- Busch, A.W.: Biological factors in aerator performance. Proc. 25th Purdue Ind. Waste Conf., Lafayette, IND., 1970, S. 174/81.
- [15] Woods, J.L. u. J.R. O'Callaghan: Mathematical modelling of animal waste treatment. Journ. Agric. Eng. Research Bd. 19 (1974) Nr. 3, S. 245/58.
- [16] Ogilvie, J.R. u. P. Phillips: Modelling process variations in an oxidation ditch. Can. Agric. Eng. Bd. 14 (1972) Nr. 2, S. 59/62.
- [17] •*Littlejohn, L.* (Ed.): The treatment of piggery wastes. The Scottish Farm Buildings Investigation Unit, Aberdeen, 1974.
- [18]●Agricultural Research Council (Ed.): Studies on farm livestock wastes. Her Majesty's Stationary Office, London, 1976.

- [19] Grady, C.P.L.: A theoretical study of activated sludge transient response. Proc. 26th Purdue Ind. Waste Conf., Lafayette, IND., 1971, S. 318/35.
- [20] Adams, C.E. u. W.W. Eckenfelder: Response of activated sludge to organic transient loadings. Journ. San. Eng. Div., Proc. ASCE Bd. 96 (1970) Nr. SA2, S. 333/52.
- [21] Woods, J.L. u. J.R. O'Callaghan: A theoretical description of aerobic treatment. ASAE publication PROC-275, St. Joseph, MI., 1975, S. 522/25.
- [22] •Schlegel, H.G. u. J. Barnea: Microbial energy conversion. Oxford: Pergamon Press, 1977.

Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher Haufwerke

Von Theodor Hesse und Otto-Horst Hoffmann, Braunschweig*)

DK 531.7:531.226:633.004.12

Durch die Anwendung der neueren Grundlagen der Haufwerksmechanik ist es möglich, das Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher Haufwerke mit Hilfe eines geeigneten Schergerätes zu untersuchen. Es wird die Auswahl und der Bau eines großen Kreisringschergerätes beschrieben, mit dem das Scherverhalten von bisher 14 körnigen landwirtschaftlichen Schüttgütern experimentell bestimmt wurde. Mit geringen Abweichungen verhalten sich diese wie ideale Schüttgüter der Bodenmechanik.

1. Einleitung

Bei der Gestaltung von Maschinen, Geräten und Anlagen, die bei der Gewinnung oder bei der Verarbeitung von landwirtschaftlichen Schüttgütern eingesetzt werden, ist das Verhalten dieser Schüttgüter sehr oft von ausschlaggebender Bedeutung. Insbesondere bei der Auslegung von Lagerbehältern wird sowohl im Hinblick auf eine festigkeitsgerechte Dimensionierung als auch auf eine funktionsgerechte Formgebung [1] die Kenntnis der Stoffeigenschaften und Stoffgesetze der einzulagernden Schüttgüter vorausgesetzt. Dabei bildet das Scherverhalten dieser Güter eine der wichtigsten Grundlagen der Mechanik des Haufwerkes.

Die Mechanik körniger Haufwerke, die neben den körnigen kohäsionslosen Haufwerken auch kohäsive, grobkörnige und pulverartige Güter umfaßt, hat sich aus der Bodenmechanik entwickelt. Über die Anwendung und die Bedeutung der Mechanik körniger Haufwerke wurde bereits ausführlich berichtet [1, 2], wobei insbesondere die neueren theoretischen Grundlagen herausgestellt wurden. Als Ergänzung dazu werden in diesem Aufsatz die experimentellen Ergebnisse zum Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher Schüttgüter unter besonderer Berücksichtigung der neueren

*) Dipl.-Ing. Theodor Hesse ist wissenschaftlicher Assistent am Institut für Landmaschinen (Direktor: Prof. Dr.-Ing. H.J. Matthies) der TU Braunschweig, Dr.-Ing. Otto-Horst Hoffmann war wissenschaftlicher Assistent an diesem Institut und ist jetzt Abteilungsleiter der Konstruktionsabteilung für Vakuumtechnik bei der Firma Leybold Heraeus, Hanau.

Grundl. Landtechnik Bd. 27 (1977) Nr. 6

Erkenntnisse der Haufwerksmechanik dargestellt. Um eine Wiederholung der theoretischen Grundlagen an dieser Stelle zu vermeiden, wird deren Kenntnis im folgenden sowohl für das bessere Verständnis der hier getroffenen Auswahl eines geeigneten Schergerätes als auch insbesondere für die Diskussion der experimentellen Ergebnisse vorausgesetzt.

2. Auswahl des Schergerätes

Das Scherverhalten von Schüttgütern kann mit Hilfe von Schergeräten ermittelt werden, bei denen die Schubbeanspruchung in Abhängigkeit von einer konstant gehaltenen Druckbelastung und ggf. in Abhängigkeit von der Volumenänderung gemessen wird. Da die experimentellen Ergebnisse aber wesentlich durch das verwendete Schergerät beeinflußt werden, soll zunächst ein kurzer Überblick über die gebräuchlichsten Scherapparate gegeben und die hier getroffene Auswahl erläutert werden.

2.1 Ring- oder Kastenschergerät

Sehr einfach im Aufbau ist das Ring- oder Kastenschergerät, Bild 1. Bei dieser Schervorrichtung, die auch *Jenike* [3] zur Ermittlung des Scherverhaltens von pulverförmigen Silogütern einsetzte, wurde bisher angenommen, daß sich die Gleitfläche in der Ebene zwischen Ober- und Unterkasten ausbildet. *Schwedes* [4] konnte jedoch nachweisen, daß sich ein linsenförmiger Verformungsbereich um die angenommene Gleitebene ausbildet. Da wegen der unterschiedlichen Verformungen in der Probe unterschiedliche Dichten entstehen, ist über eine Volumenmessung der Probe zwar die Bestimmung der mittleren Dichte, nicht aber der Dichte und Dehnungsgeschwindigkeit in der Gleitzone möglich. Exakte Untersuchungen mit dem Kastenschergerät sind daher nur bei Scherung unter Volumenkonstanz möglich, da nur für diesen Sonderfall die Mohrschen Spannungskreise konstruierbar sind (siehe auch Abschnitt 3.2.2.2 in [2]).

