 eine hin- und herschwingende Bewegung erzeugt, und diese Bewegung muß so weitergeleitet werden, daß die Abtriebskurbel 6 wiederum umlaufen kann. Diese Umlaufbewegung ist aber nur möglich, wenn die Abmessungen der beiden Gelenkvierecke genau aufeinander abgestimmt werden und wenn durch besondere Hilfsmittel, z. B. durch eine Hilfsverzahnung oder durch eine Feder, dafür gesorgt wird, daß das zweite Gelenkviereck mit seinen bewegten Gliedern 4, 5 und 6 seine Totlagen durchlaufen kann. Das Getriebe nach Bild 2 muß deshalb als „nichtdurchlauffähig“ bezeichnet werden.



**Bild 2.** Nicht durchlauffähiges sechsgliedriges Getriebe. Bei der Einleitung einer Bewegung in ein Getriebeglied (z. B. Glied 2) können bestimmte andere Getriebeglieder (z. B. Glied 6) nur bewegt werden, wenn durch bestimmte Hilfsmittel die Tot- und Durchschlaglagen überwunden werden. Während einer Bewegungsperiode werden ein oder mehrere Übertragungswinkel Null. Kennzeichnung der Gelenke siehe Bild 1.

Bei dem nichtdurchlauffähigen Getriebe nach Bild 2 kam es darauf an, die Totlagen des zweiten Gelenkviereckes durch entsprechende Hilfsmittel zu überwinden. Es gibt außerdem noch die sogenannten durchschlagenden Getriebe, bei denen die Summe zweier Gliedlängen gleich der Summe zweier anderer Gliedlängen ist [4]. Durchschlagende Getriebe können für bestimmte Aufgaben so dimensioniert werden, daß sie wesentlich geringeren Platz als durchlauffähige Getriebe [5] beanspruchen. Streck- und Decklagen bzw. auch Durchschlaglagen können außer mit einer Hilfsverzahnung auch mit Hilfe einer Feder über ihre kritischen Getriebestellungen gebracht werden [6], was z. B. im Meßgerätebau angewendet wird [7]. Die ideellen (augenblicklichen) Pole in Durchschlaglagen der Getriebe können nicht ohne weiteres mit Hilfe der bekannten Polkonfigurationsverfahren gefunden werden; vielmehr war es notwendig, hier neue Wege zu suchen [8; 9].

In der vorliegenden Untersuchung sollen zunächst nur die durchlauffähigen sechsgliedrigen Getriebe behandelt werden; wobei die Durchlauffähigkeit u. a. auch dadurch ausgedrückt werden kann, daß die sogenannten Übertragungswinkel während der gesamten Bewegungsperiode nicht  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  werden bzw. auch die Nähe dieser Werte nicht erreichen.

### Die umlauffähigen Wattschen Ketten

Bild 3 gibt eine Übersicht über die umlauffähigen sechsgliedrigen kinematischen Ketten mit dem Laufgrad  $F = +1$ . Die Kette I stellt die sogenannte Wattsche Kette dar; sie besteht aus zwei ternären (dreigelenkigen), vier binären (zweigliedrigen) Gliedern und sieben diese Glieder verbindenden Drehgelenken. Die beiden ternären Glieder sind unmittelbar miteinander gelenkig verbunden. Die Kette besteht aus zwei Gelenkvierecken; es können deshalb die für die Umlauffähigkeit gültigen Gesetze des einfachen Gelenkviereckes in erweiterter Form unmittelbar angewandt werden [1].

Kettenschema	A 2 Umlaufgelenke				B 3 Umlaufgelenke			C 4 Umlaufgelenke			Anzahl d. Ketten
											3
											8
											4
											1
Anzahl d. Ketten	5				8			3			16

Bild 3. Übersicht über die umlauffähigen sechsgliedrigen Ketten mit Einfach- und mit Doppelgelenken.

Im Gelenkviereck können, wie bereits erwähnt, nur zwei benachbarte Drehgelenke als Umlaufgelenke ausgebildet werden. Wenn man in der Kette I Aa am ternären Glied 4 zwei Umlaufgelenke, z. B. die Gelenke zwischen den Gliedern 1 und 4 und zwischen den Gliedern 3 und 4 als Umlaufgelenke ausbilden würde, so müßte man auch das Gelenk zwischen den Gliedern 4 und 5 als Umlaufgelenk vorsehen, was ohne weiteres aus den Vorbedingungen für die Umlauffähigkeit des einfachen Gelenkviereckes abgeleitet werden kann. Daraus folgt, daß es die Wattsche Kette mit zwei Umlaufgelenken nur geben kann, wenn die beiden Umlaufgelenke einem der vier binären Glieder angehören. Da aber die vier binären Glieder 2, 3, 5 und 6 einander gleichwertig sind, entstehen auch vier gleichwertige Wattsche Ketten mit je zwei Umlaufgelenken. Da in der Übersicht von Bild 3 nur grundsätzlich verschiedene Ketten aufgeführt werden, genügt die Angabe der Kette I Aa.

Der Laufgrad jeder kinematischen Kette ist durch die Grüblersche Bedingung [10] gegeben:

$$F = 3(n - 1) - 2g.$$

Eine kinematische Kette mit  $n = 6$  Gliedern muß bei einem Laufgrad  $F = +1$  demnach  $g = 7$  Gelenke haben. Die Anzahl der Pole (reelle + ideelle) kann nach der allgemeinen Permutationsregel gefunden werden:

$$\binom{n}{a} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-a+1)}{a!} \quad (1).$$

Für  $n$  Glieder einer kinematischen Kette mit dem Laufgrad  $F = +1$  gibt es demnach

$$p = \binom{n}{2} \quad (2)$$

Drehpole [8], für die sechsgliedrige Kette also 15 Pole:

$$p = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15.$$

In Bild 4 ist die Kette I Aa aufgezeichnet. Die Doppelziffern kennzeichnen den Relativpol derjenigen Getriebeglieder, deren Bewegung relativ zueinander darzustellen ist. Der Pol 12 ist das Drehgelenk zwischen dem binären Glied 2 und dem ternären Glied 1, während z. B. der Pol 13 der ideelle (augenblickliche) Relativpol zwischen den einander gegenüberliegenden Gliedern 1 und 3 ist. Die sieben reellen Gelenke der sechsgliedrigen kinematischen Kette sind in jedem Falle sofort gegeben, die ideellen Pole dagegen müssen mit Hilfe der sogenannten Polkonfiguration ermittelt werden [11; 12; 13]. Die 15 Pole der sechsgliedrigen Kette sind in Tafel 1 in einem Zahlendreieck zusammengestellt worden. Die Umlaufpole sind doppelt, die

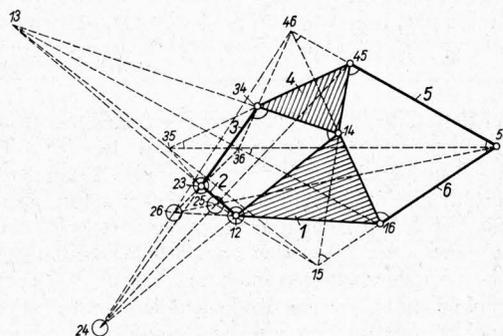


Bild 4. Polkonfiguration in der Kette I Aa nach Bild 3. Umlaufpole sind mit Vollkreisen, Schwingpole mit Kreissegmenten gekennzeichnet.

Schwingpole nur einfach unterstrichen; dabei sind die reellen Gelenke durchgehend, die ideellen Pole gestrichelt gekennzeichnet. Im folgenden soll festgelegt werden, welche und wieviele der 15 Pole Umlauf- oder Schwingpole sind.

Die dreifach mögliche Paarung aus jeweils drei der sechs Ziffern der Glieder der sechsgliedrigen kinematischen Kette ergibt je eine Polgerade; es gibt insgesamt  $a$  Polgerade:

$$a = \binom{n}{3} \quad (3)$$

für die sechsgliedrige Kette also nach Gleichung (1)

$$a = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20.$$

Die ideellen Pole in Bild 4 können als Schnittpunkte von Polgeraden bestimmt werden, und die Regeln der Polkonfiguration fußen darauf, daß man bei der Bestimmung der ersten unbekanntem ideellen Pole von solchen Polgeraden ausgeht, auf denen zunächst zwei reelle Pole bekannt sind. Da durch jeden

Tafel 1. Polaufteilung der 15 Pole in der Kette I Aa nach Bild 3.

<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>		
<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>26</u>			
<u>34</u>	<u>35</u>	<u>36</u>				
	<u>45</u>	<u>46</u>			Schwingpole	— — —
	<u>56</u>				Einfachumlaufpole	= = =

Pol vier Polgerade gehen müssen, bereitet die Bestimmung der augenblicklichen Lage der ideellen Pole im allgemeinen keine besonderen Schwierigkeiten.

**Tafel 2** enthält sämtliche 20 Polgeraden der sechsgliedrigen kinematischen Kette nach Bild 4. Jeder der 15 Pole erscheint in vier verschiedenen Polgeraden. Hinsichtlich der Verteilung der Umlauf- und Schwinggelenke ist, wie bereits erwähnt, in der kinematischen Kette nach Bild 4 zunächst nur bekannt, daß die beiden reellen Pole 12 und 23 Umlaufpole, die restlichen reellen Pole aber Schwingpole sind. Nach der Regel [1], daß auf einer Polgeraden entweder zwei Umlaufpole und ein Schwingpol oder nur drei Schwingpole liegen dürfen, soll nun bestimmt werden, welche ideellen Pole Umlauf- oder Schwingpole sind.

**Tafel 2.** Zusammenstellung der 20 Polgeraden der Kette I Aa nach Bild 3.

Kennzeichnung der Pole wie in Tafel 1.

