

Berechnung der Tragfähigkeit von Ackerschlepperreifen sowie des Kontaktflächenmitteldruckes und des Rollwiderstandes auf starrer Fahrbahn.

Von Manfred Steiner und Walter Söhne, München*)

DK 631.372:629.11.012.55

Schlepperreifen werden überwiegend empirisch entwickelt, da theoretische Arbeiten, wie die Schalentheorie, zu aufwendig sind. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse als Teilgebiet der Ähnlichkeitstheorie können für die Tragfähigkeit von Treib- und Lenkradreifen, für den mittleren Druck in der Kontaktfläche zwischen Reifen und starrer Fahrbahn sowie für den Rollwiderstand empirische Beziehungen in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck und den Reifendimensionen abgeleitet werden. Unter Verzicht auf Dimensionsrichtigkeit läßt sich auch der funktionelle Zusammenhang zwischen den Variablen mit Hilfe der Regressionsrechnung in Form von Funktionen ermitteln, die sich durch Substitution linearisieren lassen, wobei gegenüber der Dimensionsanalyse größere Übereinstimmung zwischen den errechneten und gemessenen Werten erzielt werden kann. Entsprechende Gleichungen wurden aufgestellt und ihr Bestimmtheitsmaß ermittelt.

1. Einleitung und Aufgabenstellung

Die Vorgänge bei der Kraftübertragung zwischen Reifen und nachgiebiger Fahrbahn sind so komplex, daß man sich bei ihrer Berechnung neben physikalischen Gesetzmäßigkeiten noch empirischer Beziehungen bedienen muß. Die Schalentheorie für den Reifen und die Finite-Element-Methode für den Boden sind zu aufwendig und, bezüglich der Spannungs-Verformungs-Beziehung

des Bodens, noch nicht genug entwickelt, um zu brauchbaren Ergebnissen zu gelangen. Empirische Beziehungen wurden bisher häufig mit Hilfe der Dimensionsanalyse aus Versuchsdaten abgeleitet. Zu ähnlichen Ergebnissen führt die statistische Methode der multiplen Regressionsrechnung. Unter Verzicht auf Dimensionsrichtigkeit wird dabei häufig eine größere Übereinstimmung zwischen Rechenansatz und Meßwerten erreicht. An den Beispielen der Reifentragfähigkeit sowie des Kontaktflächenmitteldruckes und des Rollwiderstandes von Ackerschlepperreifen auf starrer Fahrbahn sollen diese Methoden demonstriert werden. Die mathematischen Grundlagen der Dimensionsanalyse und Regressionsrechnung sind aus dem Schrifttum bekannt. Es werden daher nur ihre charakteristischen Unterschiede an den oben genannten Beispielen herausgestellt.

1.1 Die Ähnlichkeitstheorie

In der Strömungsmechanik werden die Modellgesetze von *Reynolds*, *Froude* u.a. mit dimensionslosen Kennzahlen verwendet. Dimensionslose Ausdrücke dieser Art ermöglichen die Untersuchung physikalischer Vorgänge an geometrisch ähnlichen Modellen. Mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie werden die physikalischen Voraussetzungen eines ähnlichen Verhaltens von Vorgängen an Original und Modell gefunden. Die Dimensionsanalyse als Teilgebiet der Ähnlichkeitstheorie dient zur Ermittlung dimensionsloser Ausdrücke. Dabei wird meist das bekannte Π -Theorem von *Buckingham* benutzt (s. *Krause* [1]). Die praktische Anwendung soll am Beispiel des Rollwiderstandes von Ackerschlepperreifen auf starrer Fahrbahn gezeigt werden.

1.2 Regressionsrechnung

Bei der mathematisch-statistischen Behandlung von Versuchsergebnissen mit Hilfe der Regressionsrechnung wird der funktionelle Zusammenhang zwischen einer abhängigen Variablen und einer oder mehreren unabhängigen Variablen gesucht. Dabei werden die

*) Prof. Dr.-Ing. W. Söhne ist Direktor des Instituts für Landmaschinen der Technischen Universität München, Dr.-Ing. M. Steiner war Assistent an diesem Institut.

Koeffizienten eines vorgegebenen Funktionstyps nach dem *Gauß*-schen Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate festgelegt. Wenn der Funktionstyp nicht bereits aus dem physikalischen Zusammenhang ersichtlich ist, wird aus verschiedenen geeigneten Funktionen die mit der besten Übereinstimmung ausgesucht. Hierin liegt der wichtigste Unterschied gegenüber der Dimensionsanalyse. Dort sind nur Potenzansätze möglich. Bei der Regressionsrechnung können neben einfach oder mehrfach linearen Funktionen auch alle Funktionen eingesetzt werden, die sich durch Substitution linearisieren lassen. Bei diesem Verfahren geht zwar die Dimensionsrichtigkeit verloren, die Übereinstimmung zwischen Rechenansatz und Meßergebnissen wird jedoch verbessert. Als Maß für die Güte der Übereinstimmung wird das Bestimmtheitsmaß B_s berechnet. Dieses gibt an, wieviel Prozent aller Einflüsse auf die abhängige Variable durch die unabhängigen Variablen berücksichtigt werden (Beispiele im Schrifttum z.B. [2, 3]).

2. Die Tragfähigkeit von Schlepperreifen

2.1 Treibradreifen

Mit der Zunahme der Motorleistung und des Gewichts von Ackerschleppern wurden AS-Reifen höherer Tragfähigkeit entwickelt. Wollte man die notwendige Tragfähigkeit der Reifen bei begrenztem Flächendruck durch mechanisch ähnliche Vergrößerung der Reifen erreichen, so würden die Reifen übermäßig große Durchmesser erhalten. Da das konstruktiv nur schwer zu verwirklichen ist, mußte man zu überproportional breiten Reifen und bei extrem schweren Schleppern zu Zwillingreifen übergehen. In Bild 1 sind die Tragfähigkeiten der Reifen 8,3–24 bis 18,4–38 in Abhängigkeit vom Außendurchmesser wiedergegeben. Als Parameter wurden sowohl die Reifenbreiten 8,3" bis 18,4" als auch die Felgendurchmesser 24" bis 38" eingetragen. Mit relativ geringen Abweichungen fallen die Werte der einzelnen Reifen in die Schnittpunkte der Parameterlinien. Sehr eindrucksvoll ist zu ersehen, wie wenig die Tragfähigkeit mit dem Felgendurchmesser, aber wie stark sie mit der Reifenbreite zunimmt. Im Bild wurde links die Tragfähigkeit bei $p_i = 1$ bar angegeben, rechts wurde der Reifeninnendruck von 0,8 bar bei der Reifenbreite 8,3" um jeweils 0,1 bar steigend bis auf 1,5 bar bei 18,4" erhöht. Dies entspricht auch etwa den praktischen Verhältnissen.

