

## Funktionsgerechte Gestaltung von Silos für schwerfließende Güter nach dem Jenike-Verfahren

### Teil I: Grundlagen

Von Otto-Horst Hoffmann und Theodor Hesse,  
Braunschweig\*)

DK 624.953:539.215

Eine funktionsgerechte Gestaltung von Silos war in der Vergangenheit vielfach nur auf experimentellem Wege möglich. Das Jenike-Verfahren erlaubt heute für bestimmte Siloformen eine gezielte funktionsgerechte Gestaltung.

Im Teil I "Grundlagen" wird zunächst ein Überblick über das Fließverhalten von Schüttgütern in Silos und die grundsätzlichen Möglichkeiten der funktionsgerechten Gestaltung von Silos gegeben. Nach der Einordnung des Jenike-Verfahrens wird die Ermittlung der für den Entwurf erforderlichen Gutkennwerte und ihre Bedeutung beschrieben.

### 1. Einleitung

Silos für körnige Haufwerke haben in der Verfahrens-, der Nahrungsmittel- und in der Landtechnik große Bedeutung. In allen drei Bereichen werden neben grobkörnigen Haufwerken, wie z.B. Kies und Getreide, auch feinkörnige Güter, wie z.B. Zement, Feinkohle, Mehl, Futtermittel und Kunstdünger, in Silos gelagert. Bei der Entleerung von Silos können insbesondere bei feinkörnigen Gütern Schwierigkeiten durch Brücken- oder Schachtbildung und durch das sogenannte Schießen des Gutes auftreten. Durch eine ungünstige Silogeometrie können sich bei fein- und grobkörnigen Gütern beim Entleeren außerdem unerwünschte Nebeneffekte zeigen, wie z.B. Entmischung und Zerkleinerung des Gutes.

Diese Schwierigkeiten sind durch die Wahl geeigneter Siloformen zu vermeiden. War man in der Vergangenheit darauf angewiesen, geeignete Siloformen experimentell zu ermitteln, so steht heute ein Verfahren zur Verfügung, mit dem für bestimmte Siloformen nach der Ermittlung bestimmter Stoffkennwerte eine gezielte funktions- und festigkeitgerechte Gestaltung möglich ist. Das Verfahren wurde von Jenike und seinen Mitarbeitern — unter denen

vor allem *Johanson* genannt werden muß — mit Hilfe neuer Vorstellungen über das Spannungs-Verformungs-Verhalten körniger Haufwerke, mit Hilfe der Kontinuumsmechanik, vor allem aber der Bodenmechanik und der Plastizitätslehre entwickelt. Wegen ihres Umfanges ist eine Darstellung der dem *Jenike*-Verfahren zugrundeliegenden Theorie im Rahmen dieses Aufsatzes nicht möglich. In diesem zweiteiligen Aufsatz soll daher nur versucht werden, das *Jenike*-Verfahren so weit zu beschreiben, wie es für die Anwendung in der Praxis erforderlich ist. Im Teil I "Grundlagen" werden zum besseren Verständnis und zur Einordnung des *Jenike*-Verfahrens die Abschnitte < Fließverhalten von Schüttgütern in Silos > und < Wege der funktionsgerechten Silogestaltung > vorangestellt. Anschließend wird das mechanische Verhalten von Schüttgütern, wie es dem *Jenike*-Verfahren zugrundeliegt, erläutert. Die funktionsgerechte Gestaltung von Silos nach dem *Jenike*-Verfahren wird im Teil II "Gestaltung von Massen- und Kernflußsilos" behandelt.

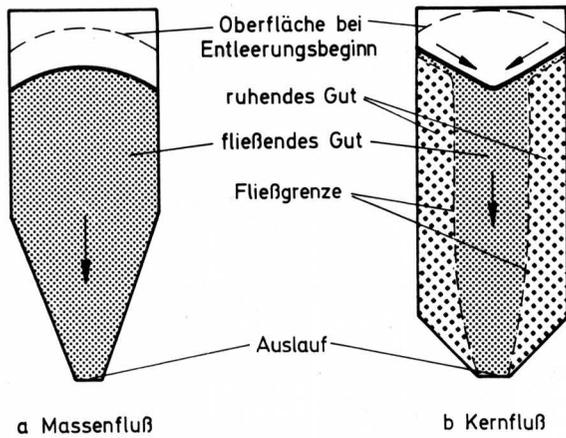
### 2. Fließverhalten von Schüttgütern in Silos

Beim Entleeren von Silos wird die Art des Gutflusses in Silos im wesentlichen durch die Silogeometrie und die Reibungsverhältnisse im Gut und zwischen Gut und Wand bestimmt. Man unterscheidet zwischen Massenfluß und Kernfluß. Beim Massenfluß, **Bild 1 links**, ist das gesamte Silogut in Bewegung. Die Gutoberfläche senkt sich bei der Entleerung gleichmäßig ab. Da der Fluß über den gesamten Querschnitt stetig ist, ist die Gefahr der Entmischung gering. Weiterhin wird das zuerst in den Bunker gefüllte Gut auch zuerst ausgetragen. Massenfluß garantiert darüber hinaus einen gleichmäßigen Auslaufmassenstrom, und er vermindert die Gefahr des Schießens von Material. Das Schießen von Material kann bei Kernflußsilos insbesondere bei feinkörnigem Gut auftreten, wenn durch hohe Gutgeschwindigkeiten und den Einsturz von Gutwänden eine unerwünschte Fluidisierung hervorgerufen wird und hierdurch das Gut dann wie Wasser aus der Auslauföffnung schießt.

