Bei flacher Werkzeugstirn und winkligen Werkzeugen mit einem Keilwinkel  $\delta > 60^{\circ}$ , die ein größeres t/b-Verhältnis aufweisen, kann sich auf der Stirnfläche des Meißels ein Bodenkeil bilden, Bild 12. Die Stabilität dieses Bodenkeils hängt von dem Anstellwinkel  $\delta$ , der Adhäsion sowie dem Feuchtegehalt des Bodens und dem Grad der Ungleichmäßigkeit von Bodenverdichtungen in unmittelbarer Nähe des Keils ab. Im allgemeinen verringert der Bodenkeil die auftretende Vertikalkraft, weil der Keil das Fließen des Bodens mehr nach beiden Seiten als nach oben hin verstärkt.



**Bild 13.** Senkrechter Schnitt quer zur Fahrtrichtung: Bodenverformung mit Anheben des Bodens bei Y-förmigem Dränwerkzeugmodell, Abstand der Schichtlinien 5 cm.

Das Y-förmige Dränwerkzeug erzeugt einen größeren Lockerungsbereich. Da wenig Boden im oberen V-förmigen Teil nach außerhalb der Seitenwände fließt, findet nur eine geringe Bodenverdichtung im oberen Bodenbereich statt, **Bild 13**. Damit wird die erwünschte Lockerung des Bodens über dem Dränrohr in günstiger Weise erreicht.

#### Schrifttum

- [1] *Demian, T.F.:* Untersuchungen an einfachen Bodenschneidwerkzeugen, insbesondere für grabenlos arbeitende Dränmaschinen, ausgeführt an einfachen Modellen. Diss. Göttingen 1974.
- [2] Söhne, W.: Einige Grundlagen für eine landtechnische Bodenmechanik. Grundl. Landtechnik H. 7 (1956) S. 11/27.
- [3] Vornkahl, W.: Beitrag zur Gestaltung von zinkenartigen Bodenbearbeitungs-Werkzeugen.
   Grundl. Landtechnik Bd. 17 (1967) Nr. 3, S. 95/98.
- [4] Voss, B. u. Fr. Zimmermann: Zugkraftbedarf und Verlegegeschwindigkeit grabenlos arbeitender Dränmaschinen.
   Wasser und Boden Bd. 26 (1974)H. 4, S. 98/102.
- [5] Thaer, R.: Versuche mit Häuflern verschiedener Anstellund Seitenrichtungswinkel.
   Grundl. Landtechnik H. 15 (1962) S. 37/45.
- [6] Getzlaff, G.: Kräfte beim Pflügen von steinigem Acker. Grundl. Landtechnik H. 5 (1953) S. 7/15.
- [7] Gallwitz, K. u. S. Szwaj: Ein Kraftmeßgerät mit Kardanwelle für Bodenbearbeitungswerkzeuge.
   Grundl. Landtechnik Bd. 23 (1973) Nr. 3, S. 61/65.

# Zugkraftbedarf und Einsatzmöglichkeit des V-Dränpfluges nach Willner

Von Hartmut Pietsch, München\*)

DK 631.311.5:631.626.2

Die Zugkräfte für ein grabenlos arbeitendes Dränwerkzeug werden üblicherweise durch ein Gleiskettenfahrwerk auf den Boden übertragen. Dieses muß je nach Zustand der Bodenoberfläche bestimmte Voraussetzungen erfüllen, welche unter Anwendung der Mohr-Coulomb – schen Bruchbedingung aus den Bodenkennwerten abgeleitet werden. Die Zugkraft für das Dränwerkzeug nach Willner wird aus dem Kräftegleichgewicht am Bodenbruchkörper gewonnen. Anhand der Betrachtungen über Laufwerk und Zugkraft soll eine Arbeitsunterlage für den Einsatz des Gerätes erstellt werden.

\*) Dipl.-Ing. Hartmut Pietsch ist wissenschaftlicher Assistent am Institut für Landmaschinen (Direktor: o.Prof. Dr.-Ing. W. Söhne) der Technischen Universität München.

# 1. Einleitung

Die Dränung ist die älteste und am meisten angewendete Methode zur Regelung des Bodenwasserhaushaltes, welcher die Bodenstruktur und damit den Ertrag beeinflußt. Das Tonrohr wurde durch den Zwang zur Automatisierung vom endlosen gewellten Kunststoffrohr in den Hintergrund gedrängt [1].

Bei dessen Verlegung kommen grabenfräsende und grabenfreie Dränmaschinen zur Anwendung. Der erfolgreiche Einsatz hängt vom Zugwiderstand des Verlegewerkzeugs, von der Beschaffenheit der Bodenoberfläche und der Art des Fahrwerks ab.