Darüber hinaus konnte anhand von Vorversuchen mit einem am Institut für Landmaschinen der TU Braunschweig entwickelten Kastenschergerät (Abmessungen 400 x 200 x 60 mm) nachgewiesen werden, daß bei landwirtschaftlichen Gütern im Gegensatz zur Bodenmechanik große Scherwege bis zum Erreichen der maximalen Schubspannung erforderlich sind. Neben der während des Scherens auftretenden Verkleinerung der wirksamen Scherfläche wird hierdurch insbesondere in den Randzonen durch das Eindringen der Scherkastenkanten in die Probe die Spannungsverteilung beeinflußt. Eine anschließend durchgeführte Untersuchung der Druckspannungsverteilung am Boden des Schergerätes mit 3 eingesetzten Druckspannungsmeßdosen nach [5] bestätigte, daß beim Scheren die Druckspannungsverteilung über den Boden sehr ungleichmäßig und damit auch die Dichteverteilung sehr unbefriedigend war.



Bild 1. Ring- oder Kastenschergerät.

2.2 Einfachschergerät

Bild 2 zeigt schematisch das von Roscoe [6] verwendete Einfachschergerät, daß von Schwedes [4] weiterentwickelt wurde. Im Gegensatz zum Kastenschergerät liegt hier eine gleichmäßige Verformung der gesamten Probe vor. Anhand von Röntgenuntersuchungen konnte gezeigt werden, daß sich in diesem Schergerät die Gleitebenen parallel zum Deckel ausbilden. Die Spannungen in der Gleitebene sind damit durch die Druckspannung σ_N und die Schubspannung τ_S gegeben. Beim Einfachschergerät werden neben der Druck- und der Schubspannung der Gleitungswinkel $\gamma/2$ und die Höhenänderung $\Delta H/H_0$ gemessen. Da die Verformung der Probe gleichmäßig erfolgt, kann durch Einsetzen der Inkremente dieser Größen der Mohrsche Dehnungsgeschwindigkeitskreis konstruiert werden:

$$\dot{\epsilon} \approx \frac{\Delta H}{H_0}$$
 (1),

$$\frac{\dot{\gamma}}{2} \approx \frac{\gamma}{2} \tag{2}$$

Damit ist die Lage der Gleitebene zur Lage der Hauptspannungsebene bestimmt und die Konstruktion des Mohrschen Spannungskreises möglich (siehe auch Abschnitt 3.2.2.2 in [2]).

Vorversuche mit einem ebenfalls am Institut hergestellten Einfachschergerät (Probengrundfläche 400 x 200 mm, Probenhöhe wahlweise 40 bis 80 mm) sollten durch den Einbau von drei in den Boden eingesetzten Druckspannungsmeßdosen wie beim Kastenschergerät Aufschluß über die Druckspannungsverteilung während des Schervorganges geben. Es zeigte sich, daß insbesondere bei den für landwirtschaftliche Schüttgüter erforderlichen großen Scherwegen durch Inhomogenitäten in den vorderen und hinteren Schergerätwinkeln ähnliche Abweichungen der Druckspannungsverteilung wie beim Kastenschergerät auftraten.

Das Einfachschergerät ist damit für die Scheruntersuchungen an körnigen landwirtschaftlichen Haufwerken ebenfalls nicht geeignet.



Bild 2. Einfachschergerät nach Roscoe [6].

2.3 Kreisringschergerät

Das schematisch in **Bild 3** dargestellte Kreisringschergerät besteht aus einem festen Unterteil, einem äußeren und einem inneren Ring sowie einem Ringkolben, der fest mit dem Scherrad verbunden ist. Eine Volumenänderung bei der Scherung kann beispielsweise über eine Meßuhr abgelesen werden. Der innere und äußere Ring sind variabel fixierbar (Fälle a-c), wodurch unterschiedliche Probenverformungen erzielt werden können. Eine ausführliche Darstellung der bisher gebauten Typen von Kreisringschergeräten wird in [8] und [9] gegeben.



Bild 3. Schematische Darstellung des Kreisringschergerätes von *Hvorslev* [7].

a Ringe frei beweglich

b Ringe mit Unterteil fest

c Ringe drehen mit dem Ringkolben

Das Kreisringschergerät kann als ein Einfachschergerät mit unendlich langem Scherkanal betrachtet werden, bei dem die dort insbesondere bei größeren Scherwegen an den vorderen und hinteren Wandungen auftretenden Inhomogenitäten der Spannungs- und Verformungsverteilung vermieden werden und bei dem sich ebenfalls die Gleitebenen parallel zum Kolben ausbilden. Bedingt durch die Krümmung des Scherkanals tritt in den Gleitebenen sowohl tangentiales als auch radiales Gleiten auf. Auch die Schubspannung weist infolge der Krümmung eine radiale Komponente auf. Geht man davon aus, daß diese Komponente klein im Vergleich zur tangentialen Komponente ist, so kann der Spannungszustand in einem Kreisringschergerät als eben angenommen werden. In der Gleitebene herrschen die gemessenen Schub- und Druckspannungen $\tau_{\rm S}$ und $\sigma_{\rm N}$. Wie bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben wurde, kann über die Höhenänderung ΔH und den Scherwinkel $\gamma/2$ der Mohrsche Dehnungsgeschwindigkeitskreis konstruiert werden und damit der Mittelpunkt des Mohrschen Spannungskreises festgestellt werden. Die gesuchte Bruchbedingung ergibt sich als Einhüllende verschiedener Spannungskreise [2].

Bei der Auswertung von Versuchen am Kreisringschergerät muß berücksichtigt werden, daß die Scherwege an der Innen- und Außenseite des Scherkanals unterschiedlich sind. Erreicht z.B. das Gut an der Außenseite aufgrund des größeren Scherwegs bereits den Fließzustand ($\tau = \tau_{max}$), so ist an der Innenseite die maximal übertragbare Schubspannung noch nicht erreicht. In Abschnitt 4.3.1 wird eine Umrechnungsmöglichkeit vorgestellt, mit der man aus der gemessenen Schubspannung die wahre Verschiebungs-Schubspannungs-Funktion $\tau = f(s)$ ermitteln kann.

Nachdem im Rahmen von Vorversuchen auch praktisch eine befriedigende Spannungsverteilung und Probenverformung festgestellt werden konnte, wurden die eigentlichen Untersuchungen mit einem in Abschnitt 3 beschriebenen Kreisringschergerät durchgeführt.

