

DK 621-231

Übersicht über sämtliche Umlauf- und Schwingbewegungen in Getrieben aus Gelenkvierecken

Von Kurt Hain, Braunschweig-Völkenrode*)

Mitteilung aus dem Institut für landtechnische Grundlagenforschung der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode

In landwirtschaftlichen Maschinen und Geräten spielt das Gelenkviereck als einfachstes, ungleichförmig übersetzendes Getriebe eine große Rolle. Bisher wurden aber in der Hauptsache nur wenige Bewegungsumformungen dieses Getriebes ausgenutzt. Es wird für die verschiedenen Getriebedaten des Gelenkviereckes gezeigt, in welchen und wievielen Gelenken und ideellen Polen die zugehörigen Getriebeglieder umlauffähig sind oder nur hin- und herschwingen können. Daraus wird eine tückenlose Zusammenstellung aller Übertragungsmöglichkeiten eines Gelenkviereckes unter Berücksichtigung der Übertragungsgüte, gekennzeichnet durch den Übertragungswinkel, gezeigt. An einigen Beispielen wird auf Anwendungsmöglichkeiten des Gelenkviereckes hingewiesen.

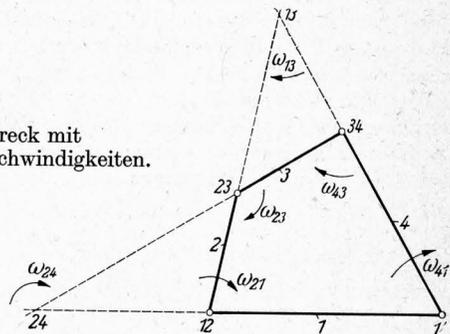
Das Gelenkviereck ist das einfachste aller ungleichförmig übersetzenden Getriebe. Es arbeitet ungleichförmig übersetzend, weil sich sämtliche Bewegungsgesetze während einer Umlaufperiode stetig ändern. Dieses Getriebe hat vier Stäbe mit je zwei Gelenkteilen (binäre Glieder) und vier Drehgelenke.

Nach dem Satz von *Grashof* [1] ist das Gelenkviereck umlauffähig, d. h. eines seiner vier Glieder kann relativ zu seinen beiden benachbarten Gliedern umlaufen. Dieses umlauffähige Glied muß das kürzeste aller vier Glieder und die Summe aus den Längen dieses kürzesten und des längsten Gliedes muß kleiner sein als die Summe der Längen der beiden anderen Glieder. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so gibt es in einem solchen Gelenkviereck nur relative Schwingbewegungen. Für diesen Satz von *Grashof* wurde später ein ausführlicher Beweis von *Burmester* [2] geliefert. Man kann eines der dem kürzesten Glied benachbarten Glieder als Gestell auswählen und erhält dann ein Gelenkviereck, das als Kurbelschwinge bezeichnet wird; denn in diesem Getriebe kann ein im Gestell gelagertes Glied als Kurbel voll umlaufen, während das andere im Gestell gelagerte Glied nur als Schwinge hin- und herdrehen kann. Damit ist es also möglich, eine umlaufende in eine hin- und herschwingende Bewegung umzuformen. Wählt man das kürzeste Glied als Gestell, so laufen beide in diesem Gestell gelagerten Glieder voll um; das Getriebe wird dann als Doppelkurbel bezeichnet. Die dritte Bauform entsteht, wenn man das dem kürzesten Glied gegenüberliegende Getriebeglied als Gestell auswählt. Dann entsteht die sogenannte

Doppelschwinge, weil beide im Gestell gelagerten Glieder nur hin- und herschwingen können, wobei aber das diese beiden Glieder verbindende kürzeste Koppelglied relativ zu seinen benachbarten Gliedern voll umlaufen kann. Die Bezeichnungen dieser Gelenkviereck-Formen entstehen aus der in Gemeinschaftsarbeit vereinbarten Begriffsbestimmung [3], wonach ein im Gestell gelagertes umlauffähiges Glied als Kurbel und ein im Gestell gelagertes, hin- und herschwingendes Glied als Schwinge bezeichnet wird.

Bisher wurde das Gelenkviereck in der Hauptsache als Kurbelschwinge verwendet, wobei das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit des schwingenden Abtriebsgliedes zur Winkelgeschwindigkeit der umlaufenden Antriebskurbel als das kennzeichnende Übersetzungsverhältnis dieses Getriebes gebraucht wird. Im Gelenkviereck gibt es aber insgesamt 15 verschiedene Übersetzungsverhältnisse, d. h., man kann die augenblicklichen

Bild 1. Gelenkviereck mit Relativwinkelgeschwindigkeiten.



Winkelgeschwindigkeiten der vier Getriebeglieder auf 15 verschiedene Möglichkeiten zueinander ins Verhältnis setzen. In der vorliegenden Untersuchung soll gezeigt werden, welche grundsätzlichen Übertragungen hinsichtlich der Schwingwinkel und Kurbelwinkel auftreten, welche neuartigen Gesichtspunkte dabei zu berücksichtigen sind und wie sich daraus neue praktische Anwendungsmöglichkeiten ergeben. Beachtenswert ist hierbei auch die Berücksichtigung der Übertragungsgüte, die beim Gelenkviereck durch die Größe eines einzigen Winkels, des sogenannten Übertragungswinkels, gewertet werden kann.

In vorliegender Untersuchung soll zunächst nur auf die Umlauffähigkeit des Gelenkviereckes und alle daraus folgenden Relativbewegungen eingegangen werden. In einer späteren Arbeit ist geplant, auch die sechsgliedrigen zwangsläufigen Getriebe in gleicher Weise zu behandeln.

*) Verfasser dankt auch an dieser Stelle Herrn *Rudolf Lyk* für die wertvolle Mitarbeit bei der Vorbereitung dieses Aufsatzes.

Ing. Kurt Hain ist Abteilungsleiter im Institut für landtechnische Grundlagenforschung (Direktor: Prof. Dr.-Ing. W. Batel) der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode.

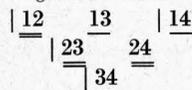
Relativbewegungen im Gelenkviereck

In **Bild 1** hat das Gelenkviereck die vier Glieder 1, 2, 3 und 4, die vier Drehgelenke 12, 23, 34 und 14 (wobei die Doppelziffern jeweils die gelenkige Verbindung benachbarter Glieder kennzeichnen) und außerdem die beiden ideellen Pole 13 und 24, die den augenblicklichen Drehpunkt der Glieder 1 und 3, bzw. 2 und 4 darstellen. Die ideellen Pole ergeben sich als Schnittpunkte der Mittellinien je zweier Getriebeglieder und ändern stetig ihre Lage zu den reellen Gelenken.

Nach **Tafel 1** erhält man durch Paarungsvariation der Getriebegliedziffern die 6 Pole des Gelenkviereckes (es ist ohne Einfluß, welche Ziffer an erster oder zweiter Stelle steht; es wurde immer die kleinere Ziffer vorangestellt). Von den vier Gliedern 1 bis 4 des Gelenkviereckes kann man vier verschiedene Dreiergruppen zusammenstellen, in denen jeweils drei verschiedene dieser vier Ziffern auf die möglichen Arten miteinander gepaart worden sind. Dabei entstehen die in **Tafel 2** aufgeführten vier Polgeraden des Gelenkviereckes. Diese Polgeraden sind in **Bild 1** wieder zu erkennen.

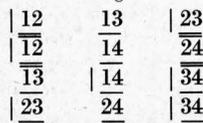
Tafel 1. Pole im Gelenkviereck.

Umlaufpole sind doppelt, Schwingpole einfach unterstrichen. Die reellen Gelenke sind durch einen Vertikalstrich vor der entsprechenden Doppelziffer gekennzeichnet.



Tafel 2. Polgerade im Gelenkviereck.

(Siehe Anmerkungen in Tafel 1.)



Für die Beziehungen der Winkelgeschwindigkeiten auf einer Polgeraden gibt es den Satz von *Burmester* [2], der später von *Beyer* [4] auf vielgliedrige Getriebe ausgeweitet wurde¹⁾: Die algebraische Summe der Winkelgeschwindigkeiten auf einer Polgeraden ist immer Null:

$$\omega_{21} + \omega_{14} + \omega_{42} = 0 \quad (1)$$

Die Gl. (1) bedeutet demnach, daß auf der Polgeraden 12-14-24 die Summe aus den Winkelgeschwindigkeiten des Gliedes 2 relativ zum Glied 1, des Gliedes 1 relativ zum Glied 4 und des Gliedes 4 relativ zum Glied 2 Null sein muß. Bei dieser Gleichung ist zu beachten, daß die drei Indizes so zu verteilen sind, daß jede von ihnen einmal an erster und einmal an zweiter Stelle der Doppelindizes zu stehen kommt. Bezüglich der Anordnung der Indizes ist zu beachten, daß bei ihrer Vertauschung auch ihr Vorzeichen zu ändern ist, also z. B.

$$\omega_{21} = -\omega_{12}; \quad \omega_{14} = -\omega_{41}.$$

Hinsichtlich des Drehsinnes der Winkelgeschwindigkeiten ist es günstig, die Gl. (1) umzuschreiben:

$$\omega_{21} = \omega_{24} + \omega_{41} \quad (2)$$

Setzt man die Winkelgeschwindigkeit des mittleren Poles auf einer Polgeraden, also z. B. die Winkelgeschwindigkeit ω_{21} auf die linke Seite der Gleichung, dann erscheinen auf der rechten Seite die beiden anderen Winkelgeschwindigkeiten so, daß die Fußzeichenziffern auf beiden Seiten der Gleichung in der gleichen Reihenfolge stehen müssen, also die Ziffer 2 an der ersten und die Ziffer 1 an der zweiten Stelle, und daß die dritte Ziffer, also z. B. die Ziffer 4 entsprechend zur Ergänzung der Doppelziffern zu benutzen ist. Wenn die Gleichung nach dieser Regel geschrieben wird, haben die drei Winkelgeschwindigkeiten auch gleichen

¹⁾ Es muß darauf hingewiesen werden, daß diese Zusammenhänge schon vorher bekannt waren:

Aronhold, S.: Grundzüge der kinematischen Geometrie. Verh. d. Ver. z. Förderung d. Gewerbefleißes 51 (1872) S. 129/55;

Kennedy, A. B. W.: Mechanics of machinery. London: Mac Millan 1886.

Drehsinn. Im Gelenkviereck, **Bild 1**, gibt es also noch die folgenden Zusammenhänge

$$\omega_{23} = \omega_{24} + \omega_{43} \quad (3)$$

$$\omega_{23} = \omega_{13} + \omega_{21} \quad (4)$$

$$\omega_{43} = \omega_{41} + \omega_{13} \quad (5)$$

Der Pol 24 gehört zwei verschiedenen Polgeraden an, und deshalb kann man folgende Gleichung aufstellen:

$$\omega_{24} = \omega_{21} + \omega_{14} = \omega_{23} + \omega_{34} \quad (6)$$

Hieraus folgt aber: Die Summe der Winkelgeschwindigkeiten zweier benachbarter Pole ist gleich der Summe der Winkelgeschwindigkeiten der gegenüberliegenden benachbarten Pole.