Es wurde eine große Zahl von Geräten in Form eines Hohlschwerts und das Werkzeug von *Willner* in V-Form entwickelt. Der unterschiedliche Aufbau bedingt auch eine unterschiedliche Kraftwirkung des Bodens auf das Werkzeug. Das V-förmige Gerät hinterläßt zwei Schnittnarben an der Bodenoberfläche, der Schwert- oder Zinkenpflug erzwingt Verdichtung, Aufbruch und Lockerung wie sie vom Untergrundlockerer bekannt sind. Hieraus resultiert der höhere Zugwiderstand des Schwertpfluges, der nur durch einen Rüttelmechanismus reduziert werden kann [2]. Die grabenlosen Drainagepflüge sind normalerweise auf einem Gleiskettenfahrzeug montiert, an einer Planierraupe angebaut oder von einer Seilwinde gezogen. Auf die letzte Möglichkeit soll aber nicht eingegangen werden.

#### 2. Kraftübertragung an der Gleiskette 2.1 Spannung-Verformungs-Beziehung des Bodens

Drän- oder Kabellegearbeiten müssen oft bei für eine Zugkraftübertragung ungünstigen Bodenverhältnissen ausgeführt werden. Der Boden kann nach der hier verwendeten *Mohr-Coulomb*-Theorie folgende maximale Schubkraft übertragen:

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} \,\tau = \mathbf{A} \,(\mathbf{c} + \sigma \,\tan \varphi) \tag{1}.$$

Die maximale Schubspannung  $\tau$  wird unter der Gleiskette erst nach einem bestimmten Verformungsweg j erreicht. Dieser ergibt sich als Produkt aus Schlupf und Kettenlängenanteil x, von dem ab die gesamte Schubspannung in der Kontaktfläche wirksam wird, **Bild 1**.

$$j = i \cdot x/100$$
 (2).



**Bild 1.** Schematischer Verlauf der Schubspannung unter einer Gleiskette bei verschiedenen Schlupfwerten [3].

#### 2.2 Zugkraft des Gleiskettenfahrzeugs

Der Schlupf des Gleiskettenfahrzeugs wird mit einem mittleren Wert von 8 % berücksichtigt, dann baut sich die Schubspannung nach Bild 1 bis zu ihrem Maximum auf [3].

Die Zugkraft der Maschine ist gleich der Schubkraft nach Gl. (1) vermindert um den Rollwiderstand der Gleiskette. Er ist in den folgenden Betrachtungen mit 10 % des Fahrzeuggewichts berücksichtigt. Kohäsion und innere Reibung des Bodens ermöglichen die Kraftübertragung. Gl. (1) kann auch geschrieben werden:

$$F = A c + G (tan \varphi - \rho)$$
(3),

hier ist  $\rho$  der Rollwiderstandsbeiwert.

Grundl. Landtechnik Bd. 26 (1976) Nr. 5

In **Bild 2** sind die erreichbaren Zugkräfte aus den Anteilen der Kohäsion und der inneren Reibung aufgetragen:

Aus der Masse des Zuggerätes und dem Winkel der inneren Reibung des Bodens erhält man den Zugkraftanteil G • tan  $\varphi$ . Über die benötigte Zugkraftsumme auf dem Mittelmaßstab kann der erforderliche Zugkraftanteil aus Kohäsion und Kontaktfläche bestimmt und so kontrolliert werden, ob bei gegebener Kohäsion die Gleiskettengrundfläche genügt.

Dies kann auf nasser Bodenoberfläche bei kleinem Reibwinkel von Bedeutung sein, wenn ein Großteil der Zugkraft durch die Kohäsion aufgebracht werden muß. Die Laufwerke üblicher Planierraupen mit Bodendrücken von  $4 \div 6$  N/cm<sup>2</sup> sind dann überfordert und sollten für Dränarbeiten mit Moorplatten ausgerüstet werden, wie sie fast alle Hersteller anbieten. Die stark vergrößerte Kontaktfläche ergibt bei Bodendrücken von  $2,6 \div 3,0$  N/cm<sup>2</sup> einen sicheren Maschineneinsatz und je nach Bodenbeschaffenheit geringere Oberflächenbeschädigung [4].



**Bild 2.** Erreichbare Zugkraft eines Gleiskettenfahrzeugs aus den Anteilen der Kohäsion und der inneren Reibung bei 8 % Schlupf und 10 % Rollwiderstand in Abhängigkeit von Fahrzeugmasse, Bodenkennwerten und Kettengrundfläche.

#### 2.3 Kennwerte der Bodenoberfläche

Da in den wenigsten Fällen Bodenkennwerte des zu befahrenden Geländes greifbar sind, auch keine Messungen vorgenommen werden können, seien in **Tafel 1** Kennwerte nach *Dwyer* [5] angegeben. Sie zeigen Werte von c und  $\varphi$  für unterschiedliche Ackeroberflächen und können für eine überschlägige Zugkraftbestimmung nach Bild 2 dienen.