3. Aufbau und Funktion der verwendeten Versuchseinrichtung

3.1 Versuchsstand

In Bild 4 ist eine schematische Darstellung des Schergerätes wiedergegeben. Der Scherkanal wird durch den Ringkolben a, die Seitenwände b und den Boden c begrenzt. Die innere und äußere Seitenwand sind unterhalb des Bodens durch Stege verbunden und mittels einer Kugelführung sowohl drehbar als auch vertikal verschiebbar auf der Säule gelagert. Zwischen Seitenwand und Boden befindet sich ein ca. 0,2 mm breiter Spalt; Seitenwände und Boden können relativ zueinander bewegt werden. Das Eigengewicht der Seitenwände wird über ein Gestänge und einen zweiarmigen Hebel d durch das Gegengewicht e ausgeglichen. Mit Hilfe einer Arretiervorrichtung f können die Seitenwände am Scherrad n während des Befüllvorganges fixiert werden. Der Boden ist fest mit dem Scherrad verbunden. Beim Schervorgang wird das Scherrad und damit der Boden gedreht. Die Drehung erfolgt mittels Spindelantrieb g über ein Stahlband h, das mit einer Klemmvorrichtung am Scherrad befestigt wird. Dabei beträgt die Schergeschwindigkeit in der Mitte des Scherkanals ca. 4 mm/min.



Bild 4. Schematischer Aufbau des verwendeten Kreisringschergerätes.

- a Kreisringkolben
- b Seitenwände
- c Kreisringboden
- d zweiarmiger Ausgleichshebel
- e Gegengewicht für Seitenwände f Arretiervorrichtung für Seitenwände
- g Spindelantrieb
- h Stahlband
- i Belastungseinrichtung
- zweiarmiger Ausgleichshebel Gegengewicht für Kolben und Belastungseinrichtung
- n Arretiergestänge zwischen
- Kolben und Gestell Scherrad mit dem fest aufge-
- setzten Kreisringboden Elektromotor
- p Zuleitung für Druckluft

0

Grundl. Landtechnik Bd. 27 (1977) Nr. 6

Der Kolben ist wie die Seitenwände mit einer Kugelführung auf der Säule gelagert. Für den Schervorgang wird der Kolben über ein Gestänge m am Gestell fixiert. Das Gestänge verhindert eine Drehung des Kolbens, vertikale Verschiebungen sind jedoch möglich. Der Kolben, der beim Schervorgang die Probe vertikal belastet, ist über eine Zugstange mit der Belastungseinrichtung i verbunden. Diese besteht aus einem umgebungsfesten inneren Druckbehälter, der nach unten offen ist. Der äußere Druckbehälter ist mit der Zugstange verbunden. Wird der innere Behälter über die Zuleitung p mit Druckluft beaufschlagt, so wird der äußere Druckbehälter und damit der Kolben nach unten gedrückt; dabei steigt das Wasser, das sich als Dichtelement am Boden der Belastungseinrichtung befindet, an der Wand des äußeren Druckbehälters hoch. Der maximale Druck ist durch die Höhe des äußeren Druckbehälters (ca. 2,45 m) begrenzt. Die Elastizität der Luftsäule im inneren Druckbehälter erlaubt kleine vertikale Verschiebungen des Kolbens ohne Druckänderung. Dadurch ist es möglich, Volumenänderungen der Probe während des Schervorganges zu messen. Mit Hilfe des Gegengewichts 1 werden über den Ausgleichshebel k das Eigengewicht von Kolben und Belastungseinrichtung kompensiert.

Bei der Befüllung des Scherkanals treibt ein Elektromotor o mit nachgeschaltetem Getriebe über ein Reibrad das Scherrad mit ca. 2 min⁻¹ an. Boden, Seitenwände und Kolben rotieren dabei gemeinsam. Die Befüllung erfolgt über eine Schwingrinne, die aus Rüttler, Gutbehälter, Rückhalteblech und Auslauftrichter besteht.

Der Kolben und der Boden des Scherkanals sind mit grobem Schmirgelleinen der Körnung 60 beklebt, damit die Schubkräfte beim Schervorgang vollständig auf das Gut übertragen werden können. Die Seitenwände haben dagegen eine Teflonbeschichtung, deren Reibung gegenüber dem Gut zu vernachlässigen ist. Die ringförmige Probenkammer hat einen Innendurchmesser von 480 mm und einen Außendurchmesser von 720 mm, so daß die Probenbreite 120 mm beträgt. Die Probenhöhe kann zwischen 20 und 80 mm gewählt werden; bei den eigentlichen Scherversuchen betrug sie in der Regel 40 mm.

3.2 Meß- und Registriereinrichtung

Die in bzw. an der Probe wirkenden Druck- und Schubspannungen werden mit Hilfe von 4 Kraftmeßeinrichtungen nach [5] bestimmt, die bündig in den Boden des Scherkanals eingelassen sind. Die in einer Teilung von 90° auf dem Bodenkreisring angeordneten Kraftmeßdosen bestehen aus je einem Biegeelement mit induktivem Wegaufnehmer für Druck- und Schubkraftmessung. Die gegenseitige Beeinflussung dieser Meßgrößen ist kleiner als 1 %. Die Meßfläche hat einen Durchmesser von 80 mm und ist für eine optimale Krafteinleitung ebenfalls mit grobem Schmirgelleinen beklebt.

Da die gesamte Schereinrichtung während des Befüllens rotiert, muß die elektrische Verbindung von den Meßelementen im Scherkanal zu den eingesetzten Meß- und Registriergeräten während dieser Zeit gelöst werden. Daher sind die 4 Druck- und Schubmeßstellen im Scherkanal über eine Zentralsteckvorrichtung, die ihr Gegenstück an der äußeren Seitenwand des Scherkanals hat, mit 8 Trägerfrequenz-Meßverstärkern verbunden. Ein angeschlossener Analogrechner ermöglicht eine direkte Normierung auf die Druckund Schubspannungen. Zur Kontrolle kann ein Digitalvoltmeter auf eine der acht Meßketten geschaltet werden. Die während der Versuche ermittelten Meßwerte werden zunächst für alle Meßstellen gleichzeitig und in Abhängigkeit von der Zeit, d.h. vom Scherweg (siehe unten), auf einem mehrspurigen Magnetbandgerät zwischengespeichert; nach Beendigung der Versuche werden die Spuren nacheinander ausgewertet und die Spannungen mit Hilfe eines oder mehrerer X,Y-Schreiber in Abhängigkeit vom Scherweg aufgetragen.