Polgerade	1:	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>23</u>	Polgerade	11:	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>34</u>
"	2:	<u>12</u>	<u>14</u>	<u>24</u>	"	12:	<u>23</u>	<u>25</u>	<u>35</u>
"	3:	<u>12</u>	<u>15</u>	<u>25</u>	"	13:	<u>23</u>	<u>26</u>	<u>36</u>
"	4:	<u>12</u>	<u>16</u>	<u>26</u>	"	14:	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>45</u>
"	5:	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>34</u>	"	15:	<u>24</u>	<u>26</u>	<u>46</u>
"	6:	<u>13</u>	<u>15</u>	<u>35</u>	"	16:	<u>25</u>	<u>26</u>	<u>56</u>
"	7:	<u>13</u>	<u>16</u>	<u>36</u>	"	17:	<u>34</u>	<u>35</u>	<u>45</u>
"	8:	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>45</u>	"	18:	<u>34</u>	<u>36</u>	<u>46</u>
"	9:	<u>14</u>	<u>16</u>	<u>46</u>	"	19:	<u>35</u>	<u>36</u>	<u>56</u>
"	10:	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>56</u>	"	20:	<u>45</u>	<u>46</u>	<u>56</u>

Auf der Polgeraden 1, Tafel 2, sind die beiden reellen 12 und 23 als Umlaufpole bekannt, demzufolge kann der dritte ideelle Pol 13 nur Schwingpol sein. Auf der Polgeraden 2 sind der reelle Umlaufpol 12 und der reelle Schwingpol 14 gegeben, also muß der ideelle Pol 24 ein Umlaufpol sein. Den ideellen Umlaufpol 26 findet man auf der Polgeraden 4 aus dem bekannten Umlaufpol 12 und dem ebenfalls bekannten Schwingpol 16. Der ideelle Schwingpol 36 ergibt sich aus der Polgeraden 7 mit dem reellen Schwingpol 16 und aus dem auf der Polgeraden 1 gefundenen ideellen Schwingpol 13; die Polgerade 7 hat also drei Schwingpole. Dies trifft auch für die Polgeraden 8 und 9 zu; denn auf beiden sind bereits die reellen Schwingpole 14 und 45 sowie 14 und 16 bekannt, so daß man die ideellen Schwingpole 15 und 46 findet. Nun ergibt sich auf der Polgeraden 3 mit dem soeben gefundenen Schwingpol 15 der ideelle Umlaufpol 25. Auf der Polgeraden 12 muß der ideelle Pol 35 wegen der bekannten Umlaufpole 23 und 25 ein Schwingpol sein. Auf der Polgeraden

13 findet man den ideellen Umlaufpol 26 aus dem bekannten Umlaufpol 23 und dem auf der Polgeraden 7 gefundenen Schwingpol 36. Schließlich muß auf der Polgeraden 15 mit dem soeben gefundenen Umlaufpol 26 und dem auf der Polgeraden 2 gefundenen Umlaufpol 24 der Pol 46 ein Schwingpol sein.

Auf diese Weise kann man also jeden Pol hinsichtlich seiner Eigenschaft als Umlauf- oder Schwingpol festlegen, wobei in den 20 Polgeraden der Tafel 2 noch einige willkommene Kontrollmöglichkeiten liegen.

In der kinematischen Kette I Aa, Bild 3, mit zwei Umlaufgelenken gibt es also insgesamt fünf Umlaufpole und zehn Schwingpole, die in der bereits erklärten Kennzeichnung in Tafel 1 aufgeführt sind. Nach Tafel 2 treten zehn Polgerade mit je zwei Umlauf- und einem Schwingpol auf, und es gibt weitere zehn Polgerade, die jeweils drei Schwingpole haben.

Für die Kette I Aa gibt es also nach Tafel 1 fünf Umlaufpole und zehn Schwingpole, d. h., während einer Bewegungsperiode dieser kinematischen Kette sind fünf verschiedene Relativumläufe ausführbar, während die übrigen zehn Relativbewegungen nur hin- und herschwingend sein können. Man kann nun eine dieser Relativbewegungen als Antriebsimpuls und eine zweite als Abtriebsimpuls ansehen. Dann gibt es drei verschiedene grundsätzliche Möglichkeiten, nämlich das Verhältnis einer Umlaufbewegung zu einer Schwingbewegung, das als „Kurbelschwingübertragung“ bezeichnet werden soll, ferner das Verhältnis zweier Umlaufbewegungen als „Doppelkurbelübertragung“ und schließlich das Verhältnis zweier Schwingbewegungen als „Doppelschwingübertragung“. Es gibt somit bei einer Anzahl von  $p = 15$  Polen eine Gesamtzahl von solchen periodischen Übersetzungsverhältnissen:

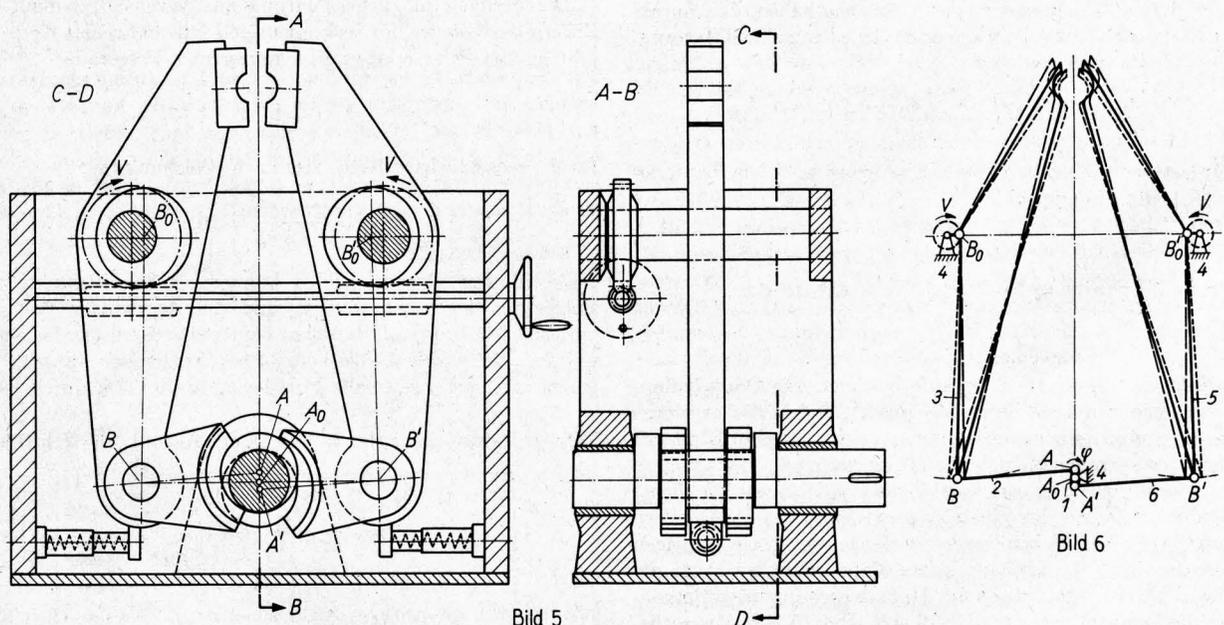
$$i_{nk} = \frac{1}{2} p (p - 1) \quad (4)$$

Ersetzt man die Pole  $p$  durch die Gliederzahl  $n$ , so erhält man die periodischen Übersetzungsverhältnisse mit

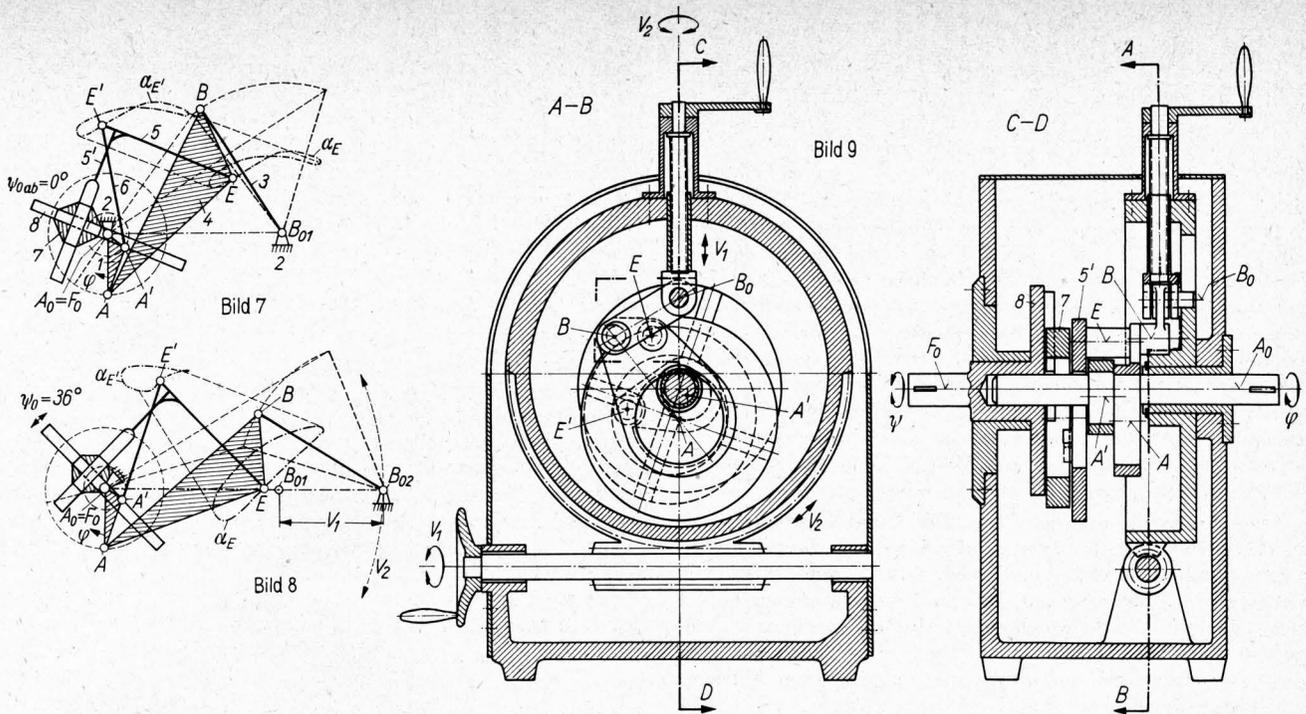
$$i_{nk} = \frac{n^2 (n - 1)^2 - 2n (n - 1)}{8} \quad (5)$$

Bei sechsgliedrigen kinematischen Ketten mit  $p = 15$  Polen erhält man demzufolge  $i_{nk} = 105$  periodische Übersetzungsverhältnisse, d. h., die Doppelziffern der Tafel 1 lassen sich auf 105 verschiedene Arten miteinander paaren.

Bei der Paarung dieser Doppelziffern erscheinen entweder drei oder vier verschiedene Einzelziffern. Das Vorhandensein von drei Einzelziffern gibt die relative Drehbewegung zweier Glieder zu einem gemeinsamen dritten Getriebeglied an, d. h., es liegt das Übersetzungsverhältnis zwischen drei paarweise



**Bild 5 und 6.** Verstellbares Getriebe einer Rundknetmaschine. Bild 6 zeigt das Getriebeschema des Getriebes auf der Grundlage der Kette I Ba nach Bild 3.



**Bild 7 bis 9.** Sechsgliedriges Getriebe mit mathematisch genauen Parallelbewegungen eines Koppelgliedes und mit gleichförmigem Koppelantrieb über eine Oldhamkupplung. Bild 8 zeigt das Getriebe nach Verstellung des Gestellpunktes  $B_{01}$  nach  $B_{02}$ . Bild 9 ist die praktische Ausführung des Getriebes mit Verstellung  $V_1$  des Hubes von Null bis zu einem Maximum und der zeitlichen Verstellung  $V_2$  des jeweils eingestellten Hubes.

benachbarten Getriebegliedern vor, und die beiden Pole liegen auf einer gemeinsamen Polgeraden. Erscheinen bei dieser Paarung aber vier Einzelziffern, so ist damit ein sogenanntes Diagonalübersetzungsverhältnis gekennzeichnet, d. h., es wird die Relativbewegung zweier Getriebeglieder zu zwei beliebigen anderen Getriebegliedern betrachtet; die beiden gepaarten Pole liegen nicht auf einer gemeinsamen Polgeraden. Bei allen sechsgliedrigen kinematischen Ketten gibt es nach diesen Überlegungen 60 Übersetzungsverhältnisse zwischen paarweise benachbarten Gliedern und 45 Diagonalübersetzungsverhältnisse.