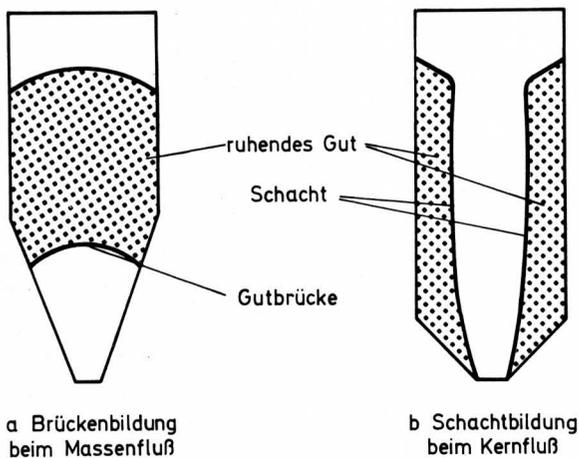
Beim Kernfluß, **Bild 1 rechts**, ist nur das Gut oberhalb des Auslaufs — im Kern — in Bewegung. Der Fließtrichter wird dabei durch das Absinken der Gutoberfläche in der Mitte des Silos und durch das Nachfließen des Gutes an der Gutoberfläche von den Seiten zur Silomitte hin gebildet.

\*) Dipl.-Ing. Otto-Horst Hoffmann und Dipl.-Ing. Theodor Hesse sind wissenschaftliche Mitarbeiter am Institut für Landmaschinen (Direktor: Prof. Dr.-Ing. H.J. Matthies) der Technischen Universität Braunschweig.

Eine vollständige Entleerung wird häufig bei Massenflusilos durch Brückenbildung, **Bild 2 links**, bei Kernflusilos durch Schachtbildung, **Bild 2 rechts**, verhindert. Die Haupteinflussfaktoren auf die Brücken- und Schachtbildung sind – wie bei der Art des Flusses – die Silogeometrie und die Reibungsverhältnisse im Gut und zwischen Gut und Wand. Güter, die zu Brücken- und Schachtbildung neigen, werden im allgemeinen als schwerfließende Güter bezeichnet. Je feinkörniger und je kohäsiver ein Gut ist, um so schlechter ist sein Fließverhalten.



**Bild 1.** Fließverhalten von Schüttgütern in Silos.



**Bild 2.** Brücken- und Schachtbildung in Silos.

### 3. Wege zur funktionsgerechten Silogestaltung

Bei der Konstruktion von Silos muß aus den obengenannten Gründen neben der festigkeitgerechten Gestaltung (siehe hierzu DIN 1055, Pieper u. Wenzel [1], Theimer [2], Jenike [3]) in vielen Fällen auch eine funktionsgerechte Gestaltung durchgeführt werden, vor allem wenn

- bei schwerfließenden Gütern eine vollständige Entleerung des Silos erreicht werden soll,
- bei schwer- und leichtfließenden Gütern besondere Anforderungen an den Silobetrieb gestellt werden müssen – wenn z.B. das zuerst eingefüllte Gut auch zuerst ausfließen muß, oder wenn z.B. Entmischung und Zerkleinerung des Gutes bei der Entleerung besondere Probleme darstellen.

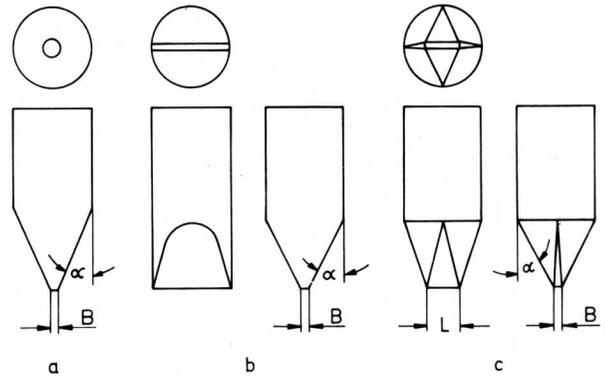
Bei der funktionsgerechten Gestaltung kann man auf zwei grundlegend verschiedenen Wegen zur technisch befriedigenden Lösung kommen:

#### 1. Selbsttätige Entleerung des Silos

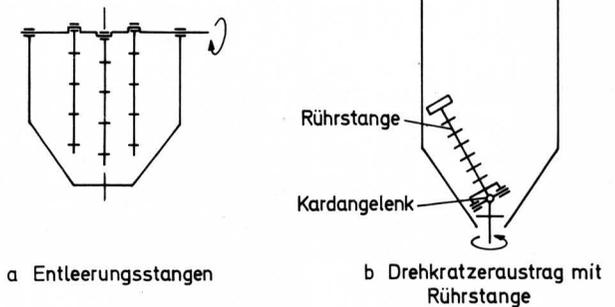
Die Siloform wird so gewählt, daß unter Einwirkung der Schwerkraft eine selbsttätige Entleerung erfolgt und die an die Entleerung gestellten Anforderungen eingehalten werden, siehe **Bild 3**.

#### 2. Entleerung mittels Austraghilfen

Man verzichtet bewußt auf Siloformen, die eine selbsttätige Entleerung ermöglichen und verwendet geeignete Austraghilfen oder -hilfen, siehe **Bild 4**.