Zur Messung des Scherweges s von ca. 50 mm wird ein induktiver Wegaufnehmer verwendet, der parallel zum Spindelantrieb angeordnet ist; die dem Scherweg proportionale Spannung wird über einen Verstärker auf die x-Eingänge der beiden X,Y-Schreiber gegeben. Zur Messung der Gesamtscherkraft S dient ein zwischen Stahlband und Spindelantrieb eingebauter und auf induktiver Basis arbeitender Kraft-Meßaufnehmer, der über einen Verstärker mit der y-Ablenkung des einen X,Y-Schreibers verbunden ist. Die Höhenänderung Δ H der Probe wird ebenfalls über einen induktiven Wegaufnehmer zwischen Kolben und Mittelsäule der Schervorrichtung ermittelt (Meßweg ± 15 mm) und über einen Verstärker als Ordinate auf dem zweiten X,Y-Schreiber aufgezeichnet.

Bei einer maximalen Druckspannung von σ = 40 kPa im Scherkanal beträgt der maximale Behälterdruck 0,18 bar. Im unteren Druckbereich dient ein Betzmanometer zur genauen Druckeinstellung, im oberen Druckbereich wird ein elektronischer Druckaufnehmer verwendet. Über den Trägerfrequenz-Meßverstärker erfolgt die dem Druck proportionale Spannungsanzeige an einem Digitalvoltmeter.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß während der Versuchsdurchführung die Aufnahme von 12 Meßgrößen erforderlich ist:

jeweils die Druck- und Schubspannung an den 4 Kraftmeßeinrichtungen im Boden des Scherkanals

Gesamtscherkraft während des Abscherens

Scherweg

Höhenänderung der Probe

Behälterinnendruck der Belastungseinrichtung.

4. Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Beschreibung des Versuchsablaufs

Umfangreiche Vorversuche haben gezeigt, daß die Streuung der Meßergebnisse beim eigentlichen Scheren insbesondere durch eine gewissenhafte Versuchsvorbereitung erheblich reduziert werden kann.

4.1.1 Befüllen

Zum Befüllen wird das Stahlband der Zugeinrichtung vom Scherrad gelöst, und der Kolben ist nicht mit dem Gestell verbunden. Boden, Seitenwände und Kolben rotieren gemeinsam, die Seitenwände sind dabei mit dem Scherrad fest verbunden. Der Ausflußtrichter der Schwingrinne wird zwischen Kolben und Seitenwände gebracht; die Ausflußmenge kann durch Veränderung der Erregeramplitude des Rüttlers oder Verstellung des Rückhaltebleches variiert werden. Bei jeder Umdrehung der Schervorrichtung kommt eine dünne Gutschicht in den Scherkanal, so daß die gesamte Befülldauer in der Regel etwa 10 min beträgt. Um eine exakte Probenhöhe einzuhalten, wird über den Seitenwänden ein Absaugtrichter geführt, der an einem Industriestaubsauger mit vorgeschaltetem Zyklonabscheider angeschlossen ist und so die überschüssigen Körner absaugt.

4.1.2 Probenvorbereitung

Die Probenvorbereitung dient zur Herstellung eines bestimmten Probenzustandes in der Schervorrichtung. Durch Belasten der Probe und Scheren wird ein bestimmter Punkt auf der kritischen Zustandslinie erreicht, siehe auch Abschnitt 4.2. Danach wird der Schervorgang abgebrochen und die Probe entlastet. Jeweils ausgehend von einer so vorbereiteten Probe werden die eigentlichen Scherversuche zur Bestimmung verschiedener Punkte eines Fließortes durchgeführt.

4.1.3 Scheren

Zur Bestimmung eines Punktes des Fließortes wird die vorbereitete Probe belastet und geschert. Die während des Scherens konstante Druckspannung ist dabei kleiner als bei der Probenvorbereitung. Es werden die Gesamtscherkraft S und die Höhenänderung ΔH in Abhängigkeit vom mittleren Scherweg s_m aufgenommen. Der Schervorgang wird beendet, sobald sich eine konstante Gesamtscherkraft einstellt.

4.1.4 Entleeren

Der Scherkanal wird mit einem Industriestaubsauger mit vorgeschaltetem Zyklonabscheider entleert. Zur Dichtebestimmung der Probe ist die Massebestimmung der Scherkanalfüllung erforderlich.

4.2 Erläuterung des Versuchsablaufs anhand des Roscoe-Diagramms

Bild 5 verdeutlicht noch einmal den Versuchsablauf anhand des *Roscoe*-Diagramms. Zur Vorbereitung der Probe erfolgt zunächst eine Verdichtung entlang der Erstverdichtungslinie 1 bis zur Druckspannung σ_1 . Durch Scheren 2 wird der Punkt K des stationären Fließens auf der kritischen Zustandslinie erreicht. Das Entlasten erfolgt entlang der Linien 3 und 4, die Probe nimmt Druckspannungs-Porenziffer-Zuordnungen auf der Schwellinie I ein. Wenn bei erneuter Belastung (über Schwellinie I) mit der Druckspannung σ_2 geschert wird, d.h. der eigentliche Schervorgang abläuft, wird die Kurve 5 bis zur kritischen Zustandslinie durchlaufen.



Bild 5. Verdeutlichung des Versuchsablaufs anhand des *Roscoe*-Diagramms.

4.3 Auswertung der Versuche

4.3.1 Schubspannungsverteilung beim Scheren

Beim Schervorgang in einem Kreisringschergerät hat die Probe bei einem bestimmten Drehwinkel *a* unterschiedliche Scherwege im Scherkanal zurückgelegt. Bei einem mittleren Scherweg s_m beträgt der Scherweg an der Innenseite des Kreisringes s_{min} = s_m – Δ s und an der Außenseite s_{max} = s_m + Δ s. Unter der Vorausseizung eines überall gleichen Schubspannungs-Scherweg-Verlaufes für das jeweils zu untersuchende Schüttgut entsprechen diesen unterschiedlich langen Scherwegen auch unterschiedlich große Schubspannungsbeträge.