Die Kette I Aa in Bild 3 hat zwei Umlaufgelenke. Es gibt außerdem noch die beiden Ketten I Ba und I Bb mit je drei Umlaufgelenken. Nach der bereits erwähnten Regel können in jedem Gelenkviereck nur zwei benachbarte Umlaufgelenke angeordnet werden, und deshalb können die drei Umlaufgelenke, wie Anordnungen I Ba und I Bb zeigen, nur Teile ternärer Glieder sein. Die Wattsche kinematische Kette I kann also nur eine Ausführung mit zwei Umlaufgelenken und zwei Ausführungen mit drei Umlaufgelenken haben. Als durchlauffähige Kette kann sie also niemals nur ein Umlaufgelenk und auch nicht vier Umlaufgelenke enthalten.

Die Verteilung der Umlauf- und Schwingpole, der Polgeraden und der realen und ideellen Pole der beiden Wattschen Ketten mit drei Umlaufgelenken geht aus den Übersichtstafeln hervor [25].

Ein Beispiel für die Anwendung der Kette I Ba mit drei Umlaufgelenken zeigen **Bild 5 und 6**. Es handelt sich um den Antrieb einer Rundknetpresse, bei der in schnellem Wechsel zwei Knetbacken gegen das zu bearbeitende Werkstück bewegt werden müssen. Außerdem ist durch eine Verstellrichtung des Getriebes dafür zu sorgen, daß die Entfernung zwischen den Backen in den inneren Totlagen stufenlos verändert werden kann [14; 15].

Das Getriebe der Rundknetpresse besteht aus einem Doppelsexcenter mit dem Drehpunkt  $A_0$  und den davon gleich weit entfernten Excentern mit den Punkten A und A'. Mit offenen Lagerschalen liegen die Koppelhebel AB und A'B' gegen die beiden Excenterzylinder an, wobei je eine entsprechend starke Feder die Anlage in den offenen Lagern erzwingt. Die Backenhebel drehen jeweils um einen Drehpunkt  $B_0$  und  $B'_0$ . Durch mit Hilfe von Schneckengetrieben synchron verstellbare Excenter kann die Lage der beiden Drehpunkte  $B_0$  und  $B'_0$  stufen-

los verstellt werden, wodurch die Änderung der zu bearbeitenden Werkstückdicke an den Knetbacken verstellbar wird. Das Getriebe in Bild 5 ist schematisch in Bild 6 dargestellt worden, das mit der Kette I Ba in Bild 3 übereinstimmt. Als Gestell gilt das Glied 4; das ternäre Glied 1 enthält die drei Umlaufgelenke und überträgt die Bewegungen über die Koppeln 2 und 6 auf die hin- und herschwingenden Abtriebshebel 3 und 5.

Ein weiteres Beispiel für die Anwendung der kinematischen Kette I Ba nach Bild 3 ist in **Bild 7 bis 9** gezeigt. Hier wird die Eigenschaft eines bestimmten sechsgliedrigen Getriebes verwendet, das in der Lage ist, mit einem seiner Koppelhebel mathematisch genaue Parallelbewegungen zu erzeugen [16]. Im Gestellpunkt  $A_0$  ist ein umlaufendes ternäres Glied  $A_0AA'$  gelagert, das mit der Koppel AB und mit einer Schwinge  $B_{01}B$  ein Gelenkviereck bildet. An der Kurbel  $A_0A$  ist in einem dritten Gelenk A' ein Koppelhebel A'E' angelenkt, der mit einem weiteren Koppelhebel E'E einen sogenannten Zweischlag bildet, wobei das Gelenk E ein Koppelgelenk der Koppel AB des erwähnten Gelenkviereckes ist. Dieses sechsgliedrige Getriebe kann aus der kinematischen Kette I Ba in Bild 3 abgeleitet werden, wenn das binäre Glied 2 als Gestell gilt. Die Gelenke  $A_0$ , A und A' sind die drei Umlaufgelenke dieser Kette.

Man kann die Getriebeabmessungen in Bild 7 so auswählen, daß die Koppel  $5 = EE'$  während der gesamten Bewegungsperiode des Getriebes, also während einer vollen Umdrehung der Antriebskurbel  $A_0AA'$ , mathematisch genaue Parallelbewegungen durchläuft [16]. Diese Parallelbewegung ist in Bild 7 daraus erkenntlich, daß die Koppelkurven  $\alpha_E$  und  $\alpha_{E'}$  der Punkte E und E' gleichsinnig kongruent sind. Mit dem Koppelhebel  $EE'$  ist ein Schleifenhebel 5' einer Oldham-Kupplung fest verbunden, der damit also auch genaue Parallelbewegungen beschreibt. Er gleitet in dem Kreuzschieber 7 und in diesem wiederum ein im Gestell gelagerter Schleifenhebel 8. Es ist bekannt, daß die Oldham-Kupplung wegen der Anordnung eines Kreuzschiebers winkeltreue Bewegungen zwischen den beiden Schleifenhebeln überträgt, wobei es gleichgültig ist, wie weit die Drehpunkte der Schleifenhebel voneinander entfernt liegen. Es kann also der Drehpunkt des im Gestell zu lagernden Schleifenhebels 8 mit dem Drehpunkt  $A_0$  des ternären Gliedes 1 zusammenfallen. Da der Koppelhebel  $5 = 5'$  genaue Parallelbewegungen ausführt, unterliegt er keinerlei Drehbewegungen, d. h., er überträgt solche Drehbewegungen auch nicht auf den im Gestell gelagerten Schleifenhebel 8; der Kreuzschieber 7 dagegen gleitet relativ zu seinen beiden Schleifenhebeln 5' und 7.

Vergrößert man nun entsprechend Bild 8 im Getriebe nach Bild 7 die Gestelllänge  $A_0B_{01}$  z. B. auf den Betrag  $A_0B_{02}$ , so wird die Gesetzmäßigkeit für die mathematisch genaue Parallelbewegung der Koppel  $EE'$  aufgehoben, was an der unterschiedlichen Form der Koppelkurven  $a_E$  und  $a'_E$ , der Koppelpunkte  $E$  und  $E'$  zu erkennen ist. Mit dieser Abweichung von der Parallelkoppelbewegung ist aber auch eine Drehbewegung der Koppel  $EE'$  verbunden, die über die Oldham-Kupplung auf dem im Gestellpunkt  $A_0$  gelagerten Schleifenhebel als hin- und hergehende Bewegung übertragen wird. Mit der Verstellung  $V_1$ , d. h. mit der Veränderung der Gestelllänge des sechsgliedrigen Getriebes ist eine Verstellung der Schwingbewegung des im Gestell gelagerten Schleifenhebels von Null bis zu einem Größtwert verbunden. Dieser Größtwert ist im allgemeinen durch den zulässigen Kleinstwert des bzw. der Übertragungswinkel gekennzeichnet. Im Beispiel von Bild 8 kann ein maximaler Schwingwinkel von  $\psi_0 = 36^\circ$  erreicht werden.

Im sechsgliedrigen Getriebe nach Bild 7 und 8 kann man, wie in Bild 8 kenntlich gemacht wurde, auch eine Verstellung insofern einführen, als man den Gestellpunkt  $B_{02}$  um den anderen Gestellpunkt  $A_0$  verschwenkt. Bei dieser Verschwenkung ändert sich, falls irgendein Schwinghebel durch die Verstellung  $V_1$  eingestellt war, dieser Winkel nicht; dafür verschieben sich aber die Umkehrlagen des im Gestellpunkt  $A_0$  gelagerten Abtriebschleifenhebels. Man kann also während des Laufes des Getriebes eine zeitliche Verschiebung der Abtriebschwingung ohne eine Veränderung ihrer Größe herbeiführen.

Der besondere Vorteil des sechsgliedrigen Verstellgetriebes nach Bild 7 und 8 liegt in der Möglichkeit der gleichachsigen Lagerung der Antriebswelle  $A_0$  und der mit dem Abtriebschleifenhebel fest verbundenen Abtriebsachse  $F_0$ . Bild 9 zeigt eine mögliche konstruktive Ausführung dieses Verstellgetriebes. Auf der Antriebswelle  $A_0$  sind die beiden Exzenter mit ihren Mittelachsen  $A$  und  $A'$  angeordnet. Die Antriebswelle kann auf der anderen Seite des Getriebegehäuses in der Abtriebsachse  $F_0$ , also doppelt gelagert werden. Der Kreuzschieber 7 der Oldham-Kupplung ist als Ring ausgebildet. Er kann den Koppelbewegungen des Schleifenhebels 5' folgen und überträgt dessen Drehbewegungen auf den Abtriebschleifenhebel 8. Die Verstellungen  $V_1$  und  $V_2$  erfolgen durch Handkurbeln und durch Gewinde-spindeln bzw. Schnecken.

### Die umlauffähigen Stephenson'schen Ketten mit zwei und drei Umlaufgelenken

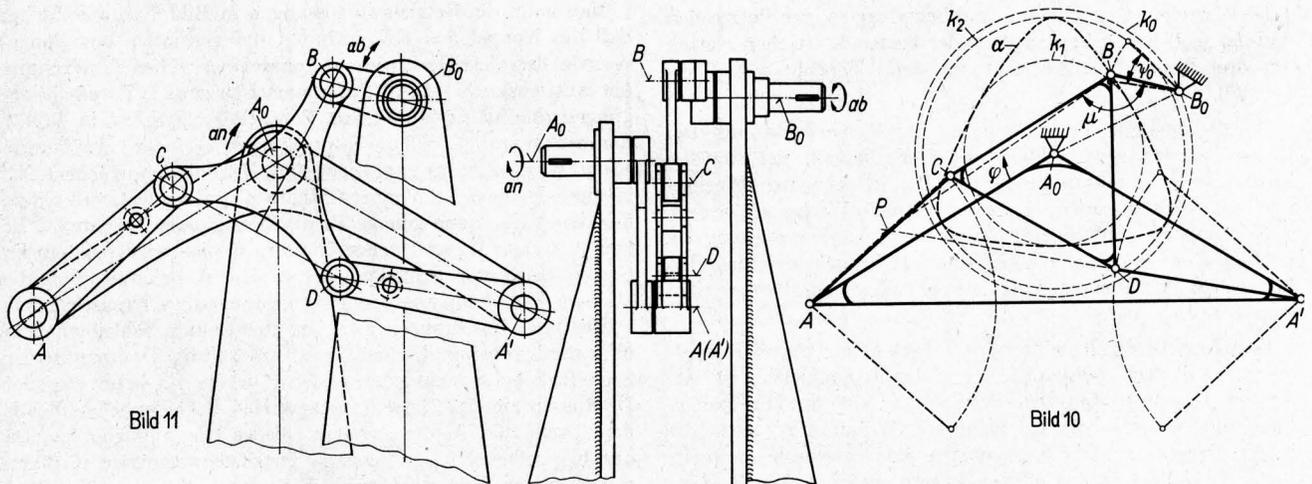
Die Stephenson'sche Kette II in Bild 3 besteht aus einem Gelenkviereck und einem Gelenkfünfeck, gebildet aus den Gliedern 1, 4, 3, 5 und 6 (es gibt in dieser Kette noch ein zweites Gelenkfünfeck, gebildet aus den Gliedern 1, 2, 3, 5 und 6, das aber im Aufbau der kinematischen Kette mit dem erstgenannten Gelenkfünfeck gleichwertig ist). Die Kette II Aa hat am binären Glied 2 zwei Umlaufgelenke, und es entstünde eine gleichwertige Kette, wenn man die beiden Umlaufgelenke dem Glied 4 zuteilt.