Bringt man aber sämtliche vier Winkelgeschwindigkeiten auf eine Seite der Gleichung, dann lautet der Satz: Die Summe der Winkelgeschwindigkeiten der vier Gelenke im Gelenkviereck ist immer Null.

Man kann aber auch die folgenden Beziehungen aufstellen:

$$\omega_{24} + \omega_{31} = \omega_{21} + \omega_{34} \quad (7)$$

$$\omega_{24} + \omega_{13} = \omega_{14} + \omega_{23} \quad (8)$$

d. h., die Summe der Winkelgeschwindigkeiten um die ideellen Pole ist gleich der Summe der Winkelgeschwindigkeiten zweier diagonal zueinander liegenden Gelenke.

Umlauf- und Schwingbewegungen

Es läßt sich nun leicht nachweisen, daß die genannten Beziehungen der Winkelgeschwindigkeiten²⁾ auf einer Polgeraden auch für die Winkelbewegungen selbst Geltung haben müssen. **Bild 2** zeigt ein Gelenkviereck mit dem Gestell d, der Kurbel a, der Koppel b und der Schwinde c in zwei verschiedenen Lagen. Die Kurbel a hat dabei relativ zum Gestell d eine Winkelveränderung $\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, die Schwinde c dagegen eine Winkelveränderung $\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1$ erfahren. In der ersten Stellung schließen die Glieder a und c den Winkel γ_1 ein, in der zweiten Stellung den Winkel γ_2 ein. Die Relativwinkelbewegungen zwischen den Gliedern a und c ist also $\gamma_{12} = \gamma_2 - \gamma_1$. Die Winkel φ, ψ und γ bilden in beiden Lagen aber jeweils ein Dreieck

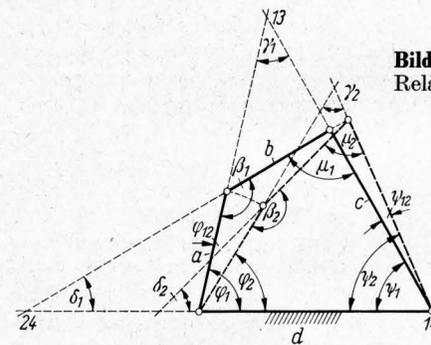


Bild 2. Gelenkviereck mit Relativwinkelrehungen.

und ergeben damit immer die Winkelsumme von 180° , d. h., die Summe aus den Veränderungen der drei Winkel muß nach einer beliebigen Weiterbildung des Gelenkviereckes immer Null sein:

$$\varphi_{12} + \psi_{12} + \gamma_{12} = 0 \quad (9)$$

Es ist hierbei besonders hervorzuheben, daß der Winkel γ als Relativdrehwinkel der Glieder a und c am Pol 13, also am Relativpol der Glieder b und d gemessen wird, daß er aber der Winkelveränderung der Glieder a und c entspricht, also wie die Winkelgeschwindigkeit ω_{24} auch am Pol 24 orientiert werden muß. Die gleichen Beziehungen gelten entsprechend **Bild 2** in Analogie zu den Winkelgeschwindigkeiten auch für die anderen Winkel β, μ und δ des Gelenkviereckes, wobei der Winkel δ die Relativdrehungen der Glieder b und d kennzeichnet. Er wird am Pol 24 gemessen, entspricht aber einer Relativdrehung der Glieder b und d um den Pol 13.

²⁾ Die gleichen Zusammenhänge hat *Grübler* [5] auch für die Winkelbeschleunigungen auf einer Polgeraden gefunden.

Die Winkelbeziehungen im Gelenkviereck sind in **Bild 3** nochmals zusammengestellt worden. Auf der Polgeraden 12-14-24 sind die Winkelbewegungen φ , ψ und γ einander zuzuordnen. Auf der Polgeraden 12-23-13 gehören die Winkelverdrehungen φ , β und δ zueinander. Wenn also auf einer Polgeraden die drei zugehörigen Winkeldrehungen nach jeder beliebigen Bewegung des Gelenkviereckes die Summe Null ergeben müssen, trifft dies auch für eine ganze Bewegungsperiode des Gelenkviereckes, also für einen vollen Umlauf des Gliedes a relativ zum Gestell d zu. Das Glied c schwingt relativ zum Glied d hin und her; es hat während einer Bewegungsperiode einen Differenzwinkel $\psi = 0$ durchlaufen. Damit aber die Summe der drei Winkeldrehungen Null wird, muß das Glied a relativ zum Glied c, gekennzeichnet durch die Winkeldrehung γ , ebenfalls so wie a relativ zu d eine volle Umdrehung von $\gamma = 360^\circ$ im entgegengesetzten Sinne wie a durchlaufen haben. Die zugehörigen Drehrichtungen

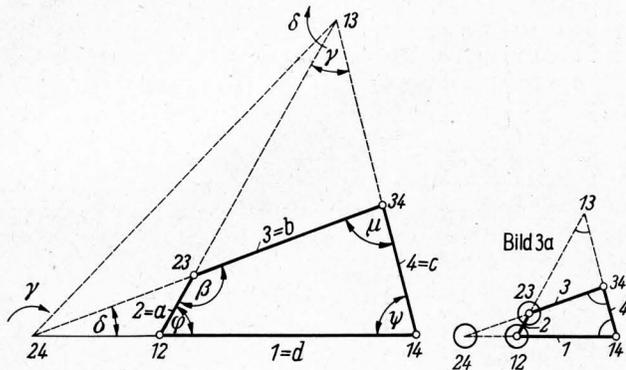


Bild 3. Winkelbeziehungen und Winkelmessungen im Gelenkviereck.

Bild 3a. Umlauffähige und nicht umlauffähige Pole im Gelenkviereck.

ergeben sich in Übereinstimmung mit den Winkelgeschwindigkeiten nach Gleichung (2). Auf der Polgeraden 14-34-13 sind die Winkeldrehungen ψ und μ hin- und herschwingende Bewegungen; nach einer vollen Bewegungsperiode des Gelenkviereckes haben sie also jeweils einen Differenzwinkel Null zurückgelegt, und deshalb kann auch die Winkeldrehung δ , d. h. die Drehung des Gliedes b relativ zu d, nur eine hin- und herschwingende Bewegung sein, damit auch hier die Gesamtdrehung für eine Periode Null wird und dann die Summe der drei Winkeldrehungen ψ , μ und δ Null bleibt. Nach diesen Erkenntnissen läßt sich folgender Satz aufstellen: Ist die durch den Pol auf einer Polgeraden definierte Winkeldrehung eine volle Umlaufbewegung, so muß eine zweite, durch einen anderen Pol der Polgeraden gekennzeichnete Winkeldrehung ebenfalls eine Umlaufbewegung sein, während die dritte Winkeldrehung, gekennzeichnet durch den dritten Pol auf der Polgeraden, nur eine hin- und hergehende Schwingung sein kann. Sind aber auf einer Polgeraden zwei hin- und herschwingende Drehungen bekannt, so kann auch die dritte Winkeldrehung nur eine hin- und herschwingende Bewegung sein. Es ist also unmöglich, daß auf einer Polgeraden nur eine Umlaufbewegung auftritt.

In Bild 3a sind die Umlaufbewegungen in einem dem *Grashof*-schen Satz genügenden Gelenkviereck als Vollkreise um die entsprechenden Pole dargestellt, während die Schwingbewegungen als Kreissegmente um die zugehörigen Pole zu erkennen sind. Infolge der Feststellungen über die Verteilungen von Umlauf- und Schwingbewegungen auf einer Polgeraden läßt sich für das Gelenkviereck nunmehr folgender Satz aufstellen: In einem Gelenkviereck, daß dem *Grashof*-schen Satz genügt, sind zwei benachbarte Gelenke Umlaufgelenke und ein ideeller Pol ein Umlaufpol, wobei dieser letztere auf dem Schnittpunkt zweier Polgeraden durch die Umlaufgelenke liegt. Es kann also niemals ein Gelenkviereck mit nur einem Umlaufgelenk oder mit zwei zueinander diagonal angeordneten Umlaufgelenken geben. Als Umlaufgelenke und als Umlaufpole sollen Gelenke und Pole bezeichnet werden, deren zugehörige Getriebeglieder relativ zueinander Umlaufbewegun-

Tafel 3. Übersetzungsverhältnisse im Gelenkviereck.

Nr.	Übersetzungsverhältnis	Kurbelschwinge Gelenke benachbart	Kurbelschwinge Gelenke diagonal	Doppelkurbel	Doppelschwinge
1	$i_{31}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{31}}$	= -			
2	$i_{41}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{41}}$	= -			
3	$i_{23}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{23}}$			= =	
4	$i_{24}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{24}}$			= =	
5	$i_{34}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{34}}$		= -		
6	$i_{41}^{31} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{41}}$				- -
7	$i_{32}^{31} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{32}}$	- =			
8	$i_{24}^{31} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{24}}$		- =		
9	$i_{34}^{31} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{34}}$				- -
10	$i_{23}^{41} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{23}}$		- =		
11	$i_{42}^{41} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{42}}$	- =			
12	$i_{43}^{41} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{43}}$				- -
13	$i_{42}^{32} = \frac{\omega_{32}}{\omega_{42}}$			= =	
14	$i_{34}^{32} = \frac{\omega_{32}}{\omega_{34}}$	= -			
15	$i_{43}^{42} = \frac{\omega_{42}}{\omega_{43}}$	= -			
		6	3	3	3
		9			
		15			

gen ausführen können. Sind nur Schwingbewegungen möglich, so sollen die Bezeichnungen Schwinggelenke und Schwingpole gelten³⁾.

In Tafel 1 sind die Umlaufpole doppelt und die Schwingpole einfach unterstrichen worden. Die reellen Gelenke sind durch einen Vertikalstrich vor der entsprechenden Doppelziffer gekennzeichnet. Diese Kennzeichnung ist auch in Tafel 2 verwendet worden, und es ergibt sich, daß unter den 4 Polgeraden nur eine einzige vorhanden ist, auf der drei Schwingbewegungen entstehen, während die restlichen drei Polgeraden durch je zwei Umlauf- und eine Schwingbewegung gekennzeichnet sind.