In **Bild 6** gibt die Linie A₁ A₂ den Schubspannungsverlauf in Abhängigkeit vom Radius wieder. Die zu diesem Drehwinkel *a* gemessene Schubspannung τ_m stellt einen Mittelwert dar, der sich aus Scherwegen zwischen s_{min} und s_{max} einstellt. Projiziert man den Verlauf A₁ A₂ in die Ebene über dem mittleren Weg s_m, so erhält man den Schubspannungsverlauf B₁ B₂. Diese Linie B₁ B₂ ist gleichzeitig ein Teil des gesamten Schubspannungsverlaufs über dem Schubspannung τ_n obwohl die Schubspannung an der Innenseite des Kreisrings τ_1 und an der Außenseite τ_2 beträgt.



Bild 6. Schematische Darstellung der Zusammenhänge zwischen Scherwegen und Schubspannungen in einem Kreisringschergerät.





Bild 7. Gemessenes und tatsächliches Scherverhalten beim Ring-Schergerät (schematische Darstellung).

a tatsächliches Stoffverhalten

b gemessenes Stoffverhalten

Gemessen wird bei diesem Scherweg aber die Schubspannung $\tau_{\rm m}$ auf der Kurve b, die einen flacheren Verlauf als die Kurve a für das tatsächliche Stoffverhalten hat. Die Verfälschung wird durch den Wegunterschied Δs verursacht, der durch das Durchmesserverhältnis festgelegt ist. Je kleiner beim runden Scherkanal das Verhältnis des Innendurchmessers zum Außendurchmesser ist, desto flacher verläuft die gemessene Kurve und desto größer ist die Abweichung vom tatsächlichen Stoffverhalten. Ideal wäre daher ein Scherkanal mit sehr großem Durchmesser bei möglichst geringer Breite. Da die Baumaße eines Schergerätes in der Praxis einerseits von der fertigungstechnischen Seite, andererseits von den erforderlichen Belastungen her an bestimmte Grenzen gebunden sind, sei auf ein Korrekturverfahren [7] hingewiesen, mit dessen Hilfe das tatsächliche Stoffverhalten nachträglich aus den Meßwerten berechnet werden kann, siehe auch [10]. Dieses Berechnungsverfahren setzt voraus, daß

- 1. die Druckbelastung beim Scheren konstant ist
- 2. eine gleichmäßige Probenverformung stattfindet
- die Reibung zwischen Probe und Seitenwänden vernachlässigbar klein ist
- 4. ein stetiger Kurvenverlauf des Schermomentes vorliegt.

Da der Schervorgang bei den untersuchten kohäsionslosen landwirtschaftlichen Schüttgütern mit dem Ringschergerät diese Voraussetzungen erfüllt, kann nach einer umfangreichen Rechnung [11] letztlich mit r_i als Innenradius und r_a als Außenradius des Scherkanals der gesuchte Zusammenhang zwischen dem beim Scheren erforderlichen und meßbaren Moment M und der Schubspannung τ_m für den mittleren Scherweg hergestellt werden:

$$\tau_{\rm m} = \frac{3\,{\rm M}}{2\,\pi\,({\rm r_a}^3 - {\rm r_i}^3)} \tag{3}$$

Damit ergibt sich bei dem hier verwendeten Schergerät mit den Radien nach Abschn. 3.1 unter Vernachlässigung der sehr geringen

Grundl. Landtechnik Bd. 27 (1977) Nr. 6

Lagerreibung des Scherrades mit der Gesamtscherkraft S (gemessen in N) die mittlere Schubspannung (in kPa) zu

$$\tau_{\rm m} = 6.6 \cdot 10^{-3} \, {\rm S} \tag{4}.$$

Auf der Basis desselben Korrekturverfahrens läßt sich darüber hinaus die wahre Schubspannung τ (siehe Bild 7) ermitteln: Durch graphische Differentiation des in Abhängigkeit vom Scherweg bzw. Scherwinkel aufgetragenen Schermomentes kann die wahre Schubspannung sowohl an der Innenseite als auch an der Außenseite des Scherkanals und damit das tatsächliche Stoffverhalten bestimmt werden [7]. Ein Vergleich von τ_m und τ muß letztlich zeigen, ob diese zusätzliche Rechnung erforderlich ist, oder ob der "gemessene" Wert τ_m die tatsächliche örtliche Schubspannung τ hinreichend genau wiedergibt. In **Bild 8** sind die Schubspannungen beispielsweise für Weizen einander gegenübergestellt.



Bild 8. Gemessenes und tatsächliches Scherverhalten von Manitoba-Weizen.

Punkte mit verbindenden Kurven – gemessenes Stoffverhalten Durchlaufende Kurven – tatsächliches Stoffverhalten

4.3.2 Änderung der Probenhöhe

Bild 9 gibt oben den Scherkraftverlauf und darunter die Änderung der Probenhöhe H wieder. Letztere dient

a) zur Dichtebestimmung:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{5},$$

mit m als Masse und V als Volumen der Probe, wobei

$$V = \pi \left(r_{a}^{2} - r_{i}^{2} \right) H$$
 (6)

mit den Radien nach Abschnitt 3.1.

Es wurde jeweils die Dichte ρ_{st} beim stationären Fließen (Probenvorbereitung) und die sich verändernde Dichte ρ_{Fl} beim eigentlichen Scherversuch bestimmt.

b) zur Bestimmung der Höhenänderung ΔH :

Die Kenntnis der Höhenänderung Δ H ist zur Konstruktion des Mohrschen Dehnungsgeschwindigkeitskreises und damit zur Bestimmung der Bruchbedingung beim Scheren unter Volumenveränderung notwendig (siehe Abschnitt 4.3.3). Das sehr geringe Eigengewicht der Schüttung blieb bei der Auswertung unberücksichtigt, da die Bodenbelastung durch das Eigengewicht bei den untersuchten Gütern geringer als 0,5 kPa war.



Bild 9. Bestimmung des Winkels ν der Dilatation am Beispiel von Sojabohnen.

oben: Bestimmung der Höhenänderung H

unten: Konstruktion des Mohrschen Dehnungsgeschwindigkeitskreises

4.3.3 Ermittlung der Bruchbedingung

Da rechnerisch nachgewiesen werden konnte, daß das Stoffverhalten durch die radiale Schubspannungskomponente nur gering, maximal bis zu 5 %, beeinflußt wird, kann der Spannungszustand in diesem Kreisringschergerät mit hinreichender Genauigkeit als eben angenommen werden.