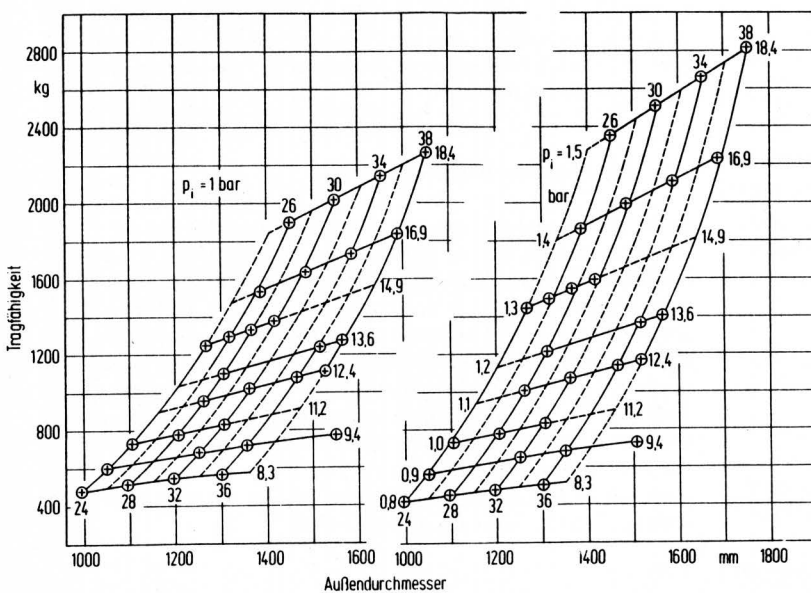


Bild 1. Tragfähigkeit von Ackerschlepper-Treibradreifen in Abhängigkeit vom Außendurchmesser, Parameter in der Darstellung sind die Reifenbreite (8,3 bis 18,4 ") und der Felgendurchmesser (24 bis 38 "), links: $p_i = 1$ bar; rechts: $p_i = 0,8$ bis 1,5 bar.

Früher wurde angenommen, daß in erster Näherung die Tragfähigkeit proportional dem Reifenvolumen zunimmt. Das Volumen eines Reifens mit ellipsenförmigem Reifenquerschnitt, dem Außendurchmesser D , der Reifenbreite B und Querschnittshöhe H beträgt:

$$V = \frac{1}{4} \pi^2 (D - H) B H$$

Mit $H/B = 0,75$ wird:

$$V = \frac{3}{16} \pi^2 (D - 0,75 B) B^2$$

Damit würde also die Tragfähigkeit G

$$G \sim (D - 0,75 B) B^2$$

ansteigen.

Bekker [4] gibt eine Beziehung für die Tragfähigkeit G_{OR} von Erdbaummaschinenreifen und militärischen Geländereifen an, in welcher der Einfluß des Reifeninnendruck nicht zum Ausdruck kommt:

$$G_{OR} = 87,19 (D \cdot B)^{1,26} \text{ [kN]} \quad (1),$$

mit dem Reifendurchmesser D und der Reifenbreite B in m. Analoge Formeln wurden auch für andere Reifenarten wie AS- und Terrareifen für konstanten Innendruck abgeleitet [5].

Sitkei [6] berücksichtigt in seiner Tragfähigkeitsgleichung für Ackerschlepperreifen den Reifeninnendruck p_i :

$$G_{OR} = 0,145 V^{0,8} p_i^{0,56} \text{ [kN]} \quad (2),$$

mit dem Reifenluftvolumen V in dm^3 und Innendruck p_i in bar.

Im Volumen V ist der Einfluß der Reifenabmessungen pauschal berücksichtigt. Wie sich die einzelnen Parameter Reifendurchmesser D , -Breite B und -Querschnittshöhe H auswirken, ist nicht ersichtlich.

Von *Söhne* [7] wurde für AS-Reifen analog zu einem Ansatz von *Tiemann* [8] die Beziehung

$$G_{OR} = q (p_i + p_c) B^{1,333} D^{0,667}$$

aufgestellt, wobei q eine dimensionslose spezifische Tragfähigkeit und $p_i + p_c = p_m$ der Druck in der Kontaktfläche ist (p_c ist ein der Steifigkeit der Karosse entsprechender Druck). q nimmt mit steigendem Innendruck p_i geringfügig ab, mit steigendem B und D geringfügig zu, d.h. die Exponenten dieser an sich dimensionsrichtigen Beziehung müßten entsprechend variiert werden, wobei dann die Dimension nicht mehr stimmt.

Um zu einer genaueren Beziehung zu kommen, wurde für alle im Entwurf der DIN 7807 vom Juni 1975 angegebenen Reifentragfähigkeiten G_O von "Ackerschlepper-Treibradreifen in Diagonal- und Radial-Gürtelbauart" eine multiple Regressionsrechnung durchgeführt. Sie ergab mit einem Potenzansatz die rechnerische Tragfähigkeit G_{OR} :

$$G_{OR} \sim B^{1,437} D^{0,820} p_i^{0,593} (H/B)^{0,756} \quad (3).$$

Hierbei wurde (wie im folgenden, wenn nicht anders angegeben) die Reifenbreite B , der Reifendurchmesser D , die Querschnittshöhe H in cm und der Reifeninnendruck p_i in bar eingesetzt. Für B wurde das in der Reifenbezeichnung enthaltene Zollmaß in cm umgerechnet (z.B. 16,9 x 2,54 cm). Für H gilt:

$$H = (D - D_{\text{Felge}})/2.$$

In Bild 2 sind alle in der DIN 7807 enthaltenen Tragfähigkeitswerte in Abhängigkeit von der Potenzbeziehung (3) aufgetragen. Durch lineare Regression wurde die eingetragene Gerade mit:

$$G_{OR} = 110 + 1,372 B^{1,437} D^{0,820} p_i^{0,593} (H/B)^{0,756} \text{ [N]} \quad (4)$$

ermittelt.

Die gute Übereinstimmung zeigt sich am Bestimmtheitsmaß von $B_s = 99,8 \%$. Ein etwas vereinfachter Ansatz:

$$G_{OR} = 760 + 1,46 B^{1,4} D^{0,8} p_i^{0,6} \text{ [N]} \quad (5)$$

ergibt noch ein Bestimmtheitsmaß von $B_s = 99,1 \%$.

In Bild 3 und 4 sind die genormten Tragfähigkeitswerte von AS-Reifen mit den nach Gl. (4) errechneten verglichen. Der mittlere relative Fehler ergibt sich zu $\pm 1,9 \%$. Der größte relative Fehler tritt beim Reifen 18,4–38 AS mit $-4,8 \%$ der gerechneten Tragfähigkeit gegenüber der genormten auf.