Da in einem Gelenkviereck immer nur zwei benachbarte Gelenke als Umlaufgelenke ausgeführt werden können, müßte die Kette II auch mit zwei Umlaufgelenken ausführbar sein, die das ternäre Glied I mit den binären Gliedern 2 und 4, oder, was gleichwertig wäre, das ternäre Glied 3 mit den binären Gliedern 2 und 4 verbinden. Dann würde aber das Gelenkviereck eine Doppelkurbel bzw. eine Doppelschwinge werden, und ein weiteres Gelenk im Gelenkfünfeck könnte dann nur Umlaufgelenk sein, d. h., die Kette II mit zwei Umlaufgelenken im Gelenkviereck ist nur nach der Anordnung II Aa ausführbar.

Die zweite Möglichkeit der Stephenson'schen Kette II mit zwei Umlaufgelenken führt zur Bauart II Ab, wenn nämlich eines der binären Glieder 5 oder 6 im Gelenkfünfeck die beiden Umlaufgelenke enthält. Die Glieder 5 und 6 sind einander gleichwertig, so daß diese Bauart nur einmal aufgeführt zu werden braucht. Wenn man hier bei Annahme des Gliedes 1 als Gestell die Kurbel 6 als umlaufendes Antriebsglied betrachtet, so kann diese bei bestimmter Annahme der Getriebeabmessungen zu einem Hin- und Herschwingen des Gelenkviereckes mit seiner Koppellebene führen.

Die dritte Möglichkeit der Stephenson'schen Kette II in Bild 3 mit zwei Umlaufgelenken ist in der Bauform II Ac dargestellt. Die beiden Umlaufgelenke liegen im Gelenkfünfeck symmetrisch zueinander; sie verbinden die beiden ternären Glieder 1 und 3 mit den ihnen benachbarten binären Gliedern 5 und 6. Diese sechsgliedrige Kette II Ac ist damit ebenfalls umlauffähig, wie z. B. die Kette II Ab. In der Kette II Ab wird bei Annahme des Gliedes 1 als Gestell nur ein Teilbewegungsbereich des Gelenkviereckes in Anspruch genommen; der Koppelpunkt des ternären Gliedes 3 als Gelenk zwischen 3 und 5 wandert auf seiner Koppelkurve nur ein Stück hin und her. Es ist deshalb gleichgültig, ob in dieser Kette das Gelenkviereck umlauffähig ist oder nicht, seine Umlauffähigkeit würde in keinem Falle voll ausgenutzt werden. Im Gegensatz hierzu muß wegen der Umlaufgelenke zwischen den ternären Gliedern und den benachbarten binären Gliedern der Kette II Ac bei Annahme des Gliedes 1 als Gestell die Koppelkurve des Gelenkes zwischen den Gliedern 3 und 5 voll durchlaufen werden. Da im Gelenkviereck aber kein Umlaufgelenk vorhanden sein soll, muß dieses Gelenkviereck „totalschwingend“ sein. Wenn man Koppelkurven solcher Gelenkvierecke ausfindig macht, die keine Umlaufgelenke aufweisen, so ist es möglich, diese nichtumlauffähigen Gelenkvierecke von einer umlaufenden Kurbel über diese Koppelkurven anzutreiben [17], was durch die Kette II Ac kenntlich gemacht wird.

Ein Anwendungsbeispiel für die Kette II Ac mit zwei Umlaufgelenken zeigen Bild 10 und 11. Es ist bekannt [18; 19; 20], daß gleichschenklige Gelenkvierecke in der Lage sind, mathematisch genaue, symmetrische Koppelkurven zu erzeugen. In solchen gleichschenkligen Gelenkvierecken hat ein im Gestell gelagertes Glied die gleiche Länge wie die Koppel; alle Koppelpunkte, die auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt des Gelenkes zwischen



**Bild 10 und 11.** Nichtumlauffähiges (totalschwingendes), gleichschenklig-symmetrisches Gelenkviereck mit doppelsymmetrischer Koppelkurve  $a$ . Bild 11 zeigt die Verwendung des nichtumlauffähigen Gelenkviereckes als Teilgetriebe in einem sechsgliedrigen Getriebe zur Erzeugung einer dreifachen Hin- und Herschwingbewegung.

diesen beiden Gliedern und mit dem Radius gleich der Länge dieser beiden Glieder liegen, beschreiben symmetrische Koppelkurven, deren Symmetrieachse durch das Gelenk geht, in dem das mit der Koppel gleichlange Glied im Gestell gelagert ist. In Bild 10 ist ein Gelenkviereck gezeichnet, das symmetrisch-gleichschenkelig ist, d. h., beide im angenommenen Gestell AA' gelagerte Glieder AC und A'D haben gleiche Länge, die außerdem mit der Koppellänge CD übereinstimmt. Zeichnet man über CD das gleichseitige Dreieck CDB, so beschreibt der Koppelpunkt B mit mathematischer Genauigkeit eine doppelsymmetrische Koppelkurve  $\alpha$ . Da das Gestell AA' länger als die gleichlangen übrigen drei Glieder ist, kann dieses Gelenkviereck nicht umlauffähig sein. Bei totalschwingenden Gelenkvierecken schwingen sämtliche Getriebeglieder relativ zueinander in symmetrischen Winkelbeträgen nach beiden Seiten des benachbarten Gliedes. Diese symmetrische Relativschwingung kann eine Innen- oder auch eine Außenschwingung sein. Im Getriebe nach Bild 10 liegt je eine Innenschwingung der beiden Glieder AC und A'D relativ zu ihrem benachbarten Glied AA' vor; es ist also ein zweifach-innenschwingendes, nichtumlauffähiges Gelenkviereck [17].

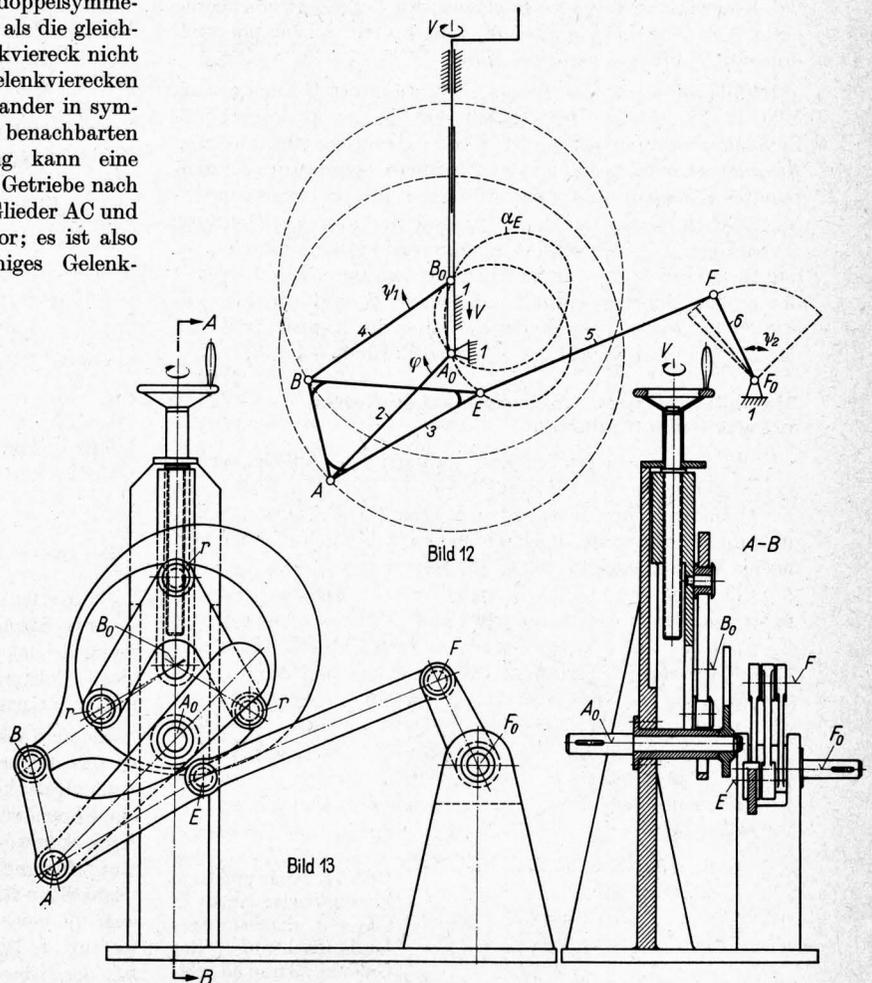
Die Koppelkurve  $\alpha$  in Bild 10 hat einen Zentralpunkt  $A_0$ , um den man einen innen berührenden Kreis  $k_1$  und einen außen berührenden Kreis  $k_2$  zeichnen kann. Man nimmt nun einen Punkt  $B_0$  an und läßt ihn auf einem Kreis  $k_0$  um  $A_0$  wandern, wobei mit konstanter Länge  $B_0B$  darauf zu achten ist, daß bei dieser Kreisbewegung der Punkt B auf der Koppelkurve  $\alpha$  wandert. Bei diesen Bewegungen entsteht zwischen den Strecken  $A_0B_0$  und  $B_0B$  eine dreimalige Hin- und Herbewegung während eines Umlaufes des Halbmessers  $A_0B_0$ .

Auf diese Weise ist aber ein sechsgliedriges Getriebe entstanden, d. h., das totalschwingende Gelenkviereck ist um die Glieder  $A_0B_0$  und  $B_0B$  erweitert worden, wobei aus dem Glied AA' ein ternäres Glied  $A_0AA'$  geworden ist. Es ist zu erkennen, daß das Glied  $A_0B_0$  im Gelenk  $A_0$  relativ zum ternären Glied  $A_0AA'$  eine volle Umlaufbewegung beschreibt. Gleichzeitig ist aber auch eine volle Umlaufbewegung der Glieder  $B_0B$  und BCD relativ zueinander festzustellen, während aber  $B_0B$  und  $A_0B_0$  relativ zueinander nur schwingen. Es liegt also ein Getriebe vor, das die kinematische Kette II Ac in Bild 3 zur Grundlage hat.