Boden	Oberfläche	Feuchtigkeit w %	Kohäsion c N/cm <sup>2</sup>	Reibwinkel $arphi \\ \phi \\ o$	Reibwert µ <sub>s</sub>
Ton	Stoppel	24,0	3,4	16,2	0,29
		27,0	3,0	7,4	0,13
Lehm	Stoppel	20,7	0,5	34,0	0,67
		26,1	2,1	23,8	0,42
Toniger	Stoppel	37,2	2,6	20,8	0,38
Lehm		39,7	3,2	13,0	0,23
Sandig.	Stoppel	20,8	3,9	5,2	0,09
Ton		27,2	2,5	17,8	0,32
Sandig.	Stoppel	17,4	3,4	17,2	0,31
Lehm		22,6	2,4	15,2	0,27
÷.,	Gras	23,5	2,3	29,7	0,57
	n. Zucker-	24,5	1,0	22,3	0,41
	rüben	25,3	0,5	23,3	0,43
	gepflügt	13,5	-	33,0	0,65
		22,2	2,2	15,7	0,28

Tafel 1. Beschaffenheit und Kennwerte unterschiedlicher Bodenoberflächen nach Dwyer [5].

# 3. Drängerät nach Willner

**Bild 3** zeigt das von *Willner* [6, 7] entwickelte Drängerät in V-Form. Es schneidet einen Bodenbalken, hebt ihn an und legt ihn nach Einlegen eines Rohres oder Kabels wieder ab. An der Bodenoberfläche bleiben die zwei Schnittlinien und eine durch das Anheben des Bodenkeils verursachte Lockerung sichtbar.



Bild 3. Dränpflug von *Willner* in V-Form montiert an einer Planierraupe.

#### 3.1 Kräfte am V-förmigen Dränpflug

**Bild 4** zeigt die Kräfte auf den Bodenbruchkörper vor einem Vförmigen Werkzeug [6] in Anlehnung an den Ansatz für die ebene Schneidplatte von *Söhne* [8]. Unter den idealisierenden Bedingungen der *Mohr-Coulomb*-Theorie soll der Boden nach Überwindung der Bruchspannung auf der Bruchfläche und den Werkzeuginnenwänden gleitend beschleunigt und angehoben werden. Das Volumen und die Scherfläche des Gleitkörpers werden aus der Annahme einer elliptischen Bruchlinie an der Oberfläche gewonnen, wobei eine konvexe oder konkave Form bei der Integration über der Tiefe berücksichtigt werden kann [6]. Aus den Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich als Ergebnis für Horizontal- und Vertikalkraft:

$$F_{h} = \left\{ m g \left[ 1 + \frac{\cos \psi \left(\mu_{E} - \tan \psi\right)}{\sin \delta \sin \gamma/2} \right] + \frac{c A + F_{B}}{\sin \beta + \mu_{S} \cos \beta} \right\} \right/ \left( \cot \delta + \frac{\cos \beta - \mu_{S} \sin \beta}{\sin \beta + \mu_{S} \cos \beta} \right)$$
(4),

$$F_{\mathbf{v}} = \left[ m g \left( \frac{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} - \frac{\cos \varphi (\mu_{E} - \tan \varphi)}{\cos \delta \sin \gamma/2} \right) + \frac{c \mathbf{A} + \mathbf{F}_{\mathbf{B}}}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} \right] / \left( \tan \delta + \frac{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} \right)$$
(5).

#### (Ableitung der Formeln im Anhang)

Bei der von *Willner* verwendeten Werkzeugaufhängung stützt sich die Vertikalkraft zugunsten einer exakten Gefälleregelung über Seitenwände und Pflugsohle auf den Boden ab. Die entstehende Keilreibung erhöht den Zugwiderstand, der wie folgt errechnetwird:

$$F_z = F_h + F_v \mu_E / \sin(\gamma/2)$$
(6).



Bild 4. Kräfte auf den Bodenbruchkörper vor einem V-förmigen Werkzeug.

# 3.2 Berechnung des Zugwiderstands aus Bodenkennwerten

Gleichung (6) als Kombination der Gln. (4) und (5) ist in der vorliegenden Form unhandlich. Aus diesem Grunde wird der Zugwiderstand mit Hilfe von Kennzahlen berechnet, welche als Faktoren der Boden- und Werkzeugdaten auftreten:

$$F_{z} = t^{2} \left[ g \rho (K_{\rho 1} t + K_{\rho 2}) + K_{c} c + K_{v} v^{2} \rho \right]$$
(7).



Die Beiwerte  $K_{\rho 1}, K_{\rho 2}, K_v$  und  $K_c$  sind dimensionslose Kennzahlen für die Hub- und Beschleunigungskräfte und die Kräfte zur Uberwindung von Kohäsion und Reibung. Sie sind nur noch ab hängig vom Reibwert Stahl/Boden und vom Winkel der inneren Reibung des Bodens. In den **Bildern 5 bis 8** sind die Beiwerte in Abhängigkeit von diesen Größen aufgetragen. Dabei wurde nach einer Konstruktionszeichnung des *Willner*pfluges mit folgenden Daten nach Bild 3 gerechnet:

$$a = 103^{\circ}; \quad \delta = 11^{\circ}; \quad \gamma = 75^{\circ}; \quad l_0 = 0,7 \text{ m}.$$

Der Zugwiderstand für das Werkzeug kann mit Gl. (7), den Größen c,  $\varphi$ ,  $\mu_{\rm E}$  und den Werkzeugdaten, v, t errechnet werden.