2.2 Ackerschlepper-Lenkradreifen

Analog zu den AS-Reifen wurde bei der Ermittlung von Tragfähigkeitsformeln für AS-Front-Reifen nach DIN 7808 vorgefahren. Hier ergaben sich jedoch größere Streuungen, da diese Reifen offensichtlich nicht so einheitlich ausgelegt worden sind wie die AS-Treibradreifen. Die größten Abweichungen wurden bei den Reifen 7,50–16, 7,50–18 und 7,50–20 festgestellt. Sie wurden daher bei der folgenden Regressionsrechnung nicht berücksichtigt. Für die Tragfähigkeit von AS-Frontreifen ergab sich damit:

$$G_{OR} = 17 + 0,47 B^{0,844} D^{1,317} (p_i + 1,5)(H/B)^{-0,85} \text{ [N]} \quad (6)$$

mit einem Bestimmtheitsmaß von $B_s = 99,8 \%$ ohne die genannten 7,50" breiten Reifen. Für die einfachere Beziehung:

$$G_{OR} = -400 + 0,59 B^{0,8} D^{1,3} (p_i + 1,5) \text{ [N]} \quad (7)$$

fällt das Bestimmtheitsmaß auf $B_s = 99,3 \%$.

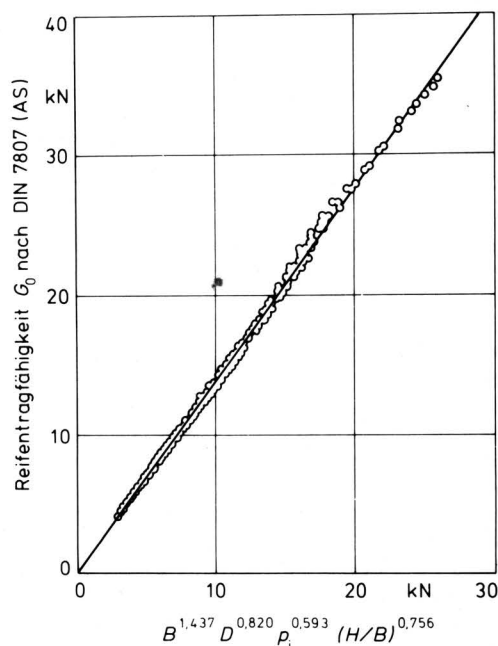


Bild 2. Tragfähigkeit von AS-Reifen in Abhängigkeit von einer Potenzbeziehung (3) aus Reifenbreite B, Durchmesser D, Innendruck p_i und Querschnittsverhältnis H/B.

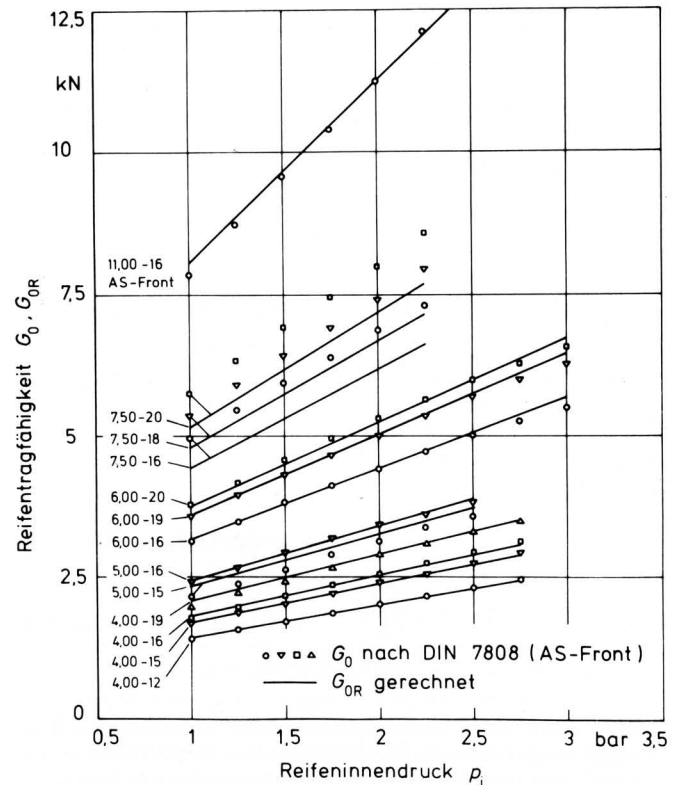
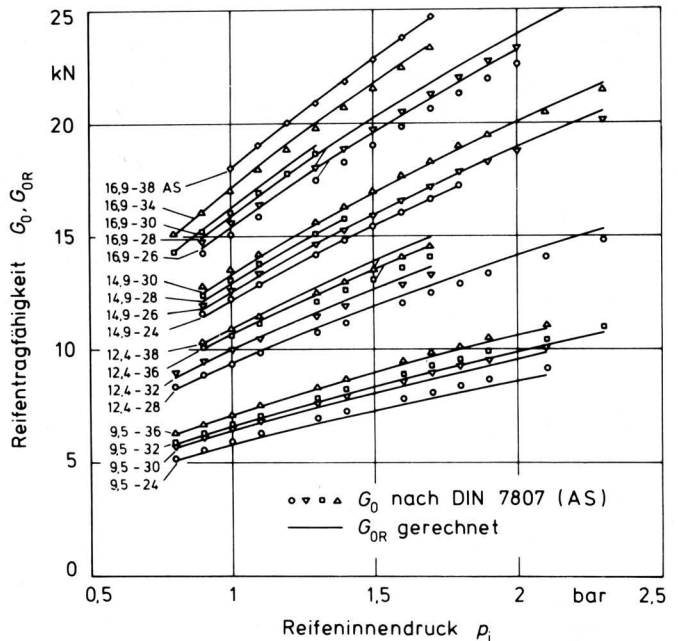


Bild 3 und 4. Vergleich zwischen nach DIN 7807 genormten Werten (Symbole) und nach Gl. (4) gerechneten Werten (Kurven) der Tragfähigkeit von AS-Reifen in Abhängigkeit vom Innendruck.

In Bild 5 und 6 sind die genormten Tragfähigkeitswerte von AS-Front-Reifen den nach Gl. (7) errechneten gegenübergestellt. Die relativen Fehler wurden in Bild 7 in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck p_i aufgetragen. Ohne die 7,5"-Reifen liegt der mittlere Fehler bei $\pm 1,9 \%$, wenn alle Reifen berücksichtigt werden, bei $\pm 3,0 \%$. Die maximalen Fehler bei den Reifen 7,50–16, 7,50–18 und 7,50–20 betragen $-10,7 \%$.