**Bild 3.** Siloformen für selbsttätige Entleerung (Massenflusilos nach Jenike).



**Bild 4.** Siloformen für Entleerung mit Austraghilfen.

Silos für die selbsttätige Entleerung haben insbesondere bei schwerfließenden Gütern relativ lange, steile Auslauftrichter. Die Übergänge zwischen zylindrischem und konischem Siloteil müssen stetig sein, damit hier kein Gut liegenbleibt. Silobehälter dieser Art sind in der Regel teurer als Silobehälter für die Entleerung mittels Austraghilfen, **Bild 4**, vertueurd wirken bei diesen jedoch die Investition für die Austraghilfe sowie die höheren Betriebskosten. Die Frage, welche der beiden möglichen Ausführungsformen gewählt wird, hängt letztlich von einem Vergleich der Investitions- und Betriebskosten ab und kann nicht von vornherein entschieden werden.

Das von Jenike und seinen Mitarbeitern entwickelte Verfahren ermöglicht die gezielte funktionsgerechte Gestaltung nicht nur von Massenfluß-, sondern auch von Kernflusilos. Es ist jedoch nur anwendbar bei Silos mit symmetrisch-konischem oder keilförmigem Auslauf.

Das Jenike-Verfahren ist in den vergangenen Jahren zu einem Standardverfahren in der mechanischen Verfahrenstechnik geworden. Aus verfahrenstechnischen Gründen ist bei ca. 80 % der Silos ein Entleeren über den gesamten Querschnitt erforderlich, so daß hier Massenflusilos eine überragende Bedeutung haben, Jenike [4].

Die Veröffentlichungen von *Jenike* und seinen Mitarbeitern umfassen heute etwa 1 000 Seiten mit umfangreichen theoretischen Betrachtungen. In ihnen werden die Versuchsdurchführung und Bestimmung der Schüttgutkenndaten ausführlich beschrieben (*Jenike, Eley u. Wooley* [5] und *Jenike* [6]); weiterhin werden für Massenflusssilos die Spannungsverhältnisse beim stationären Ausfließen analysiert (*Jenike* [6, 7]) und die daraus abgeleiteten Formeln in Konstruktionsdiagrammen dargestellt (*Jenike* [7]). Ein ähnliches Dimensionierungsverfahren wurde von *Walker* [8, 9] und *Shinohara* [10] entwickelt, und ähnliche Berechnungen über die Spannungsverhältnisse in Massenflusssilos wurden von *Gardner* [11, 12, 13] und *Lee* [14] durchgeführt. Neben der Gestaltung von Massenflusssilos wird auch die Gestaltung von Kernflusssilos von *Jenike* [7] und *Johanson* [15] ausführlich behandelt. Sehr ausführliche Zusammenfassungen aller Arbeiten finden sich bei *Richards* [16] und *Schwedes* [17], eine ausführliche Herleitung der Theorie von *Jenike* findet sich bei *Herne* [18]. Einen guten Überblick über das *Jenike*-Verfahren erhält man weiterhin bei *Reisner* und *Rothe* [19].

Die Kenntnis der höchsten, beim Silobetrieb überhaupt auftretenden Spannungen ist zur festigkeitsgerechten Gestaltung erforderlich. Bei Massenflusssilos treten diese höchsten Spannungen zu Beginn des Ausfließens auf. *Jenike* hat sich daher nicht nur mit den Spannungsverhältnissen beim stationären Fließen in Massenflusssilos beschäftigt, sondern er hat auch die Spannungsverhältnisse beim Beginn des Ausfließens untersucht und hierfür eine geschlossene Theorie entwickelt, *Jenike* [3], *Wagner* [20].

Bei der Darlegung der Arbeiten zur Gestaltung von Massen- und Kernflusssilos empfiehlt sich folgende Einteilung:

1. Bestimmung der Festigkeit und der Fließgrenzen von Schüttgütern,
2. Bestimmung der Spannungsverhältnisse im Silo,
3. Aufstellung von Fließkriterien für die Gestaltung von störungsfrei arbeitenden Silos.

Da die Bestimmung der Schüttgutkenndaten für Massen- und Kernflusssilos ähnlich ist, wird sie vorangestellt und anschließend die Gestaltung von Massenflusssilos und danach die von Kernflusssilos behandelt.

#### 4. Festigkeit und Fließgrenzen von Schüttgütern

Der Spannungszustand, bei dem in einem körnigen Haufwerk Fließen eintritt, wurde von *Coulomb* 1773 [21] durch das Gesetz beschrieben:

$$\tau = \sigma \tan \varphi_i + c,$$

mit der maximalen Schubspannung  $\tau$ , der senkrecht auf die Bruchebene wirkenden Normalspannung  $\sigma$ , dem Winkel der inneren Reibung  $\varphi_i$  und der Kohäsion  $c$ .

Diese Gleichung berücksichtigt jedoch nicht den Einfluß der Dichte  $\rho$  bzw. der Porosität  $\epsilon$ , auf den schon *Reynolds* 1885 hingewiesen hat [22]. Neue Modellvorstellungen über das Scherverhalten körniger Haufwerke wurden insbesondere von *Roscoe* u. a. [23] und *Jenike* u. a. [5, 6] aufgrund intensiver Grundlagenuntersuchungen entwickelt. Diese Modellvorstellungen, die dem *Jenike*-Verfahren zugrunde liegen, sollen kurz anhand des Zustandsdiagramms für Schüttgüter erläutert werden, Bild 5, das die Normalspannung  $\sigma$ , Schubspannung  $\tau$  und Porosität  $\epsilon$  als Achsen hat.