**Bild 5 bis 8.** Massenbeiwerte  $K_{\rho 1}$ ,  $K_{\rho 2}$ , Kohäsionsbeiwert  $K_c$  und Geschwindigkeitsbeiwert  $K_v$  in Abhängigkeit vom Reibwert Stahl/Boden für unterschiedliche Reibwinkel des Bodens.

# 3.3 Einfluß des Schneidenanstellwinkels

Die in Absatz 3.2 errechneten K-Werte für Massen-, Kohäsionsund Beschleunigungskräfte gelten nur für einen Schneidenanstellwinkel von  $a = 103^{\circ}$ , wie er bei gebräuchlichen Zinkenwerkzeugen auftritt. Auf Anregung von *Willner* wurde der Einfluß der Schneidengeometrie eines V-förmigen Bodenwerkzeuges in der Bodenrinne untersucht. **Bild 9** zeigt Meß- und Rechnungsergebnisse in trockenem Sand. Danach nimmt nach einem Minimum bei 90° der Zugwiderstand stark zu. Eine Vergrößerung des Hubwinkels  $\delta$  bedingt erwartungsgemäß höheren Werkzeugwiderstand. In natürlichem Boden steigt die Bodenkraft bis 90° mäßig und bei größerem Schneidenanstellwinkel sehr stark an, **Bild 10**. Die eindeutige Zuordnung nach dem Hubwinkel  $\delta$  wie in Bild 9 konnte nicht nachgewiesen werden, da sich die Werkzeugspitze mit Boden zusetzte und den effektiven Sohlenneigungswinkel veränderte.



**Bild 9.** Zugwiderstand eines V-Pflug-Modells in Abhängigkeit vom Schneidenanstellwinkel bei verschiedenen Arbeitstiefen und Hubwinkeln in reinem Sand.



**Bild 10.** Zugwiderstand eines V-förmigen Werkzeugs in natürlichem Boden in Abhängigkeit vom Schneidenanstellwinkel.

Die dimensionslosen Beiwerte sind in Abhängigkeit vom Schneidenanstellwinkel a bei sonst gleichen Werkzeug- und Bodendaten in **Bild 11 bis 14** dargestellt und gelten für einen Reibwert Stahl/Boden von  $\mu_E = 0.5$ . Bei  $a = 103^{\circ}$  können die Werte für den *Willner*schen Originalpflug entnommen werden. Die Umrechnung auf abweichende Reibwerte kann mit den folgenden Formeln geschehen:



Bild 11 bis 14. Massenbeiwerte  $K_{\rho 1}$ ,  $K_{\rho 2}$ , Kohäsionsbeiwert  $K_c$ und Geschwindigkeitsbeiwert  $K_v$  für einen Reibwert Stahl/Boden von  $\mu_E = 0.5$  in Abhängigkeit vom Schneidenanstellwinkel für unterschiedliche Reibwinkel des Bodens.

$$K_{\rho 1} = (K_{\rho 1}) \mu_{\rm E} = 0.5 \pm m_{\rho 1} \cdot \Delta \mu_{\rm E}$$
(8),

 $K_{\rho 2} = (K_{\rho 2})_{\mu_{\rm E}} = 0.5 \pm m_{\rho 2} \cdot \Delta \mu_{\rm E}$ (9),

 $K_{c} = (K_{c})_{\mu F} = 0.5 \pm m_{c} \cdot \Delta \mu_{E}$  (10),

$$K_{\mathbf{v}} = (K_{\mathbf{v}})_{\mu_{\mathrm{E}}} = 0.5 \pm m_{\mathbf{v}} \cdot \Delta \mu_{\mathrm{E}}$$
(11).

Die Werte für die Berechnungskonstanten  $m_{\rho 1}$ ,  $m_{\rho 2}$ ,  $m_c$  und  $m_v$  sind in Tafel 2 aufgeführt.

Nach den erzielten Meß- und Rechenergebnissen scheint es sinnvoll, den Schneidenanstellwinkel unter  $90^{\circ}$  zu halten, wodurch das Einbringen des Dränrohres wegen der geringen Umlenkung am Werkzeugfuß vereinfacht wird. Mit sinkendem Schneidenanstellwinkel nimmt auch die Vertikalkraft auf das Werkzeug ab, wodurch je nach Art der Werkzeugaufhängung die Tiefenhaltung erschwert werden kann.