Wenn der Punkt  $A_0$  mit mathematischer Genauigkeit Zentralpunkt der Koppelkurve  $\alpha$  ist, müssen die dreimaligen Schwingbewegungen des Hebels  $B_0B$  relativ zum Hebel  $A_0B_0$  hinsichtlich ihres Schwingwinkels  $\psi_0$  miteinander übereinstimmen. Den Schwingwinkel  $\psi_0$  findet man, wenn man den Kreis um  $B_0$  mit dem Halbmesser  $B_0B$  zum Schnitt mit den beiden Kreisen  $k_1$  und  $k_2$  bringt. Das sechsgliedrige Getriebe hat das binäre Glied  $A_0B_0$  als Gestell, das ternäre Glied  $A_0AA'$  mit dem Winkel  $\varphi$  laufend als Antriebsglied und den binären Hebel  $B_0B$  als dreimal mit dem Schwingwinkel  $\psi_0$  hin- und herschwingendes Abtriebsglied. Der Übertragungswinkel  $\mu$  liegt in diesem Getriebe zwischen dem Abtriebshebel  $B_0B$  und dem Polstrahl BP, wenn sich der Pol P als Schnittpunkt der beiden Kurbeln AC und A'D ergibt. Man kann also die Längen  $A_0B_0$  und  $B_0B$  so variieren, daß bei noch zulässiger Übertragungsgüte, d. h. bei kleinstzulässigem Übertragungswinkel  $\mu$ , ein größter Schwingwinkel  $\psi_0$  zustande kommt.

Das sechsgliedrige Getriebe nach Bild 10 ist in Bild 11 in Hebelform dargestellt. Der besondere Vorteil des totalschwingenden Teilgelenkviereckes besteht darin, daß wegen des Fehlens voller Umlaufbewegungen die drei Hebel AC, CD und A'D in einer einzigen Ebene schwingen, womit in willkommener Weise Verkantungskräfte weitgehend ausgeschaltet werden können. Die Schwingungen der drei Hebel in einer Ebene können praktisch z. B. so verwirklicht werden, daß die binären Hebel AC und A'D als doppelseitig angeordnete Laschen relativ zu ihrem benachbarten Getriebeglied CD liegen.

Die Stephenson'sche Kette II in Bild 3 kann die beiden verschiedenen Bauformen II Ba und II Bb mit drei Umlaufgelenken haben. In beiden Fällen sind zwei Umlaufgelenke so im Teilgelenkviereck angeordnet, daß sie einen der beiden ternären Glieder angehören. In der Kette II Ba ist das dritte Umlaufgelenk diagonal dazu im Gelenkfünfeck untergebracht, in der Kette II Bb dagegen als benachbartes Gelenk zu den beiden im Gelenkviereck vorhandenen Umlaufgelenken. Beginnt man mit der Verteilung zweier Umlaufgelenke, die zu einem der



**Bild 12 und 13.** Symmetrische Doppelkurbel als Teilgetriebe in einem sechsgliedrigen Getriebe mit Ausnutzung einer verschlungenen Koppelkurve  $\alpha_E$  in Bild 12. Bild 13 zeigt die Verwendung dieses sechsgliedrigen Getriebes zur Erzeugung einer zweifachen Hin- und Herbewegung, die vom Hub Null bis zu einem Maximalwert verstellbar ist.

binären Glieder 2 oder 4 im Gelenkviereck gehören, so ist es nicht möglich, ein drittes Umlaufgelenk in der gesamten Kette vorzusehen. Weiterhin gelingt es auch nicht, zwei Umlaufgelenke im Gelenkviereck, entsprechend der Ausführungen II Ba oder II Bb, und ein drittes Umlaufgelenk zwischen den binären Gliedern 5 und 6 unterzubringen. Ein letzter Fall ergäbe sich, wenn drei Umlaufgelenke als benachbarte Gelenke der binären Glieder 5 und 6 vorhanden wären, wobei das Gelenkviereck wiederum ein totalschwingendes Teilgetriebe sein müßte. Aber auch für diese Annahme gelingt es nicht, eine umlauffähige kinematische Kette II aufzustellen.

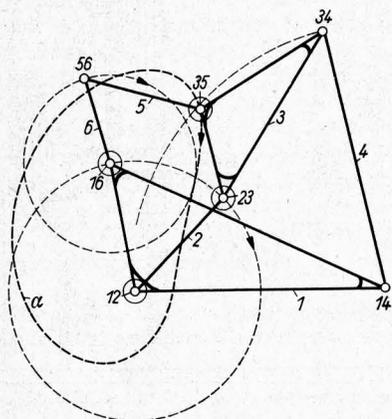
In Bild 12 ist ein Anwendungsbeispiel für die Kette II Ba gezeigt. Als Gestell 1 gilt das Glied  $A_0B_0$ . Im Gestell sind die beiden Kurbeln 2 und 4 gelagert; die Koppel 3 beschreibt mit den als Doppelkurbel gewählten Abmessungen des Gelenkviereckes die Koppelkurve  $\alpha_E$ . Die Bewegungsweiterleitung vom Koppelpunkt E erfolgt über das binäre Koppelglied 5 auf das Abtriebsglied 6. Wegen der verschlungenen Form der Koppelkurve  $\alpha_E$  des Punktes E schwingt der Abtriebshebel bei einer Umdrehung der Antriebskurbel 2 zweimal hin und her. Die Abmessungen dieses Getriebes sind nun so gewählt worden, daß

folgende Streckengleichheiten bestehen:  $A_0A = B_0B = BE = AE$ . Aufgrund dieser Gleichheiten kann man z. B. den Gestellpunkt  $B_0$  so lange verschieben, bis er sich mit dem anderen Gestellpunkt  $A_0$  deckt. In dieser Lage fällt aber auch der Koppelpunkt E mit diesen beiden Punkten zusammen, d. h., die Kurbeln 2 und 4 bilden hier ein starres Dreieck, der Punkt E bleibt still stehen und damit auch die Koppel 5 und das Abtriebsglied 6. Es liegt also ein Verstellgetriebe vor, bei dem man durch Gestellpunktverstellung die durch die verschlungene Form der Koppelkurve bedingte zweifache Hin- und Herschwingung eines Abtriebshebels vom Hub Null bis zu einem Maximaldoppelhub stufenlos verstellen kann.

In Bild 13 ist die praktische Ausführung des Getriebes nach Bild 12 dargestellt. Der Gestellpunkt  $B_0$  ist als sogenannte Zapfenerweiterung ausgebildet worden, damit die Antriebsachse  $A_0$  gelagert werden kann. Die Zapfenerweiterung des Gestellpunktes  $B_0$  besteht aus den drei Rollen r, die auf einem verstellbaren Schieber angebracht worden sind, und aus einer Bohrung, die auf diesen Rollen geführt wird und so groß auszubilden ist, daß die Achse  $A_0$  hindurchgeführt werden kann. Der Ring mit der großen Bohrung enthält das Gelenk B, und von hier aus erfolgt die Bewegungsweiterleitung über die Koppel ABE und den Koppelhebel EF auf den Abtriebsschwinghebel  $F_0F$ .

### Die umlauffähigen Stephenson'schen Ketten mit vier Umlaufgelenken

Unter den vier sechsgliedrigen, zwangläufigen kinematischen Ketten gelingt es, nur die Stephenson'sche Kette II, Bild 3, mit vier Umlaufgelenken auszubilden. Hierbei können sogar Doppelumläufe in bestimmten Polen entstehen, wenn in anderen Polen nur ein Umlauf erfolgt.

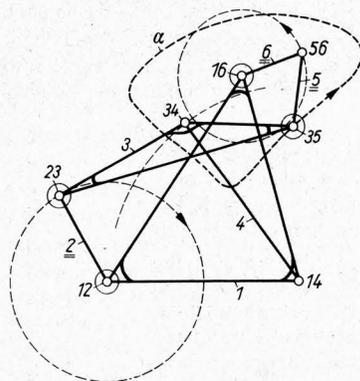


**Bild 14.** Sechsgliedrige kinematische Kette II  $Ca_1$  mit gleichsinniger Umlaufrichtung der Gelenke 23 und 35 relativ zum Gestell 1.

In Bild 3 haben die beiden kinematischen Ketten II  $Ca_1$  und II  $Ca_2$  eine gleichartige Verteilung der vier Umlaufgelenke. Bild 14 zeigt zunächst eine Ausführung mit dem ternären Glied 1 als Gestell und mit dem Gelenkviereck als Kurbelschwinge mit den Gliedern 1, 2, 3 und 4, wobei das Glied 2 eine umlaufende Antriebskurbel ist. Das Koppelgelenk 35 in dieser Kurbelschwinge beschreibt eine Koppelkurve  $\alpha$ , und das Gelenk 35 umläuft diese Koppelkurve im gleichen Richtungssinn wie die Kurbel 2 relativ zu ihrem Gestellgelenk 12 umläuft. Für einen Abtriebshebel 6 wurde ein Gestelldrehpunkt 16 im Inneren der Koppelkurve  $\alpha$  so ausgewählt, daß bei einem Umlauf des Gelenkes 35 auf der Kurve  $\alpha$  das Abtriebsglied 6 ebenfalls einmal umläuft, wobei der Umlaufsinn des Gliedes 6 wiederum mit dem Umlaufsinn des Gliedes 2 relativ zum Gestell 1 übereinstimmt. Es ist leicht einzusehen, daß auch zwischen den Gliedern 3 und 5 eine Umlaufbewegung vorhanden ist; die Umlaufbewegung im Gelenk 23 muß aus den bereits mehrfach erwähnten Bedingungen für das Gelenkviereck vorhanden sein.