Das Zustandsdiagramm stellt eine Vereinfachung des von *Roscoe* entworfenen allgemeinen Zustandsdiagramms für körnige Haufwerke dar. Eine eingehende Darstellung des allgemeinen Zustandsdiagramms und der Vereinfachungen, die zum Zustandsdiagramm für Schüttgüter führen, findet man u. a. bei *Hoffmann* [24].

Die einaxiale Verdichtung eines Gutes mit großer Porosität erfolgt entlang der in der  $+\sigma, \epsilon$ -Ebene gelegenen Kurve  $n_1 n_2$ . Die in der  $-\sigma, \epsilon$ -Ebene liegende Kurve  $z_1 z_2$  stellt den Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit und der Porosität dar. Ein kohäsives körniges Haufwerk kann aufgrund der Kohäsion in begrenztem Um-

fang Zugspannungen übertragen. Im dreidimensionalen Raum liegt die Kurve  $k_1 k_2$ , die nach *Roscoe* mit "kritischer Zustandslinie" [23] und nach *Jenike* mit "stationärem Fließort" [5, 6] bezeichnet wird. (Beim Entleeren von Massenflusssilos stellt sich nach einer gewissen Übergangszeit nach Öffnen des Silos ein stationärer Auslaufzustand ein, der vergleichbar ist mit einer stationären Rohrströmung. Der stationäre Fließort kennzeichnet nun die Spannungs-Porositätswerte, die das Gut hierbei einnehmen kann.) Von den drei Kurven werden zwei Oberflächen aufgespannt, die im dreidimensionalen Raum liegen: die sogenannte Verfestigungsoberfläche zwischen  $n_1 n_2$  und  $k_1 k_2$  und die sogenannte Fließoberfläche zwischen  $z_1 z_2$  und  $k_1 k_2$ . Die Fließoberfläche schneidet die  $\tau, \epsilon$ -Ebene in der Kurve  $c_1 c_2$ , die den Zusammenhang zwischen der Kohäsion und Porosität angibt. Spannungszustände unterhalb der Oberflächen führen zu rein elastischen Formenänderungen, Spannungszustände auf den Oberflächen bewirken plastische Verformung, Spannungszustände außerhalb der Oberflächen sind nicht möglich.

Unter einer bis zum Wert  $\sigma_1$  ansteigenden Normallast verdichtet sich eine Probe entlang der Linie  $n_1 n_2$  bis zum Punkt N. Die anschließende Entlastung erfolgt auf der Linie N C H und hat eine bleibende Porositätsänderung zur Folge. Bei erneuter Belastung wird die Linie in Richtung H C N durchlaufen, d. h. das Gut verhält sich bei Wiederbelastung praktisch elastisch.

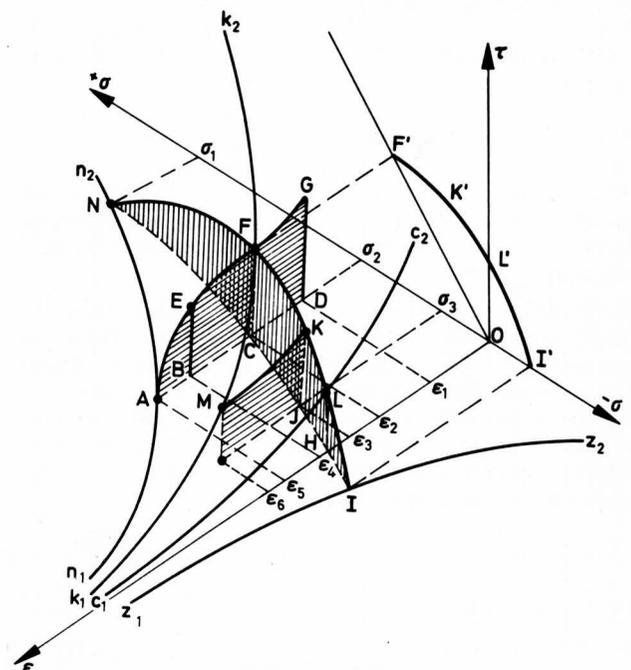


Bild 5. Zustandsdiagramm für Schüttgüter.

Ein Gut, das bis zum Punkt A auf der Kurve  $n_1 n_2$  verdichtet wurde und dann unter steigender Schubspannung  $\tau$  verformt wird, verdichtet sich entlang der Linie A E F. In Punkt F wird der Zustand des stationären Fließens erreicht; er ist dadurch gekennzeichnet, daß sich die Probe bei konstanter Normal- und Schubspannung sowie Porosität ständig weiter verformt.

Eine Gutprobe, die bei der Normalspannung  $\sigma_2$  die Porosität  $\epsilon_1$  einnimmt, Punkt D, erreicht bei der Aufbringung einer wachsenden Schubspannung in Punkt G die Fließoberfläche und bewegt sich auf dieser unter steigender Ausdehnung des Gutes entlang der Linie G F bis zum Punkt des stationären Fließens F. Nimmt eine Gutprobe bei der Normalspannung  $\sigma_2$  die höhere Porosität  $\epsilon_2$  ein, so wird bei steigender Schubspannung für  $\sigma_2 = \text{const}$  die kritische Zustandslinie im Punkt F des stationären Fließens erreicht. Wird bei einer Probe, die unter der Normalspannung  $\sigma_2$  die Porosität  $\epsilon_2$  hat, die Normalspannung bis zum Wert  $\sigma_3$  verringert, so erreicht man den Punkt J auf der Kurve N C J H. Bei Vergrößerung der Schubspannung erreicht die Probe im Punkt K die Fließoberfläche,

fließt unter Volumenausdehnung entlang der Linie K M und erreicht im Punkt M einen neuen Punkt des stationären Fließens. Auf ähnliche Weise kann man nun weitere Punkte der Linie F K L gewinnen, die senkrecht über der Linie C J H liegt und von Jenike Fließort genannt wird. Die von beiden Linien aufgespannte Fläche, im Bild 5 schraffiert gezeichnet, wird als elastische Wand bezeichnet.

