

mit  $\alpha^*$  als einem vom Rohrdurchmesser unabhängigen Gleitmaß. Der Gleiteinfluß bei Rohren mit rechteckigem Querschnitt kann über die Geschwindigkeitsverteilung für das Fließen ohne Gleiten berücksichtigt werden. Nimmt man an, daß bei auftretendem Gleiten das Geschwindigkeitsprofil ähnlich verläuft und die Geschwindigkeit null um ein bestimmtes Maß außerhalb der Rinnenwände liegt, so lassen sich aus der Geschwindigkeitsverteilung ohne Gleiten mit Einführung fiktiver Rechteck-Halbseiten der Volumendurchsatz und über die mittleren Geschwindigkeiten die entsprechenden Widerstandsbeiwerte ermitteln. Zu ihrer Berechnung gilt angenähert

$$\lambda_g = \frac{64 \varphi_f}{\text{Re} \left( 1 + 12 \frac{\alpha^*}{D_h} \right)}$$

Für Kalisalz und Thomasphosphat beispielsweise wurde ein mittleres Gleitmaß von 0,005 m gefunden.

Zusammenfassend können folgende Berechnungsgrundlagen bei der Fluidisierung und Fließbettförderung verwendet werden. Aus einer Zwischummandelgleichung zum Ermitteln des Druckverlusts durchströmter Schüttungen lassen sich Beziehungen zur Bestimmung der Geschwindigkeit am Wirbelpunkt und der Schichthöhe bei idealer Ausdehnung ableiten. Die Gleichungen für den Druckverlust und die Geschwindigkeit am Wirbelpunkt sind allgemein gültig. Zur Berechnung der Schichthöhenzunahme ist die Kenntnis von Geschwindigkeitsexponenten erforderlich, die hauptsächlich vom Teilchendurchmesser und von der Teilchenverteilung abhängen. Eine Beziehung für die Viskosität bei der Durchströmung von Schüttgut mit Flüssigkeiten führt unter Berücksichtigung des Geschwindigkeitsexponenten, der Teilchengröße und der Korngrößenverteilung zur formelmäßigen Darstellung der dynamischen Wirbelschichtviskosität bei der Fluidisierung mit Gasen. Für die Fließbettförderung gilt die laminare Widerstandsgleichung für eine Strömung in geraden, rechteckigen Kanälen, da die Verwirbelung des Guts allein durch

die zur Fluidisierung nötige Luft erfolgt. Ein während des Fließens auftretendes Gleiten läßt sich durch ein gutabhängiges Gleitmaß berücksichtigen.

#### Schrifttum

Bücher sind durch ● gekennzeichnet

- [1] ● *Keuncke, K.*: Fluidisierung und Fließbettförderung von Schüttgütern kleiner Teilchengröße. VDI-Forsch.-heft 509. Düsseldorf 1965.
- [2] *Brötz, W.*: Grundlagen der Wirbelschichtverfahren. Chemie-Ing.-Techn. **24** (1952) Nr. 2, S. 60/81.
- [3] ● *Zenz, F. A.*, und *D. F. Othmer*: Fluidization and fluid particle systems. New York: Reinhold Publishing Corp. 1960.
- [4] *Ergun, S.*, und *A. A. Orning*: Fluid flow through randomly packed columns and fluidized beds. Industr. Engng. Chem. **41** (1949) Nr. 6, S. 1179/84.
- [5] ● *Leva, M.*: Fluidization. New York/Toronto/London: McGraw-Hill Book Comp. 1959.
- [6] ● *Schyttil, F.*: Wirbelschichttechnik. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer Verlag 1961.
- [7] *Schügerl, K.*, *M. Merz* und *F. Fetting*: Rheologische Eigenschaften von gasdurchströmten Fließbettsystemen. Chem. Engng. Sci. **15** (1961) Nr. 1 und 2, S. 1/38.
- [8] *Trawinski, H.*: Effektive Zähigkeit und Inhomogenität von Wirbelschichten. Chemie-Ing.-Techn. **25** (1953) Nr. 5, S. 229/38.
- [9] *Schäfer, K.*: Über den Selbstdiffusionskoeffizienten und die Viskosität einatomiger Flüssigkeiten. Kolloid-Z. **100** (1942) Nr. 3, S. 313/20.
- [10] *Siemes, W.*: Förderung von körnigem Gut in geneigten Fließbetten. Chemie-Ing.-Techn. **31** (1959) Nr. 3, S. 212/13.
- [11] ● *Richter, H.*: Rohrhydraulik. 2. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer Verlag 1954.
- [12] *Straub, L. G.*, *E. Silbermann* und *H. C. Nelson*: Some observations on open channel flow at small Reynolds numbers. J. Engng. Mech. Div. Paper 1031 (Juli 1956) S. 1/28.

DK 624.131:631.51

## Anwendung theoretischer Grundlagen aus dem Grundbau in der landtechnischen Bodenmechanik<sup>1)</sup>

Von **Wolfgang Vornkahl**, Hannover

Professor Dr.-Ing. Georg Segler zum 60. Geburtstag

*Man hat sich schon sehr früh damit befaßt, eine Theorie des Pfluges aufzustellen. Wegen der zahlreichen Schwierigkeiten ist es bis heute nicht gelungen, eine befriedigende Theorie der landtechnischen Bodenmechanik zu entwickeln. In den beiden letzten Jahrzehnten ist mit Erfolg versucht worden, die theoretischen Erkenntnisse des Grundbaues auf das Forschungsgebiet der landtechnischen Bodenmechanik anzuwenden, insbesondere auf die Bodenbearbeitung und das Fahren auf dem Acker. Wenn diese Theorien auch (wie die Festigkeitslehre der Metalle) von idealen Werkstoffen mit idealen Eigenschaften ausgehen, so sind sie doch der Ausgangspunkt für eine brauchbare Klärung der verwickelten technologischen Vorgänge, mit der es die landtechnische Bodenmechanik zu tun hat.*

<sup>1)</sup> Der Inhalt dieser Arbeit geht teilweise auf Untersuchungen zurück, die im Institut für Landtechnik Stuttgart-Hohenheim (Direktor: Professor Dr.-Ing. G. Segler) im Rahmen eines Forschungsvorhabens mit Mitteln des Ministeriums für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten des Landes Nordrhein-Westfalen durchgeführt wurden.