In Bild 15 ist ein sechsgliedriges Getriebe mit den gleichen Bezeichnungen wie für das Getriebe in Bild 14 aufgezeichnet. Bei den in Bild 15 gewählten Abmessungen, insbesondere der Koppel 3, entsteht aber eine Koppelkurve des Koppelpunktes 35, die von diesem Punkte im entgegengesetzten Umlaufungssinn durchlaufen wird, wie die Kurbel 2 sich relativ zum Gestell 1 dreht. Wählt man in diesem Getriebe ebenfalls im Inneren der Koppelkurve einen Gestellpunkt 16 und lagert in ihm einen

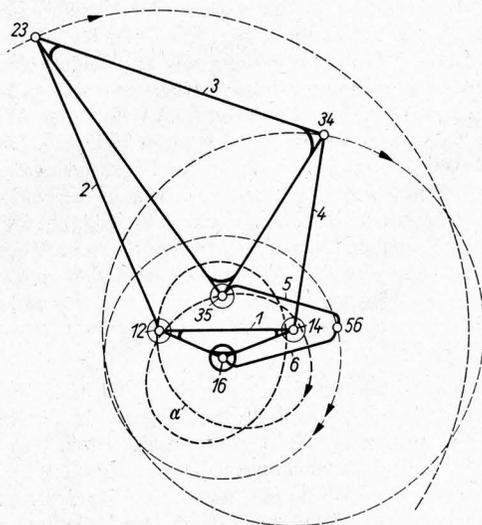
binären Hebel 6, der über eine Koppel 5 vom Koppelpunkt 35 angetrieben wird, so läuft dieser Hebel 6 im umgekehrten Sinne (relativ zum Gestell 1) wie die Antriebskurbel 2 um, was in Bild 15 durch entsprechende Richtungspfeile kenntlich gemacht worden ist. Auf der Polgeraden 12 bis 16 sind also (relativ zum Glied 1) in den Polen 12 und 16 Umlaufbewegungen mit entgegengesetztem Richtungssinn vorhanden. Dies bedeutet aber, daß bei einem Umlauf in diesen beiden Gelenken sich die Relativbewegung zwischen den Gliedern 2 und 6 als ein zweifacher Umlauf ergeben muß, d. h., der dritte auf dieser Polgeraden liegende Pol 26 ist ein Doppelumlaupol. Auf nähere Einzelheiten über solche Polgerade soll im folgenden Beispiel eingegangen werden. In Bild 15 findet, wie leicht einzusehen ist, zwischen den Gliedern 3 und 5 während einer Bewegungsperiode ein voller Umlauf statt, d. h., das Gelenk 35 ist entsprechend der Kette II  $Ca$  das vierte Umlaufgelenk.



**Bild 15.** Sechsgliedrige kinematische Kette II  $Ca_2$  mit gegensinnigem Umlauf der Gelenke 23 und 35 relativ zum Gestell 1.

Die Ketten II  $Ca_1$  und II  $Ca_2$  in Bild 14 und 15 unterscheiden sich also insofern, als im ersten Falle alle Umlaufpole einen einmaligen Umlauf haben, während bei der Kette II  $Ca_2$  mehrere ideale Pole mit einem doppelten Umlauf der zugehörigen Glieder relativ zueinander vorhanden sind.

Die dritte Möglichkeit der Kette II mit vier Umlaufgelenken ist die Bauform II  $Cb_2$  in Bild 3. In dieser Kette ist bei vier Umlaufgelenken das Gelenk 16 zwischen den Gliedern 1 und 6 ein Doppelumlaufgelenk; es ist durch einen dick ausgezogenen Kreis kenntlich gemacht worden. Das Zustandekommen der Doppelumlaufbewegung in einem solchen sechsgliedrigen Getriebe ist in Bild 16 dargestellt worden. Dieses Getriebe mit dem angenommenen Gestell 1 besteht zunächst aus einem Gelenkviereck als Doppelkurbel mit den beiden Kurbeln 2 und 4 und mit der Koppel 3. Der Koppelpunkt 35 beschreibt, ähnlich wie der Koppelpunkt des Getriebes in Bild 12, eine verschlungene Koppelkurve  $\alpha$ . Legt man nun im Inneren dieser Koppelkurve ein Gestellgelenk 16 fest und lagert in ihm einen Hebel 6, der



**Bild 16.** Sechsgliedrige kinematische Kette II  $Cb_2$  mit zweifachem Umlauf des Gliedes 6 relativ zum Glied 1 bei einmaligem Umlauf der Glieder 2 und 4 relativ zum Glied 1. Ausnutzung einer verschlungenen Koppelkurve  $\alpha$ .

durch einen Hebel 5 vom Koppelpunkt 35 aus angetrieben wird, so muß der Abtriebshebel 6 wegen der verschlungenen Form der Kurve *a* zwei Umdrehungen ausführen, wenn die beiden Kurbeln 2 und 4 des Gelenkviereckes je eine Umdrehung durchlaufen haben [21]. Auf den Polgeraden 12 bis 16 und 14 bis 16 gibt es also je einen Doppelumlaufpol und je einen Einfachumlaufpol.

Man kommt bei der Stephenson'schen Kette II zu Doppelumlaufpolen, wenn es wie in Bild 15 gelingt, ein Abtriebsglied gegensinnig zum zugehörigen Antriebsglied umlaufen zu lassen, oder wenn man verschlungene Koppelkurven wie in Bild 16 in der angegebenen Weise zur Erzeugung von Doppelumläufen verwendet. Im Falle von Bild 16 ist aber hervorzuheben, daß die einmal umlaufenden Antriebshebel 2 oder 4 sich im gleichen Richtungsinne drehen, wie die zweimal umlaufende Abtriebskurbel 6. Mit der Möglichkeit des Vorhandenseins von Doppelumlaufpolen ergeben sich neue Gesetze für deren Verteilung auf Polgeraden, was in der Polkonfiguration in **Bild 17** mit den Abmessungen nach Bild 15 gezeigt werden soll. In Teilbild 17a und 17b sind zwei charakteristische Polgerade herausgezeichnet worden. Für jede beliebige Polgerade gilt das allgemeine Gesetz (z. B. mit den Polziffern nach Bild 17a):

$$\omega_{25} = \omega_{21} + \omega_{15} \quad (6)$$

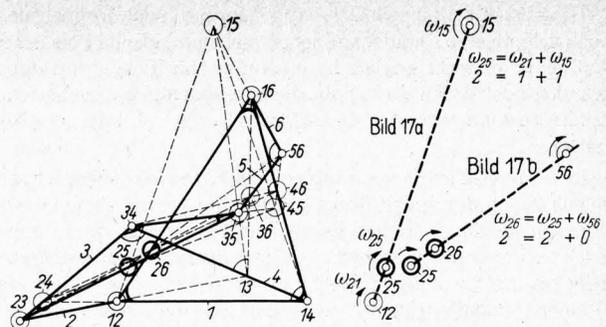
Man setzt die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{25}$  des mittleren Poles auf der Polgeraden auf die linke Seite der Gleichung und auf die rechte Seite die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{21}$  und  $\omega_{15}$  der äußeren Pole [1]. Wenn in dieser Gleichung die Einzelziffern der linken Winkelgeschwindigkeit an der gleichen Stelle auf der rechten Seite der Gleichung erscheinen und auf der rechten Seite die dritte Ziffer entsprechend eingefügt wird (Ziffer 2 steht bei  $\omega_{25}$  an erster Stelle, auf der rechten Seite bei  $\omega_{21}$  auch an erster Stelle, die Ziffer 5 bei  $\omega_{25}$  an zweiter Stelle und auf der rechten Seite bei  $\omega_{15}$  ebenfalls an zweiter Stelle), dann haben diese drei so definierten Relativdrehungen auch immer gleichen Richtungsinne. Betrachtet man die Lage der Pole auf den Polgeraden als Mittelwert einer stetig verlaufenden Bewegungsperiode (die also nicht durch augenblickliche Stillstände, Rasten oder Pilgerschritte unterbrochen werden), so kann es zunächst niemals eine Polgerade geben, bei der der mittlere Pol der durchschnittsperiodischen Bewegung ein Schwingpol ist und die beiden äußeren Pole als Umlaufpole erscheinen: denn dann stände auf der linken Seite der Gleichung die Null und auf der rechten Seite die Summe  $1 + 1$ . Hinsichtlich der Anordnung von Doppelumlaufpolen auf Polgeraden lassen sich, entsprechend Bild 17a und 17b, folgende Regeln aufstellen:

Auf einer Polgeraden können zwei Einfachpole und ein Doppelumlaufpol vorkommen, wobei der Doppelumlaufpol für eine durchschnittliche stetig-periodische Bewegung nur in der Mitte zwischen den beiden Einfachpolen liegen kann (Bild 17a). Es kann auch Polgerade mit zwei Doppelumlaufpolen und einem Schwingpol geben (Bild 17b). In diesem Fall muß einer der beiden Doppelumlaufpole immer in der Mitte liegen. Für eine stetig-periodische Bewegung kann es also niemals Polgerade geben, bei denen zwei Doppelumlaufpole und ein Einfachumlaufpol vorkommen. Es ist auch nicht möglich, daß während dieser Periode ein Schwingpol zwischen zwei Doppelumlaufpolen liegt bzw. hin- und herwandert.

Nach der Polkonfiguration in Bild 17, die den Abmessungen des Getriebes nach Bild 15 entspricht, gibt es von den zwanzig vorhandenen Polgeraden sieben, auf denen Doppelumlaufpole liegen. Nach Bild 17a gibt es folgende Polgerade: 12—15—25, 23—35—25, 24—45—25, 12—16—26, 23—36—26, 24—46—26. Nach Bild 17b gibt es nur eine Polgerade 26—56—25. Auch für das Getriebe nach Bild 16 gibt es sechs Polgerade entsprechend Bild 17a und eine Polgerade entsprechend Bild 17b; gegenüber dem Getriebe des Bildes 15 ist im Getriebe nach Bild 16 eine andere Verteilung der Pole auf diesen Polgeraden hinsichtlich ihrer Art als reelle oder ideale Pole vorhanden.

### Die umlauffähigen sechsgliedrigen Ketten mit einem Doppelgelenk

Die sechsgliedrige Kette III, Bild 3, hat ein Doppelgelenk, d. h., die binären Glieder 3, 4 und 5 sind in einem solchen Gelenk miteinander verbunden. Diese Kette besteht aus zwei hinterein-



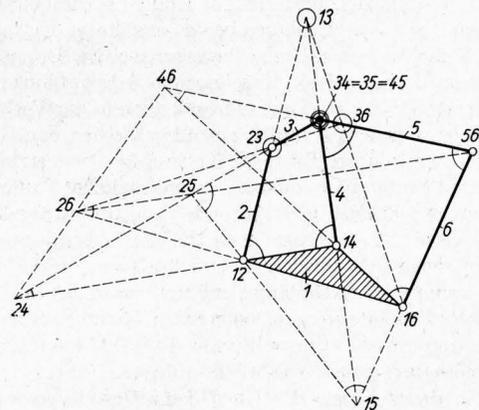
**Bild 17.** Polkonfiguration der Kette II  $Ca_2$  nach Bild 15 mit Doppelumlaufpolen.

Bild 17a. Polgerade der Kette nach Bild 17 mit einem Doppelumlaufpol 25 und zwei Einfachumlaufpolen 12 und 15.

Bild 17b. Polgerade der Kette nach Bild 17 mit zwei Doppelumlaufpolen 25 und 26 und einem Schwingpol 56. Bezeichnung der Pole nach Bild 3.

ander geschalteten Gelenkvierecken; es müssen demnach die Bildungsgesetze der Umlaufgelenke für das einfache Gelenkviereck gelten. Wenn eine solche Kette III Aa nur zwei Umlaufgelenke enthalten soll, so können diese nur den binären Gliedern 2 oder 6 angehören, d. h. den binären Gliedern, die vom ternären Glied zu Einfachgelenken führen. Da das Glied 6 mit dem Glied 2 hinsichtlich der Anordnung im Getriebe gleichwertig ist, braucht die Kette III Aa nur einmal aufgeführt zu werden.