Untersuchungen über die Umlauffähigkeit des Gelenkviereckes sind bereits von *Vaes* [6] angestellt worden, wobei die Geometrie dieses Getriebes im Vordergrund stand. In dieser Untersuchung wurde bereits auf die nichtumlauffähigen Gelenkvierecke und deren Abgrenzung zu den umlauffähigen Gelenkvierecken eingegangen. Da bei den nichtumlauffähigen Gelenkvierecken symmetrische Schwingbewegungen der Getriebe relativ zu ihren benachbarten Gliedern auftreten, ist es zweckmäßig, bei diesen Getrieben Innen- und Außenschwingungen zu unterscheiden [7]. Auf die nichtumlauffähigen Getriebe soll im vorliegenden Rahmen nicht eingegangen werden.

Systematik der Übersetzungsverhältnisse im Gelenkviereck

Das Übersetzungsverhältnis eines Getriebes ist als das Verhältnis zweier Winkelgeschwindigkeiten festgelegt worden. Nach Tafel 1 gibt es 6 Pole im Gelenkviereck; durch deren Doppelziffern ist jeweils die Relativdrehung eines der 4 Getriebeglieder zu einem anderen gekennzeichnet. Bei der Bewegung des Gelenkviereckes gibt es damit 6 verschiedene, sich stetig ver-

³⁾ Das Parallelkurbelgetriebe und die durchschlagenden Gelenkvierecke sind Grenzfälle des *Grashof*-schen Satzes. Sie sollen hier unberücksichtigt bleiben.

ändernde Winkelgeschwindigkeiten, und alle Kombinationsmöglichkeiten dieser 6 Winkelgeschwindigkeiten führen zu insgesamt 15 verschiedenen Übersetzungsverhältnissen. Alle diese Übersetzungsverhältnisse sind in **Tafel 3** systematisch zusammengestellt worden. Jedes Übersetzungsverhältnis i läßt durch die übereinander gestellten, an den Buchstaben i angeführten Doppelfiguren die zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten erkennen; es ist also z. B. $i_{31}^{21} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{31}}$ der Quotient aus den Winkelgeschwindigkeiten ω_{21} und ω_{31} .

In **Tafel 1** wurden durch Doppel- und Einfach-Unterstreichungen die Umlauf- und die Schwingpole gekennzeichnet. Betrachtet man nun jeweils die Bewegungsweiterleitung durch das Getriebe aufgrund der zueinander ins Verhältnis gesetzten Winkelgeschwindigkeiten, so gibt es drei verschiedene Bewegungsweiterleitungen. Die Umwandlung einer umlaufähigen Bewegung in eine Schwingbewegung wird mit Hilfe eines als Kurbelschwinge bezeichneten Getriebes durchgeführt. Die Weiterleitung einer Umlaufbewegung in eine andere z. B. ungleich-

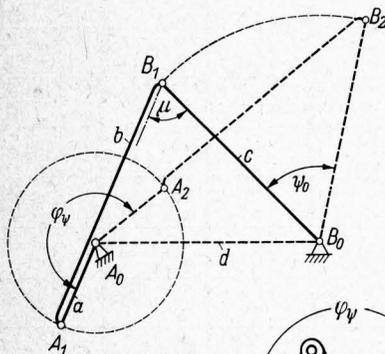


Bild 4. Gelenkviereck als Kurbelschwingelaufend.

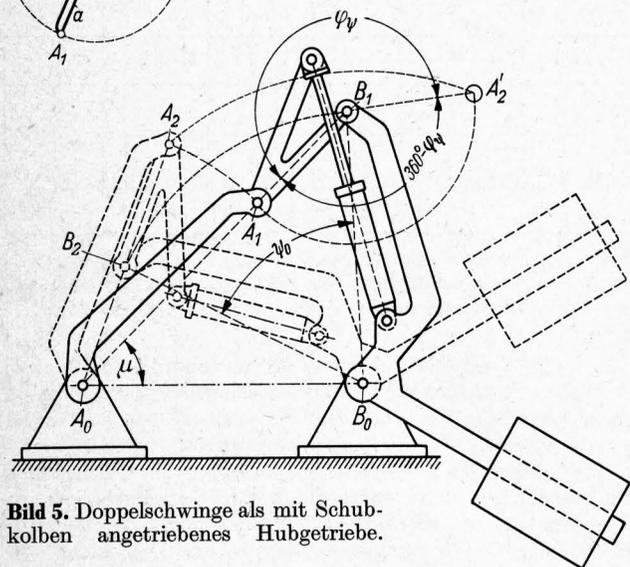


Bild 5. Doppelschwinge als mit Schubkolben angetriebenes Hubgetriebe.

förmig verlaufende Umlaufbewegung erfolgt mit Hilfe eines Doppelkurbelgetriebes. Schließlich gibt es noch die Doppelschwinge, die als umlaufähig bezeichnet werden soll, wenn An- und Abtriebsglied nur hin- und herschwingen können, ein anderes als Koppel auftretendes Glied aber relativ zu seinen benachbarten Gliedern voll umläuft.

Aus **Tafel 3** ist somit ersichtlich, daß es insgesamt 9 Kurbelschwing-, 3 Doppelkurbel- und 3 Doppelschwingen-Weiterleitungen im Gelenkviereck gibt, sofern dieses dem *Grashofschen* Satz genügt. Bei den Kurbelschwingen ist noch zu unterscheiden, ob die Bewegungsweiterleitung zwischen benachbarten oder diagonal zueinander liegenden Polen vorgenommen wird. Danach gibt es 6 Kurbelschwingen für benachbarte und 3 Kurbelschwingen für diagonale Übertragungen. Die zwischen benachbarten Polen arbeitenden Kurbelschwingen sind dadurch zu erkennen, daß die entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten drei, während die Diagonal-Kurbelschwingen vier verschiedene Indexziffern aufweisen. In diesem Sinne sind die Doppelkurbeln und Doppelschwingen im Gelenkviereck immer durch benachbarte Pole gekennzeichnet, und die im Gelenkviereck überhaupt möglichen Diagonalübertragungen wirken immer in Kurbelschwingform.

Kurbelschwingübertragungen zwischen benachbarten Gelenken

Bild 4 zeigt ein Gelenkviereck, dessen Abmessungen dem *Grashofschen* Satz genügen und das als Kurbelschwinge verwendet wird, indem die Kurbel a umläuft und die Abtriebschwinge c um den Winkel ψ_0 hin- und herschwingt. Im allgemeinen durchläuft die Kurbel a verschiedene Winkel für den Hin- und Rückgang der Schwinge c . Als Kurbelwinkel φ_v wird derjenige Anteil der vollen Umdrehung der Kurbel a bezeichnet, den die Kurbel a durchläuft, wenn sie in gleicher Richtung wie die Schwinge c dreht. Im Beispiel von **Bild 4** ist der Kurbelwinkel größer als 180° . Er kann auch gleich oder kleiner als 180° sein. In der Kurbelschwinge nach **Bild 4** kann die Güte der Bewegungsübertragung unmittelbar durch den sogenannten Übertragungswinkel μ ausgedrückt werden. Seine Extremwerte treten auf, wenn sich die Kurbel a mit dem Gestell d bzw. dessen Verlängerung deckt. Bei einem Übertragungswinkel von 180° bzw. 0° ist eine Bewegungsübertragung unmöglich, bei $\mu = 90^\circ$ ist die beste Übertragung vorhanden. Da zur Beurteilung der Übertragungsgüte die Abweichung dieses Winkels von 90° maßgeblich ist, kann z. B. ein Winkel $\mu = 60^\circ$ einem solchen von $\mu = 120^\circ$ gleichgesetzt werden; am einfachsten ist es, wenn man immer den spitzen Winkel aus der Geometrie des Getriebes abnimmt. Für Kurbelschwingen nach **Bild 4** gibt es Kurventafeln [8], aus denen sofort das übertragungsgünstigste Getriebe abgegriffen werden kann, wenn Schwingwinkel und Kurbelwinkel vorgeschrieben sind.

Ein Beispiel mit Ausnutzung der Totlagenwinkel einer Kurbelschwinge zeigt **Bild 5**. Mit Hilfe eines hydraulisch beaufschlagten Kraftheberzylinders soll ein Gewicht gehoben und gesenkt werden, wobei aber sowohl in der oberen als auch in der unteren Endstellung des Kraftheberzylinders zu dessen Entlastung eine Sperrung durch das Getriebe eintreten soll. In der unteren ausgezogenen Stellung ist die Sperrung durch die Strecklage der Hebellagen A_0A_1 und A_1B_1 , in der oberen gestrichelt gezeichneten Lage durch die Decklage der Hebel A_0A_2 und A_2B_2 gewährleistet. Der zum Antrieb dienende Kraftheberzylinder ist zwischen dem Abtriebshebel B_0B und der Koppel AB angeordnet.

Das in **Bild 5** gezeigte Hubgetriebe entspricht mit seinen Abmessungen den *Grashofschen* Bedingungen; es ist aber gegenüber **Bild 4** die kinematische Umkehrung insofern verwendet worden, als das kürzeste Glied AB als Koppel, und das ihm gegenüberliegende Glied A_0B_0 als Gestell verwendet werden. Die Totlagenwinkel bleiben hier die gleichen, wenn man z. B. das Glied B_0B als feststehend annimmt, relativ zu diesem die Kurbel BA umlaufen und das Glied B_0A_0 hin- und herschwingen läßt. Als Kurbelwinkel φ_v muß gemäß der Feststellung zu **Bild 4** derjenige Winkel des kürzesten Gliedes AB relativ zu B_0B eingesetzt werden, der zustande kommt, wenn dieses sich mit der „Schwinge“ B_0A_0 in gleichem Drehsinne bewegt. Den Kurbelwinkel φ_v erhält man durch die Gelenklage A_2 . Diesen Punkt findet man als Schnittpunkt des Kreises um B_0 durch A_2 mit dem Kreis um B_1 und mit A_1B_1 als Halbmesser. In dem Hubgetriebe nach **Bild 5** wird nur der Winkel $360^\circ - \varphi_v$ ausgenutzt. Da er kleiner als 180° ist, kann die hin- und hergehende Antriebsbewegung des Kraftheberzylinders gut weitergeleitet werden. Der Übertragungswinkel im Hubgetriebe nach **Bild 5** bleibt in Übereinstimmung mit **Bild 4** der Winkel μ , das ist der zum Kurbelwinkel φ_v diagonal liegende Winkel im Gelenkviereck.