φ	m <sub>p1</sub>	m <sub>p2</sub>	m <sub>c</sub>	m <sub>v</sub>
0 <sup>0</sup>	0,17	0,14	0,44	0,40
10 <sup>0</sup>	0,42	0,32	0,38	0,35
20 <sup>0</sup>	0,64	0,46	0,34	0,30
30 <sup>0</sup>	0,74	0,59	0,30	0,26
40 <sup>0</sup>	0,92	0,71	0,26	0,23

**Tafel 2.** Berechnungskonstante für die Interpolationsformeln (8) bis (11).

# 3.4 Bodenkennwerte für den Werkzeugwiderstand

Die Bestimmung geeigneter Bodenkennwerte stößt auf die prinzipiellen Schwierigkeiten, wie sie unter 2.3 angeführt wurden. Für die Abschätzung des Reibwertes Stahl/Boden sind in **Bild 15** Messungen von *Söhne* [9] in zwei verschiedenen Böden bei einem Reibweg von 0,7 m wiedergegeben. Sie decken sich mit den Beobachtungen von *Bala* [10] und *Schulte-Karring* [11], wonach der Zugwiderstand mit sinkender Bodenfeuchtigkeit abfällt.



Bild 15. Reibwert Stahl/Boden in Abhängigkeit von Feuchtigkeitund Bodenart nach Söhne [9].B: feinsandiger Lehm,C: lehmiger Ton

**Bild 16** zeigt in Abhängigkeit von der Dichte, die aus **Tafel 3** für einige Böden entnommen werden kann, die Werte von Kohäsion, Porosität und Wassergehalt, welche qualitativ den Ergebnissen von *Kuipers* [12] und *Bekker* [13] entsprechen [14]. Mit der daraus

Grundl. Landtechnik Bd. 26 (1976) Nr. 5

gewonnenen Porosität und dem Wassergehalt wird in **Bild 17** der Reibwinkel des Bodens bestimmt. Speziell für Ton und Lehm gibt *Bala* [10] Reibwerte an, Tafel 3, die für diese Bodenart nicht aus den Bildern 15 bis 17 entnommen werden können.



Bild 16. Abhängigkeit der Kohäsion von den direkt meßbaren Bodenzustandsgrößen: Wassergehalt, Porosität und Bodendichte [14].

Bodenart	Dichte	Feuchtigkeit	Kohäsion	Reibwinkel	Reibwert
	kg/m <sup>3</sup>	%	N/cm <sup>2</sup>	φ o	μ <sub>s</sub>
Ton	1680	15,8	3,0	7,0	0,12
Lehm	1980	15,3	3,0	15,0	0,27
Sandiger Lehm	1820	14,8	2,0	15,0	0,27
Staubiger Lehm	1800	15,6	3,0	12,0	0,21
Strenger Lehm	1770	14,2	3,0	23,0	0,42

Tafel 3. Kennwerte verschiedener Bodenarten nach Bala [10].



**Bild 17.** Abhängigkeit zwischen Reibungswinkel, Wassergehalt und Porosität für sandigen Lehm [14].

## 4. Vergleich von Rechnung und Messung

Bild 9 zeigt die Meßwerte an Modellwerkzeugen in reinem Sand und die zugehörigen Rechenergebnisse. Für einen natürlichen Boden ist in Bild 10 der Zugwiderstand in Abhängigkeit vom Schneidenanstellwinkel bei Messungen an Bodenrinnenmodellen gezeigt. Durch das Entstehen einzelner Bodengleitkörper beim Werkzeugdurchgang ergeben sich Zugwiderstandsschwankungen. Alle diese Werkzeuge waren fest montiert. Eine Schwimmstellung mit Aufnahme der Vertikalkraft durch den Boden war nicht möglich.



**Bild 18.** Zugkraftmessungen am V-Dränpflug von *Willner* in nicht gewachsenem Boden verglichen mit einer Rechnung nach Gl. (7) [15].  $\rho = 16\,000 \text{ kg/m}^3$ ;  $C = 17\,000 \text{ N/m}^2$ ;  $\varphi = 30^\circ$ ;  $\mu_{\rm E} = 0.5$ 



**Bild 19.** Zugkraftmessungen von *Voss/Zimmermann* [2] am *Willner*'schen Dränpflug in einem ausgetrockneten Löß-Lehmboden verglichen mit einer Rechnung nach Gl. (7).  $\rho = 1770 \text{ kg/m}^3$  C = 30000 N/m<sup>2</sup>;  $\varphi = 41^{\circ} \mu_{\rm E} = 0.6$ 

Für die Berechnung des Zugwiderstands am Originalpflug von Willner standen zwei Meßreihen zur Verfügung: Eine firmeninterne Untersuchung nach dem Bau des Gerätes [15] auf einem nicht gewachsenen Boden. Die Meßpunkte und eine Rechnung nach Gleichung (7) sind in **Bild 18** dargestellt. Voss und Zimmermann untersuchten eine Reihe von Drängeräten [2] und maßen auf ausgetrocknetem Löß-Lehmboden die in **Bild 19** eingezeichneten Zugkräfte. Das Ergebnis der Berechnung nach der dargelegten Methode ist als durchgehende Linie eingezeichnet.