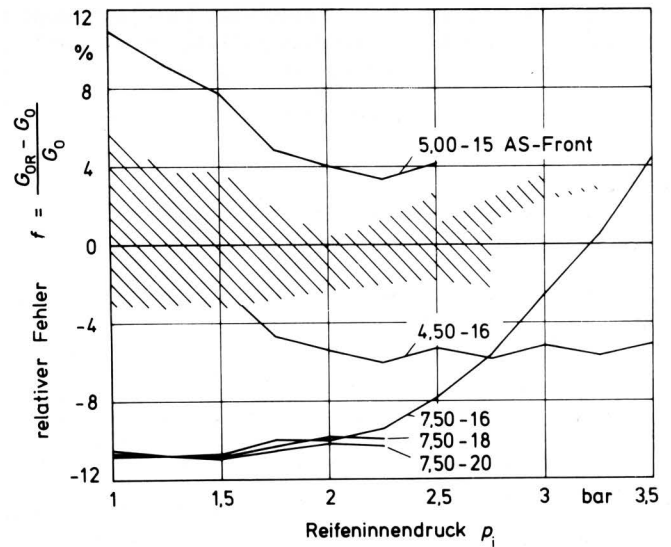
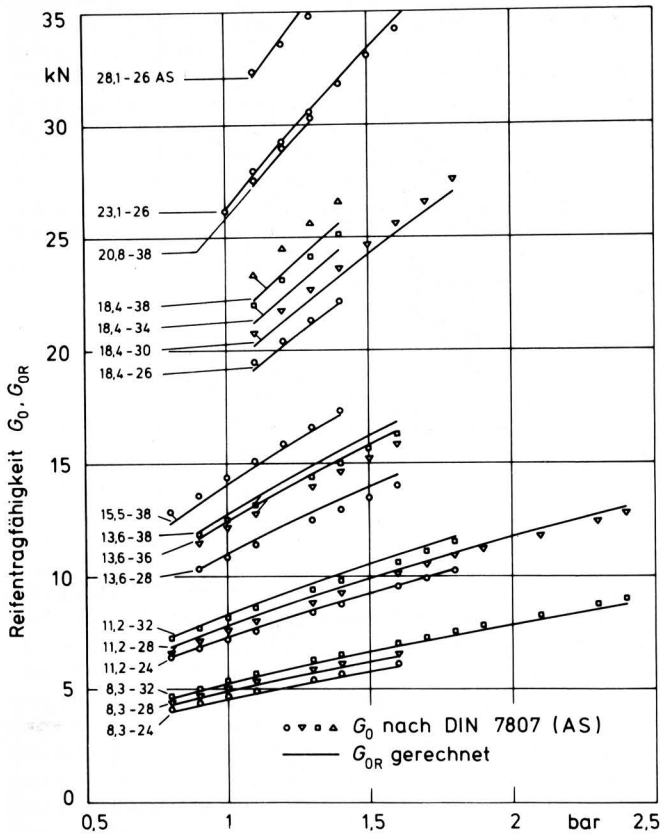


Bild 7. Relativer Fehler der errechneten Tragfähigkeiten von AS-Frontreifen gegenüber den Werten nach DIN 7808 (AS-Front) in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck.

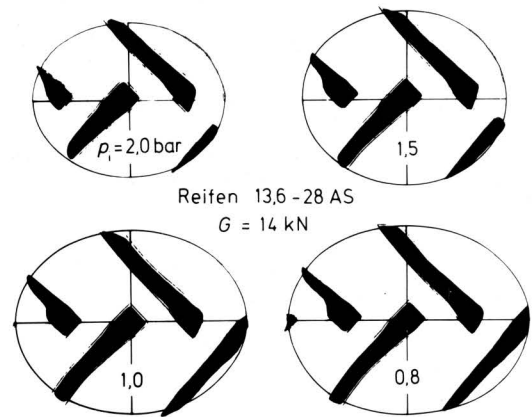
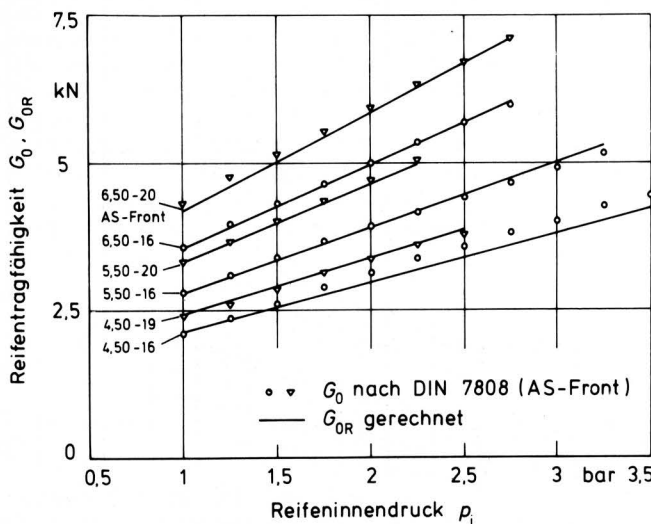


Bild 8. Formen der Kontaktfläche des Schlepperreifens 13,6-28 AS bei einer Radlast von 14 kN und verschiedenen Innendrücken.

Bild 5 und 6. Vergleich zwischen nach DIN 7808 genormten Werten (Symbole) und nach Gl. (7) gerechneten Werten (Kurven) der Tragfähigkeit von AS-Frontreifen in Abhängigkeit vom Innendruck.

3. Kontaktflächenmitteldruck von AS-Reifen auf starrer Fahrbahn

In der Terramechanik wird näherungsweise der mittlere Druck p_m in der Kontaktfläche zwischen starrer Fahrbahn und Reifen definiert als Summe aus Reifeninnendruck p_i und einem der Steifigkeit der Karkasse entsprechenden Druck p_c :

$$p_m = p_i + p_c \quad (8)$$

Schon ältere Messungen an AS- und AW-Reifen zeigten aber, daß die Karkassensteifigkeit vom Innendruck und der Reifeneindrückung abhängt [9].

