

Seitenkräfte an gelenkten Luftreifen in lockerem Boden

Von **Helmut Schwanghart**, München

Im Gegensatz zu zahlreichen Untersuchungen der Seitenkräfte an Reifen auf starrer Fahrbahn werden Seitenkräfte, Rollwiderstände, Einsinkung und Schlupf an schräglaufenden Schlepperfront- und Ackermaschinenreifen in lockerem Ackerboden bei Variation des Durchmessers, der Breite, des Reifennendruckes, der Belastung und des Schräglaufwinkels in der Bodenrinne ermittelt. Dabei steigen die an sich schon hohen Rollwiderstandsbeiwerte progressiv mit dem Schräglaufwinkel und verdoppeln sich bei 20° Schräglaufwinkel. Unter der Annahme, daß sich die gesamte Seitenkraft an einem spurbildenden Reifen auf nachgiebigem Boden aus der Haftung und Gleitung in der Auflagerfläche und aus der Verdrängung und Abscherung in der Seitenwand der Spur zusammensetzt, wurden die Seitenkraft und der Rollwiderstand nach den Gesetzmäßigkeiten der Bodenmechanik errechnet.

Die Seitenkräfte an Luftreifen auf starrer Fahrbahn sind schon vielfach untersucht worden [1 bis 7]. Demgegenüber liegen über die Seitenkräfte auf Räder und Luftreifen im lockeren, nachgiebigen Boden nur wenige Messungen vor [8 bis 10].

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse von Messungen der Seitenkräfte und Rollwiderstände von Ackermaschinen- und Schlepperfrontreifen verschiedener Größe in Abhängigkeit von der Belastung und dem Schräglaufwinkel auf gefrästem, sandigem Lehmboden in der Bodenrinne mitgeteilt¹⁾.

Ausgehend von der Schräglauftheorie von Reifen auf harter Fahrbahn und Erkenntnissen aus der Bodenmechanik wird ferner versucht, eine Theorie der Seitenkräfte auf nachgiebigem Boden aufzustellen.

In folgenden Fällen sind die Seitenkräfte im nachgiebigen Boden von Bedeutung:

1. für die Lenkbarkeit von Geländefahrzeugen ohne Anhänger,
2. zum Spurhalten beim Pflügen mit dem Schlepper,
3. beim Fahren von Schleppern und Landmaschinen am Hang und
4. für Schlepper mit seitlich angehängten Geräten und Anhängern, z. B. Feldhäckslern und Ladewagen.

Mechanik der Seitenkräfte am Fahrzeug

Fahrzeug ohne Anhänger

Ein Fahrzeug, das sich mit konstanter Geschwindigkeit auf ebenem, nachgiebigem Boden bewegt, beschreibt bei eingeschlagenen Vorderrädern eine größere Kreisbahn als die, die sich geometrisch ergibt. Dies rührt von den Schräglaufwinkeln der Reifen her, welche sich durch die infolge der Zentrifugalkräfte der Schleppermasse an den Reifen wirkenden Seitenkräfte einstellen, **Bild 1**.

Schlepper beim Pflügen

An einem Schlepper mit Anbaupflug treten die in **Bild 2** in der Grundrißebene gezeichneten Kräfte auf. Zum Aufstellen des Kräfteplanes sind auch die Kräfte im Aufriß notwendig, die aber hier nicht interessieren. Obwohl sich das Dreipunktgestänge frei einstellen kann, bleibt ein Restmoment um die Schlepperhochachse übrig [11]. Aus dem Gesamtwiderstand W_0 des Pfluges und dem Abstand a_w läßt sich die Seitenkraft an den Vorderrädern errechnen:

$$S_v = \frac{W_0 a_w}{l} \quad (1)$$

¹⁾ Für die Hilfe bei der Versuchsdurchführung und Auswertung zahlreicher Versuche sei an dieser Stelle cand. ing. D. Zeus gedankt.

Dipl.-Ing. Helmut Schwanghart ist wissenschaftlicher Assistent am Institut für Landmaschinen der Technischen Hochschule München (Direktor: o. Prof. Dr.-Ing. W. Söhne).

wobei $S_v = S_{vr} + S_{vl}$ ist. Der Schlepper muß also gegengelenkt werden.