Kurbelschwingübertragungen zwischen umlaufender Kurbel und schwingender Koppel

Nach **Tafel 3** Nr. 1 entsteht eine Kurbelschwingübertragung, wenn man im Gelenkviereck, das die *Grashofschen* Bedingungen erfüllt, die Kurbel a als umlaufendes Antriebsglied und die Koppel b als hin- und herschwingendes Abtriebsglied benutzt. Da die Koppel b aber jeweils um den seine Lagen dauernd ändernden augenblicklichen Pol 13 dreht, sind die Winkelverdrehungen von b nicht ohne weiteres auf das Gestellglied übertragbar. Für diese Übertragung eignet sich vorzüglich die sogenannte Oldham-Kupplung [9] nach **Bild 6**. Sie besteht aus den in den Lagern 1 umlaufend angeordneten Kupplungsteilen 2 und 4, die je mit einer Nut oder auch mit einem Führungsprisma versehen sind. Zwischen beiden liegt die Kupplungs-

muffe 3, die mit den Körpern 2 und 4 durch je ein Schubgelenk gelenkig verbunden ist. Diese Oldham-Kupplung überträgt die Bewegung von 2 nach 4 bekanntlich immer im mathematisch genauen Übersetzungsverhältnis 1:1, gleichgültig, ob die Achsen der Körper 2 und 4 miteinander fluchten oder aneinander vorbeigehen; beide Achsen müssen nur zueinander parallel bleiben.

Die Oldham-Kupplung entsteht aus der Kreuzschleifenkette [3]. Sie wird auch als Doppelschleife oder umlaufende Kreuzschleife bezeichnet. Dieses Getriebe besteht nach Bild 7 aus dem Gestell 1, den beiden Schleifenhebeln 2 und 4 und dem binären, mit 2 Schubgelenkteilen versehenen Koppelglied 3. Das Übersetzungsverhältnis zwischen den im Gestell gelagerten Schleifenhebeln 2 und 4 als das Verhältnis ihrer Winkelgeschwindigkeiten ist durch die Lage ihres Relativpoles 24 bestimmt [10]. Diesen Pol erhält man als Schnittpunkt zweier Polgeraden nach folgendem Schema



Man muß also jede Ziffer des Poles 24 mit jeweils den anderen Ziffern, die die Getriebeglieder des Getriebes kennzeichnen, paaren und erhält die beiden Polgeraden 12-14 und 23-34. Der Pol 24 muß also auf der Gestellgeraden 12-14 liegen und außerdem auf der Geraden durch die Pole 23 und 34. Da diese beiden letzten Pole aber Relativbewegungen in Schubgelenken anzeigen, liegen sie im Unendlichen, und die Verbindung zweier unendlich ferner Punkte schneidet jede beliebige andere Gerade, also auch die Gestellgerade 12-14 im Unendlichen, so daß der Pol 24 auf 12-14 im Unendlichen liegen muß. Ein unendlich ferner Relativpol bedeutet aber das Übersetzungsverhältnis 1:1, d. h., die Winkelgeschwindigkeit des Schleifenhebels 2 ist immer gleich groß mit derjenigen des anderen Schleifenhebels 4, gleichgültig, welche Entfernung die beiden Gelenke 12 und 14 voneinander haben oder ob sie auch zusammenfallen. Die Oldham-Kupplung ist ein Maschinenelement, das wegen der durch Belastungen im Betrieb vorkommenden Achsverschiebungen auf vielen Gebieten angewendet wird; es stellt somit für die hier vorgeschlagene Anwendung im allgemeinen keinen zusätzlichen Aufwand dar.

Neben der Oldham-Kupplung [12] gibt es aber noch andere querebewegliche Wellenkupplungen [13 bis 15], vor allem muß auf die in großen Serien hergestellten Kreuzgelenke für Gelenkwellen hingewiesen werden [11, 16 bis 23]. In der Landtechnik spielen Kreuzgelenkwellen eine besonders wichtige Rolle [24 bis 26].

In Bild 8 ist ein Gelenkviereck gezeigt, bei dem als umlaufendes Antriebsglied die im Gestell d gelagerte Kurbel a dient. Zur Übergabe der hin- und herschwingenden Bewegung der Koppel b dient eine Oldham-Kupplung, insofern, als ein Schleifenhebel mit der Koppel b fest verbunden ist und der zweite Schleifenhebel im Gestellpunkt F_0 gelagert wird. Auf diese Weise wird eine winkeltreue Übertragung ohne Beeinflussung durch die zusätzlichen Verschiebungen der Koppel auf das Gestell übertragen. Der Abtriebspunkt F_0 kann irgendwie im Gestell angeordnet sein; man wird ihn allerdings so legen, daß die geringsten Geradverschiebungen in den Teilen der Oldham-Kupplung auftreten, um damit zu deren kleinsten Abmessungen zu kommen. Die Bewegungsverhältnisse mit der Durchleitung nach Bild 8 lassen sich sehr einfach mit Hilfe eines abgewandelten Getriebes durch Gliedervertauschung übersehen [27 bis 30]. In Bild 9 ist das Gelenkviereck nach Bild 8 mit den Getriebegliedern a, (b), (c) und d zu erkennen. Zeichnet man zu (b) und (c) die Parallelen b und c, so erhält man ein neues Gelenkviereck a, c, b, d mit vertauschten Gliedern, in dem aber die Glieder c und b mit den gleichen Winkelbewegungen, Winkelgeschwindigkeiten und auch Winkelbeschleunigungen laufen, wie die Glieder (c) und (b) im Ursprungsgetriebe. Auf diese Weise kann man auch die Grenzlagen des Schwinghebels b im abgewandelten Getriebe sehr leicht mit Hilfe der Längen a und c bestimmen und erhält damit den Schwingwinkel δ_0 des Hebels b und den Kurbelwinkel φ_δ der Kurbel a. Der Schwingwinkel δ_0 muß auch Gültigkeit behalten für die Koppel b des Getriebes nach Bild 8. Da in Bild 9 die Kurbel a und die hier verwendete Koppel c in den Totlagen jeweils in einer gemeinsamen Geraden liegen, müssen im Ur-

sprungsgetriebe nach Bild 8 die Lagen a_1 und c_1 sowie die Lagen a_2 und c_2 parallel zueinander sein. Der Übertragungswinkel μ liegt im abgewandelten Getriebe, Bild 9, zwischen den Gliedern c und b; er behält seine Lage und seine Bedeutung auch im Ursprungsgetriebe nach Bild 8. Dies bedeutet aber: Die Grenzlagen der hin- und herschwingenden Koppel b einer Kurbelschwinge entstehen dann, wenn die Kurbelschwinge sich in ihren Parallellagen befindet, d. h., wenn jeweils die Kurbel a und die Abtriebschwinge c zueinander parallel sind. Der den Grenzlagen der Koppel b zugeordnete Kurbelwinkel der Antriebs-

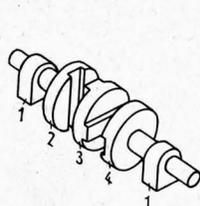


Bild 6. Oldham-Kupplung für winkeltreue Übertragung bei querverschobenen An- und Abtriebswellen.

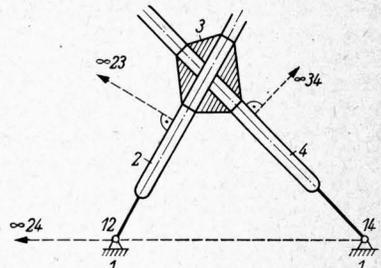


Bild 7. Doppelschleife (umlaufendes Kreuzschleifengetriebe) als Grundgetriebe der Oldham-Kupplung.

kurbel ist damit als der Winkel der Kurbellagen zwischen den Parallellagen der Kurbelschwinge gekennzeichnet. Der Übertragungswinkel μ behält wie in jeder Kurbelschwinge seine Bedeutung.

Es sei darauf hingewiesen, daß in der Doppelschleife (Oldham-Kupplung) wegen der Schubgelenke des Kreuzschiebers der Übertragungswinkel immer seinen Bestwert von 90° behält.

Der Vorteil der Schwingbewegungserzeugung mit Hilfe der Koppel eines Gelenkviereckes liegt darin, daß man z. B. den Drehpunkt F_0 , Bild 8, an dem im Gestell die Schwingbewegung abgenommen wird, während der Bewegung des Gesamtgetriebes

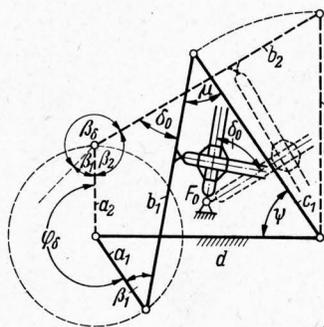


Bild 8. Umwandlung der umlaufenden Bewegung der Kurbel a einer Kurbelschwinge in die hin- und herschwingende Bewegung der Koppel b.

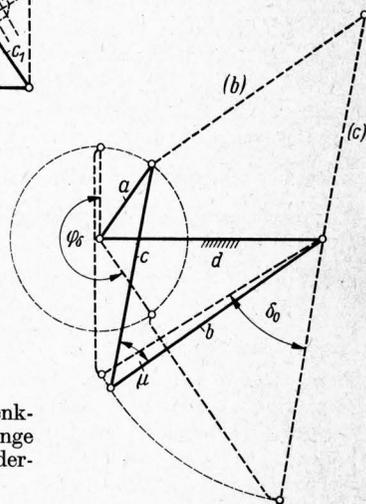


Bild 9. Abgewandeltes Gelenkviereck der Kurbelschwinge nach Bild 8 durch Gliedervertauschung.

beliebig verstellen kann; der Schwingwinkel des in ihm gelagerten Schleifenhebels bleibt immer in seiner Größe bestehen. Man kann aber auch den Drehpunkt des Schwinghebels c während des Ganges beliebig verstellen und erhält damit veränderliche Schwingwinkel im Abtriebsgestell F_0 . Verdreht man während des Ganges des Getriebes die Gestellgerade d um den Drehpunkt der Antriebskurbel a, so bleiben der Schwingwinkel δ_0 und auch der Kurbelwinkel φ_δ in ihrer Größe erhalten; es ändern sich nur die Absolutzeitpunkte der Umkehr des in F_0 gelagerten Abtriebschleifenhebels. Damit ist also bei gleichförmig umlaufender

Kurbel a die stufenlose Anpassung einer Schwingbewegung an geforderte Arbeitsbedingungen bei Erhaltung des Schwingwinkels und der Zeiten für Hin- und Rückgang möglich. Die Lösung dieses Problems ist deshalb wichtig, weil im allgemeinen bei Getriebeverstellungen nur schwierig zu vermeidende Änderungen sämtlicher Bewegungsgesetze auftreten [31].