# 5. Zusammenfassung

Mit den bodenmechanischen Grundlagen nach Mohr-Coulomb wird versucht, die mögliche Zugkraft eines Gleiskettenfahrzeuges als Träger eines Drängerätes in einem Diagramm darzustellen. Der Einfluß und die Art der Bodenoberfläche ist durch Reibung und Kohäsion beschrieben, deren Werte gemessen oder anhaltsweise aus Tabellen entnommen werden müssen. Auf derselben Grundlage wird die für ein V-förmiges Dränwerkzeug erforderliche Zugkraft berechnet und das Ergebnis dimensionslos in Form von Kennzahlen dargestellt, die von den Bodendaten abhängen. Der Einfluß der Schneidengeometrie ist mittels Messung und Rechnung aufgezeigt und kann als Ausgangspunkt weiterer Überlegungen dienen.

Die ermittelten Zugkraftwerte können zur Beurteilung eines möglichen Maschineneinsatzes dienen, hängen in ihrer Aussagekraft jedoch von der Genauigkeit einer Bodenkennwertbestimmung ab. Der Einfluß der Arbeitsgeschwindigkeit kann für die Schnittkraftberechnung vernachlässigt werden. Sie ergibt einen rechnerischen Beschleunigungsanteil von 1 Prozent am Gesamtwiderstand des Werkzeugs bei Verlegegeschwindigkeiten bis 0,8 m/s und muß nur bei der Auswahl der Zugmaschine und ihrer Motorleistung berücksichtigt werden.

#### Anhang:

#### 1. Ableitung der Werkzeugkräfte

Für die Zugkraftberechnung des V-förmigen Dränpfluges werden die Gleichgewichtsbedingungen am Bodenkörper nach Bild 4 aufgestellt:

Horizontales Gleichgewicht:

$$N_1 \sin \beta + (c A + F_B + N_1 \mu_s) \cos \beta - 2N_0 \mu_E \cos \beta -$$

$$2F_0 \sin \delta + 2N_0 \tan \psi \cos \delta = 0 \tag{1}$$

Vertikales Gleichgewicht:

$$m g - N_1 \cos \beta + (c A + F_B + N_1 \mu_s) \sin \beta +$$
  
+ 2N\_0 \mu\_E \sin \delta - 2F\_0 \cos \delta - 2N\_0 \tan \psi \sin \delta = 0 (2)

Der horizontale Bodenwiderstand:

$$F_{h} = 2F_{0} \sin \delta + 2N_{0} \cos \delta (\mu_{E} - \tan \psi)$$
(3)

wird umgeformt zu:

$$2F_0 = \frac{1}{\sin\delta} \left[ F_h - 2N_0 \cos\delta \left(\mu_E - \tan\psi\right) \right]$$
(4)

und in Gl. (1) eingesetzt:

$$N_1 = \left[ F_h - (c A + F_B) \cos \beta \right] / (\sin \beta + \mu_s \cos \beta)$$
(5).

Grundl. Landtechnik Bd. 26 (1976) Nr. 5

Die Gln (4) und (5) in Gl. (2) eingesetzt:

m g + (c A + F<sub>B</sub>) sin 
$$\beta$$
 +  $\begin{bmatrix} F_h - (c A + F_B) \cos \beta \end{bmatrix} \mathbf{x}$   
 $\times (\mu_s \sin \beta - \cos \beta) / (\sin \beta + \mu_s \cos \beta) + 2N_0 \mu_E \sin \delta -$   
 $-\cot \delta \begin{bmatrix} F_h - 2N_0 \cos \delta (\mu_E - \tan \psi) \end{bmatrix} - 2N_0 \tan \psi \sin \delta = 0$  (6)

Unter Verwendung von:

$$N_0 = m g \cos \psi / 2 \sin (\gamma/2)$$
<sup>(7)</sup>

erhält man:

$$mg\left\{1 + \left[\cot\delta\cos\delta\left(\mu_{\rm E} - \tan\psi\right)\cos\psi - \frac{1}{\sin\phi}\right] + \frac{cA + F_{\rm B}}{\sin\phi + \mu_{\rm s}\cos\phi} - F_{\rm h}\left(\cot\delta - \frac{\mu_{\rm s}\sin\beta - \cos\beta}{\sin\phi + \mu_{\rm s}\cos\phi}\right) = 0$$
(8).

Nach Auflösen von Gl. (8) nach  $F_h$  lautet die Lösung für die Horizontalkraft:

$$F_{h} = \left\{ m g \left[ 1 + \frac{\cos \psi \left(\mu_{E} - \tan \psi\right)}{\sin \delta \sin \left(\gamma/2\right)} \right] + \frac{c A + F_{B}}{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta} \right\} \right/ \left( \cot \delta - \frac{\mu_{s} \sin \beta - \cos \beta}{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta} \right]$$
(9).