Zur Ermittlung der Kontaktflächenmitteldrücke wurden eigene Kontaktflächenabdrücke in der Art von Bild 8 und solche, die von den Firmen Continental und Dunlop dankenswerterweise zur Verfügung gestellt worden waren, ausgewertet. Aus Bild 8 ist zu ersehen, daß dabei größere Streuungen auftreten können, da in den meisten Fällen die Länge und Breite der Kontaktfläche nicht exakt gemessen werden kann und beim Abrollen variiert. Da AS-Reifen hohe Stollenprofile aufweisen, wurden die Brutto-Kontaktflächen durch Ellipsen und Rechtecke ersetzt. Die bei glatten Reifen beobachteten völligeren Kontaktflächenformen von Gürtelreifen konnten bei AS-Reifen nicht festgestellt werden. Es wurden Messungen an Reifen der Baugrößen 11,2-28 AS bis 16,9-38 AS und 18,4-26 AS in Radial- und Diagonalbauweise mit Lagenzahlen von 6 und 8 PR ausgewertet. Aus den bei verschiedenen Radlasten G_0 und Innendrücken p_i gemessenen Kontaktflächen A werden die mittleren Kontaktflächendrücke errechnet:

$$p_m = \frac{G_0}{A} \quad (9)$$

Für alle Ergebnisse wurde eine Regressionsrechnung durchgeführt.

Ein multipler linearer Ansatz brachte die beste Übereinstimmung mit den Meßwerten. Mit den Werten für den Innendruck p_i in bar, für die Radlast G in kN und für den Reifendurchmesser D in cm ergaben sich die folgenden Beziehungen für den Kontaktflächenmitteldruck:

AS-Diagonalreifen:

$$p_m = 1,128 + 0,665 p_i + 0,009 G - 0,004 D \text{ [bar]} \quad (10),$$

AS-Radialreifen:

$$p_m = 2,677 + 0,575 p_i + 0,011 G - 0,016 D \text{ [bar]} \quad (11).$$

Durch Berücksichtigung der Reifenbreite und der PR-Zahl konnte das Bestimmtheitsmaß von 86,5 % bei Diagonalreifen und 95,3 % bei Radialreifen nur unwesentlich verbessert werden. Ein Vergleich zwischen Rechnung und Versuch ist in Bild 9 und 10 dargestellt. Die großen Streuungen, besonders bei den Diagonalreifen in Bild 9 könnten daher rühren, daß die Kontaktflächenabdrücke unter verschiedenen Versuchsbedingungen gemacht wurden. Für die eigenen Messungen ist das Ergebnis recht gut brauchbar, wie Bild 11 und 12 für die Reifen 13,6–28 AS, 8 PR und 13,6 R 28 AS, 8 PR zeigen.

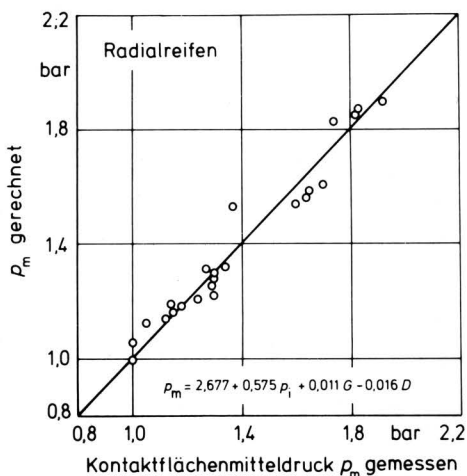
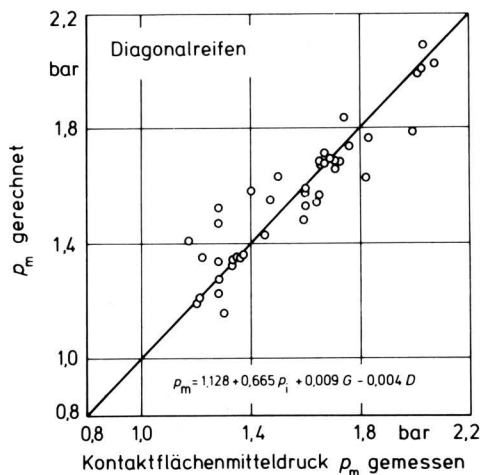


Bild 9 und 10. Vergleich zwischen gemessenen und nach Gln. (10) u. (11) berechneten Kontaktflächenmitteldrücken p_m für AS-Reifen verschiedener Abmessungen auf starrer Fahrbahn.

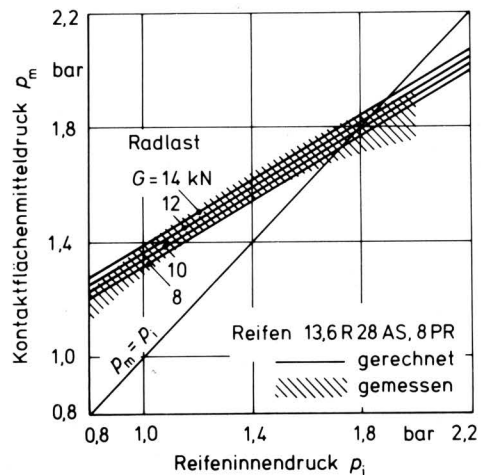
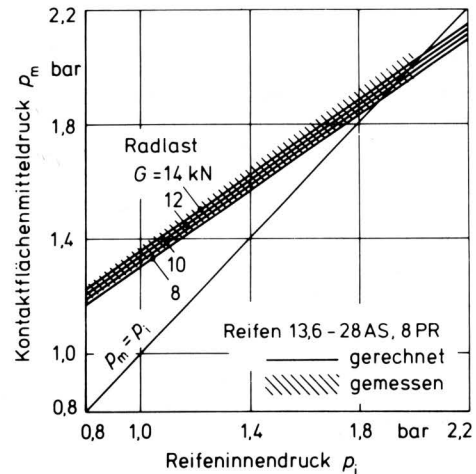


Bild 11 und 12. Vergleich zwischen gemessenen und nach Gln. (10) u. (11) berechneten Kontaktflächenmitteldrücken p_m in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck p_i bei verschiedenen Radlasten G für die Reifen 13,6 R 28 AS, 8 PR und 13,6–28 AS, 8 PR auf starrer Fahrbahn.

4. Rollwiderstand von AS-Reifen auf starrer Fahrbahn

4.1 Rollwiderstandsmessungen

An elf Reifen der Baugrößen 11,2–28 AS bis 16,9–38 AS und 18,4–26 AS (sämtlich 6 PR) in radialer und diagonaler Bauweise wurden die Rollwiderstände in gezogenem, frei rollendem Zustand auf einer Betonfahrbahn gemessen. Die Reifen wurden an einer leichten Rohrhalfachse geführt und mit Hilfe eines pneumatischen Rollmembranzylinders belastet. Meßfehler durch den nicht exakt vertikal stehenden Membranzylinder wurden durch Mittelwertbildung bei Hin- und Rückfahrt ausgeglichen. Ein möglicher Einfluß der Stollen-Laufrichtung konnte daher nicht ermittelt werden. Vorversuche bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten hatten gezeigt, daß der Rollwiderstandsbeiwert ρ_{LS} (Rollwiderstand/Radlast) bei höheren Geschwindigkeiten als 0,8 m/s kaum noch ansteigt, Bild 13. Alle weiteren Versuche wurden daher bei dieser Geschwindigkeit durchgeführt. Eine Auswahl repräsentativer Meßergebnisse ist in Bild 14 bis 22 wiedergegeben.