In Bild 8 ist außerdem noch die Kurbelschwingenübertragung nach Nr. 7 der Tafel 3 eingetragen worden:

$$i_{31}^{32} = \frac{\omega_{31}}{\omega_{32}}$$

In praktischer Hinsicht bedeutet dies die Erzeugung einer umlaufenden Antriebsbewegung zwischen der Koppel b und der Kurbel a z. B. dadurch, daß man einen Elektromotor an der Koppel b befestigt und von ihm aus die Kurbel a umlaufend antreibt. Wenn auch hier die Schwingbewegung der Koppel b als Abtrieb benutzt werden soll, bleiben die Totlagenstellungen, nämlich die Parallellagen des Gelenkviereckes erhalten; es

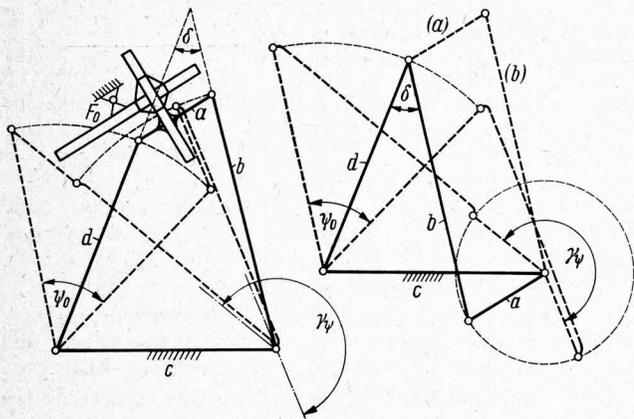


Bild 10. Umlauffähige Doppelschwinge mit Grenzlagen des Gliedes d.

Bild 11. Abgewandeltes Getriebe nach Bild 10 durch Gliedervertauschung.

ändert sich lediglich der zuzuordnende Kurbelwinkel zwischen den Gliedern b und a. In der Getriebe Lage 1 schließen die Lagen a_1 und b_1 den Winkel β_1 , in der Stellung 2 die Lagen a_2 und b_2 den Winkel β_2 ein. Der Ergänzungswinkel zu 360° zur Summe aus beiden ergibt den Kurbelwinkel β_δ , das ist der Winkel, den die Kurbel a relativ zur Koppel b zurücklegt, wenn sich die Koppel b zwischen ihren Grenzlagen bewegt hat. Der Übertragungswinkel für diese Bewegungsart ist durch den Winkel ψ , der von der Schwinge c und dem Gestell d eingeschlossen wird, definiert. Die Extremwerte dieses Winkels erhält man in den Grenzlagen des Gliedes c, wenn also die Koppel b und die Kurbel a sich je in einer Deck- und Strecklage befinden.

Kurbelschwingenübertragungen zwischen umlaufender Koppel und Gestellschwinge

Nach Tafel 3 gibt es die Übersetzungsverhältnisse 11 und 15:

$$i_{42}^{41} = \frac{\omega_{41}}{\omega_{42}}; \quad i_{43}^{42} = \frac{\omega_{42}}{\omega_{43}}$$

d. h., in einem dem *Grashof'schen* Satz genügenden Gelenkviereck, Bild 1 und 2, werden die Umlauffähigkeit des kürzesten Gliedes 2 relativ zu seinem gegenüberliegenden Glied 4 als umlaufende Antriebsbewegung ω_{42} und die Schwingbewegungen der Hebel 1 und 3 relativ zum Glied 4 (ω_{41} und ω_{43}) als Abtriebschwingbewegungen benutzt. Bei der Wahl des dem kürzesten Glied a gegenüberliegenden Gliedes c als Gestell entsteht die Doppelschwinge entsprechend **Bild 10**. Man kann nun einen in einem beliebigen Gestellpunkt F_0 gelagerten Schleifenhebel einer Oldham-Kupplung als gleichförmig umlaufendes Antriebsglied benutzen und über den Kreuzschieber die Koppel a der Doppelschwinge gleichförmig umlaufend antreiben. Der zweite Schleifenhebel der Oldham-Kupplung ist also mit der Koppel a fest verbunden und beschreibt mit dieser auch deren Koppelbewegungen.

Die Bewegungsverhältnisse des Getriebes nach Bild 10 lassen sich wiederum besser überschauen, wenn man in **Bild 11** die

Getriebeglieder a und b mit den Gliedern (a) und (b) des Ursprungsgetriebes durch Parallelenziehen vertauscht. Es sind dann sämtliche Relativbewegungen zwischen gleichnamigen Getriebegliedern unverändert geblieben. Im Bild 11 hat man also in einer Kurbelschwinge eine im Gestell gelagerte, umlaufende Kurbel a und den Abtriebshebel d, der um einen Schwingwinkel ψ_0 hin- und herschwingt. Seine Grenzlagen werden wieder in der üblichen Weise durch die Streck- und Decklagen der Hebel a und b gefunden. Damit ergeben sich aber auch der Kurbelwinkel γ_ψ und der Übertragungswinkel δ zwischen den Gliedern b und d.

Geht man nun in das Ursprungsgetriebe, Bild 10, zurück, so kann man folgenden Satz aufstellen: Beim umlaufenden Antrieb der Koppel einer Doppelschwinge liegt der „Kurbelwinkel“ dieser Koppel zwischen den Lagen desjenigen im Gestell gelagerten schwingenden Hebels, der mit der Koppel je eine Deck- und eine Strecklage einnimmt, wenn sich der andere im Gestell gelagerte Hebel in seinen den Schwingwinkel einschließenden Grenzlagen befindet. Der Übertragungswinkel wird von den beiden im Gestell gelagerten, hin- und herschwingenden Hebeln eingeschlossen.

Im Bild 10 ergibt sich damit also der Schwingwinkel ψ_0 des Gliedes d, der Kurbelwinkel γ_ψ der Koppel a und der Übertragungswinkel δ zwischen den Gliedern b und d.

Die gleichen Betrachtungen gelten für das gleiche Getriebe, wenn der Schwingwinkel μ_0 des Gliedes b und der zugehörige „Kurbelwinkel“ γ_μ der Koppel a bei gleichförmigem Antrieb dieser Koppel zu bestimmen sind.

Bild 12 zeigt das Doppelschwingegetriebe mit den Grenzlagen des Hebels b und **Bild 13** das abgewandelte Getriebe mit den vertauschten Gliedern a und d. Im Bild 13 findet man also den Kurbelwinkel γ_μ , den Schwingwinkel μ_0 und den Übertragungswinkel δ ; diese 3 Winkel sind im Ursprungsgetriebe, Bild 12, wiederzuerkennen, und der für die Bilder 10 und 11 festgelegte Satz behält auch für diese Totlagenwinkel seine Gültigkeit. Bezüglich des Übertragungswinkels δ ist zu bemerken, daß dieser bei der Doppelschwinge niemals Null werden kann, weil

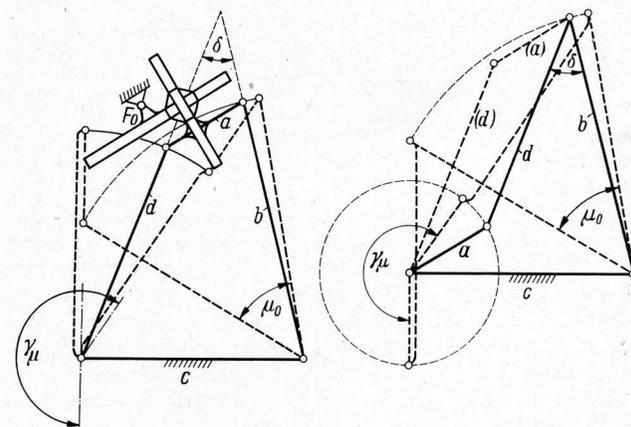


Bild 12. Umlauffähige Doppelschwinge mit Grenzlagen des Gliedes b.

Bild 13. Abgewandeltes Getriebe nach Bild 12 durch Gliedervertauschung.

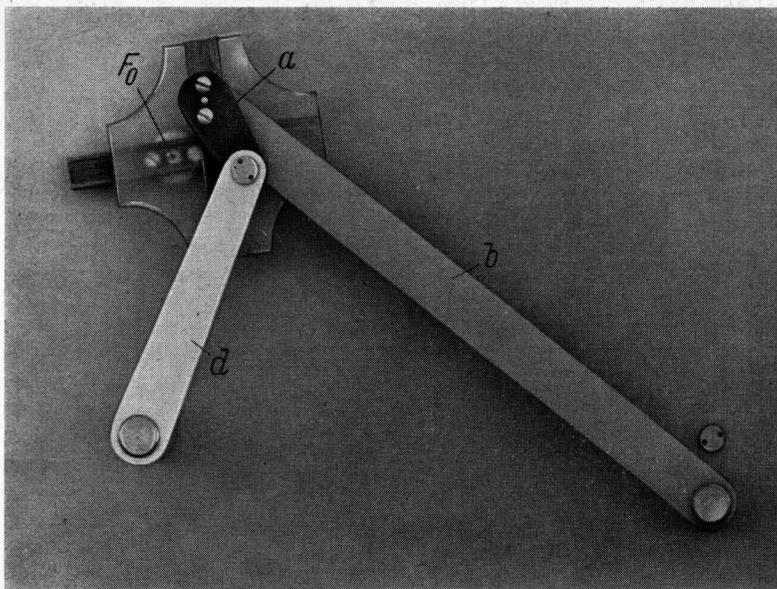
die Glieder d und b in keiner Getriebebestellung eine zueinander parallele Lage einnehmen können. Bei der Kurbelschwinge können die im Gestell gelagerten Glieder a und c, vergleiche Bild 8, parallel zueinander liegen; in diesen Lagen ist der augenblickliche Pol als Schnitt der Glieder b und d ins Unendliche gewandert, Bild 2, es liegt damit eine augenblickliche Parallelverschiebung der Koppelenebene b vor, und der Übertragungswinkel δ ist Null. Damit ist der Übertragungswinkel für den Koppelantrieb nochmals als zutreffend zu bezeichnen; denn bei der Schubbewegung einer Ebene ist es auch bei Verwendung der Oldham-Kupplung unmöglich, eine Drehbewegung einzuleiten. In den abgewandelten Getrieben, Bild 11 und 13, treten die Extremwerte des Übertragungswinkels δ dann auf, wenn sich die Kurbel a mit der Gestellgeraden c oder deren Verlängerung

Bild 14. Modellbild einer Doppelschwinge mit umlaufendem Koppelantrieb.

deckt. Im Ursprungsgetriebe bedeutet dies aber, daß die Extremwerte von δ in den Parallellagen von a und c abzugreifen sind. Im **Bild 14** ist die Modellausführung dieser Doppelschwinge mit umlaufendem Koppelantrieb zu erkennen.