*Dipl.-Ing. Wolfgang Vornkahl ist in der Versuchsabteilung für Radschlepper der Rhein Stahl Hanomag AG, Hannover tätig.*

Die landtechnische Bodenmechanik untersucht die Wechselwirkungen zwischen Ackerboden und landwirtschaftlichen Werkzeugen [1]. Dazu ist die Kennzeichnung der Spannungsverhältnisse wichtig, die im Boden unter der Einwirkung äußerer Kräfte entstehen. Von den verschiedenen Bodenkennziffern ist vor allem die Scherfestigkeit für die Spannungsverhältnisse maßgebend. Sie muß mit Hilfe von Werkzeugen, wie beispielsweise Grubberzinken oder Baggerschaufeln, überwunden werden, wenn der Bruchzustand im Boden erreicht werden soll. In die Berechnung des Bodenwiderstandes geht die Scherfestigkeit als eine wichtige Größe ein. Das Fahren mit Luftreifen oder Gleisketten auf unbefestigter Fahrbahn steht in enger Beziehung mit den Bodenkennziffern, die die Scherfestigkeit bestimmen. Die Größe der übertragbaren Triebkräfte hängt von der Eigenschaft des Bodens ab, die erforderlichen Schubkräfte aufzunehmen. Auch die Tragfähigkeit des Bodens, die ein Maß für die zu transportierenden Lasten ist, steht im Zusammenhang mit der Scherfestigkeit.

#### Theoretische Grundlagen aus dem Grundbau

In der aus dem Jahre 1776 stammenden Arbeit, die die Grundlage der heutigen Bodenmechanik darstellt, hat *Coulomb* [2] als

erster die Scherfestigkeit  $\tau$  mit dem inneren Reibungswinkel  $\varrho$  und der Kohäsion  $c$  des Bodens in Zusammenhang gebracht. Die Beziehung zwischen der Normalspannung  $\sigma$  in irgendeiner Schnittfläche, die durch einen aus kohäsivem Boden bestehenden Körper gelegt ist, und der Scherfestigkeit  $\tau$  wird danach durch die empirische *Coulombsche* Gleichung oder die Bruchbedingung ausgedrückt:

$$\tau = c + \sigma \tan \varrho \quad (1).$$

Danach setzt sich die Scherfestigkeit des Bodens aus einer von der Normalspannung abhängigen inneren Reibungsfestigkeit und einer von der Normalspannung unabhängigen Festigkeit, der Kohäsion, zusammen.

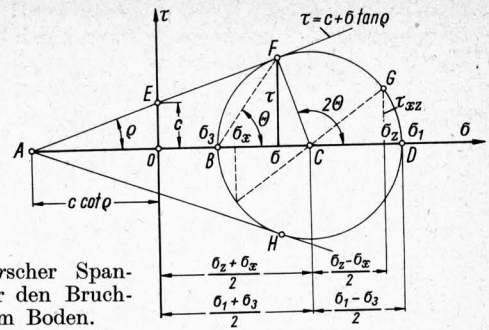
### Bruchzustand im Boden

Bei den bodenmechanischen Untersuchungen interessiert allgemein, wie groß die äußeren Kräfte sein müssen, um den Bodenwiderstand zu überwinden und den Bruchzustand herbeizuführen. In der mathematischen Elastizitätslehre erfolgt die Berechnung der Spannungen mit Hilfe der Formänderungen. Im Bruchzustand existiert aber keine Linearität zwischen Spannung und Verformung mehr, und die Anwendung des *Hookeschen* Gesetzes ist nicht gerechtfertigt. Die Elastizitätslehre ist daher grundsätzlich für derartige Untersuchungen nicht verwendbar. An ihre Stelle tritt die Plastizitätstheorie. In der klassischen Festigkeitslehre der metallischen Werkstoffe wird der Zusammenhang zwischen der Normalspannung und der Schubspannung für den Fall des Bruches durch die verschiedenen Festigkeits-hypothesen hergestellt. Die Bodenmechanik verwendet die Schubspannungshypothese zur Berechnung des Brucheintritts. Sie wird allerdings nicht in einer für die metallischen Werkstoffe üblichen, sondern in einer auf die Bodeneigenschaften hin modifizierten Form gebraucht. So wird in der Festigkeitslehre das Versagen des Werkstoffes mit der *Mohrschen* Bruchbedingung dargestellt. Werden die *Mohrschen* Hauptspannungskreise für die verschiedenen Spannungszustände gezeichnet, so haben sie eine gemeinsame Umhüllende, die die Funktion einer Parabel erfüllt und deren Lage und Form vom Werkstoff abhängt. Im Schnittpunkt des Hauptspannungskreises und der Umhüllenden tritt der Bruchzustand ein. In der Bodenmechanik wird dagegen die Umhüllende als eine Gerade angenommen, was in den meisten Fällen eine brauchbare Näherung darstellt. Wenn diese Gerade den *Mohrschen* Kreis berührt, besteht ein Bruchzustand im betrachteten Punkt. Die Gerade hat die Gleichung:

$$\tau = c + \sigma \tan \varrho \quad (1).$$

Im Bruchzustand besteht dann ein Zusammenhang zwischen der Normal- und Schubspannung, die durch die *Coulombsche* Gleichung zahlenmäßig ausgedrückt wird.

**Bild 1** zeigt den *Mohrschen* Spannungskreis für den Bruchzustand im Boden. In einem Diagramm, das die Beziehungen zwischen der Normalspannung und der Scherfestigkeit darstellt, ist die größte und die kleinste Hauptspannung  $\sigma_1$  und  $\sigma_3$  eingetragen und über ihrer Differenz  $\sigma_1 - \sigma_3$  als Durchmesser der Spannungskreis gezeichnet. Im gleichen Diagramm wird die Bruchbedingung aus dem *Coulombschen* Gesetz mittels zweier Geraden abgebildet, die eine Länge  $c$  auf der Ordinate und einen Winkel  $\varrho$  mit der Abszisse bilden. Wird der Winkel zwischen der Hauptspannung  $\sigma_1$  und der Normalspannung  $\sigma$  auf die Scherspannung mit  $\Theta$  bezeichnet, so wird der Bruchzustand



**Bild 1.** Mohrscher Spannungskreis für den Bruchzustand im Boden.

für  $2\Theta = 90^\circ + \varrho$  erreicht. Daraus ist zu ersehen, daß der Winkel zwischen der Gleitebene und der ersten Hauptspannung  $45^\circ - \varrho/2$  ist. Die größte Schubspannung tritt also nicht unter  $45^\circ$  zur Hauptspannung wie bei metallischen Werkstoffen auf, sondern steht unter dem Winkel  $45^\circ - \varrho/2$ .