Sind die Pflugkräfte für ein Gespann Schlepper-Pflug und die Radseitenkräfte in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel bekannt, so läßt sich der letztere bestimmen. Damit kann die Verbindung Schlepper-Pflug so eingerichtet werden, daß der furchenseitige Vorderreifen nicht mehr an der Furchenwand anläuft.

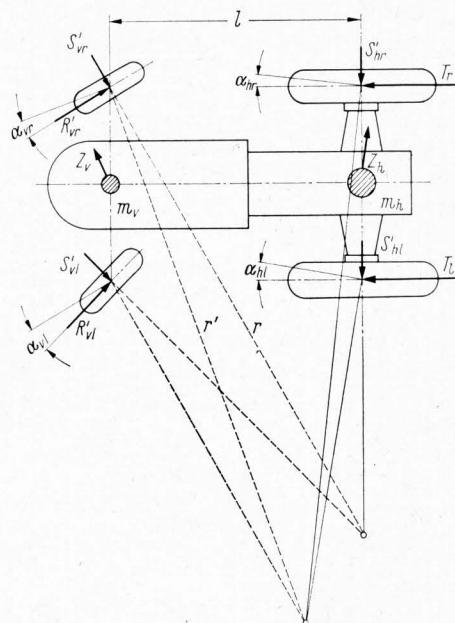


Bild 1. Kräfte an einem Ackerschlepper bei der Kurvenfahrt (in der Grundrißprojektion). Kurvenradius (r' bzw. r) mit und ohne Berücksichtigung des Schräglaufwinkels der Reifen.

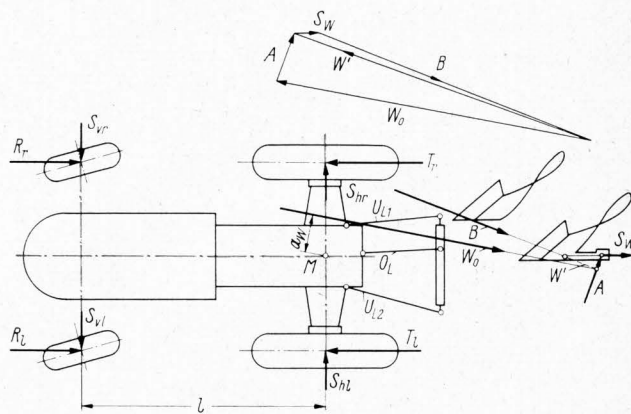


Bild 2. Kräfte und Schräglaufwinkel der Vorderräder an einem Schlepper mit Anbaupflug.

Schlepper am Hang

Eine seitliche Abstützkraft $S = S_r + S_l$ an den Schlepper- rädern eines am Hang fahrenden Schleppers, **Bild 3**, errechnet sich aus folgender Gleichung, wenn für G die Vorder- bzw. Hinterachslast G_v bzw. G_h eingesetzt wird:

$$S = G \left(\frac{\sin \beta}{2} + \frac{\tan \beta \sin \beta h_s}{s_s} \right) \quad (2)$$

Schlepper mit Seitenanhänger

Seitenkräfte treten schließlich an in der Ebene fahrenden Schleppern mit seitlich angehängten Fahrzeugen oder Geräten auf, **Bild 4**.

Die Gln. (3) bis (6) geben die Kräfte am Schlepper bei außermittiger, schräger und geneigter Zugbelastung wieder. Näherungsweise sind gleiche Seitenkräfte an den rechten und linken Rädern angenommen:

$$Z_x + R_v = T_r + T_l \quad (3),$$

$$Z_x + \rho G_v = \kappa G_h \quad (3a),$$

$$Z_y + S_v = S_h \quad (4),$$

$$Z_x a_z - Z_y l_a + S_v l = 0 \quad (5),$$

$$G_v (l + e_v - e_h) - G_s (l_s - e_h) + Z_x h_K + V (l_a + e_h) = 0 \quad (6).$$

V ist hierbei die am Kupplungspunkt wirkende Vertikalkraft. h_K ist die Höhe der Anhängeschiene über der Fahrbahn. Der Abstand e , an dem die vertikalen Bodenkräfte am Rad angreifen, ist gleich dem Rollradius multipliziert mit dem Rollwiderstandsbeiwert ρ .