Zur Ableitung der Vertikalkraft wird ähnlich verfahren. Der vertikale Bodenwiderstand lautet:

 $F_{v} = 2F_{0}\cos\delta + 2N_{0}\tan\psi\sin\delta - 2N_{0}\mu_{E}\sin\delta \qquad (10).$ 

Er wird in die Gl. (2) eingesetzt:

$$m g + \sin \beta (c A + F_b) + N_1 (\mu_s \sin \beta - \cos \beta) - F_v = 0$$
(11)

und Gl. (11) umgeformt zu:

$$N_1 = \frac{F_v - m g - (c A + F_B) \sin \beta}{\mu_s \sin \beta - \cos \beta}$$
(12).

Aus Gl. (10) wird eliminiert:

$$2F_0 = \left[ F_v + 2N_0 \sin \delta \left( \mu_E - \tan \psi \right) \right] / \cos \delta$$
(13)

Nun können die Gln. (12) und (13) in das horizontale Gleichgewicht eingesetzt werden.

Mit dem Ausdruck für  $\rm N_0$  aus Gleichung (7) lautet die Lösung für die Vertikalkraft:

$$F_{\mathbf{v}} = \left[ m g \left( \frac{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} - \frac{\cos \psi (\mu_{E} - \tan \psi)}{\cos \delta \sin (\gamma/2)} \right) + \frac{c \mathbf{A} + F_{B}}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} \right] / \left( \tan \delta + \frac{\sin \beta + \mu_{s} \cos \beta}{\cos \beta - \mu_{s} \sin \beta} \right)$$
(14).

In den Gleichungen für den horizontalen und vertikalen Werkzeugwiderstand sind die Anteile für Hub-, Beschleunigungs- und Kohäsionskräfte zu erkennen. Der Einfluß von Werkzeug- und Bodenreibung ist durch die Beiwerte  $\mu_{\rm E}$  und  $\dot{\mu_{\rm s}}$  gegeben.

# 2. Berechnung des Bodenbruchkörpers

Die Bruchlinie an der Oberfläche des Volumens  $V_1$  soll als Ellipsenbogen mit den Halbachsen  $x_0$  und  $y_0$  gerechnet werden, s. Bilder 4 u. 20.

Grundl. Landtechnik Bd. 26 (1976) Nr. 5



Bild 20. Querschnitt mit geometrischen Daten des Bodenkörpers.

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{z}_0 \, \tan\left(\gamma/2\right) / \cos \delta \tag{15}$$

$$y_0 = t \left( \cot \beta - \cot a \right) \sin a / \sin (a + \delta)$$
(16).

 $\mathbf{V}_1$  ergibt sich aus der Integration der Ellipsenfläche über der Tiefe:

$$V_1 = \frac{1}{2} \int_0^{z_0^2} \pi \frac{z \tan(\gamma/2)}{\cos \delta} \frac{y_0}{z_0} z \, dz$$
(17)

Mit 
$$y = y_0 z'/z'_0$$
 bei gerader Bruchlinie (18)

oder y = y<sub>0</sub> 
$$\sqrt{z'}/\sqrt{z'_0}$$
 bei parabolischer Bruchlinie gilt: (19)

$$V_1 = y_0 z_0^{2} \tan (\gamma/2) K_1 / \cos \delta$$
 (20).

Die Gleitfläche an  $V_1$ , in der Kohäsion und Bodenreibung wirken sollen, ergibt sich aus:

$$A = \frac{1}{2} \int_{0}^{z_{0}^{2}} l_{s} dz' = \frac{1}{2} \int_{0}^{z_{0}^{2}} (x + y) \pi dz'$$
(21)

zu:

$$A = \frac{y_0 z_0^2}{K_3} + \frac{z_0^2 \tan(\gamma/2)}{K_4 \cos \delta}$$
(22),

wobei folgende Integrationskonstante gelten:

$$K_1 = \pi/6$$
  $K_3 = 4$   $K_4 = 4$  gerade Bruchlinie  
 $K_1 = \pi/5$   $K_3 = 3$   $K_4 = 4$  parabol. Bruchlinie.

Die Teilvolumen V<sub>2</sub> und V<sub>3</sub> werden aus den in Bild 20 angegebenen geometrischen Daten errechnet, wobei V<sub>3</sub> = 0, für  $a \ge 90^{\circ}$  gilt:

$$V_2 = l_0 z_0^{\prime 2} \tan(\gamma/2)$$
 (23),

$$V_3 = z_0^{\prime 3} \cos a K_2 \tan \left( \frac{\gamma}{2} \right) / \sin \left( a + \delta \right) \cos \delta$$
(24).

 $K_2 = 1 / 3$  für  $a < 90^{\circ}$ ,  $K_2 = 0$  für  $a \ge 90^{\circ}$ . Die Beschleunigungskraft  ${\rm F}_{\rm B}$  wird nach Söhne [8] wie folgt berechnet:

 $\mathbf{F}_{\mathbf{B}} = \mathbf{m} \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}\tau} \tag{25},$ 

mit:

 $\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{s}}}{\tau} \tag{26},$ 

 $m = t^2 \tan \left( \gamma/2 \right) v_0 \rho \tau \tag{27},$ 

 $\mathbf{v}_{s} = \mathbf{v}_{0} \sin \delta / \sin (\delta + \beta)$ (28).