Versuche zeigten bei der Anwendung der Schubspannungshypothese eindeutig, daß die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_3$  den größten Einfluß auf die Festigkeit haben [3]. In der Praxis wird mit guter Übereinstimmung angenommen, daß die Beziehungen für jede normal zur Zeichenebene wirkende mittlere Hauptspannung gültig ist. Ein geringer Einfluß von  $\sigma_2$  ist aber wie in der Festigkeitslehre der metallischen Werkstoffe vorhanden [4].

Mit Hilfe der geometrischen Beziehungen in Bild 1 ist es möglich, für den Bruchzustand die Größe einer Hauptspannung zu berechnen, wenn die Größe der anderen und die Richtung der beiden bekannt ist.

Wird die Bruchbedingung mit den Spannungskomponenten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  und  $\tau_{xz}$ , Bild 1, ausgedrückt, so kann die Strecke  $\overline{CG}$  als Hypotenuse bestimmt werden:

$$\overline{CG} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}.$$

Aus der Bruchbedingung folgt:

$$\sin \varrho = \frac{\overline{CF}}{CA} = \frac{\overline{CG}}{AO + OC}$$

$$\sin \varrho = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}}{c \cot \varrho + \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \sin \varrho + c \cos \varrho$$

$$(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4 \tau_{xz}^2 = [(\sigma_z + \sigma_x) \sin \varrho + 2c \cos \varrho]^2 \quad (2).$$

Gl. (2) stellt die Bruchbedingung in allgemeiner Form dar. Werden die Hauptspannungen statt der Spannungskomponenten gewählt, so ergibt sich:

$$\sin \varrho = \frac{\overline{CF}}{CA} = \frac{\overline{CD}}{AO + CO}$$

$$\sin \varrho = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cot \varrho}$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varrho + 2c \cos \varrho.$$

Nach  $\sigma_1$  aufgelöst ist:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \sin \varrho}{1 - \sin \varrho} + 2c \frac{\cos \varrho}{1 - \sin \varrho}.$$

Mit den trigonometrischen Ausdrücken

$$\frac{1 + \sin \varrho}{1 - \sin \varrho} = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varrho}{2}\right)$$

und

$$\frac{\cos \varrho}{1 - \sin \varrho} = \tan \left(45^\circ + \frac{\varrho}{2}\right)$$

### Verwendete Formelzeichen

|                      |                                                                        |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $c$                  | Kohäsion des Bodens                                                    |
| $k = t/b$            | Verhältnis zwischen Arbeitstiefe und -breite                           |
| $P_H$                | horizontale Kraft auf eine Stützwand (Bruchkraft)                      |
| $p_H$                | horizontaler Bodenwiderstand                                           |
| $p_w$                | hydrostatischer Druck                                                  |
| $\gamma$             | Wichte des Bodens                                                      |
| $\Theta$             | Winkel zwischen Bodenoberfläche und Bruchlinie                         |
| $\varrho$            | innerer Reibungswinkel des Bodens                                      |
| $\sigma$             | Normalspannung                                                         |
| $\sigma_1$           | größte Hauptspannung                                                   |
| $\sigma_3$           | kleinste Hauptspannung                                                 |
| $\sigma_x, \sigma_z$ | Spannungskomponenten                                                   |
| $\lambda \varrho$    | kritisches Hauptspannungsverhältnis zwischen $\sigma_1$ und $\sigma_3$ |
| $\tau$               | Scherfestigkeit                                                        |

ergibt sich die Gleichung:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) + 2c \tan \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) \quad (3).$$

Terzaghi [5] setzte als kritisches Hauptspannungsverhältnis:

$$\lambda_\varrho = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right).$$

Damit wird aus Gleichung (3):

$$\sigma_1 = \sigma_3 \lambda_\varrho + 2c \sqrt{\lambda_\varrho} \quad (3a).$$

Ein Scherbruch tritt im Boden ein, wenn die beiden Hauptspannungen die Gl. (3) erfüllen.

### Passiver Erdwiderstand

Wird eine senkrechte Wand großer Breite  $b$  und Tiefe  $t$  unter Einwirkung einer äußeren waagerechten Kraft  $P_H$  gegen den Boden gedrückt, so tritt im Boden beim Anwachsen der Kraft schließlich der Bruch in einer Bruchlinie ein, sobald alle Widerstände längs der Bruchlinie überwunden sind. Mit Gl. (3) ist die Berechnung der Kraft möglich, die zum Erreichen des Bruchzustandes erforderlich ist. Für diesen Fall wird der mögliche Bruchzustand anschaulich durch die Theorie des passiven Erdwiderstandes hinter einer Stützwand dargestellt, die mit Boden gefüllt ist. Die erste wissenschaftlich begründete Theorie ist *Coulomb* [2] zu verdanken. Er nahm an, daß der Boden hinter der Wand in einer geraden Bruchlinie abscher, die am Fuß der Wand beginnt und die Bodenoberfläche unter dem Winkel  $45^\circ - \frac{\varrho}{2}$  schneidet.

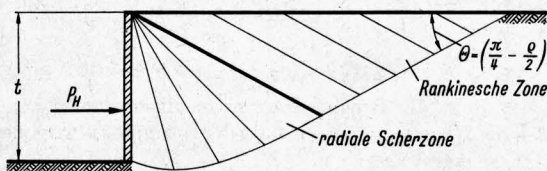
Seine Ergebnisse stimmten formelmäßig völlig mit denen von *Rankine* [6] überein. Unter Berücksichtigung von Gl. (3a) und der Beziehung

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= \gamma z \\ \gamma &= \text{Wichte} \\ z &= \text{Tiefe unterhalb der Bodenoberfläche} \end{aligned}$$

beträgt die Spannung  $\sigma_1$ :

$$\sigma_1 = \gamma z \lambda_\varrho + 2c \sqrt{\lambda_\varrho}.$$

Terzaghi [5] entwickelte für diesen Bruchzustand genauere Lösungen. Danach wird die Bruchlinie nicht mehr als eine Gerade aufgefaßt, sondern es wird eine zusammengesetzte Bruchlinie angenommen, **Bild 2**. Eine radiale Scherzone wird durch eine ge-



**Bild 2.** Plastischer Grenzzustand im Boden hinter einer Wand großer Breite nach Terzaghi [5] (Passiver Erdwiderstand).