Bild 15 und 16 zeigen das Beispiel eines umlaufenden Koppelantriebes an einem Aufsattel- bzw. Anhängepflug. Hier dient die Koppel a einer Doppelschwinge als Antriebsglied des Hubgetriebes. In **Bild 15** ist die ausgehobene, d. h. die Transportstellung, in **Bild 16** die abgesenkte, d. h. die Arbeitslage des Pfluges, zu erkennen. Dieses Hubgetriebe ist mit einem Kupplungsautomaten ausgerüstet, der dazu dient, mit Hilfe eines Bandzuges die Koppel a für den Hubvorgang mit dem Laufrad des Pfluges fest zu verbinden. Beim eigentlichen Hubvorgang, d. h. beim Übergang von der Arbeitsstellung in die Transportstellung, treibt das Laufrad über die Koppel a die Doppelschwinge von einer Totlage in die andere an, und der Achsarm b wird relativ zum Pflugrahmen um einen bestimmten Winkel im Gegenuhrzeigersinne verschwenkt, wodurch der gesamte Pflugrahmen relativ zum Erdboden gehoben wird. In der Nähe der Totlage wird die feste Verbindung zwischen Bodenrad und Koppel a gelöst, die Transportstellung bleibt bei unabhängig rollendem Rad erhalten. Beim Senkvorgang fällt der gesamte Pflugrahmen durch sein Eigengewicht wieder in die andere Totlage, d. h. in die Arbeitsstellung. Die Hubhöhe, und damit die Arbeitstiefe, kann durch Veränderung der Gestelllänge c mit Hilfe eines durch Zahnbogen verriegelbaren Verstellhebels verändert werden. Das Doppelschwingegetriebe ist in diesem Beispiel nur als Teilgetriebe eines mehrgliedrigen Getriebes aufzufassen [32], da auch der Pflugrahmen selbst, die Bodenoberfläche und das ziehende Fahrzeug zur Erfassung aller Relativbewegungen als Getriebeglieder anzusehen sind. Schwingwinkel, Kurbelwinkel und Übertragungswinkel behalten aber auch in diesem Beispiel ihre Gültigkeit entsprechend Bild 10 bis 13.

Für die Getriebetechnik der ungleichförmig übersetzenden Getriebe wird es in Zukunft notwendig werden, genau wie auf anderen Gebieten, z. B. im Zahnradgetriebebau, Baueinheiten zu schaffen, die in geometrisch gestuften Reihen bestimmte Bewegungs- und Kräfteumformungen für oft wiederkehrende Zwecke erfüllen können. Die am meisten zu erfüllende Aufgabe ist die Umwandlung umlaufender Bewegungen in hin- und hergehende Schwingbewegungen, wobei es zweckmäßig ist, die Daten der Abtriebsbewegungen in gewissen Grenzen möglichst während des Ganges stufenlos verstellen zu können. Für solche Zwecke eignet sich wegen der dabei möglichen gedrängten



Bauart z. B. der umlaufende Koppelantrieb einer Doppelschwinge. Läßt man eines der im Gestell hin- und herschwingenden Glieder unendlich lang werden, so entsteht die Schubswinge entsprechend dem Schema in **Bild 17** mit dem Gleitstein d, der in einem Gestellschieber c hin- und hergleitet. Der umlaufende Antrieb erfolgt im Gestellpunkt F_0 über die Schleifenhebel f und h einer Oldham-Kupplung; das umlaufende Koppelglied a ist also Antriebsglied der Schubswinge, der Schwinghebel b hin- und herschwingendes Abtriebsglied. Geht die Geradschubrichtung des Gelenkpunktes A durch den Gestellpunkt B_0 des Abtriebshebels b, so liegt eine zentrische Schubswinge vor, und der Kurbelwinkel des umlaufenden Koppelgliedes a ist immer 180° . Bei der Verstellung durch Schwenken der Gleitbahn c um irgendeinen Drehpunkt V_0 tritt sofort eine Abweichung des Kurbelwinkels von 180° und eine Änderung des Schwingwinkels ψ_0 des Abtriebsgliedes b ein.

In **Bild 18** ist eine mögliche konstruktive Ausbildung des Kurbelschwingegetriebes nach Bild 17 in geschlossener Bauform gezeigt. Im Gehäuse ist der Antriebsmotor M mit der Zahnradübersetzung z_1 und z_2 angeordnet. Das Rad z_2 dreht um die exzentrisch zur Abtriebsachse B_0 liegende Achse und ist mit dem als Scheibe ausgebildeten Antriebsschleifenhebel f fest verbunden. Zwischen diesem Hebel und dem mit der umlaufenden Koppel a fest verbundenen, ebenfalls als Scheibe ausgeführten Schleifenhebel h bewegt sich die Oldham-Koppel k. Der die Gelenke A und B umfassende Doppelzylinder stellt eine doppelte Zapfenerweiterung dar. Da die Teile der Oldham-Kupplung als Ringkörper angeordnet werden können, ist es möglich, die Abtriebswelle B_0 doppelseitig zu lagern und damit den Abtrieb auf der rechten oder linken Seite des Getriebegehäuses abzunehmen.

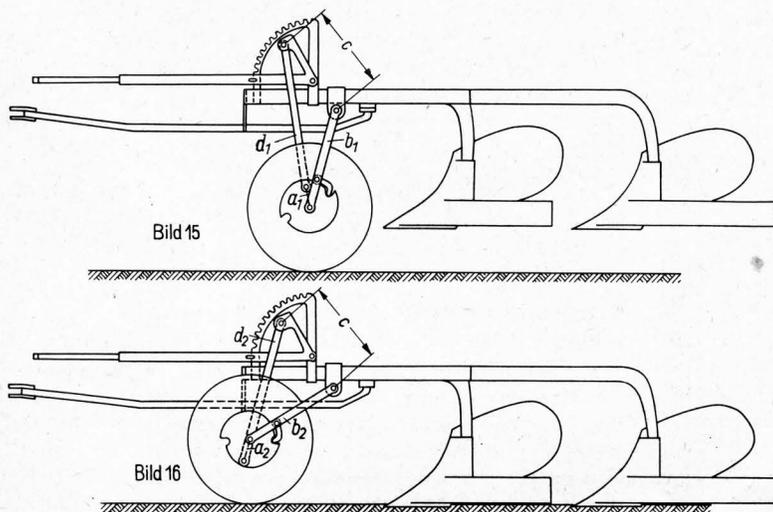


Bild 15 und 16. Hubgetriebe eines Anhängepfluges als Doppelschwinge mit durch Bodenrad verwirklichtem Koppelantrieb.

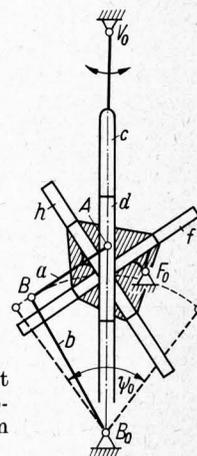


Bild 17. Schubswinge mit umlaufender Antriebskoppel a und schwingendem Abtriebshebel b.

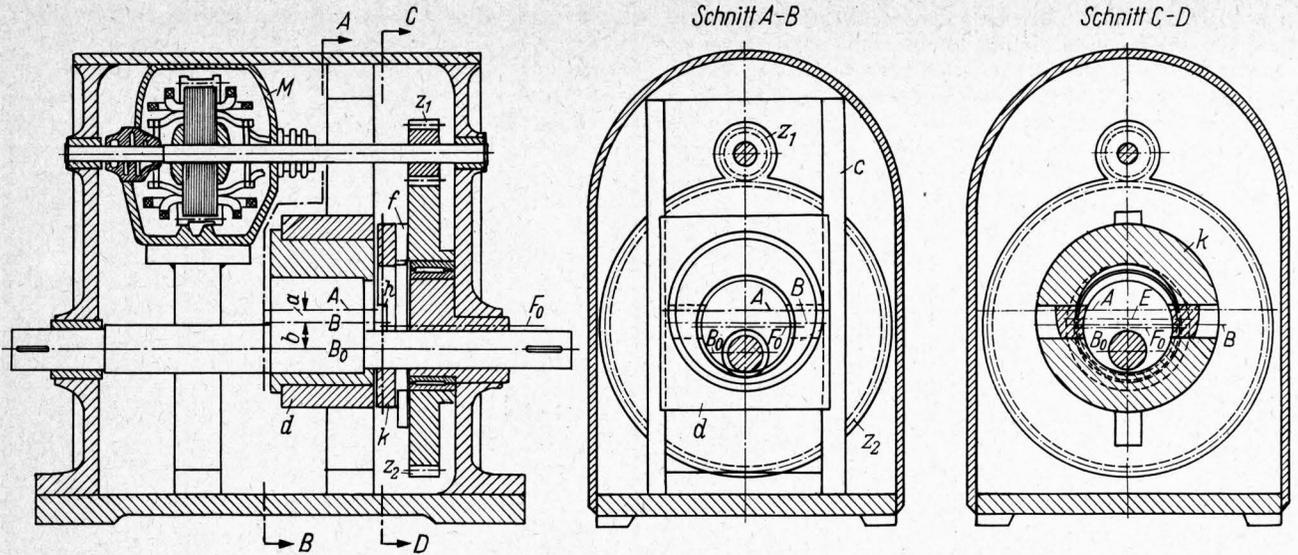


Bild 18. Geschlossene Bauform der Schubschwinge nach Bild 17.

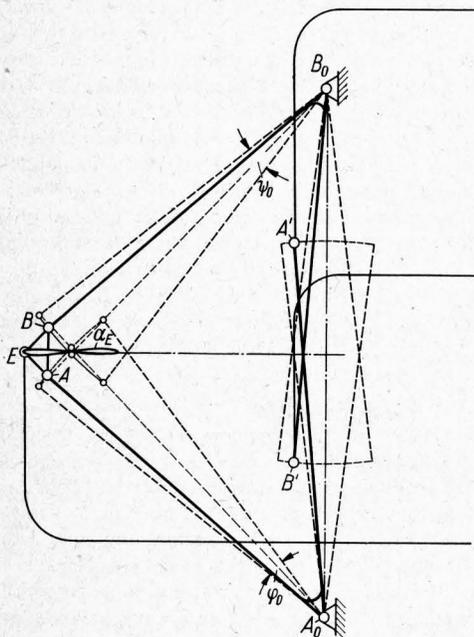


Bild 19. Doppelschwinge mit umlaufendem Koppelantrieb zur Erzeugung einer Dreifach-Schwingbewegung.

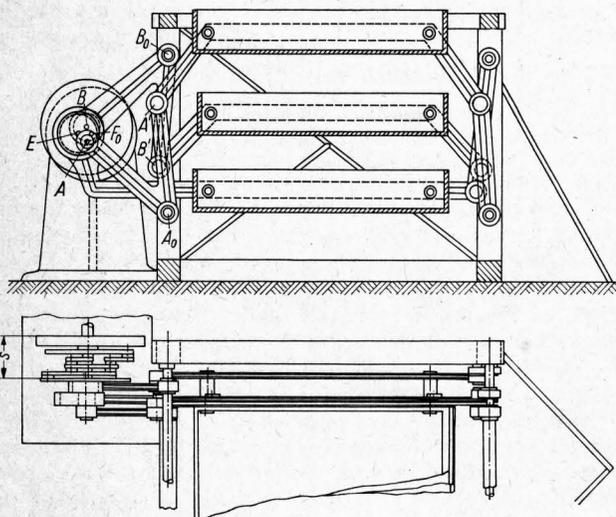


Bild 20. Verwendung der Doppelschwinge für ein Dreifach-Schwingensieb mit zueinander phasenverschobenen Schwingbewegungen.