Für einen Einachsanhänger (Feldhäcksler) gelten zusätzlich folgende Beziehungen (Bild 4):

$$Z_x = R_A = \rho G_A \frac{l_D - l_A}{l_D - e_A} \quad (7),$$

$$Z_y = S_A \quad (8),$$

$$R_A b = S_A l_D \quad (9),$$

$$S_A = \frac{b}{l_D - e_A} \rho G_A \left(1 - \frac{l_A}{l_D}\right) \quad (9a),$$

$$V (l_D - e_A) = G_A (l_A - e_A) \quad (10).$$

Mit den Gln. (6), (7), (10) und folgenden vereinfachenden Annahmen kann die Vorderachslast G_v des Schleppers bei angehängtem Seitenanhänger errechnet werden. Für die Berechnung der Abstände e wurden mittlere Reifengrößen zugrunde gelegt.

$$l = 150 + 0,024 G_s \text{ [cm]} \quad l_s = \frac{1}{3} l; \quad \rho = 0,1; \quad \frac{l_A}{l_D} = 0,5$$

$$G_v = \frac{G_s (l_s - e_h) - G_A (l_a + e_h) \frac{l_A - e_A}{l_D - e_A} - h_K \rho \frac{l_D - l_A}{l_D - e_A} G_A}{l + e_v - e_h} \quad (11).$$

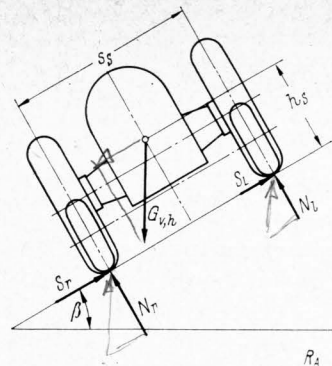
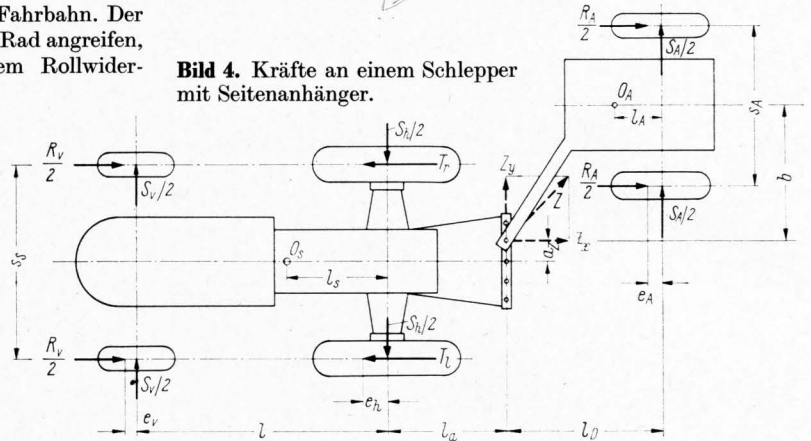


Bild 3. Kräfte an einem Schlepper am Hang.

Bild 4. Kräfte an einem Schlepper mit Seitenanhänger.



Die Vorderachslast G_v nach Gl. (11) ist im ersten Quadranten von **Bild 5** als Funktion des Anhängergewichts G_A für verschiedene Schleppergewichte aufgetragen. Die Seitenkraft S_v in Abhängigkeit von der Vorderachslast G_v bei verschiedenen Schräglaufwinkeln ist im IV. Quadranten dargestellt. Mit den Gln. (5), (7), (8) und (9a) läßt sich mit $a_z = 30$ cm in Abhängigkeit vom Seitenabstand b des Anhängers das Produkt aus Seitenkraft S_v und Radstand l über dem Anhängergewicht auftragen (II. Quadrant). Für verschiedene Schleppergewichte G_s ergibt sich im III. Quadranten schließlich die Seitenkraft S_v mit dem Parameter G_s .