- $P_H$  Bruchkraft
- $t$  Wandtiefe
- $\vartheta$  Winkel zwischen Bodenoberfläche und Bruchlinie
- $\varrho$  innerer Reibungswinkel des Bodens

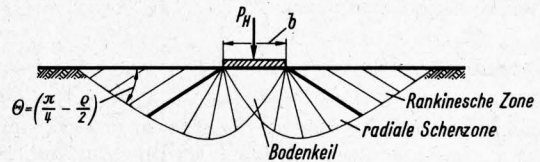
krümmte Linie begrenzt, die die Gleichung einer logarithmischen Spirale erfüllt. Daran schließt sich erst die *Rankine*-Zone mit der geraden Bruchlinie an. Der horizontale Bodenwiderstand  $P_H$ , der auf die Flächenheit der Wand bezogen ist, beträgt:

$$P_H = \frac{P_H}{b t} = \gamma z K_\gamma + c K_c \quad (4).$$

$K_\gamma$  und  $K_c$  sind dimensionslose Zahlen und von  $\gamma$  und  $z$  unabhängig. Ihre Werte sind für bestimmte Sonderfälle (senkrechte oder geneigte Wand; waagerechte Bodenoberfläche usw.) aus den Bodenkennziffern des Reibungswinkels Boden/Boden und Wand/Boden sowie der Kohäsion zu berechnen oder können entsprechenden Diagrammen entnommen werden [5].

### Boden unter einer Streifenlast (Tragfähigkeit)

Ein ähnlicher Fall eines plastischen Grenzzustandes ergibt sich, wenn eine Bodenoberfläche durch eine Streifenlast belastet wird. Bei dem sogenannten Tragfähigkeitsproblem, **Bild 3**, bildet sich vor der Wand ein gleichschenkliger und stationärer Bodenkeil aus, der mit seinen Flanken den Boden rechts und links auseinanderdrückt und ihn nach Eintreten des Bruchzustandes zu beiden Seiten und nach oben fortbewegt. In beiden Flügeln wird der plastische Bruchzustand erzeugt, und es treten wiederum die radialen Scherzonen und die *Rankine*-Zonen mit der geraden Bruchlinie in Erscheinung. *Prandtl* [7] hat 1920 eine



**Bild 3.** Plastischer Grenzzustand im Boden unter einer Streifenlast nach *Prandtl* [7] (Tragfähigkeit).

- $P_H$  Bruchkraft
- $b$  Wandbreite
- $\vartheta$  Winkel zwischen Oberfläche und Bruchlinie
- $\varrho$  innerer Reibungswinkel des Bodens

rechnerische Lösung dieses Problems angegeben. Terzaghi [5] entwickelte anhand von Gl. (3) folgende Beziehung zur Berechnung der Bruchtragfähigkeit je Flächeneinheit für ein Fundament mit der Breite  $b$ :

$$P_H = \frac{P_H}{b t} = c N_c + \frac{\gamma}{2} b N_\gamma \quad (5).$$

$N_c$  und  $N_\gamma$  sind dimensionslose Trägheitsfaktoren, die nur von dem inneren Reibungswinkel des Bodens abhängen. Für gewichtslosen Boden  $\gamma = 0$  kann eine genaue Berechnung durchgeführt werden. Unter der Annahme, daß die radiale Scherzone durch eine Bruchlinie begrenzt wird, die die Gleichung einer logarithmischen Spirale erfüllt, ergibt sich [8]:

$$N_c = \left[ e^{\pi \tan \varrho} \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) - 1 \right] \cot \varrho \quad (5a).$$

Unter Vernachlässigung des zweiten Gliedes in Gl. (5), was bei Böden mit großer Kohäsion und geringem inneren Reibungswinkel zulässig ist, wird aus Gl. (5):

$$P_H = \frac{c}{\tan \varrho} \left[ \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) e^{\pi \tan \varrho} - 1 \right].$$

Genaue Lösungen der Gl. (5) sind deshalb schwierig, weil die Bestimmung von  $N_\gamma$  nicht einfach ist. Die Ergebnisse weichen heute bedeutend voneinander ab. Einige Lösungen sind in letzter Zeit bekanntgeworden [8]. Danach wird eine einfache Näherung vorgeschlagen:

$$N_\gamma = e^{\pi \tan \varrho} \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) - 1 \quad (5b).$$

In neueren Modellversuchen [8] mit trockenem Sand wurde die Brauchbarkeit dieser Formel bis zu inneren Reibungswinkeln  $\varrho = 30^\circ$  bestätigt. Mit größeren Reibungswinkeln ergaben sich aber steigende Abweichungen. Für  $\varrho = 40^\circ$  waren die gemessenen Werte fast zehnmal so groß wie die berechneten. Befriedigende Erklärungen für die Ergebnisse sind noch nicht vorhanden.

### Messung der Bodenkennziffern

Für eine zufriedenstellende Anwendung der obigen Gleichungen ist die einwandfreie Messung der Bodenkennziffern entscheidend, die die Scherfestigkeit bestimmen. Nach der Auffassung von *Bekker* [9] war die Unkenntnis über die Meßmethodik der Bodeneigenschaften die Ursache für die ungenügende Entwicklung einer theoretischen Bodenmechanik überhaupt. Tatsächlich begann mit der besseren Beschreibung der Bodenkennziffern eigentlich erst der Fortschritt auf dem Gebiete des Grundbaues.