Die in Bild 17 schematisch angedeutete Verstellmöglichkeit ist in Bild 18 unberücksichtigt geblieben. Sie läßt sich konstruktiv leicht verwirklichen.

Der umlaufende Koppelantrieb der Doppelschwinge eignet sich vorzüglich für Aufgabenstellungen, bei denen von einem Antriebsglied aus gleichzeitig mehrere Abtriebschwingbewegungen erzeugt werden sollen. In **Bild 19** ist eine Doppelschwinge $A_0AB B_0$ dargestellt. Die Koppel AB wird über eine querbewegliche Kupplung umlaufend angetrieben. Hierbei schwingen die beiden im Gestell gelagerten Hebel A_0A und B_0B mit einer bestimmten Phasenverschiebung mit den Schwingwinkeln φ_0 und ψ_0 hin und her. Gleichzeitig kann man aber in der Ebene der Koppel AB noch einen Koppelpunkt E aussuchen, der auf seiner Koppelkurve α_E eine zu diesen beiden erwähnten Schwingbewegungen nochmals phasenverschobene Hin- und Herbewegung ausführt. Damit ist es also möglich, mit einem einfachen viergliedrigen Getriebe (wenn die querbewegliche Kupplung nicht als besonderes Getriebe angerechnet wird) drei verschiedene zueinander phasenverschobene Abtriebsbewegungen zu erzeugen. Ein Beispiel für diese Bewegungsart zeigt das Dreifach-Schwingensieb nach **Bild 20**. Jedes dieser drei Schwingensiebe soll phasenverschoben zueinander hin- und herbewegt werden. Zur Verwirklichung einer Parallelbewegung sind sie jeweils als Koppel in einem Parallelkurbelgetriebe vorgesehen worden, und eine Kurbel jedes dieser Parallelkurbelgetriebe wird dann von den drei Gliedern A_0A , B_0B und AB des in Bild 19 gezeigten Doppelschwinggetriebes über die Gelenke A' , B' und E bewegt. In Bild 20 wurden die mit Bild 19 übereinstimmenden Bezeichnungen eingetragen. Die Gelenke A , B und E sind in einem Doppelpunkt vereinigt worden.

Als querbewegliche Kupplung wurde im Beispiel des Bildes 20 die sogenannte Kärgerkupplung vorgesehen. Sie besteht nach Bild 21, ähnlich wie die Oldham-Kupplung, aus je einer Antriebs- und Abtriebscheibe 2 und 8. Hier dient aber jede dieser beiden Scheiben als Getriebsglied für je ein Parallelkurbelgetriebe 2-3-5-4 und 5-6-8-7, und beide Parallelkurbelgetriebe sind an einem Zwischenstück 5 angelenkt, das dem Kreuzschieber der Oldham-Kupplung entspricht. Auch bei der Kärgerkupplung ist eine mathematisch genaue, winkeltreue Übertragung im Verhältnis 1:1 bei jeder beliebigen Verschiebung der Abtriebscheibe zueinander gewährleistet, so daß bei fester Verbindung der Scheibe 8 mit der Koppel AB der Doppelschwinge (Bild 19 und 20) diese Koppel umlaufend angetrieben werden kann.

Diagonal-Kurbelschwingübertragungen im Gelenkviereck

Nach Tafel 3 gibt es drei verschiedene Diagonal-Kurbelschwingübertragungen, davon die Übertragungen Nr. 5 und 10 zwischen den Gelenken des Gelenkviereckes. Auf Diagonal-Bewegungsumformungen ist im Schrifttum bereits mehrfach eingegangen worden [33 bis 36]. Die Übertragung Nr. 5 (entsprechend Tafel 3) bedeutet, Bild 3, daß die Drehung der Kurbel a

relativ zum Gestell d als Antriebsbewegung und die Schwingung der Koppel b relativ zur Schwinde c als Abtriebsbewegung ausgenutzt werden sollen. Wie bereits erwähnt, entstehen die Extremwerte des durch das Gelenk 34 gekennzeichneten Schwingwinkels μ , wenn die Kurbel a in ihre Deck- und Strecklage mit dem Gestell d kommt. Zwischen diesen beiden Lagen hat die Kurbel einen Winkel von 180° durchlaufen. Als Übertragungswinkel gilt hierbei der Winkel μ , der also auch gleichzeitig als Abtriebswinkel benutzt wird.

Die zweite Diagonal-Bewegungszuordnung zwischen Gelenken des Gelenkviereckes entsteht nach Nr. 10 der Tafel 3, d. h., in Übereinstimmung mit Bild 3 ist hier die Relativ-Umlaufbewegung der Koppel b relativ zur Kurbel a als Antriebsbewegung anzusehen, und die Schwingbewegung des Gliedes c relativ zum Gestell d stellt die Abtriebsbewegung dar. Die Grenzlagen des Gliedes c relativ zum Gestell d erhält man durch die Deck- und Strecklagen der Glieder a und b. Da in beiden Lagen a und b auf einer gemeinsamen Geraden liegen, hat hier also auch die Kurbel a relativ zu b jeweils einen Kurbelwinkel von 180° durchlaufen. Als Übertragungswinkel gilt der zum Antriebswinkel β diagonal liegende Winkel ψ , der gleichzeitig auch Abtriebswinkel ist.

Aus den beiden Diagonalübertragungen läßt sich somit folgendes feststellen: Bei Kurbelschwing-Diagonalübertragungen zwischen den Gelenken des Gelenkviereckes ist der Kurbelwinkel immer 180° ; der Abtriebswinkel stimmt mit dem Übertragungswinkel überein.

Kurbelschwingübertragungen mit Umlauf- und Schwingbewegungen zwischen gegenüberliegenden Gliedern des Gelenkviereckes

Nach Bild 3a stellt in einem den *Grashof'schen* Satz genügenden Gelenkviereck der augenblickliche Pol 24 eine Umlaufbewegung, der augenblickliche Pol 13 eine Schwingbewegung dar. Benutzt man also die Relativbewegung zwischen den Gliedern 2 und 4 als umlaufende Antriebsbewegung, so erhält man eine Kurbelschwingübertragung, wenn man die Schwingbewegung zwischen den gegenüberliegenden Gliedern 1 und 3 als Abtriebsbewegung verwendet. Diese Bewegungsübertragungsmöglichkeit ist im Schema von Bild 22 mit Verwendung zweier Oldham-Kupplungen dargestellt. In der Ebene des Hebels c ist das Antriebsgelenk F in irgendeiner Lage angeordnet. Um dieses Gelenk dreht sich der umlaufende Antriebsschleifenhebel der Oldham-Kupplung, deren zweiter Schleifenhebel mit der Kurbel a fest verbunden ist. Die zweite, nämlich die Abtriebs-Oldham-Kupplung, hat einen mit der Koppel b fest verbundenen und einen zweiten um den Gestellpunkt F_0 schwingenden Schleifenhebel.

Zur Festlegung der Totlagenwinkel des Getriebes nach Bild 22 wurde das Getriebe nach Bild 23 mit den vertauschten Gliedern b und c gezeichnet. Wenn der Antrieb zwischen den Gliedern a und c und der Abtrieb zwischen den Gliedern b und d liegen

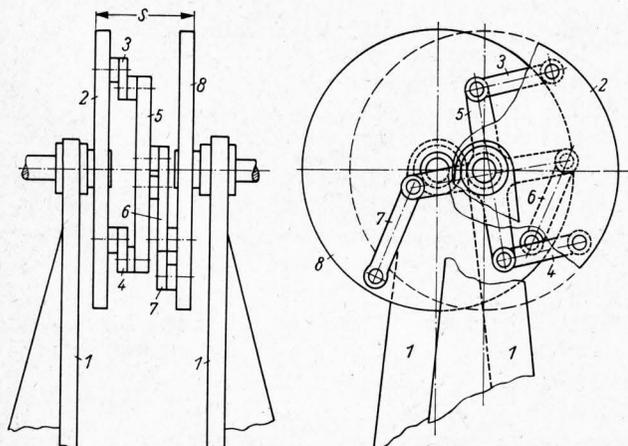


Bild 21. Querbewegliche Kärgerkupplung zum Antrieb des Schwingsiebes nach Bild 20.

sollen, entsteht im Getriebe mit vertauschten Gliedern, Bild 23, eine Diagonalwinkelzuordnung der bereits oben beschriebenen Art. Es ist nämlich der Umlaufwinkel (γ) dem Schwingwinkel (δ) zuzuordnen. Durch die parallelen Linien in Bild 23 sind sofort die Übereinstimmungen dieser Winkel mit und ohne Klammerbezeichnung zu erkennen. Aus dem Getriebe mit vertauschten Gliedern, Bild 23, ist aber weiterhin abzulesen, daß auch im Grundgetriebe, Bild 22, der Kurbelwinkel γ_δ ohne Rücksicht auf die Abmessungen des Gelenkviereckes immer 180° sein muß. Die Totlagenstellungen im Ursprungsgetriebe, Bild 22, treten auf, wenn das Gelenkviereck sich in seinen Parallellagen befindet, d. h. also, wenn jeweils die Kurbel a und die Schwinde c zueinander parallel sind. Der Abtriebsschwingwinkel δ_0 wird in diesen Getriebestellungen von den Lagen der Koppel b eingeschlossen; er entspricht mit mathematischer Winkeltreue dem Schwingwinkel des im Gestellpunkt F_0 gelagerten Schleifenhebels.

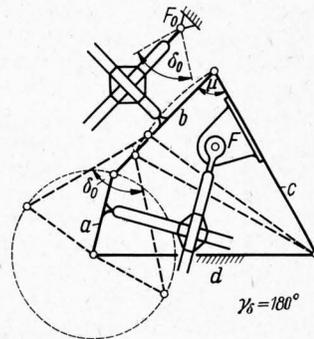


Bild 22. Gelenkviereck mit Kurbelschwingübertragung mit An- und Abtriebsbewegung zwischen gegenüberliegenden Gliedern.

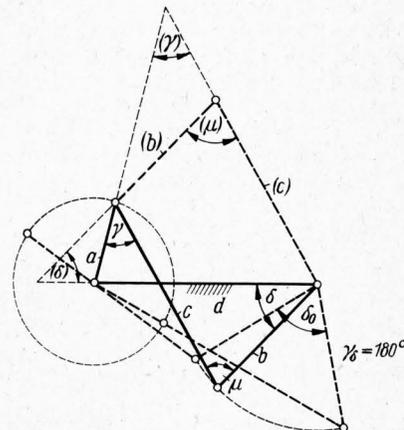


Bild 23. Abgewandeltes Gelenkviereck nach Bild 22 durch Gliedervertauschung.

Der Übertragungswinkel bei dieser Kurbelschwingübertragung muß entsprechend Bild 23 als Winkel μ zwischen den Gliedern b und c liegen. Seine Lage muß auch im Ursprungsgetriebe, Bild 22, zwischen den gleichen Gliedern gekennzeichnet sein.