Der Fließort und die elastische Wand haben folgende Bedeutung: Das Silo dehnt sich, wie experimentelle Untersuchungen gezeigt haben, nach Öffnen des Silos vor Erreichen des stationären Fließzustandes aus. Bei der Lagerung muß es daher einen Zustand unter der Fließoberfläche eingenommen haben. Ein Gut, das bis zur Schwellinie C J H verdichtet wurde, kann nur noch elastische Spannungszustände innerhalb der elastischen Wand zwischen den Linien H J C und F K L einnehmen, plastisches Fließen setzt bei Erreichen des Fließortes F K L ein. Der Fließort charakterisiert somit die Spannungszustände, die erforderlich sind, um Fließen eines Gutes zu erreichen, das bis zu einem Punkt der zum Fließort gehörenden Schwellinie verdichtet wurde. Kennt man die in einem Silo auftretenden Verdichtungen des Gutes, so läßt sich aus den zugehörigen Fließorten der Spannungszustand ermitteln, der zum Ausfließen des Gutes erreicht werden muß.

Die senkrechte Projektion der kritischen Zustandslinien bzw. des stationären Fließortes  $k_1 k_2$  auf die  $\sigma, \tau$ -Ebene ergibt die Gerade O F', die Projektion des Fließortes I L K F die Kurve I'L'K'F'. Eine Probe, deren Spannungszustand unter der Verfestigungsoberfläche liegt, kann bis zum Erreichen der kritischen Zustandslinie verdichtet und damit verfestigt werden. Die Probe wird daher als noch "unterverfestigt" bezeichnet. Demgegenüber erfährt eine Probe, deren Spannungszustand unterhalb der Fließoberfläche liegt, vor Erreichen der kritischen Zustandslinie eine Volumenausdehnung und damit eine Entfestigung. Sie wird daher "überverfestigt" genannt. Analog dazu wird eine Probe, deren Spannungszustand unter der kritischen Zustandslinie liegt, als "kritisch verfestigt" bezeichnet.

Stellt man die oben beschriebenen Versuche in einem Scherkraft-Weg-Diagramm dar, so zeigt sich, daß man je nach Verfestigungszustand der Probe unterschiedliche und charakteristische Kurvenverläufe erhält, Bild 6. Hierbei ist zu beachten, daß Scherverformungen im elastischen Bereich bei konstanter Porosität erfolgen und geringe Wegänderungen bedingen, Scherverformungen im plastischen Bereich jedoch unter Porositätsänderungen und relativ großen Wegänderungen stattfinden.

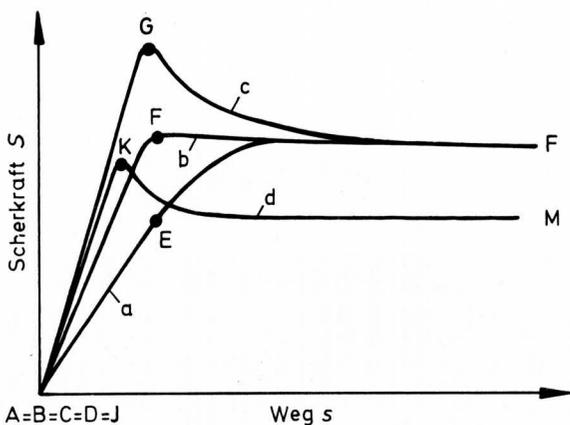


Bild 6. Scherkraft - Weg - Diagramm.

- a unterverfestigte Probe (A E F, in Bild 5)
- b kritisch verfestigte Probe (C F)
- c, d überverfestigte Probe (D G F bzw. J K M)

Die Fließorte können experimentell in einem von Jenike entwickelten Schergerät bestimmt werden, dessen Scherzelle Bild 7 zeigt. Über den Deckel c wird die Normalkraft N aufgebracht und die Probe durch die Scherkraft S geschert; die Scherkraft S wird über

den Bügel d in den Deckel und über den Zapfen e in den oberen Ring eingeleitet. Bei der Scherung bewegt sich der kreisförmige Ring a horizontal zum kreisförmigen Topf b.

Zur Ermittlung von Fließorten geht man folgendermaßen vor:

### 1. Probenvorbereitung

Vor einem jeden Schervorgang zur Ermittlung von Punkten eines Fließortes wird zuerst der kritische Verfestigungszustand hergestellt, der zu diesem Fließort gehört. Die Verfestigung erfolgt nach Aufgabe des Gutes durch die zur kritischen Verfestigung gehörende Normalkraft  $N_S$  und durch schwingende Drehbewegung des Deckels.

### 2. Scherversuch

Nach der Probenvorbereitung wird die Probe unter eine Normalkraft N, die kleiner oder gleich  $N_S$  ist, geschert. Die Scherkraft wird jeweils gemessen.

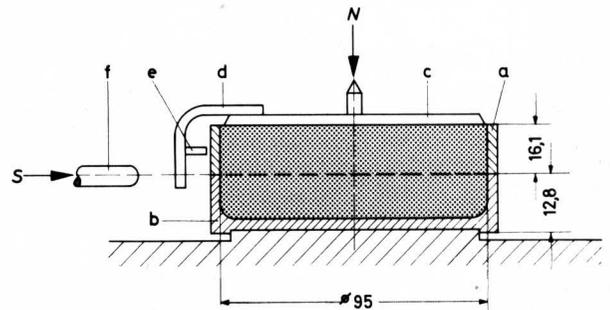


Bild 7. Scherzelle des Gerätes von Jenike.