Nach dem *Coulombschen* Gesetz ist zur Bestimmung der Scherfestigkeit die Messung der Bodenkennziffern innerer

Reibungswinkel  $\rho$  und Kohäsion  $c$  erforderlich. In Wirklichkeit ist die Beziehung aber nicht so einfach, wie sie in Gl. (1) ausgedrückt wird. In dieser Form gilt sie nur für einige Sonderfälle. *Terzaghi* [5] stellte 1925 fest, daß die Gesamtspannung  $\sigma$  im Boden sich aus einer wirksamen Normalspannung  $\sigma'$  zwischen den Körnern und einem hydrostatischen Druck  $p_w$  in dem zwischen den Körnern befindlichen Medium zusammensetzt, das aus Wasser und Luft besteht:

$$\sigma = \sigma' + p_w.$$

Danach wird die *Coulombsche* Gleichung prinzipiell durch die wirksamen Scherfestigkeitsbeiwerte ausgedrückt. Die so erhaltenen Parameter werden dann mit  $c'$  und  $\rho'$  bezeichnet. Die wirksame Bruchbedingung lautet dann:

$$\tau' = \sigma' \tan \rho' + c' = (\sigma - p_w) \tan \rho' + c'.$$

Die wirksamen Scherparameter, die keine Konstanten, sondern weitgehend von äußeren Bedingungen abhängig sind, haben sich heute international weitgehend zum Berechnen der Scherfestigkeit durchgesetzt [10]. Danach hängt die Scherfestigkeit von den wirksamen Spannungen ab. Ihre Anwendung erfordert die Kenntnis des Porenwasserdruckes.

Zur versuchsmäßigen Bestimmung der Scherfestigkeit sind eine große Anzahl Methoden bekannt. Das Grundprinzip besteht in der Herstellung eines möglichst einfachen Spannungszustandes und in der Bestimmung des Bruchzustandes in der *Mohrschen* Darstellung. Folgende Methoden sind verbreitet [3, 8]:

- Unmittelbarer Scherversuch: eine Bodenprobe wird unter Einwirkung einer Normalkraft und einer Scherkraft bei Verhinderung der Seitenausdehnung abgeschert (z. B. Scherkasten);
- Einaxialer Druckversuch: eine zylindrische Bodenprobe wird bei unbehinderter Seitenausdehnung in der Längsachse bis zum Bruch belastet (z. B. Einaxiales Druckgerät);
- Dreiaxialer Druckversuch: eine zylindrische Bodenprobe wird in der Längsachse bei einem gleichzeitig wirkenden Seitendruck auf der Mantelfläche bis zum Bruch belastet (z. B. Triaxialgerät).

Gegen die Methoden a) und b) bestehen Einwände [2, 8, 11 bis 14]. In letzter Zeit setzte sich der dreiaxiale Druckversuch mit dem Triaxialgerät immer mehr durch. Dabei werden die Scherlinien im Scherversuch mit einer gleichzeitigen Porenwasser-Druckmessung gewonnen. Über die Anwendung und Brauchbarkeit des dreiaxialen Druckversuches liegt grundlegendes Schrifttum vor [15].

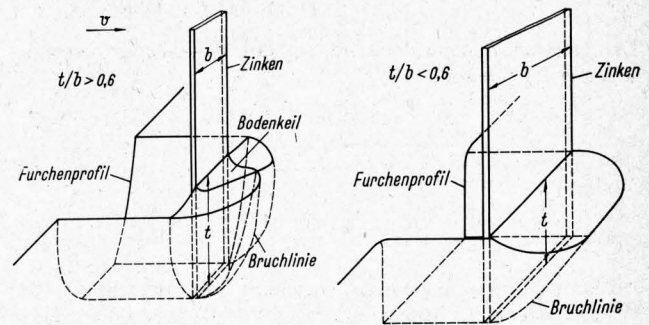
### Einige Anwendungen in der landtechnischen Bodenmechanik

Die Theorien über die plastischen Verformungen, die sich im Boden bei vertikaler und horizontaler Belastung vom Beginn des plastischen Fließens bis zum Bruchzustand und darüber hinaus ausbilden, wurden in der landtechnischen Bodenmechanik als Grundlagen für weitere Untersuchungen aufgegriffen. Die Anwendung der nur für ideale Bedingungen geltenden Theorien ist deshalb schwierig, weil die Probleme in der landtechnischen Bodenmechanik verwickelter sind als im Grundbau. Trotzdem gelang die Entwicklung brauchbarer Erkenntnisse in den letzten Jahren zumindest für die Böden, die den idealen Verhältnissen nahe kommen. Besonders in zwei Gebieten der landtechnischen Bodenmechanik, bei dem Fahren auf unbefestigter Fahrbahn (Land Locomotion) und bei der Arbeit mit geradlinig bewegten Bodenwerkzeugen, wurden erfolgreiche Anwendungsbeispiele gegeben.

### Widerstand von geradlinig bewegten Bodenwerkzeugen

In der Bodenmechanik wurde bereits vor einigen Jahrzehnten versucht, den Widerstand von stumpfen zinkenartigen Bodenwerkzeugen bei der geradlinigen Bewegung im Boden unter Zugrundelegung der dargestellten plastischen Bruchzustände zu berechnen. *Dinglinger* [16] zeigte, daß der gemessene Widerstand derartiger Werkzeuge nur bei großer Werkzeugbreite mit den berechneten Werten aus den Formeln für den passiven Erdwiderstand übereinstimmt. In Anlehnung an die Theorie von

*Terzaghi* entwickelte *Payne* [17] eine Beziehung, mit der er den Widerstand zinkenartiger Bodenwerkzeuge berechnete. Seine komplizierte Formel war nur in einigen Fällen brauchbar anzuwenden. Grundlegend neue Erkenntnisse brachten die Arbeiten von *O'Callaghan* und *Farrelly* [18]. Sie unterscheiden zwei Bruchfiguren im Boden, **Bild 4 und 5**:

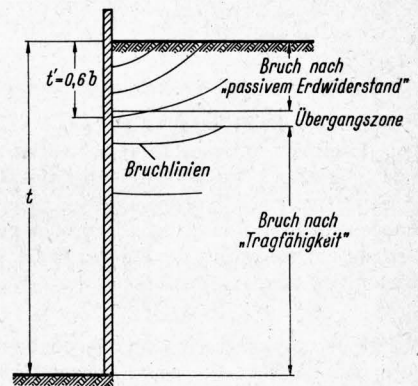


**Bild 4 und 5.** Ausbildung der Bruchlinien im Boden beim Durchgang von stumpfen, vertikalen Zinken großer Breite (Bild 4) und geringer Breite (Bild 5) nach *O'Callaghan* und *Farrelly* [18].

t Zinkentiefe  
b Zinkenbreite  
v Bewegungsrichtung

Ist die Werkzeugbreite viel größer als die Arbeitstiefe des Werkzeuges (beispielsweise bei den Schaufeln von Erdbaggern), so zerfällt der von den Zinken beanspruchte Boden in einer Weise, die dem Bruchzustand des passiven Erdwiderstandes entspricht, Bild 4; ist die Breite des Werkzeuges viel kleiner als die Arbeitstiefe, so bricht der Boden analog zum Bruchzustand der Tragfähigkeit auf, Bild 5.