Die gesuchte Bruchbedingung ist durch die Einhüllende mehrerer Mohrscher Spannungskreise gegeben. Nach [2] ist zur Bestimmung des Mohrschen Spannungskreises bei Scherung unter Volumenveränderung die Konstruktion des Mohrschen Dehnungsgeschwindigkeitskreises erforderlich. Der Dehnungsgeschwindigkeitskreis kann über die Inkremente der Dehnungsgeschwindigkeit bzw. Gleitungsgeschwindigkeit ermittelt werden (siehe auch Abschnitt 2.2).

Bei Weizen (Manitoba) blieb beispielsweise bei allen Scherversuchen die Probenhöhe bis zum Erreichen der maximalen Schubspannung konstant, d.h. es liegt hier Scheren unter Volumenkonstanz vor. Dagegen fand z.B. bei Sojabohnen und Wicken vor Erreichen der maximalen Schubspannung eine geringe Volumenzunahme statt. Bild 9 zeigt in der Mitte die Probenhöhe in Abhängigkeit vom mittleren Scherweg s_m für Sojabohnen. Der Gleitungswinkel $\gamma/2$ ist durch den Scherweg s_m und die Probenhöhe H festgelegt, für sehr kleine Winkel ist

$$\tan \gamma \approx \gamma = \frac{s_{\rm m} (\tau_{\rm max})}{\rm H}$$
(7).

Weiterhin gilt

$$\epsilon \approx \frac{\Delta H}{H_0}$$
 (8).

Die Größe von Δ H und H₀ kann aus dem Verlauf von H (s_m) bestimmt werden. Über Gln. (1) und (2) läßt sich damit der Mohrsche Dehnungsgeschwindigkeitskreis zeichnen (Bild 9, unten): es zeigt sich, daß der Winkel ν der Dilatation sehr klein ist. Die durch die Volumenänderung bedingte Verschiebung des Mohrschen Spannungskreises ist gegenüber einem Spannungskreis für Scherung unter Volumenkonstanz minimal, die Abweichungen liegen im Bereich der Meßgenauigkeit. Es ist deshalb bei allen untersuchten Gütern die Bruchbedingung für den Fall einer Volumenkonstanz bestimmt worden.

Abschließend ist noch zu bemerken, daß in [2] gesagt wurde, daß die Endpunkte der Projektionen aller Fließorte aus dem dreidimensionalen Zustandsdiagramm auf die σ,τ -Ebene auf einer Geraden, der Projektion der kritischen Zustandslinie, liegen. Eine Verlängerung der Projektion eines Fließortes über die Projektion der kritischen Zustandslinie hinaus geht kontinuierlich in die Projektion des Verfestigungsortes über. Die Krümmung des projizierten Fließortes – die Einhüllende aller Spannungskreise ist letztlich die Projektion des Fließortes oder abgekürzt der Fließort und damit die Bruchbedingung – wird im Endpunkt durch den letzten Mohrschen Spannungskreis vorgegeben. Die örtliche Steigung ist ein Maß für den inneren Reibungswinkel φ_i des beginnenden Fließens.

Schwedes [12] weist auf die Problematik hin, die sich daraus ergibt, **Bild 10**: Da φ_i insbesondere bei Volumenkonstanz nach Bild 10 a den Wert Null annehmen würde, erscheint Bild 10 b eher möglich zu sein. Bevor durch weitere Untersuchungen eine endgültige Klärung herbeigeführt wird, muß daher angenommen werden, daß die Steigung des Fließortes im Tangentialpunkt T₁ den kleinsten Wert für φ_i liefert. Aus diesem Grund sind auch in **Bild 11 bis** 13 die Fließorte von der Berührung im End-Mohr-Kreis bis zum stationären Fließort bzw. bis zur Projektion der kritischen Zustandslinie gestrichelt eingetragen.



Bild 10. Übergang des Fließortes in den Verfestigungsort.







Bild 12. Fließort für Sojabohnen bei niedriger Belastung, Fließort IV.



Bild 13. Fließorte und stationärer Fließort für Sojabohnen.

5. Scherverhalten der untersuchten Güter

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde das Scherverhalten der landwirtschaftlichen Schüttgüter Hafer, Gerste, Roggen, Weizen, Sojabohnen, Mais und Wicken jeweils für verschiedene Sorten untersucht. Für jedes Gut wurden 5 Fließorte (I bis V) im Druckspannungsbereich bis zu $\sigma = 40$ kPa ermittelt.

5.1 Scherverhalten am Beispiel von Sojabohnen

Aus der Vielzahl aller erstellten Fließorte in der σ . τ -Ebene des dreidimensionalen Zustandsschaubildes sind in Bild 11 und 12 (obere Bildhälfte) beispielhaft 2 Fließorte für Sojabohnen herausgegriffen. Der Fließort berührt die Mohrschen Kreise, die entsprechend der Auswertung in Abschnitt 4.3 ermittelt wurden. Der Endpunkt des Fließortes charakterisiert das stationäre Fließen, wie es entsprechend der aufgebrachten Druckspannung erreicht wird. Die Dichte entlang eines Fließortes ist nicht, wie bei Jenike vereinfachend angenommen wurde, konstant, sondern wächst mit steigender Druckspannung (untere Bildhälfte). Vergleicht man die Dichten der einzelnen Fließorte, z.B. Bild 11 und 12, so erkennt man, daß bei höher liegenden Fließorten bei gleicher Druckspannung größere Dichten erreicht werden als bei tiefer liegenden. Die Größe der Druckspannung beim stationären Fließort bestimmt somit das Dichteniveau des Fließortes. In Bild 13 sind die für Sojabohnen ermittelten Fließorte zusammengefaßt. Der stationäre Fließort als Endpunkt der einzelnen Fließorte I-V ist etwa eine Gerade. (Geringe Abweichungen treten bei einigen anderen Gütern im unteren Druckbereich auf.) Der Winkel des stationären Fließens beträgt für Sojabohnen φ_{st} = 24°; der Winkel des beginnenden Fließens liegt je nach Fließort und Normalspannung zwischen $\varphi_i = 190 \text{ und } \varphi_i = 340.$

5.2 Vergleich des Scherverhaltens der untersuchten körnigen landwirtschaftlichen Haufwerke

Die inneren Reibungswinkel aller untersuchten Körnerarten sowohl für das beginnende als auch für das stationäre Fließen sind in **Tafel 1** zusammengefaßt.