Am Beispiel der Reifen 14,9–30 AS und 14,9 R 30 AS ist in den Bildern 14 bis 17 der Einfluß von Innendruck und Radlast auf den Rollwiderstandsbeiwert ρ_{LS} dargestellt. Danach fällt ρ_{LS} mit steigendem Innendruck degressiv und nimmt mit steigender Radlast linear zu. Der Rollwiderstandsbeiwert des Gürtelreifens liegt nicht bei allen gemessenen Reifengrößen so deutlich unter dem des Diagonalreifens wie in Bild 18.

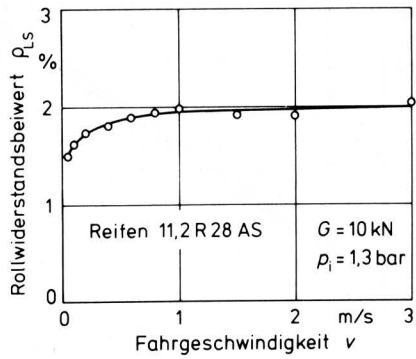


Bild 13. Rollwiderstandsbeiwert eines Reifens 11,2 R 28 AS auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit.

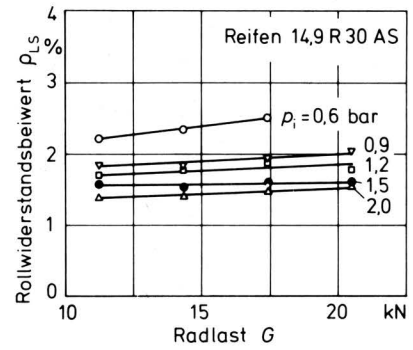
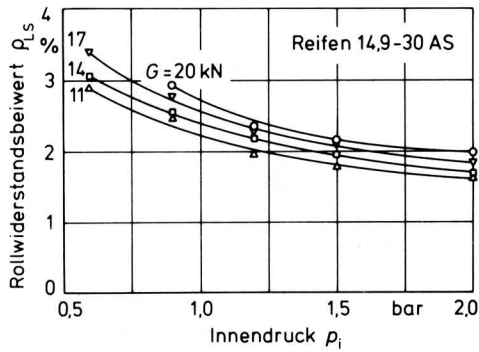
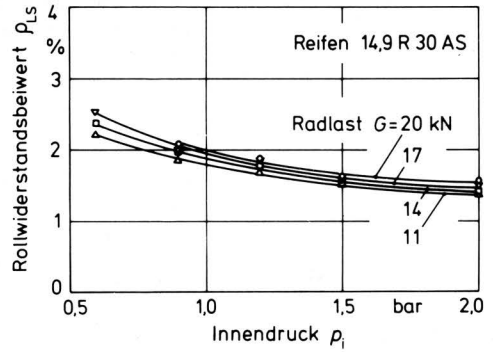


Bild 16 und 17. Rollwiderstandsbeiwert eines Reifens 14,9 R 30 AS auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck (G als Parameter) und in Abhängigkeit von der Radlast (p_i als Parameter).

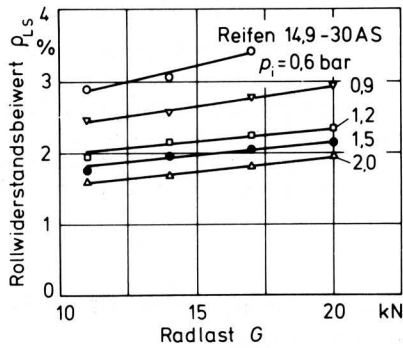


Bild 14 und 15. Rollwiderstandsbeiwert eines Reifens 14,9-30 AS in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck (G als Parameter) und in Abhängigkeit von der Radlast (p_i als Parameter).

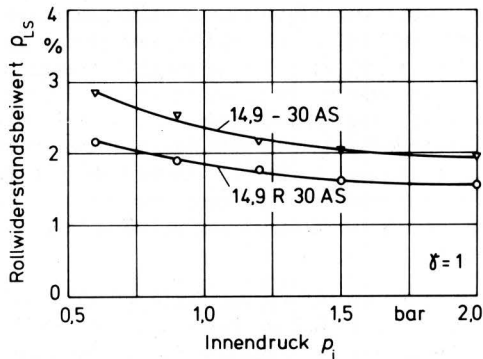
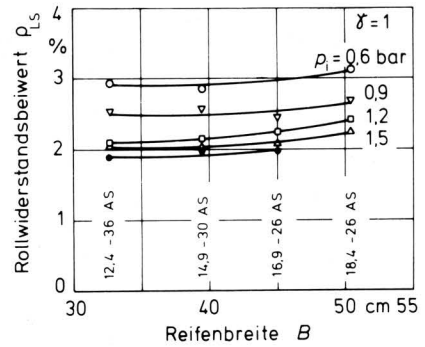


Bild 18. Rollwiderstandsbeiwert eines Diagonalreifens 14,9-30 AS und eines Gürtelreifens 14,9 R 30 AS in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck bei voller Auslastung ($\gamma = 1$).

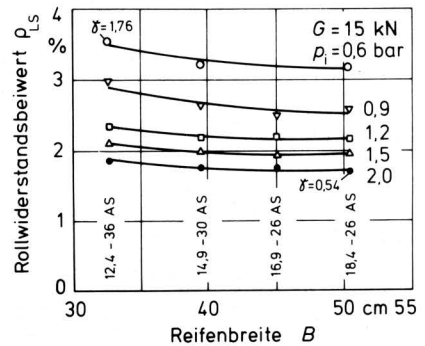


Bild 19 und 20. Rollwiderstandsbeiwert auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von der Reifenbreite bei verschiedenen Innendrücken; Bild 19: konstanter Auslastungsgrad ($\gamma = 1$), Bild 20: konstante Radlast ($G = 15$ kN).