Der Übergang von einer Bruchfigur zur anderen ist vom Tiefen/Breitenverhältnis des Werkzeuges abhängig. Nach den Untersuchungen von *O'Callaghan* treten bei Werkzeugen, deren Arbeitstiefe sich nicht wesentlich von der Werkzeugbreite unterscheidet, beide Bruchzustände gleichzeitig auf, **Bild 6**.



**Bild 6.** Ausbildung der Bruchlinien im Boden beim Durchgang eines stumpfen, vertikalen Zinkens nach *O'Callaghan* und *Farrelly* [18].

t Zinkentiefe  
b Zinkenbreite  
t' Tiefe der Übergangszone zwischen Bruchzustand des „passiven Erdwiderstandes“ und der „Tragfähigkeit“

Im oberen Bereich erfolgt bis zu einer Arbeitstiefe  $t'$  der Bruch nach dem „passiven Erdwiderstand“, in dem unteren Bereich mit der Tiefe  $t - t'$  dagegen nach der „Tragfähigkeit“.

Der Übergang von einem Bereich zum anderen erfolgt in einer Zone, zu deren Charakterisierung es genügt, einen Mittelwert anzugeben:

$$t' = k b.$$

Bei der Arbeitstiefe  $t' = k b$  verändert sich in guter Annäherung der Bruchzustand vom passiven Erdwiderstand zur Tragfähigkeit. Nach Gl. (4) beträgt dann der Widerstandsanteil  $P_{H1}$  aus passivem Erdwiderstand:

$$\begin{aligned} P_{H1} &= b t' (\gamma z K_\gamma + c K_c) \\ &= b \gamma K_\gamma \int_0^{t'} z dz + b t' c K_c \\ &= b t' \left( \frac{\gamma}{2} t' K_\gamma + c K_c \right) \\ &= b^2 k \left( \frac{\gamma}{2} k b K_\gamma + c K_c \right) \end{aligned}$$

Der Anteil  $P_{H2}$  aus der Tragfähigkeit läßt sich aus Gl. (5) bestimmen:

$$P_{H2} = b(t - t') \left( \frac{\gamma}{2} b N_{\gamma} + c N_c \right) \\ = b(t - kb) \left( \frac{\gamma}{2} b N_{\gamma} + c N_c \right).$$

Der gesamte Bodenwiderstand  $P_H$  des Werkzeuges berechnet sich aus der Summe:

$$P_H = P_{H1} + P_{H2} \\ P_H = \left[ kb^2 \left( \frac{\gamma}{2} kb K_{\gamma} + c K_c \right) \right] + \\ + \left[ b(t - kb) \left( \frac{\gamma}{2} b N_{\gamma} + c N_c \right) \right] \quad (6).$$

Dieses ist die allgemeine Gleichung zur Berechnung des Widerstandes eines Bodenwerkzeuges. Für die Anwendung dieser Gleichung sind einige Sonderfälle zu unterscheiden:

### 1. $t \ll kb$ (Baggerschaufeln)

Bei Werkzeugen, die sehr breit sind und eine geringe Arbeitstiefe haben, kann der zweite Summand  $P_{H2}$  (zweite eckige Klammer) vernachlässigt werden. Der Bruchzustand des passiven Erdwiderstandes herrscht vor.

### 2. $t \gg kb$ (Schmale Zinken)

Bei Werkzeugen, die sehr tief im Boden arbeiten und eine geringe Breite haben, braucht der erste Summand  $P_{H1}$  (erste eckige Klammer) nicht berücksichtigt zu werden. Hier erfolgt der Bruch vorwiegend nach dem Bruchzustand der Tragfähigkeit.

### 3. $t \approx kb$

Im allgemeinen ist Gl. (6) für diesen Fall zur Berechnung des Bodenwiderstandes  $P_H$  zu nehmen. Sie kann sich allerdings vereinfachen, wenn bei dem untersuchten Boden eine Bodenkennziffer der Scherfestigkeit gegenüber einer anderen vernachlässigt werden kann. Zwei Fälle sind zu unterscheiden: Kohäsiver Boden mit geringem und nichtkohäsiver Boden mit großem inneren Reibungswinkel.

#### a) Kohäsiver Boden mit geringem inneren Reibungswinkel

Für diesen Fall führte O'Callaghan [18] umfangreiche Messungen durch. Er untersuchte verschiedenartige Böden, die einen relativ geringen inneren Reibungswinkel ( $\varrho = 2 \dots 10^\circ$ ) und eine relative große Kohäsion hatten. Wegen des geringen Reibungswinkels und der nicht sehr großen bewegten Bodenmassen berücksichtigte er nur die Glieder in Gl. (6), in denen die Kohäsion vorkommt:

$$P_H = kb^2 c K_c + b(t - kb) c N_c.$$

Für die untersuchten stumpfen und senkrechten Werkzeugformen und für die verschiedenen kohäsiven Böden fand O'Callaghan den Übergangswert  $k = 0,6$ . Der Übergang von dem Bruchzustand des passiven Erdwiderstandes zur Tragfähigkeit erfolgt annähernd bei  $t' = 0,6b$ . Damit wird aus obiger Gleichung:

$$P_H = 0,6b^2 c K_c + b(t - 0,6b) c N_c.$$

Wird Gl. (5a) eingesetzt, so ergibt sich:

$$P_H = 0,6b^2 c K_c + b \frac{(t - 0,6b) c}{\tan \varrho} \left[ \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varrho}{2} \right) e^{\pi \tan \varrho} - 1 \right] \quad (6a).$$

O'Callaghan und Farrelly [18] zeigten, daß bei kohäsiven Böden die auf dem Felde gemessenen Werte mit den nach Gl. (6a) berechneten Werten gut übereinstimmen. Bei sehr breiten, flachen Werkzeugen kann der zweite Summand vernachlässigt werden; bei schmalen, tiefen Werkzeugen ist der erste Summand von sehr geringem Einfluß. Beide Fälle wurden durch zahlreiche Versuchsmessungen bestätigt.