Trägt man in einem  $\sigma, \tau$ -Diagramm, Bild 8, die entsprechenden Normal- und Schubspannungen ein, so erhält man verschiedene Fließorte. Man gewinnt sie durch Verändern der bei der Probenvorbereitung aufgetragenen Last  $N_S$ . Fließorte mit höherer Normallast  $N_S$  liegen im Zustandsdiagramm, Bild 5, näher zum Koordinatenursprung, im  $\sigma, \tau$ -Diagramm, Bild 8, weiter vom Ursprung weg als Fließorte mit kleinerer Normallast  $N_S$ .

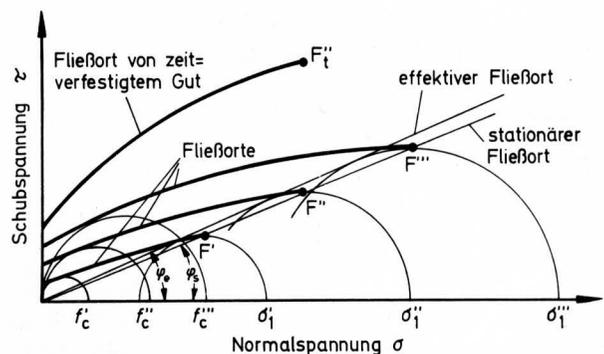


Bild 8. Fließorte und Gutkennwerte.

Aus den experimentell bestimmten Fließorten kann man auf graphischem Wege einen Teil der für die weitere Dimensionierung erforderlichen Kennwerte bestimmen, Bild 8; dies sind:

### 1. Die Verfestigungsspannung $\sigma_1$

Die Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  ist die größte Hauptspannung beim stationären Fließen. Sie wird bestimmt durch den Mohrschen Spannungskreis, der den Fließort im Punkt des stationären Fließens berührt.

## 2. Die Gutfestigkeit $f_c$

Die Gutfestigkeit entspricht dem Durchmesser des Mohrschen Spannungskreises, der die  $\tau$ -Achse im Koordinatenursprung und gleichzeitig den Fließort berührt. In einer freien Gutoberfläche, z.B. einer Gutbrücke oder eines Schachtes, ist die kleinere Hauptspannung gleich Null, da senkrecht auf die Gutoberfläche keine Spannungen einwirken können. Die Gutfestigkeit  $f_c$  wird somit als die Spannung definiert, die parallel zu einer Gutoberfläche in dieser wirken muß, damit gerade ein Bruch auftritt.

## 3. Der Winkel des effektiven Fließortes $\varphi_e$

Der effektive Fließort ist die Einhüllende aller Mohrschen Kreise, die den Spannungszustand des stationären Fließens beschreiben. Der effektive Fließort ist nach *Jenike* annähernd eine Gerade durch den Ursprung; er wird anstelle des stationären Fließortes benutzt, da er eine einfachere mathematische Ableitung ermöglicht. Die Abweichung zwischen dem Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e$  und dem Winkel des stationären Fließortes  $\varphi_s$  beträgt maximal  $5^\circ$ .

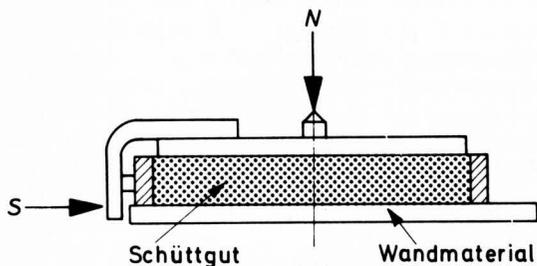
Durch die Verfestigungsspannung  $\sigma_1$ , die Gutfestigkeit  $f_c$  und den Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e$  ist das innere Reibungsverhalten des Gutes gekennzeichnet.

Darüber hinaus ist zur Gestaltung von Silos der Wandreibungswinkel  $\varphi_w$  und für die Auslegung von Kernflußsilos zusätzlich der Koeffizient der Kompressibilität  $\beta$  erforderlich. Beide Kennwerte können ebenfalls in dem von *Jenike* entwickelten Gerät bestimmt werden.

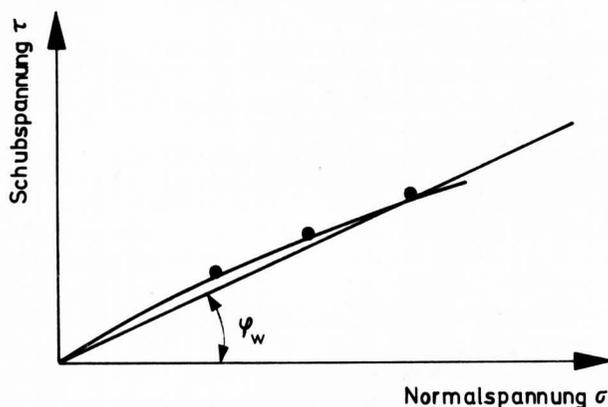
## 4. Der Wandreibungswinkel $\varphi_w$

Der Wandreibungswinkel  $\varphi_w$  kennzeichnet das Reibungsverhalten zwischen Gut und Silowand. Er wird ermittelt, indem man das Unterteil der Scherzelle durch eine Platte aus dem Wandmaterial des zu dimensionierenden Silos ersetzt, **Bild 9**. Die Darstellung der so gewonnenen Versuchsergebnisse in einem  $\sigma, \tau$ -Diagramm, **Bild 10**, liefert den sogenannten Wandfließort, der ohne allzugroße Fehler als Gerade angesehen werden kann. Der Steigungswinkel der Geraden ist dann gleich dem Wandreibungswinkel  $\varphi_w$ .