Weiter gelten folgende Vereinfachungen nach Bild 4:

$\phi = \arctan[(\gamma/2) \tan \delta]$	(29),
$\psi = \arcsin \left[ \sin \phi \cos \left( \gamma / 2 \right) \right]$	(30),
$\psi \approx \phi \cos{(\gamma/2)}$	(31).

Verwendete Formelzeichen

Α	Kontaktfläche, Bruchfläche			
с	Kohäsion des Bodens			
F	Fahrzeugzugkraft			
FB	Beschleunigungskraft des Bodens			
F <sub>h</sub>	Horizontale Kraft am Werkzeug			
Fv	Vertikale Kraft am Werkzeug			
Fz	Werkzeugzugwiderstand			
G	Fahrzeuggewicht			
g	Fallbeschleunigung			
i	Schlupf			
j	Scherweg des Bodens			
$K_{\rho 1}, K_{\rho 2}, K_{c}, K_{v}$	dimensionslose Beiwerte			
1 <sub>0</sub>	Werkzeugsohlenlänge			
m	Masse des Bodenbruchkörpers			
$m_{\rho 1}, m_{\rho 2},$	Berechnungskonstante			
m <sub>c</sub> , m <sub>v</sub>	Deredinangskonstante			
t	Arbeitstiefe des Werkzeuges			
v	Arbeitsgeschwindigkeit des Werkzeuges			
х	Kettenlänge des Gleiskettenfahrzeuges			
a	Schneidenanstellwinkel			
β	mittlerer Bodenaufbruchwinkel			
γ	Werkzeugspreizwinkel			
δ	Sohlenneigungs-Hubwinkel			
$\mu_{\rm E}$	Reibwert Stahl/Boden			
μ <sub>s</sub>	Reibwert Boden/Boden			
ρ	Bodendichte			
φ	Reibwinkel des Bodens			
$\psi, \phi$	Kraftrichtungswinkel			
σ	Normalspannung			
τ	Schubspannung			

### Schrifttum

Bücher sind durch • gekennzeichnet

[1]	Kuntze, H.: Der Boden bestimmt das Dränverfahren.
	DLG-Mitteilungen Bd. 90 (1975) H. 22, S. 1198/1200.
[2]	Voss, B. u. Fr. Zimmermann: Zugkraftbedarf und Verle-
	gegeschwindigkeit grabenlos arbeitender Dränmaschinen. Wasser und Boden Bd. 26 (1974) H. 4, S. 98/102.
[3]	Söhne, W.: Vorlesung "Traktoren und Erdbaumaschinen" TU München.
[4]	Prospekte der Firmen Caterpillar, Deutz, Fiat, Hanomag, Komatsu.

- [5] Dwyer, I.M.: Relating tire performance to soil mechanical properties. Proceeding of the subject day on mechanical behaviour of agricultural soils, Silsoe 1973.
- [6] Pietsch, H.: Der Widerstand einfacher Bodenbearbeitungswerkzeuge. Proceedings of 5th Int. Conf. ISTVS,. Detroit 1975.
- [7] Gallwitz, K.: Die technischen Probleme der maschinellen Dränung, Grundl. Landtechnik H. 13 (1961) S. 5/14.
- [8] Söhne, W.: Einige Grundlagen für eine Landtechnische Bodenmechanik. Grundl. Landtechnik H. 7 (1956) S. 11/27.
- [9] Söhne, W.: Reibung und Kohäsion bei Ackerböden. Grundl. Landtechnik H. 5 (1953) S. 64/80.
- [10] Bala, W.: Einfluß der Bodenart und -feuchtigkeit auf die Größe des Grabenpflugwiderstandes.
   Landtechn. Forsch. Bd. 16 (1961) H. 1, S. 1/6.
- [11] Schulte-Karring, H.: Die technischen Probleme der Untergrundlockerung. Landtechnik Bd. 22 (1967) H. 4, S. 96/104.
- [12] Kuipers, H. u. B. Kroesbergen: The significance of moisture content, pore space, method of sample preparation and type of shear annulus used on laboratory torsional shear testing of soils. J. of Terramech. Bd. 3 (1966) H. 4, S. 17/28.
- [13] Bekker, M.G.: Theory of land locomotion. Ann. Arbor: The Univ. of Michigan Press 1956.
- [14] Krick, G.: Die Wechselbeziehungen zwischen starrem Rad, Luftreifen und nachgiebigem Boden. Diss. TU München 1971.
- [15] Unveröffentlichte Messungen am Willner-Pflug Rapport K.N.H.M 14. Metingen aan de Willner-Drainage Ploeg Ontwikkelingsmaatschappij C.C.M. Eindhoven, 12.12.1970.