#### b) Nichtkohäsiver Boden mit großem inneren Reibungswinkel

Für diesen Fall brauchen die Kohäsionsglieder nicht berücksichtigt zu werden. Aus Gl. (6) wird dann:

$$P_H = \frac{\gamma}{2} b^2 [k^2 K_{\gamma} + (t - kb) N_{\gamma}] \quad (6b).$$

Die Gültigkeit dieser Gleichung konnte vom Verfasser in neueren Untersuchungen, die auf Anregung von Prof. Dr.-Ing Segler im Institut für Landtechnik in Stuttgart-Hohenheim durchgeführt wurden, für zinkenartige Bodenwerkzeuge bestätigt werden. Der Übergangswert liegt etwa in der Größenordnung  $k = 0,6$ . Bis zu einem inneren Reibungswinkel  $\varrho = 30^\circ$  kann mit guter Genauigkeit  $N_{\gamma}$  mit der angegebenen Gl. (5b) verwendet werden. Ist  $\varrho > 30^\circ$ , so müssen die empirisch gefundenen Werte gewählt werden [8].

In den bereits erwähnten Untersuchungen ist die Gültigkeit der Gl. (6) in Modellversuchen geprüft worden. Es zeigte sich, daß die aus den Erkenntnissen des Grundbaues entwickelte Beziehung brauchbare Werte liefert, wenn die Arbeitsgeschwindigkeit relativ gering ist, die Bodenwerkzeuge eine stumpfe Oberfläche haben und senkrecht durch den Boden bewegt werden.

## Fahren auf unbefestigten Fahrbahnen

In dem Forschungsgebiet des Fahrens auf unbefestigten Fahrbahnen sind besonders dank der Arbeiten von Bekker [9] eine Reihe von Erkenntnissen aus dem Grundbau zur Lösung der Probleme angewendet worden. Es würde im Rahmen dieses Aufsatzes zu weit führen, die mathematischen Zusammenhänge aufzuzeigen. Es liegt darüber Schrifttum vor [9, 19].

Zwei Beispiele aus dem Gebiet des Fahrens auf unbefestigter Fahrbahn mögen zeigen, wie sich derartige Vorgänge auf die beiden plastischen Bruchzustände des passiven Erdwiderstandes und der Tragfähigkeit zurückführen lassen.

Bei dem Fahren mit Gleisketten sollen die Kettenglieder den für den Fahrvorgang notwendigen Schub auf den Boden übertragen. Die Glieder einer konventionellen Kette liegen dabei dicht beieinander. Bekker [9] vergrößerte den Abstand zwischen den Kettengliedern und entwickelte dadurch die sogenannte „Lückengliederkette“. Die Abmessungen sind dabei so gewählt, daß sich die plastischen Zonen des passiven Erdwiderstandes hinter einem Kettenglied vollkommen ausformen können. In Bild 7 wird die Ausbildung der Scherflächen bei einer solchen Lückengliederkette gezeigt [20]. Vergleiche mit konventionellen Gleisketten zeigten, daß mit der Lückengliederkette bei gleicher Berührungsfläche und gleichem Flächendruck erheblich größere Zugkräfte übertragen werden konnten.

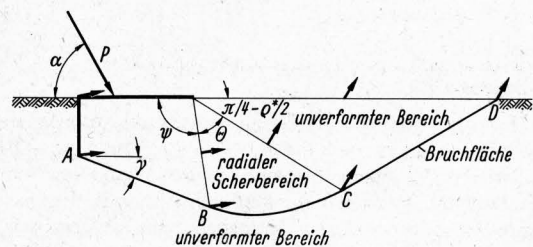
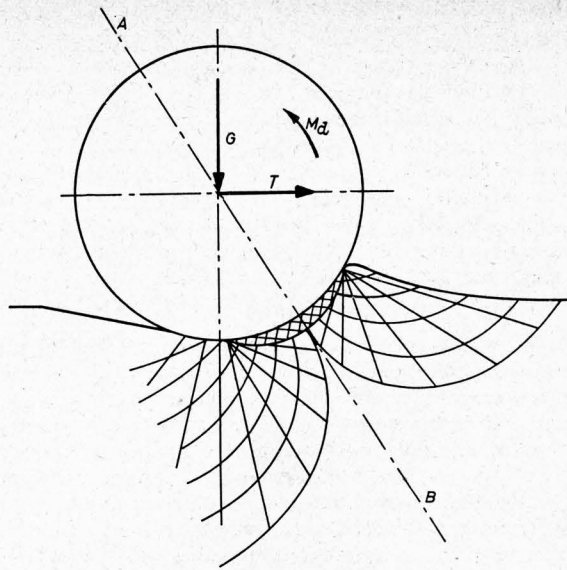


Bild 7. Ausbildung der Bruchlinien im Boden am Einzelglied einer Lückengliederkette nach Haythornthwaite [20].

Die theoretische Untersuchungen über das Schub-Schrittverfahren [21], das den Luftreifen für das Fahren außerhalb befestigter Fahrbahnen einsatzfähiger machen soll, indem jeweils ein Rad abwechselnd weiterrollt und blockiert und sich damit besser abstützt, konnte ebenfalls auf den Erkenntnissen des Grundbaues aufbauen. Bild 8 zeigt die durch das blockierte Rad bei der Verschiebung erzeugten Gleitlinienfelder. Das durch das Spannungsfeld erzeugte Gleitlinienfeld bildet sich unter der Last in gleicher Weise aus wie der Bruchzustand der Tragfähigkeit. Diese Übereinstimmung ist zur Vermittlung einer Vorstellung über den Vorgang der Triebkraftabstützung nützlich. Beim Rad bildet sich vor der Abstützfläche eine Zone, die praktisch als Keil verdichteten Bodens bis zur Verschiebung des Rades mit dem Rad fest verbunden bleibt. An beiden Seiten des stationären Keils formen sich die beiden Scherzonen. Die entstehende Abstützkraft am Rad ist damit von der Kohäsion und dem inneren Reibungswinkel des Bodens abhängig.