Neue Gesichtspunkte hinsichtlich der Anordnung von Umlaufgelenken entstehen, wenn diese in Doppelgelenken untergebracht werden sollen. In **Bild 18** ist eine solche Kette dargestellt. Wenn im Doppelgelenk Umlauffähigkeiten vorhanden sein sollen, dann kann man z. B. auch noch das Einfachgelenk 23 als Umlaufgelenk vorsehen. Das Doppelgelenk verbindet die Glieder 3, 4 und 5; deshalb verkörpert dieses Doppelgelenk die drei reellen Pole  $34 = 35 = 45$ . Die sechsgliedrigen zwangläufigen Ketten mit Einfachgelenken haben sieben reelle und acht ideale Pole, die sechsgliedrigen Ketten mit einem Doppelgelenk dafür aber einen reellen Pol mehr und einen idealen Pol weniger, also acht reelle und sieben ideale Pole.



**Bild 18.** Polkonfiguration in der Kette III Ba mit einem Doppelgelenk und drei Umlaufpolen, von denen zwei im Doppelgelenk zusammenfallen.

Da ein Doppelgelenk durch das Zusammenfallen zweier Einfachgelenke zustande kommt, muß folgender Satz gelten:

In einem Doppelgelenk fallen drei reelle Pole in einen Punkt zusammen. Ein solches Doppelgelenk ist als eine entartete Polgerade anzusehen, und deshalb müssen hierfür auch die Gesetze der Verteilung der Umlauf- und Schwinggelenke gelten: Die drei Relativbewegungen eines Doppelgelenkes können entweder zwei Umlaufbewegungen und eine Schwingbewegung oder nur drei Schwingbewegungen sein. Eine Umlauf- und zwei Schwingbewegungen in einem Doppelgelenk sind unmöglich.

Wie aus Bild 18 ersichtlich ist, gehen durch das Doppelgelenk noch drei weitere Gerade, auf denen reelle und ideelle Pole liegen. Auf jeder dieser Geraden liegen außer der Pole des Doppelgelenkes noch drei weitere Pole, die jeweils aus vier verschiedenen Ziffern zusammengesetzt sind. Daraus lassen sich folgende Sätze festlegen:

In der sechsgliedrigen zwangsläufigen Kette mit einem Doppelgelenk gehen durch das Doppelgelenk drei verschiedene Gerade, und auf diesen Geraden liegen mit den Polen des Doppelgelenkes insgesamt je sechs Pole. Paart man die Pole des Doppelgelenkes mit je einer Ziffer eines Getriebegliedes, die in den Doppelgelenkziffern nicht enthalten ist, so ergeben sich aus diesen sechs auf je einer Geraden liegenden Polen neben der durch das Doppelgelenk entarteten Polgeraden noch je weitere drei Polgerade.

Paart man also die drei Doppelziffern des Doppelgelenkes mit der Ziffer 1, das ist eines der Getriebeglieder, deren Ziffer im Doppelgelenk nicht vorkommt, so erhält man folgende drei Polgerade:

$$\begin{array}{l} \underline{13} - \underline{14} - \underline{34} \\ \underline{13} - \underline{15} - \underline{35} \\ \underline{14} - \underline{15} - \underline{45} \end{array}$$

Bei der Paarung der drei Doppelziffern des Doppelgelenkes mit der Ziffer 2 erhält man die drei Polgeraden:

$$\begin{array}{l} \underline{23} - \underline{24} - \underline{34} \\ \underline{23} - \underline{25} - \underline{35} \\ \underline{24} - \underline{25} - \underline{45} \end{array}$$

Schließlich kann man die drei Doppelziffern des Doppelgelenkes noch mit der Ziffer 6 paaren und kommt zu folgenden drei Polgeraden:

$$\begin{array}{l} \underline{36} - \underline{46} - \underline{34} \\ \underline{36} - \underline{56} - \underline{35} \\ \underline{46} - \underline{56} - \underline{45} \end{array}$$

In Bild 18 wird man diese drei Gruppen der Polgeraden auf je einer Gesamtgeraden wiederfinden. Außerdem kann in jedem Fall nachgeprüft werden, daß auf jeder dieser angegebenen Polgeraden entweder zwei Umlauf- und eine Schwingbewegung oder drei Schwingbewegungen zustande kommen.

Die Ketten III Ba und III Bb nach Bild 3 haben im Doppelgelenk je zwei Relativumlafbewegungen und je eine Schwingbewegung und zusätzlich in einem Einfachgelenk noch eine Umlaufbewegung. Da die Kette III aus zwei Gelenkvierecken besteht und in jedem Gelenkviereck die Umlaufgelenke benachbart sein müssen, gibt es außer diesen beiden erwähnten Ketten keine andere Möglichkeit der Umlaufbewegungen im Doppelgelenk und in einem Einfachgelenk. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die Kette III Ba ein Umlaufgelenk auch in der Verbindung zwischen den Gliedern 5 und 6 anstelle zwischen den Gliedern 2 und 3 haben könnte. Da diese Kette aber symmetrisch aufgebaut ist, würde diese dieselbe grundsätzliche Bauform ergeben, die deshalb auch nicht gesondert aufgeführt werden soll. Für die Kette III Ba liegt noch die Vermutung nahe, daß sowohl zwischen den Gliedern 2 und 3 als auch zwischen den Gliedern 5 und 6 je ein Umlaufgelenk und zusätzlich im Doppelgelenk noch Umläufe vorgesehen werden könnten. Eine solche Ausführungsform ist, wenn weiterhin die „Durchlauffähigkeit“ als Vorbedingung gelten soll, nicht möglich. Denkt man sich nämlich in diesem Falle das Glied 3 als Gestell, so wäre das Gelenkviereck aus den Gliedern 3, 2, 1 und 4 eine Doppelkurbel, und der daran angelenkte Zweischlag aus den Gliedern 5 und 6 müßte sich so bewegen, daß zwischen den Gliedern 5 und 6 ein voller Umlauf zustande käme. Dies ist aber deshalb nicht möglich, weil die Koppelkurven der Doppelkurbel immer deren beide Gestellpunkte in ihrem Innern haben oder diese selbst durchlaufen. Die Gestalt der Koppelkurven in der Doppelkurbel und die Lage der Gestellpunkte zu diesen Kurven kann auch zum Nachweis benutzt werden, daß im Doppelgelenk bei der Voraussetzung der Durchlauffähigkeit niemals drei Umlaufbewegungen stattfinden können.

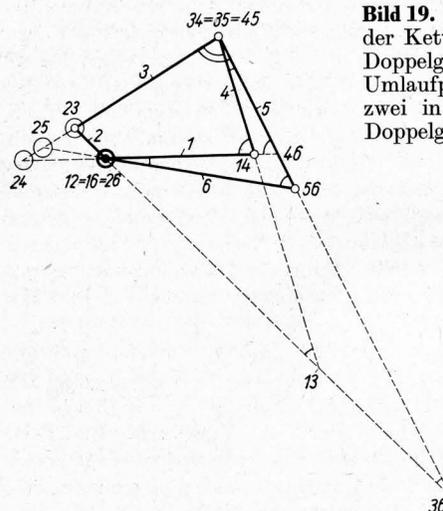
Die dritte Möglichkeit, die Kette III mit drei Umlaufgelenken zu versehen, zeigt die Ausführung III Bc in Bild 3. In diesem Falle sind im Doppelgelenk nur noch drei Schwingbewegungen vorhanden, und die Umlaufgelenke sind in den drei gelenkigen

Verbindungen des ternären Gliedes 1 mit seinen benachbarten Gliedern 2, 4 und 6 vorgesehen. Wird diese Kette auf das Glied 1 festgestellt, so liegen zwei hintereinander geschaltete Doppelkurbeln vor; es ist vorgeschlagen worden, diese als Zwilling-Doppelkurbel-Getriebe zu bezeichnen [22].

Stellt man die Kette III Bb auf das binäre Glied 4 als Gestell fest, so entsteht ein „rückkehrendes“ Zwilling-Doppelkurbelgetriebe. Man kann also z. B. das im Gestell 4 gelagerte Glied 5 als Antriebsglied und das im gleichen Punkt gelagerte Glied 3 als Abtriebsglied verwenden. Solche rückkehrende Getriebe haben eine große praktische Bedeutung, weil An- und Abtriebswelle fluchten können; rückkehrende Getriebe führen in manchen Fällen sogar zur einzig möglichen konstruktiven Lösung, wie dies am Beispiel eines räderlosen, stufenlos verstellbaren Schaltwerkgetriebes gezeigt werden konnte [23, 24].

### Umlauffähige sechsgliedrige Kette mit zwei Doppelgelenken

In Bild 3 ist noch die einzig mögliche sechsgliedrige Kette IV mit zwei Doppelgelenken enthalten. Diese Kette hat nur noch binäre Glieder; sie besteht aus Gelenkvierecken. Da in jedem Gelenkviereck die Umlaufgelenke nur benachbart sein können, muß die Gelenkumlauffähigkeit in eines der beiden Doppelgelenke gelegt werden; sie kann nicht gleichzeitig in beiden Doppelgelenken vorgesehen werden, da dann die Umlaufgelenke diagonal zueinander liegen würden, was aber in einem Gelenkviereck niemals zulässig ist. In einem Doppelgelenk können, wie im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, nur zwei oder kein Umlaufgelenk vorhanden sein, deshalb ist die Kette IV nur als Kette IV Ba mit drei Umlaufgelenken versehen, nämlich den beiden Umlaufgelenken in einem der beiden Doppelgelenke und in einem benachbarten Einfachgelenk.



**Bild 19.** Polkonfiguration in der Kette IV Ba mit zwei Doppelgelenken und drei Umlaufgelenken, von denen zwei in einem der beiden Doppelgelenke zusammenfallen.

Die Polkonfiguration in einer Kette IV Ba ist im **Bild 19** gezeigt. Auch hier ist ersichtlich, daß durch jedes der beiden Doppelgelenke drei Gerade gehen, auf denen außer der durch das Doppelgelenk entarteten Polgeraden noch drei weitere Polgerade zusammengestellt werden können. In der Kette nach Bild 19 mit zwei Doppelgelenken gibt es nur noch sechs Linienzüge, die zu je dreien durch je eines der beiden Doppelgelenke führen. Auf diesen sechs Linienzügen sind sämtliche 20 Polgerade enthalten; naturgemäß auch die in den Doppelgelenken entarteten Polgeraden.