Körnerart	Sorte	φ _{st} [°]	φ _i [0]
Hafer	Marino	27	22-38
	Tiger	26	22-39
	Flämings Krone	27	21-38
Gerste	Filla .	29	23-38
	Ortolan	32	25-47
	Inka	31	23-43
Roggen	Carstens	31	26-42
	Petkuser Kurzstroh	28	23-43
Weizen	Caribo	27	20-37
	Manitoba	25	20-37
	Jubilar	28	22–39
Sojabohnen	-	24	19–34
Mais	Plata	30	28-40
Wicken	rumänisch	19	15-27

Tafel 1. Innerer Reibungswinkel für das stationäre Fließen (φ_{st}) und das beginnende Fließen (φ_i).

Suffarete ?

Die Scherfestigkeit eines Gutes wird von der Kornform, der Korngröße und der Oberflächenbeschaffenheit beeinflußt. Der Übergang in den Fließzustand wird durch runde Kornformen, glatte Oberflächen und kleine Korndurchmesser erleichtert. Die inneren Reibungswinkel der Getreidearten mit mehr länglicher Kornform sind durchweg größer. Höchstwerte werden beispielsweise bei Gerste (Ortolan) mit $\varphi_{st} = 32^{\circ}$ und $\varphi_i = 25^{\circ}-47^{\circ}$ erreicht.

3

5.3 Vergleich der untersuchten mit idealen Schüttgütern

Bei idealen Schüttgütern erstreckt sich die elastische Wand bis zur Fließoberfläche, d.h. das Schüttgut geht ohne Volumenänderung in den Fließzustand über. Dieses Verhalten liegt für landwirtschaftliche Güter nur bei Weizen (Manitoba) vor. Bei den übrigen untersuchten Gütern tritt schon vor Erreichen der Fließoberfläche eine Volumenänderung auf, wie dieses z.B. bei Sojabohnen in Bild 9 deutlich wird. Im Punkt F steigt die Scherkraft nicht mehr, die Fließoberfläche ist hier erreicht. Die Probe hat sich jedoch schon vorher um den Wert Δ H ausgedehnt. Daher stellen die untersuchten Güter im Sinne der theoretischen Haufwerksmechanik keine idealen Schüttgüter dar.

Weiterhin erreichen die untersuchten Güter keinen vollkommen stationären Fließzustand, der durch Konstanz der Druck- und Schubspannungen sowie der Dichte gekennzeichnet ist. Zwar stellt sich nach einem bestimmten Scherweg eine konstante Scherkraft bzw. Schubspannung ein, die Dichte ändert sich jedoch weiterhin, wie dies Bild 9 durch den Anstieg der Probenhöhe bei konstanter Scherkraft zeigt. Nach Bild 5 würde theoretisch die Möglichkeit bestehen, die Ermittlung aller Punkte eines Fließortes mit einer Probenfüllung durchzuführen: Nach dem eigentlichen Scherversuch 5 müßte die Probe beim Entlasten Zustände längs der Schwelllinie II einnehmen. Nach erneutem Belasten mit σ_1 6 und Scheren 7 würde der Verlauf 2 der Probenvorbereitung wieder erreicht. Da dieser Zusammenhang bei den untersuchten Gütern aufgrund der Dichteänderung beim stationären Fließen nicht gegeben ist, kann ein bestimmter Punkt K der kritischen Zustandslinie jeweils nur durch Erneuerung der Probenfüllung exakt erreicht werden.



Bild 14. Schubspannung-Scherweg-Verlauf für Sojabohnen.

- a überverfestigte Probe
- b kritisch verfestigte Probe
- c unterverfestigte Probe

Im übrigen zeigen die untersuchten landwirtschaftlichen Körnerfrüchte ein den idealen Schüttgütern analoges Verhalten:

- 1. Es ist zu unterscheiden zwischen drei Verfestigungszuständen der Probe [1], was in **Bild 14** am Beispiel von Sojabohnen gezeigt wird:
 - a) überverfestigter Zustand
 - b) kritisch verfestigter Zustand
 - c) unterverfestigter Zustand.

- 2. Es muß unterschieden werden zwischen zwei inneren Reibungswinkeln:
 - a) Winkel des stationären Fließens (nahezu konstant für alle Spannungen und Dichten)
 - b) Winkel des beginnenden Fließens (abhängig von Spannung und Dichte).

6. Zusammenfassung

Die richtige Anwendung der neueren Grundlagen der Mechanik körniger Haufwerke hat erhebliche Konsequenzen für die Beurteilung von Schergeräten. Die in Frage kommenden Geräte werden in diesem Beitrag systematisch theoretisch und praktisch untersucht, wobei sich ergibt, daß zur Ermittlung des Scherverhaltens landwirtschaftlicher Körnerfrüchte aufgrund der erforderlichen großen Scherwege insbesondere Kreisringschergeräte geeignet sind. Ein großes neuentwickeltes Kreisringschergerät mit der zugehörigen Meß- und Auswertetechnik wird vorgestellt.

Anhand der Versuchsergebnisse von 14 Sorten landwirtschaftlicher Körnerfrüchte kann gezeigt werden, daß sich diese weitgehend wie ideale Schüttgüter verhalten, jedoch folgende Abweichungen zeigen:

- 1. Vor Erreichen der Fließfläche treten schon Dichteänderungen auf, d.h. die elastische Wand reicht nicht bis an die Fließfläche.
- 2. Beim stationären Fließen finden abweichend von idealen Schüttgütern Dichteänderungen statt.

Das grundsätzliche Scherverhalten landwirtschaftlicher Körnerfrüchte wird am Beispiel von Sojabohnen gezeigt. Zum Vergleich aller untersuchten Schüttgüter sind die inneren Reibungswinkel des beginnenden Fließens und des stationären Fließens in tabellarischer Form angegeben.