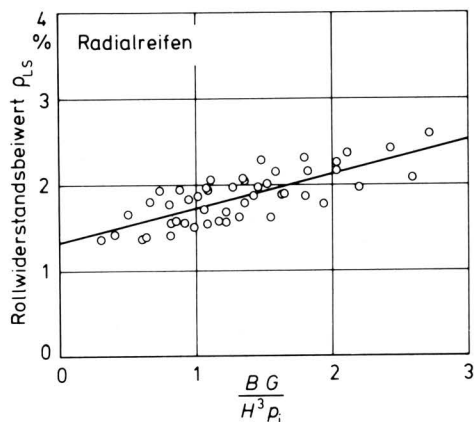
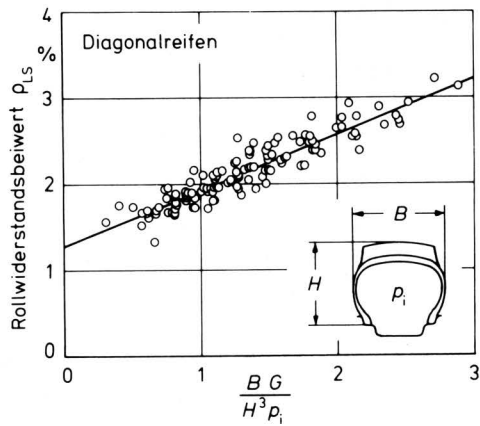


Bild 21 und 22. Rollwiderstandsbeiwert auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von der dimensionslosen Kennzahl $(BG)/(H^3 p_i)$ für Diagonal- und Radialreifen verschiedener Abmessungen.

Der Einfluß des Reifendurchmessers bei gleicher Breite ist verschwindend gering. Weder bei Nennlast (Auslastungsgrad $\gamma = 1$), noch bei Auslastungsgraden von $\gamma = 0,62$ bis $1,17$ wird der Rollwiderstandsbeiwert bei gleichem Innendruck vom Durchmesser nennenswert beeinflusst.

Durch größere Reifenbreite, bei nahezu gleichbleibendem Durchmesser, wird der Rollwiderstandsbeiwert nach Bild 19 beim Auslastungsgrad $\gamma = 1$ geringfügig vergrößert und bei gleichbleibender Radlast von $G = 15 \text{ kN}$ ($\gamma = 0,54$ bis $1,76$) nach Bild 20 etwas verringert, wenn der Innendruck konstant gehalten wird.

Die bisher beschriebenen Rollwiderstandsmessungen wurden auf einer Betonfahrbahn mit einem Reibungsbeiwert von $\mu_B = 0,70$ zwischen Stollengummi und Beton durchgeführt. Um den Einfluß der Reibung in der Kontaktfläche auf den Rollwiderstand zu untersuchen, wurde die Fahrbahn mit einer fettgeschmierten PVC-Folie belegt. Dadurch verringerte sich der Reibungsbeiwert auf $\mu_B = 0,10$. Die Meßergebnisse aus Versuchen mit sechs Reifen auf geschmierter Folie ergaben mit sehr guter Übereinstimmung eine geringe Reduzierung des Rollwiderstandsbeiwertes um $\Delta\rho_{LS} = 0,23 \%$ absolut, gegenüber der Betonfahrbahn. Dies sind etwa 10% relative Abnahme. Nimmt man lineare Abhängigkeit vom Reibungsbeiwert an, so kann folgende Beziehung aufgestellt werden:

$$\rho_{LS} = \rho_{LS_0} + 0,38 (\mu_B - 0,7) \quad (12),$$

ρ_{LS_0} sind die gemessenen oder nach Gl. (13) bis (16) errechneten Rollwiderstandsbeiwerte bei $\mu_B = 0,7$ auf Beton.

4.2 Empirische Rollwiderstandsbeziehungen

Nach den zuvor genannten Messungen ist der Rollwiderstand eine Funktion des Reifeninnendruckes, der Radlast, der Reifenabmessungen, der Bauart und wohl auch der Lagenzahl. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse können neben dem Simplex $\rho_{LS} = R_{LS}/G$ noch weitere dimensionslose Kennzahlen abgeleitet werden. Für gleiche Bauart und Lagenzahl erhält man

$$\text{entweder } \frac{BG}{H^3 p_i} \text{ oder } \frac{G}{H^2 p_i} \text{ oder } \frac{G}{B^2 p_i} \text{ oder } \frac{HG}{B^3 p_i} \text{ oder } \frac{BHG}{D^4 p_i} \text{ usw.}$$

Die beste Übereinstimmung mit den Meßergebnissen ergibt die erste Kennzahl. In Bild 21 und 22 sind die gemessenen Rollwiderstandsbeiwerte in Abhängigkeit von $BG/H^3 p_i$ für Diagonal- und Radialreifen aufgetragen. Eine lineare Regressionsrechnung ergibt die folgenden Geradengleichungen für 6PR-Ackerschlepperreifen:

Diagonalreifen:

$$\rho_{LS} = 1,27 + 0,65 \frac{BG}{H^3 p_i} \quad [\%] \quad (13)$$

Radialreifen:

$$\rho_{LS} = 1,33 + 0,40 \frac{BG}{H^3 p_i} \quad [\%] \quad (14)$$

Eine Analyse des dimensionslosen Ausdrucks $\frac{G}{p_i} \frac{1}{H^2} \frac{B}{H}$ zeigt

qualitative Übereinstimmung mit den Meßergebnissen. Insbesondere fällt der Rollwiderstandsbeiwert hyperbolisch mit steigendem Innendruck und steigt linear mit der Radlast.

Wie die Bilder 21 und 22 zeigen, treten nicht unbeträchtliche Abweichungen der Meßergebnisse von den nach Gl. (13) und (14) errechneten Rollwiderstandsbeiwerten auf. Dies drückt sich auch im Bestimmtheitsmaß $B_s = 85,4 \%$ für Diagonalreifen und nur $B_s = 56,9 \%$ für Radialreifen aus.

Verzichtet man auf Dimensionsrichtigkeit, so ergeben sich aus der multiplen Potenzregression Beziehungen, die nach Bild 23 und 24 recht gut mit dem Experiment übereinstimmen. Für Diagonalreifen verbessert sich mit der Gleichung

$$\rho_{LS} = 83,3 \frac{G^{0,27} B^{1,39}}{p_i^{0,50} D^{0,38} H^{1,82}} - 0,05 \quad [\%] \quad (15)$$

das Bestimmtheitsmaß auf $B_s = 94,5 \%$ und für Radialreifen mit

$$\rho_{LS} = 8,0 \frac{G^{0,16} B^{6,05}}{p_i^{0,40} D^{0,62} H^{5,78}} + 0,05 \quad [\%] \quad (16)$$

auf $B_s = 94,2 \%$. In diesen Zahlenwertgleichungen sind Radlast G in kN, Reifenabmessungen D, B, H in cm und Reifeninnendruck p_i in N/cm^2 ($1 \text{ N}/\text{cm}^2 = 0,1 \text{ bar}$) einzusetzen.