Bei der praktischen Verwendbarkeit der Kurbelschwingübertragung des Getriebes nach Bild 22 müßte der Antriebsmotor mit der Schwinde c fest verbunden sein. Er könnte natürlich auch auf der Kurbel a sitzen. Hierbei kann es sich als vorteilhaft erweisen, daß man beide Gestelldrehpunkte des Gelenkviereckes gleichzeitig und unabhängig voneinander während des Ganges verstellen kann und damit in der Lage ist, die Abtriebsschwingbewegung in bestimmter Weise auf geforderte Werte einzustellen, wobei wiederum darauf hinzuweisen ist, daß die Lage des Gestellpunktes F_0 überhaupt keinen Einfluß auf die Gesamtbewegungen hat. Man wird selbstverständlich sowohl den Gestellpunkt F_0 als auch den Schleifenhebeldrehpunkt F in der Ebene des Hebels c so legen, daß die Schubbewegungen in den beiden Oldham-Kupplungen möglichst klein bleiben.

Schlußbetrachtung

In der vorliegenden Untersuchung sollte gezeigt werden, daß mit dem Gelenkviereck als einfachstem, ungleichförmig übersetzendem Getriebe wesentlich höhere Ansprüche erfüllt werden können als sie bisher gestellt wurden, wenn man sämtliche Relativbewegungen, also auch die Bewegungen zwischen bewegten Gliedern, ausnutzt.

Für die Einleitung von Bewegungen zwischen bewegten Gliedern stehen mannigfaltige Einrichtungen zur Verfügung, so dürfte es z. B. in manchen Fällen keine Schwierigkeiten bereiten, einen Antriebsmotor auf einem hin- und hergehenden oder als Koppel bewegtem Getriebeglied zu befestigen und von ihm aus ein benachbartes Glied anzutreiben. In vielen Fällen kommt man zu raumparenden Anordnungen, wenn man Antriebsaggregate, wie pneumatische und hydraulische Schubkolbenzylinder, oder Schraubenfedern, nicht nur zwischen benachbarten, sondern auch zwischen gegenüberliegenden Gliedern wirken läßt. Für solche Aufgabenstellungen sollten hinsichtlich der Totlagenwinkel, also hinsichtlich von Kurbelschwingübertragungen, einige noch nicht behandelte Grundlagen zur Verfügung gestellt werden, wobei insbesondere auch auf den Einfluß, die Lage und die Extremwerte des jeweiligen Übertragungswinkels einzugehen war. Von den 15 im Gelenkviereck zur Verfügung stehenden Übertragungen wurden nur die 9 Kurbelschwingübertragungen, also die Umwandlung umlaufender in hin- und hergehende Bewegungen untersucht. Eine gesonderte Beachtung verdienen noch die drei Doppelkurbelübertragungen, von denen bisher nur eine erwähnt wurde, die restlichen beiden aber noch einige Vorteile versprechen.

Bei der Ausnutzung sämtlicher Relativbewegungen im Gelenkviereck spielen die wellenbeweglichen Kupplungen mit winkeltreuer Übertragung eine besondere Rolle. Sie wurden bisher zum Ausgleich von zufällig durch äußere Umstände bedingte Wellenverschiebungen oder zur zeitweisen Verstellung zweier Wellen zueinander verwendet. Sie erfüllen aber auch mühelos ihre Aufgabe, wenn eine oder sogar beide Wellen mit hoher Frequenz und periodisch zueinander ihre Lage verändern. Damit sind für diese meist in großen Serien von Spezialfirmen hergestellten Maschinenelemente neue Anwendungsbereiche eröffnet worden, und es wird notwendig sein, die Beanspruchungen in solchen Kupplungen bei großen Drehmomenten und hoher Frequenz näher zu untersuchen.

Die Bewegungseinleitung und Bewegungsabnahme zwischen bewegten Gliedern in ungleichförmig übersetzenden Getrieben ergibt die willkommene Möglichkeit, das einfache Gelenkviereck in einfacher Weise, vor allem vom Gestell aus, an verschiedenen Stellen gleichzeitig und unabhängig voneinander für die Anpassung an veränderliche Arbeitsbedingungen stufenlos zu verstellen.

Die Betrachtungen über die Umlauffähigkeit und die Totlagenwinkel müssen nunmehr auch auf die mehrgliedrigen, zunächst vor allem auf die sechsgliedrigen, zwangläufigen, ungleichförmig übersetzenden Getriebe ausgedehnt werden.

Schrifttum

- [1] *Grashof, F.*: Theoretische Maschinenlehre, Berlin 1883.
- [2] *Burmester, L.*: Lehrbuch der Kinematik, Leipzig 1888.
- [3] AWF-VDMA-Getriebeheft 6001: Begriffsbestimmungen: Ebene Kurbelgetriebe, H. 1. (K.-H. Sieker), Berlin 1952.
- [4] *Beyer, R.*: Technische Kinematik, Leipzig 1931.
- [5] *Grübler, M.*: Getriebelehre, Berlin 1917.
- [6] *Vaes, F. J.*: Indeeeling en theorie der stangenvierhoeken. XXXVIIIe Jaarverslag van de Nederlandsche Vereeniging van Werktuig- en Scheepsbouwkundigen gebauden te Rotterdam. 22. Maart 1899, S. 1/31.
- [7] *Hain, K.*: Das Spektrum des Gelenkvierecks bei veränderlicher Gestell-Länge. Forsch. Ing.-Wes. **30** (1964) Nr. 2, S. 33/42.
- [8] *Volmer, J.*: Ebene Kurbelgetriebe — Konstruktion von Kurbelschwingen zur Umwandlung einer umlaufenden Be-

wegung in eine Schwingbewegung. VDI-Richtlinien 2130, Düsseldorf 1959.

- [9] *Sieker, K.-H.*: Einfache Getriebe. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft, Geest und Portig K.-G. 1950.
- [10] *Hain, K.*: Angewandte Getriebelehre. 2. Auflage, Düsseldorf: VDI-Verlag 1961.
- [11] *Rath, W.*: Die Unterschiede in den Lagerbelastungen bei verschiedenen Konstruktionen des Hookschen Schlüssels. Klepzig Fachber. **69** (1961) Nr. 8, S. 283/88.
- [12] *Klein, H.*: Oldham-Kupplung und deren Anwendungsmöglichkeiten. Antriebstechn. **3** (1964) Nr. 6, S. 230/31.
- [13] *Kutzbach, K.*: Quer- und winkelbewegliche Wellenkupplungen. Kraftfahrtechn. Forsch. arb. 1937, H. 6, S. 1/25.
- [14] *Franke, R.*: Vom Nutzen der Systematik beim Konstruieren. VDI-Z. **92** (1950) Nr. 30, S. 897/901.
- [15] *Daniloff, M.*: Angle-true motion. Mach. Design. **25** (1953), Nr. 5, S. 153/57.
- [16] *Reuthe, W.*: Ausführungsarten, Belastungsgrenzen und Reibungsverluste von Kreuzgelenken. Konstruktion **1** (1949), S. 206/11.
- [17] *Reuthe, W.*: Die Bewegungsverhältnisse bei Kreuzgelenkantrieben. Konstruktion **2** (1950), S. 305/12.
- [18] *Rzeppa, A. H.*: Universal joint drives (Gelenkwellen-Antriebe). Mach. Design. **25** (1953), S. 162/70.
- [19] *Meyer zur Capellen, W.*: Das Kreuzgelenk als periodisches Getriebe. Werkstatt u. Betr. **91** (1958), S. 435/44.
- [20] *Habel, R.*: Kräfte an Kreuzgelenkwellen. Masch. bautechn. **7** (1958) Nr. 5, S. 289/96.
- [21] *Condon, W. T.*: Universal joints. Mach. Design. **33** (1961) Nr. 24, S. 172/78.
- [22] *Spehr, E.*: Der Kardanfehler bei einem System mit zwei Gelenken. VDI-Z. **103** (1961) Nr. 6, S. 247/50.
- [23] *Wanzke, E.*: Zur Kinematik des Kreuzgelenkes mit der einfachen Gelenkwellenanordnung. Masch. bautechn. **12** (1963) H. 4, S. 217/24.
- [24] *Fischer-Schlemm, W. E. und H. Scheffter*: Die Kraftübertragung durch Gelenkwellen bei landwirtschaftlichen Schleppern. Landtechn. Forsch. **1** (1951) S. 20/26.
- [25] *Wicha, A.*: Cardansche-, Hooksche- oder Kreuzgelenke für die Transmissionierung der Landmaschine. Dt. Agrartechn. **3** (1953) S. 325/28.
- [26] *Schröter, K.*: Die Kraftübertragung zum Triebachsanhänger. Landtechn. **13** (1958) H. 3, S. 57/62.
- [27] *Vaes, F. J.*: Konjugierte Getriebestellungen der umlaufenden Geradschubkurbel. Reuleaux-Mitt. **4** (1936) H. 9, S. 524/25.
- [28] *Vaes, F. J.*: Stangenvierhoeken (konjugierte Lagen in Gelenkvierecken). De Ingenieur **10** (1895) Nr. 38, S. 417/18 und **11** (1896) S. 26/28.
- [29] *Pflieder-Haertel, H.*: Abgewandelte Kurbelgetriebe und der Satz von Roberts. Getriebetechn. **12** (1944) H. 4, S. 197/99.
- [30] *Meyer zur Capellen, W.*: Kinematische Größen an ebenen Kurbeltrieben in analytischer Darstellung. Forsch. Ing.-Wes. Ausg. B. **27** (1961) Nr. 5, S. 143/53.
- [31] *Hain, K.*: Im Lauf verstellbare Kurbelgetriebe für veränderliche Arbeitsbedingungen. VDI-Z. **107** (1965) Nr. 6, S. 293/96.
- [32] *Hain, K.*: Rationalisierung der Konstruktionsarbeit durch Getriebevergleiche. Konstruktion **9** (1957) H. 7, S. 249/54.
- [33] *Hain, K.*: Diagonalwinkel-Zuordnungen im Gelenkviereck. Ing.-Archiv **25** (1957) H. 3, S. 193/200.
- [34] *Mewes, E.*: Diagonalwinkel in viergliedrigen Getrieben. Masch. bautechn. **8** (1959) H. 11, S. 613/18.
- [35] *Boden, H.*: Zwei bezüglich des Diagonalwinkel-Übersetzungsverhältnisses gleichwertige Gelenkvierecke. Wiss. Z. Hochsch. Masch. bau Karl-Marx-Stadt **2** (1960) H. 3, S. 245/49.
- [36] *Volmer, J.*: Winkel- und Diagonalwinkelzuordnungen durch das Gelenkviereck. Techn. Z. prakt. Metallbearb. **55** (1961) H. 10, S. 585/88.