**Bild 8.** Ausbildung der Bruchlinien im Boden durch die Verschiebung des blockierten Rades beim Schub-Schritt-Verfahren nach *Große-Schermann* [21].

### Zusammenfassung

Als angewandte Wissenschaft versucht die landtechnische Bodenmechanik, die Wechselwirkungen zwischen Ackerboden und landwirtschaftlichen Werkzeugen theoretisch zu begründen. Unter gewissen Einschränkungen kann dabei auf Grundlagen des Grundbaues aufgebaut werden. In zwei Fällen — bei der Berechnung des Widerstandes von Bodenwerkzeugen und bei den Vorgängen des Fahrens auf unbefestigten Fahrbahnen — werden dafür Beispiele aus neueren Untersuchungen gezeigt. Sie lassen sich auf zwei plastische Bruchzustände zurückführen, die im Grundbau unter den Bezeichnungen „Passiver Erdwiderstand“ und „Tragfähigkeit“ bekannt sind. Die Anwendung der abgeleiteten Beziehungen setzt eine einwandfreie Messung der Scherfestigkeitsparameter voraus. Nur dann ist eine brauchbare Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Werte zu erwarten.

Wenn die Theorien des Grundbaues auch von idealen Werkstoffen mit idealen Eigenschaften ausgehen, so bieten sie doch die Grundlagen für die Entwicklung theoretischer Erkenntnisse. Der landtechnische Bodenmechaniker muß allerdings in der Lage sein, die Größenordnung der Abweichungen zwischen idealisierten und natürlichen Bodeneigenschaften zu erkennen, um sich bei der Anwendung vor unzulässigen Verallgemeinerungen zu schützen.

DK 631.362.3

## Das Trennen von Korn-Häcksel-Gemischen im Steigsichter

Von **Bodo Hassebrauck**, Stuttgart-Hohenheim

Professor Dr.-Ing. Georg Segler zum 60. Geburtstag

*Zur Beurteilung des Trenneffektes von Korn-Strohhäcksel-Gemischen beim Sichten im senkrecht aufsteigenden Luftstrom werden mit einem Meßsteigsichter sogenannte Schwebekennlinien bei extrem niedriger Gutbeladung des Luftstroms aufgenommen. Bei keiner der vier untersuchten Getreidearten ist eine vollkommene Trennung des Korn-Strohhäcksel-Gemisches möglich, so daß Steigsichter für diese Gemische nur als Vorreiniger oder Zusatz-einrichtung bei der Saatgutauflbereitung in Frage kommen.*

Dipl.-Ing. Bodo Hassebrauck ist wissenschaftlicher Assistent im Institut für Landtechnik (Direktor: Prof. Dr.-Ing. G. Segler) der Landwirtschaftlichen Hochschule Hohenheim.

### Schrifttum

- [1] *Söhne, W.*: Einige Grundlagen für eine landtechnische Bodenmechanik. Grundle. Landtechn. Heft 7 (1956) S. 11/27.
- [2] *Coulomb, Ch. A.*: Essai. Sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de Savants Etrangers à l'Académie de Paris. Bd. VII, Paris 1776.
- [3] *Kezdi, A.*: Bodenmechanik. Bd. 1. Berlin 1964.
- [4] *Wellinger, K., und H. Dietmann*: Festigkeitsberechnung. Stuttgart 1961.
- [5] *Terzaghi, K. v., und R. Jelinek*: Theoretische Bodenmechanik. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1954.
- [6] *Rankine, W. J. M.*: On the stability of loose earth. Phil. Trans. Royal Soc. London **147** (1956) S. 9/27.
- [7] *Prandtl, L.*: Über die Härte plastischer Stoffe. Nachr. Kgl. Ges. Wissenschaft. Göttingen. Math.-phys. Klasse Berlin 1920.
- [8] *Brinch Hansen, J., und H. Lundgren*: Hauptprobleme der Bodenmechanik. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960.
- [9] *Bekker, M. G.*: Theory of land locomotion. Ann Arbor 1956.
- [10] *Horn, A.*: Bodenmechanik und Grundbau. VDI-Z. **107** (1965) H. 3, S. 127/31.
- [11] *Jones, J. F.*: Flow of granular materials. M. E. Sc.-Thesis, Univ. Dublin 1964.
- [12] *O'Callaghan, J. R., und K. M. Farrelly*: Limitations of the torsion shear test. J. Agric. Engng. Res. **10** (1965) H. 2, S. 114/17.
- [13] *Vandenberg, G. E.*: Triaxial measurements of shearing strain and compaction in unsaturated soil. ASAE-Paper Nr. 62-648, Chicago 1962.
- [14] *Bailey, A. G., und J. A. Weber*: Comparison of methods of measuring shear strength using artificial soils. ASAE-Paper Nr. 64-113, Colorado 1964.
- [15] *Bishop, A. W., und D. J. Henkel*: The measurement of soil properties in the triaxial test. London 1964.
- [16] *Dinglinger, E.*: Über den Bodenwiderstand beim Graben (Baggern). Diss. T. H. Hannover 1928.
- [17] *Payne, P. C. J.*: The relationships between the mechanical properties of soil and the performance of simple cultivation. Ph. D.-Thesis, Univ. Reading 1954.
- [18] *O'Callaghan, J. R., und K. M. Farrelly*: Cleavage of soil by tined implements. J. Agric. Engng. Res. **9** (1964) H. 3, S. 259/70.
- [19] *Söhne, W.*: Beitrag zur Mechanik des Systems Fahrzeug-Boden unter besonderer Berücksichtigung der Acker-schlepper. Grundle. Landtechn. Heft 17 (1963) S. 5/16.
- [20] *Haythornthwaite, R. M.*: Methods of plasticity in land locomotion studies. In: Proceedings of the 1st International Conference on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems. Torino 1961, S. 28/43.
- [21] *Große-Schermann, F.*: Die Triebkraftsteigerung bei Geländefahrzeugen durch das Schub-Schritt-Verfahren. Landtechn. Forsch. **11** (1961) H. 4, S. 89/96.