Da das Höhen-Breiten-Verhältnis bei AS-Reifen unterschiedlicher Abmessungen nur geringfügig differiert, ist zu vermuten, daß eine Reduzierung der ungewöhnlich hohen Exponenten von B und H die Genauigkeit der Rechnung nur wenig verschlechtert. Es wurde daher versucht, die Exponenten von B und H in Gl. (16) den Werten von Gl. (15) anzunähern. Der Exponent des Durchmessers D wurde dabei mit $0,6$ vorgegeben und der Exponent von B schrittweise von $6,05$ auf $1,4$ reduziert. Die multiple Regressionsrechnung ergab nun etwa gleichbleibende Exponenten des Innendruckes p_i und der Radlast G sowie fallende Exponenten von H . Gleichzeitig fiel aber das Bestimmtheitsmaß von $94,2 \%$ auf $78,6 \%$, wie die folgenden Beispiele zeigen:

Radialreifen:

$$\rho_{LS} = 13,7 \frac{G^{0,15} B^4}{p_i^{0,40} D^{0,60} H^{3,76}} - 0,12 \quad [\%]; B_s = 90,2 \%$$

Bestimmtheitsmaß:

$$\rho_{LS} = 22,4 \frac{G^{0,14} B^2}{p_i^{0,40} D^{0,60} H^{1,77}} - 0,14 \quad [\%]; B_s = 82,3 \%$$

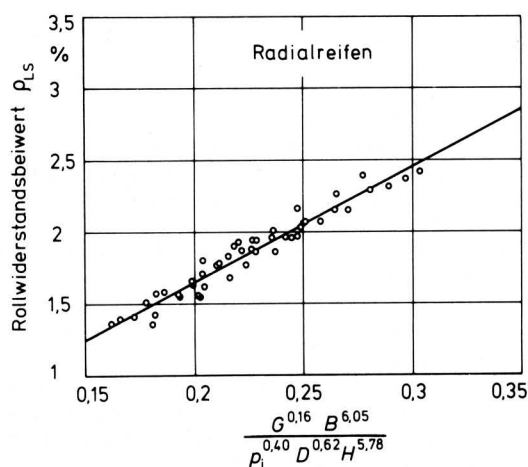
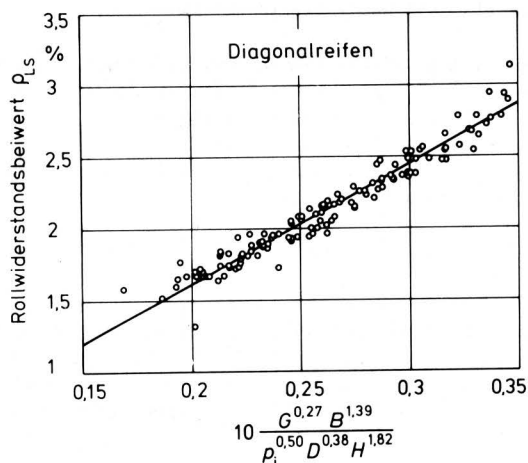


Bild 23 und 24. Rollwiderstandsbeiwert auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von Kennzahlen, die mit Hilfe der multiplen Regression ermittelt wurden, für Diagonal- und Radialreifen verschiedener Abmessungen.

$$p_{LS} = 25,0 \frac{G^{0,14} B^{1,4}}{p_1^{0,40} D^{0,60} H^{1,17}} - 0,11 \% ; B_s = 78,6 \% \quad (17).$$

Gleichung (16) gibt also die Meßwerte am genauesten wieder. Da jedoch nur drei Radialreifen gemessen wurden (gegenüber acht Diagonalreifen), hat diese Beziehung eine geringere Aussagekraft als Gleichung (15). Angesichts des bei den hohen Exponenten von B und H möglichen Anwachsens der Fehler bei anderen Gürtelreifen sollte daher zunächst mit Gl. (17) gerechnet werden.

5. Zusammenfassung

Nach kurzen Bemerkungen über Ähnlichkeitstheorie und Regressionsrechnung bei der Auswertung von Versuchsergebnissen werden empirische Beziehungen für die Tragfähigkeit von Ackerschlepper-Treibradreifen in Diagonal- und Radialbauweise sowie von AS-Lenkradreifen abgeleitet und mit den genormten Tragfähigkeiten verglichen.

Entsprechend werden Beziehungen für den mittleren Druck in der Kontaktfläche zwischen AS-Reifen und starrer Fahrbahn und für den Rollwiderstand von AS-Reifen auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit vom Reifeninnendruck abgeleitet und mit gemessenen Werten verglichen. Mit Hilfe dimensionsrichtiger Kennzahlen aus der Dimensionsanalyse können bereits relativ gute Voraussagen für die gesuchten Werte gemacht werden. Die Regressionsrechnung erlaubt unter Verzicht auf Dimensionsrichtigkeit eine erhebliche Verbesserung der Übereinstimmung zwischen errechneten und gemessenen Werten.

Schrifttum

Bücher sind durch ● gekennzeichnet

- [1] *Krause, R.*: Ähnlichkeitstheoretische Untersuchung eines bodenmechanischen Problems. Teil 1: Theorie. Grndl. Landtechnik Bd. 20 (1970) Nr. 6, S. 181/82. Teil 2: Versuche. Grndl. Landtechnik Bd. 21 (1971) Nr. 1, S. 11/15.
- [2] ● *Leaver, R. H. u. T. R. Thomas*: Versuchsauswertung, Darstellung und Auswertung experimenteller Ergebnisse in Naturwissenschaft und Technik. Uni-Text, Braunschweig: Vieweg, 1977.
- [3] ● *Kreyszig, E.*: Statistische Methoden und ihre Anwendung. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1968.
- [4] ● *Bekker, M. G.*: Off-the-road locomotion. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1960.
- [5] *Söhne, W.*: Beitrag zur Mechanik des Systems Fahrzeug – Boden unter besonderer Berücksichtigung der Ackerschlepper. Grndl. Landtechnik Heft 17 (1963) S. 5/16.
- [6] *Sitkei, G.*: Die Kennzahlen von AS-Reifen und die Probleme der Bereifung. Proc. of the 3rd int. Conf. of the ISTVS, Essen 1969, Vol. III, p. 23/43, s. auch [7].
- [7] *Sitkei, G. u. W. Söhne*: Beziehungen zwischen den Kenngrößen von Ackerschlepperreifen auf fester Fahrbahn. Grndl. Landtechnik Bd. 19 (1969) Nr. 2, S. 29/32.
- [8] *Tiemann, R.*: Ähnlichkeitsbeziehungen im Federungsverhalten von Luftreifen. Automobiltechn. Zeitschrift ATZ Bd. 65 (1963) H. 4, S. 97/100.
- [9] *Söhne, W.*: Die Kraftübertragung zwischen Schlepperreifen und Ackerboden. Grndl. Landtechnik Heft 3 (1952) S. 75/87.