Verwendete Formelzeichen

m Masse

r

S

- H Probenhöhe
- M Schermoment
- N Druck- bzw. Normalkraft
 - Radius
- S Gesamtscherkraft
- V Volumen
- Scherweg
- s_m mittlerer Scherweg
- a Drehwinkel
- $\gamma/2$ Gleitungswinkel
- $\dot{\gamma}/2$ Gleitungsgeschwindigkeit
- $\dot{\epsilon}$ Dehnungsgeschwindigkeit
- v Dilatationswinkel
- ρ Dichte
- σ Druckspannung
- au Schubspannung
- $\tau_{\rm m}$ mittlere Schubspannung
- φ_i innerer Reibungswinkel des beginnenden Fließens
- φ_{st} innerer Reibungswinkel des stationären Fließens

Schrifttum

Bücher sind durch • gekennzeichnet

- Hoffmann, O.-H. u. Th. Hesse: Funktionsgerechte Gestaltung von Silos f
 ür schwerfließende G
 üter nach dem Jenike-Verfahren. Grundl. Landtechnik Bd. 25 (1975) Nr. 3, S. 65/70 und Nr. 4, S. 116/19.
- [2] Hoffmann, O.-H.: Neuere Grundlagen der Mechanik körniger Haufwerke. Grundl. Landtechnik Bd. 25 (1975) Nr. 2, S. 48/59.
- [3] Jenike, A.N., P.J. Elsey u. R.H. Wooley: Flow properties of bulk solids. Univ. Utah, Engng. Exp. Station, Bull Nr. 95, 1959.
- [4] Schwedes, H.J.: Scherverhalten leicht verdichteter kohäsiver Schüttgüter. Diss. Univ. Karlsruhe 1971.
- [5] Hesse, Th. u. J. Paul: Mehrkomponentenmeßeinrichtung zur direkten Messung von Druck- und Schubbelastungen an Silos. Grundl. Landtechnik Bd. 26 (1976) Nr. 1, S. 5/11.

- [6] Roscoe, K.H.: The influence of strains in soil mechanics, Tenth Rankine Lecture. Geotechnique Bd. 20 (1970) S. 129/70.
- [8] Walker, D.M.: A basis for bunker design. Power Technol. Bd. 1 (1967) S. 228/36.
- [9] Bishop, A.W. u.a.: A new ring shear apparatus and its application to the measurement of residual strength. Geotechnique Bd. 21 (1971) Nr. 4, S. 273/328.
- [10]●*Nadai, A.:* Theorie of flow and fracture of solids. New York: McGraw-Hill, 1950.
- [11] Freye, Th.: Untersuchungen zum Scherverhalten landwirtschaftlicher körniger Haufwerke.
 Diplomarbeit D 126 am Institut für Landmaschinen.
- [12] Schwedes, J.: Shearing behaviour of slightly compressed cohesive granular materials.
 Powder Technol. Bd. 11 (1975) S. 59/67.

Das Reibverhalten von Körnerfrüchten – Eine Schrifttumsübersicht

Von Heinz Dieter Kutzbach und Reinhold Scherer, Stuttgart-Hohenheim*)

Mitteilung aus dem Sonderforschungsbereich 140 – Landtechnik "Verfahrenstechnik der Körnerfruchtproduktion" der Universität Hohenheim

DK 531.7:531.4:633.004.12

Die Kenntnis der physikalischen Stoffeigenschaften ist Voraussetzung für eine wirtschaftliche und funktionsgerechte Gestaltung von Sägeräten, Ernte- und Aufbereitungsmaschinen, Trocknungs- und Förderanlagen sowie von Lagerbehältern. Eine besondere Stellung nimmt dabei die Reibungszahl ein, beeinflußt sie doch maßgeblich alle Lager- und Fördervorgänge in Arbeitsmaschinen und technischen Anlagen.

In der vorliegenden Arbeit werden in einer Bestandsaufnahme die bisher angestellten Untersuchungen und Versuchsergebnisse bei der Ermittlung der Reibungszahl von Körnerfrüchten in einer Übersicht zusammengestellt, um einen Überblick über vorhandene Werte und dabei berücksichtigte Faktoren zu gewinnen.

Über Untersuchungen mit einer eigenen Apparatur wird in einem weiteren Artikel berichtet werden.

1. Einleitung

Für die Konstruktion und den Betrieb von Landmaschinen und landwirtschaftlichen Anlagen spielt die Reibung zwischen Gut und Maschinenelement oder zwischen einzelnen Gutelementen eine entscheidende Rolle. Im Schrifttum liegen zahlreiche Untersuchungen zum Reibungsverhalten von Körnerfrüchten gegenüber verschiedenen Werkstoffen vor. Sie sollen für eine Bestandsaufnahme in einer Übersicht dargestellt und diskutiert werden.

2. Systematische Darstellung bislang verwendeter Versuchsanordnungen

Die im Schrifttum angeführten Versuchsanordnungen zur Bestimmung der Reibungszahl von Körnerfrüchten lassen sich grundsätzlich einteilen in Geräte zur Bestimmung der Reibungszahl der Ruhereibung μ_r und Geräte zur Bestimmung der Reibungszahl der Bewegungsreibung μ . Während die Reibungszahl der Ruhereibung das Reibverhalten beim Übergang aus der Ruhelage in die Bewegungsphase ausdrückt, ist die Reibungszahl der Bewegungsreibung für das Reibverhalten beim Gleiten oder Rollen maßgebend. Nach der Art der Bewegung der Reibfläche unterscheidet man die in Bild 1 dargestellten prinzipiellen Anordnungen von Versuchsgeräten. In Tafel 1 sind die Vor- und Nachteile der verschiedenen Meßanordnungen einander gegenübergestellt. Die Bestimmung der Reibungszahl kann mit Hilfe verschiedener in Bild 2 angegebener Meßgrößen direkt oder indirekt erfolgen. In Tafel 2 sind die bislang verwendeten Anordnungen systematisch dargestellt und die jeweilige Meßgröße aufgeführt.

Die Verfasser danken Herrn Dipl.-Ing. U. Rosenbauer für die im Rahmen seiner Studienarbeiten durchgeführten Literaturrecherchen.

^{*)} Prof. Dr.-Ing. H.D. Kutzbach ist Inhaber des Lehrstuhls für Grundlagen der Landtechnik des Instituts für Agrartechnik der Universität Hohenheim. Dipl.-Ing. R. Scherer ist wissenschaftlicher Mitarbeiter im Sonderforschungsbereich 140 (Fachgebiet Grundlagen der Landtechnik).