### Schlußbetrachtung

Die sechsgliedrigen Getriebe als die nächsthöhere Gruppe nach dem Gelenkviereck können aufgrund ihrer höheren Gliederzahl auch wesentlich höhere Bedingungen erfüllen als die einfachen Gelenkvierecke. Es ist eine wichtige Aufgabe, die Möglichkeiten der sechsgliedrigen Getriebe in verschiedenen Richtungen zu klären und daraus Folgerungen für die praktischen Anwendungen zu ziehen. In diesem Sinne wurde deren Umlauffähigkeit untersucht, wobei die Unterscheidung zunächst in der Zahl der umlauffähigen Gelenke liegen sollte. Besondere Beachtung wurde dabei denjenigen Getrieben gegeben, bei denen sogar Doppel-

umläufe während einer Bewegungsperiode zustande kommen. Zur Festlegung der Verteilung von Umlauf- und Schwinggelenken können einfache Gesetze, die sich auf die Zahl und Lage der Pole auf Polgeraden beziehen, abgeleitet werden. Bei Getrieben mit Doppelgelenken stellt ein solches Doppelgelenk jeweils eine entartete Polgerade dar, für die aber die aufgestellten Gesetze erhalten bleiben.

Es wurde schon früher am Beispiel des Gelenkvierecks [1] gezeigt, daß bei Ausnutzung sämtlicher Relativbewegungen in einem Getriebe deren Anwendungsbereich wesentlich erweitert werden kann. Dies trifft in weit höherem Maße auch für die sechsgliedrigen Getriebe zu. In der vorliegenden Untersuchung wurde bisher nur auf die Bewegungsübertragungen innerhalb des Getriebes während einer gesamten Bewegungsperiode eingegangen, wobei die relativen Polbewegungen als Durchschnittswerte der gesamten Periode angesehen wurden. Daraus ergeben sich wichtige Aufgabenstellungen, z. B.: wie kann eine gleichförmige Umlaufbewegung in eine ungleichförmige Bewegung gleicher Art umgewandelt werden? Außer dieser als Doppelkurbelübertragung gekennzeichneten Bewegungsumwandlung gibt es noch die Kurbelschwingübertragung, bei der eine umlaufende in eine hin- und hergehende Bewegung umgewandelt wird. Im Gegensatz zum einfachen Gelenkviereck entstehen bei den sechsgliedrigen Getrieben erstmalig Erweiterungen insofern, als bei diesen Bewegungsumwandlungen auch zwei Umläufe je Periode einbezogen werden können. Doppelschwingübertragungen in umlauffähigen Getrieben beziehen sich auf Zuordnungen zwischen zwei Schwingbewegungen, wobei aber andere Bewegungsübertragungen teilnehmen, deren Glieder relativ zueinander Umlaufbewegungen vollführen. Die Zuordnung von Schwingbewegungen in den sogenannten totalschwingenden Getrieben wurde hierbei noch nicht berücksichtigt.

Die bisher gewonnenen Erkenntnisse über die Gesetzmäßigkeiten der Verteilung von Polen auf je einer Polgeraden können nun auch auf die Getriebe mit noch höherer Gliederzahl, z. B. auf die achtgliedrigen Getriebe ausgedehnt werden. Bei diesen Getrieben gibt es nicht nur Doppelgelenke wie bei den sechsgliedrigen Getrieben, sondern auch Dreifachgelenke, d. h. gelenkige Verbindungen, in denen vier benachbarte Glieder miteinander gleichzeitig gelenkig verbunden sind. In einem Doppelgelenk fallen drei reelle Pole in einem Punkt zusammen, in einem Dreifachgelenk muß aber das Zusammenfallen von sechs reellen Polen berücksichtigt werden. Wenn ein Doppelgelenk also eine entartete Polgerade darstellt, so muß ein Dreifachgelenk durch das Zusammenfallen von gleichzeitig vier Polgeraden gekennzeichnet sein.

Untersuchungen über die Getriebeumlauffähigkeit brauchen aber nicht auf die reinen Kurbelgetriebe beschränkt zu werden; auch die anderen Getriebearten können entsprechend mit einbezogen werden. So kommt z. B. bei den Kurvengetrieben außer der Umlaufähigkeit in den Drehgelenken noch die „Umrollfähigkeit“ der Kurvengelenke hinzu [26]. Eine in letzter Zeit in der Praxis immer häufiger angewendete Getriebeart sind die sogenannten Räderkurbelgetriebe, eine Getriebekombination aus Kurbelgetrieben und Zahnrädern oder Kettenrädern. Durch das Teilübersetzungsverhältnis der den Kurbelgetrieben überlagerten Zahnräder kann hierbei die Bewegungsperiode, d. h. die Länge des wiederholbaren Bewegungsgesetzes, auf beliebig viele Umdrehungen eines Antriebsgliedes ausgeweitet werden. Die Umlaufpole auf den Polgeraden sind dann nicht mehr nur Einfach- oder Doppelumlaufpole, sondern Umlaufpole mit jeder beliebigen Periodenzahl.

Die Erkenntnisse über die Zusammenhänge der Pole auf den Polgeraden können aber auch verwendet werden, wenn nicht nur Durchschnittswerte der Bewegungsperioden, sondern der gesamte Bewegungsverlauf eines Getriebes während einer solchen Periode berücksichtigt werden soll. In diesem Falle sind die gesamten Übertragungsfunktionen in den Getrieben zu den jeweiligen Untersuchungen heranzuziehen, wobei die jeweiligen augenblicklichen Übersetzungsverhältnisse die eigentliche Grundlage darstellen.

Für die periodischen Übertragungen stehen Kurventafeln zur Verfügung [27], aus denen für vorgegebene Schwingwinkel und

die dazugehörigen Kurbelwinkel einer umlaufenden Antriebskurbel in Abhängigkeit vom Übertragungswinkel die günstigsten Gelenkvierecke abgegriffen werden können. Diese Gelenkvierecke sind als Teilgetriebe der behandelten sechsgliedrigen Getriebe zu betrachten.

## Schrifttum

- [1] Hain, K.: Übersicht über sämtliche Umlauf- und Schwingbewegungen in Getrieben aus Gelenkvierecken. *Grundl. Landtechn.* **15** (1965) Nr. 4, S. 97/106.
- [2] Göbel, E. F.: Aus der Praxis des modernen Nähmaschinenbaues. *Konstruktion* **13** (1961) H. 6, S. 226/34.
- [3] Weise, H.: *Kinogerätetechnik* 1. Leipzig und Füssen 1950.
- [4] Volmer, J.: Durchschlagende Gelenkvierecke. *Wiss. Z. Techn. Hochsch. Karl-Marx-Stadt* **5** (1963) Nr. 3, S. 151/58.
- [5] Volmer, J.: Mechanismen mit kleinem Platzbedarf. *Masch.-Markt* **72** (1966) Nr. 2, S. 17/18.
- [6] Hain, K.: Federn in schwingenden Getrieben. *VDI-Z.* **96** (1954) Nr. 8, S. 250/54.
- [7] Seyffarth, R.: Untersuchungen an den Schaltgetrieben eines Haushaltgaszählers. *Masch.-Bautechn.* **10** (1961) H. 8, S. 449/53.
- [8] Reuschel, A.: Konstruktion des Drehpolplanes einer Zwanglaufkette beim Zusammenfallen von Polgeraden mittels einer kinematisch äquivalenten Polfigur (Anwendung auf Krümmungsmechanismen, insbesondere zur Ermittlung der Scheitelkrümmung von Radlinien). *Österr. Ing.-Arch.* **3** (1949) H. 4, S. 311/24.
- [9] de Jonge, A. E. R.: Analytical determination of poles in the coincidence position of links in four-bar mechanisms required for valves correctly apportioning three fluids in chemical apparatus. *ASME-paper* No. 61-Wa-154 (1961).
- [10] Grübler, M.: *Getriebelehre*. Berlin 1917.
- [11] Possner, L.: Die  $\omega$ -Matrix des Gelenkvierecks. *Feingerätetechn.* **7** (1958) H. 10, S. 474/79.
- [12] Duncan, W. J.: Projective relations in plane kinematics. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **7** (1954) Nr. 3, S. 352/56.
- [13] Oderfeld, J.: Ermittlung von Momentanpolen in ebenen Getrieben. *Maschinenbautechn.* **12** (1963) Nr. 7, S. 374/75.
- [14] Reichel, W.: Werkzeugmaschinen der Umformtechnik. *VDI-Z.* **97** (1955) Nr. 33, S. 1181/1202.
- [15] Uhlig, A.: Die verschiedenen Rundknetpressenantriebe und ihre Eignung für unterschiedliche Fertigungsaufgaben. *Werkstattstechn.* **55** (1965) H. 2, S. 57/60.
- [16] Hain, K.: Erzeugung von Parallel-Koppelbewegungen mit Anwendungen in der Landtechnik. *Grundl. Landtechn.* Heft 20 (1964), S. 58/68.
- [17] Hain, K.: Das Spektrum des Gelenkvierecks bei veränderlicher Gestellänge. *Forsch. Ing.-Wes.* **30** (1964) S. 33/42.
- [18] Hrones, J. A., und G. L. Nelson: *Analysis of the four-bar linkage*. The Technology Press of M.I.T. and J. Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y. 1951.
- [19] Meyer zur Capellen, W., und K. A. Rischen: *Symmetrische Koppelkurven und ihre Anwendung*. *Forsch.ber. Land Nordrhein-Westfalen* Nr. 1066. Köln, Opladen 1962.
- [20] Meyer zur Capellen, W.: *Analytische Darstellung symmetrischer Koppelkurven*. *Forsch.ber. Land Nordrhein-Westfalen* Nr. 1409. Köln, Opladen 1964.
- [21] Blaise, H.: *Zusammengesetzte Gelenkgetriebe*. *VDI-Z.* **75** (1931) Nr. 39, S. 1123 und Nr. 42, S. 1303.
- [22] Hagedorn, L.: *Doppelkurbelvorgelege zur Veränderung periodischer Bewegungsvorgänge*. *Techn. Mitt.* **53** (1960) S. 257/62.
- [23] Hain, K.: *Stufenlos verstellbare Schaltwerksgetriebe auf der Grundlage ungleichförmiger Umlaufbewegungen*. *Grundl. Landtechn.* Heft 17 (1963) S. 37/51.
- [24] Hain, K.: *Bewegungs- und Kräfteuntersuchungen an stufenlos verstellbaren Schaltwerksgetrieben*. *VDI-Ber.* Nr. 77, Düsseldorf 1964, S. 89/96.
- [25] Hain, K.: *Übersicht über sämtliche Umlauf- und Schwingbewegungen in durchlauffähigen sechsgliedrigen Getrieben*. Erscheint demnächst in den Grundlagen der Landtechnik.
- [26] Hain, K.: *Systematik und Umlaufähigkeit drei- und mehrgliedriger Kurvengetriebe*. Vortrag beim Kolloquium über Kurvengetriebe am 23. Februar 1966 in Goslar.
- [27] Hain, K.: *Im Lauf verstellbare Kurbelgetriebe für veränderliche Arbeitsbedingungen*. *VDI-Z.* **107** (1965) Nr. 6, S. 293/96.