**Bild 9 u. 10.** Ermittlung von Wandfließorten, nach *Jenike*.



**Bild 9.** Scherversuch mit Wandmaterial.



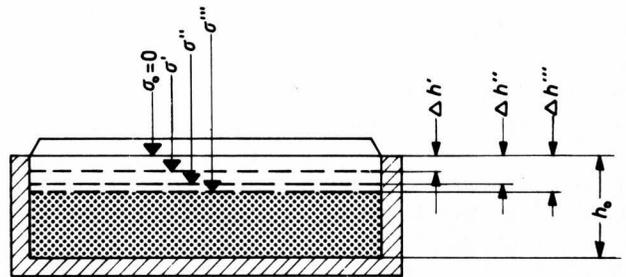
**Bild 10.** Darstellung der Versuchsergebnisse (Wandfließort).

## 5. Der Koeffizient der Kompressibilität $\beta$

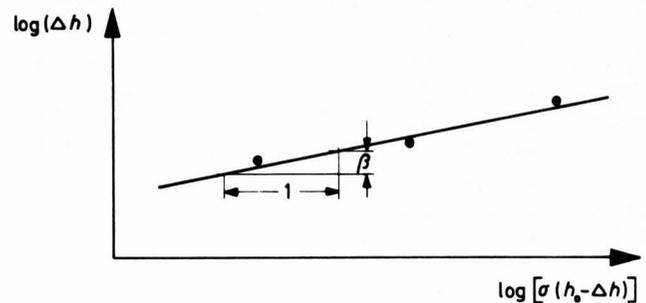
Der Koeffizient  $\beta$  gibt die Krümmung der Verdichtungsfunktion des Gutes an.

Zur Bestimmung des Koeffizienten  $\beta$  wird das Unterteil der Scherzelle als Verdichtungstopf benutzt und über den Deckel werden die Normalspannungen  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  und  $\sigma'''$  aufgebracht, **Bild 11**, wobei die Absenkungen des Deckels  $\Delta h'$ ,  $\Delta h''$  und  $\Delta h'''$  jeweils gemessen werden. Aus den in einem Diagramm mit den Achsen  $\log[\sigma(h_0 - \Delta h)]$  und  $\log(\Delta h)$  dargestellten Meßwerten läßt sich der Koeffizient  $\beta$  als Steigungswinkel der Ausgleichsgeraden bestimmen, **Bild 12**.

**Bild 11 u. 12.** Ermittlung des Koeffizienten der Kompressibilität  $\beta$ .



**Bild 11.** Kompressionsversuch.



**Bild 12.** Darstellung der Versuchsergebnisse zur Bestimmung von  $\beta$ .

Zur Vereinfachung der Berechnung definiert *Jenike* eine sogenannte Fließfunktion

$$ff_c = \frac{\sigma_1}{f_c}$$

mit der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  und der Gutfestigkeit  $f_c$ .

Das Fließverhalten eines Schüttgutes wird beeinflusst durch seinen Feuchtegehalt, seine Temperatur und die Lagerungszeit. Höhere Feuchtegehalte und Temperaturen sowie eine längere Lagerungszeit verschlechtern im allgemeinen das Fließverhalten eines Gutes und bedingen somit eine höhere Gutfestigkeit  $f_c$ , einen größeren Winkel des effektiven Fließortes  $\varphi_e$  und kleinere Werte der Fließfunktion  $ff_c$ . Es ist daher erforderlich, daß die ungünstigsten Verhältnisse, die im Silobetrieb auftreten, bei der Ermittlung der Gutkennwerte berücksichtigt werden. So zeigt u.a. **Bild 8** einen Fließort, wie er sich z.B. nach der größten im Silobetrieb vorkommenden Lagerungszeit einstellt. Die Berücksichtigung der Lagerungszeit und der damit verbundenen Gefahr der Gutverfestigung ist besonders bei der Gestaltung von Kernflußsilos erforderlich, weil hier Teile des Gutes länger im Silo verweilen, insbesondere in den Randzonen des Silos, wo die Gefahr der Schachtbildung herrscht.

## Verwendete Formelzeichen

B	Auslaufbreite bzw. Auslaufdurchmesser
$B_{\min}$	kleinste Auslaufabmessung ohne Brücken bzw. Schachtbildung
c	Kohäsion
$f_c$	Gutfestigkeit
$f_{c \text{ krit}}$	kritische Gutfestigkeit
$ff_c$	Fließfunktion
$ff_d$	Fließfaktor der Brückenbildung (nach <i>Jenike</i> : doming)
$ff_p$	Fließfaktor der Schachtbildung (nach <i>Jenike</i> : piping)
g	Erdbeschleunigung
$G(\varphi_{is})$	Funktion
h	Probenhöhe
$H(a)$	Funktion
k	Materialfaktor
L	Auslauflänge (rechteckiger Auslauf)
N	Normalkraft beim Scheren
$N_S$	Normalkraft bei der Probenvorbereitung
S	Scherkraft
$\alpha$	halber Öffnungswinkel des Trichters
$\beta$	Koeffizient der Kompressibilität
$\epsilon$	Porosität
$\nu$	Poissonzahl
$\rho$	Dichte
$\rho_s$	Schüttdichte
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma_1$	größte Hauptspannung bzw. Verfestigungsspannung
$\bar{\sigma}_1$	Spannung im Auflager einer Brücke bzw. in der Oberfläche eines Schachtes
$\tau$	Schubspannung
$\varphi_e$	Winkel des effektiven Fließortes
$\varphi_i$	Winkel der inneren Reibung
$\varphi_{is}$	Winkel der stationären inneren Reibung
$\varphi_s$	Winkel des stationären Fließortes
$\varphi_w$	Winkel der Wandreibung

## Schrifttum

Bücher sind durch • gekennzeichnet

- [ 1 ] • *Pieper, K. u. F. Wenzel*: Druckverhältnisse in Silozellen. Berlin/München: Wilhelm Ernst u. Sohn 1964.
- [ 2 ] *Theimer, O.F.*: Failures of reinforced concrete grain silos. ASME publication 68-MH-36, 1968.
- [ 3 ] *Jenike, A.W. u. J.R. Johanson*: Bin loads. J. Structural Div. ASCE 94 (1968) ST 4, Paper 5916, S. 1011/41.
- [ 4 ] *Jenike, A.W.*: Entwicklung eines Verfahrens zur Verbesserung des Fließverhaltens von gebunkerten Schüttgütern. Bergb.-Wiss. 11 (1964) S. 443/47.
- [ 5 ] *Jenike, A.W., P.J. Elsey u. R.H. Wooley*: Flow properties of bulk solids. Univ. Utah, Engng. Exp. Station, Bull. Nr. 95, 1959.
- [ 6 ] *Jenike, A.W.*: Gravity flow of solids. Univ. Utah, Engng. Exp. Station, Bull. Nr. 108, 1961.
- [ 7 ] *Jenike, A.W.*: Storage and flow of solids. Univ. Utah, Engng. Exp. Station, Bull. Nr. 123, 1964.
- [ 8 ] *Walker, D.M.*: An approximate theory for pressures and arching in hoppers. Chem. Engng. Sci. 21 (1966) S. 975/97.
- [ 9 ] *Walker, D.M.*: Pressures and flow in coal bunkers. Powder Technol. 1 (1967/68) S. 228/36.
- [ 10 ] *Shinohara, K.*: Designing hoppers for cohesive material. Min. Proc. (1967), April, S. 26/30.
- [ 11 ] *Gardner, G.C.*: The "best" hopper profile for cohesive material. Chem. Engng. Sci. 18 (1963) S. 35/39.
- [ 12 ] *Gardner, G.C.*: The axisymmetric "best" hopper, its relevance to the plane "best" hopper and "best" hoppers integrated with bins. Chem. Engng. Sci. 19 (1964) S. 283/88.
- [ 13 ] *Gardner, G.C.*: The region of flow when discharging granular materials from bin-hopper systems. Chem. Engng. Sci. 21 (1966) S. 261/73.
- [ 14 ] *Lee, C.A.*: Hoppers by calculation? Chem. Engng. 61 (1954) S. 181/87.
- [ 15 ] *Johanson, J.R.*: Effect of initial pressures on flowability of bins. ASME-Publ. Nr. 68-MH-9.
- [ 16 ] • *Richards, J.C.*: The storage and recovery of particulate solids. London: Inst. Chem. Engrs. 1966.
- [ 17 ] • *Schwedes, J.*: Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern. Weinheim: Verlag Chemie 1968.
- [ 18 ] • *Herne, H.*: Theory of solids handling. National Coal Board, London, 1964.
- [ 19 ] *Reisner, W. u. M. v. Eisenhart Rothe*: Silos und Bunker für die Schüttgutspeicherung. Trans. Techn. Publications 1971.
- [ 20 ] *Wagner, K.*: Probleme des Silodruckes. Diss. TU Braunschweig 1971.
- [ 21 ] *Coulomb, C.A.*: Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes des statique relatifs a l'architecture. Mem. Acad. Roy. Pres. divers savants 7 (1776).
- [ 22 ] *Reynolds, O.*: The dilatancy of media composed of rigid particles in contact. Philos. Mag. 19 (1885) S. 469/81
- [ 23 ] *Roscoe, K.H., A.N. Schofield u. C.P. Wroth*: On the yielding of soils. Geotechnique 8 (1958) S. 22/53.
- [ 24 ] *Hoffmann, O.H.*: Neuere Grundlagen der Mechanik körniger Haufwerke. Grundl. Landtechnik Bd. 25 (1975) Nr. 2, S. 48/59.
- [ 25 ] *Colijn, H. u. P.D. Hanson*: Practical application of hopper and bin design. Canad. Mining and Metallurgical Bull. 73 (1970) S. 180/87.
- [ 26 ] *Jenike, A.W.*: Quantitative design of mass flow bins. Powder Technol. 1 (1967/68) S. 237/44.
- [ 27 ] *Swierkot, G. u. W. Taciuk*: Problems associated with the flow of bulk solids at the Iron Ore Comp. of Canada. 72. Annual General Meeting of the Canad. Inst. Min., Toronto, April 1970.
- [ 28 ] *Shelby, A.T.*: The application of mass flow theory to a ground phosphate problem. 72. Annual General Meeting of the Canad. Inst. Min., Toronto, April 1970.
- [ 29 ] *Schrämli, W.*: On the measurement of the flow properties of cement. Powder Technol. 1 (1967/68) S. 221/27.