Verwendete Formelzeichen

A	kp	Anlagenkraft beim Pflügen	c	kp/cm ²	Kohäsion des Bodens
B	kp	Bodenwiderstand beim Pflügen	$e_{v,h}$	cm	Abstand des Angriffspunktes der Vertikalkraft von der Reifenmittellinie
C'	kp/cm ³	Steifigkeitsmodul infolge Eigengewicht	h_s	cm	Schwerpunkthöhe
D	mm	Reifendurchmesser	h_K	cm	Höhe der Ackerschiene
F	cm ²	Auflagefläche	j	cm	seitlicher Gesamtverschiebungsweg des Bodens
$G_{v,h}$	kp	Gewichtsanteil auf der Vorder- bzw. Hinterachse	$k_{1,2}$	—	Bodenkenngrößen
G_s	kp	Schleppergewicht	l	cm	Schlepperradstand
G_A	kp	Anhängergewicht	l_a	cm	Abstand Hinterachse — Ackerschiene
G_N	kp	Reifennennlast	l_s	cm	Abstand des Schlepperschwerpunktes von der Hinterachse
G_{eff}	kp	die beim Versuch auf den Reifen wirkende Belastung	l_A	cm	Abstand des Anhängerschwerpunktes von der Achse
G_{stat}	kp	statische Reifenlast	l_D	cm	Abstand der Anhängerachse vom Kupplungspunkt in Radebene zurückgelegter Weg
K	cm	Bodenkenngröße	l_w	cm	theoretisch zurückgelegter Weg
L	cm	in Fahrtrichtung zurückgelegter Weg	l_{th}	cm	Längen der Auflagefläche des Reifens auf die Vorder- bzw. Hinterachse des Schleppers
N_Y	—	Erdwiderstandsbeiwert infolge Eigengewicht	$l_{1,2}$	cm	wirkenden Teilmassen
N_c	—	Erdwiderstandsbeiwert infolge Kohäsion	$m_{v,h}$	kg	Bodenkenngrößen
N_q	—	Erdwiderstandsbeiwert infolge Auflast	$n_{1,2}$	—	Bodenkenngrößen
P'	kp/cm	Seitenkraft pro Längeneinheit auf die Radseitenwand	$p_{1,2}$	kp/cm ²	Flächendrücke in der Berührungsfläche
R	kp	Rollwiderstand senkrecht zur Fahrtrichtung	q	kp/cm ²	Auflast pro Flächeneinheit
R'	kp	Rollwiderstand senkrecht zur Radebene	r_w	cm	Rollwiderstandsradius
R_v	kp	Rollwiderstand der Schleppervorderräder	s	%	Schlupf
R_A	kp	Rollwiderstand des Anhängers	$s_{s,A}$	cm	Schlepperspurweite, Anhängerspurweite
S	kp	Seitenkraft senkrecht zur Fahrtrichtung	u	cm	Reifeneinsenkung
S'	kp	Seitenkraft senkrecht zur Radebene	u_0	cm	maximale Reifeneinsenkung
S'_1	kp	Seitenkraft aus den Spannungen in der Berührungsfläche, senkrecht zur Radebene	x	cm	Längskoordinate in Reifenebene
S'_2	kp	Seitenkraft auf die Radseitenwand, senkrecht zur Radebene	y	cm	Koordinate senkrecht zur Reifenebene
$S_{v,h}$	kp	Seitenkraft auf die Schleppervorder- bzw. -hinterräder, senkrecht zur Fahrtrichtung	z	cm	Einsenkung des Reifens in den Boden
S_A	kp	Seitenkraft auf die Anhängerräder	z_0	cm	maximale Einsenkung des Reifens (Spartiefe)
S_w	kp	Reibungswiderstand der Pfluganlage	α	Grad	Schräglaufwinkel
$T_{r,l}$	kp	Schleppertreibkraft des rechten bzw. linken Hinterrades	β	Grad	Hangneigung
V	kp	Vertikalkraft an der Ackerschiene	γ	kp/cm ³	Raumgewicht des Bodens
V'	cm ³ /cm	Volumen seitlich verdrängten Bodens/Längeneinheit	δ	Grad	Reibungswinkel zwischen Boden und Reifen
W_0	kp	resultierende Pflugkraft	ζ	—	Seitenkraftbeiwert
$Z_{x,y}$	kp	Zugkraft in x- bzw. y-Richtung	η	cm	seitliche Reifenauslenkung
$Z_{v,h}$	kp	Zentrifugalkräfte der an der Vorder- bzw. Hinterachse wirksamen Schleppermassen	κ	—	Triebkraftbeiwert
b	cm	Breite der Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden	λ	cm	Koordinate in Längsrichtung der Berührungsfläche
b	cm	Abstand der Anhängermittellinie vom Kupplungspunkt	ρ	—	Rollwiderstandsbeiwert
			σ	kp/cm ²	Normalspannung
			τ	kp/cm ²	hier seitliche Schubspannung
			φ	Grad	Winkel der inneren Reibung des Bodens
			ψ	Grad	Radumdrehungswinkel

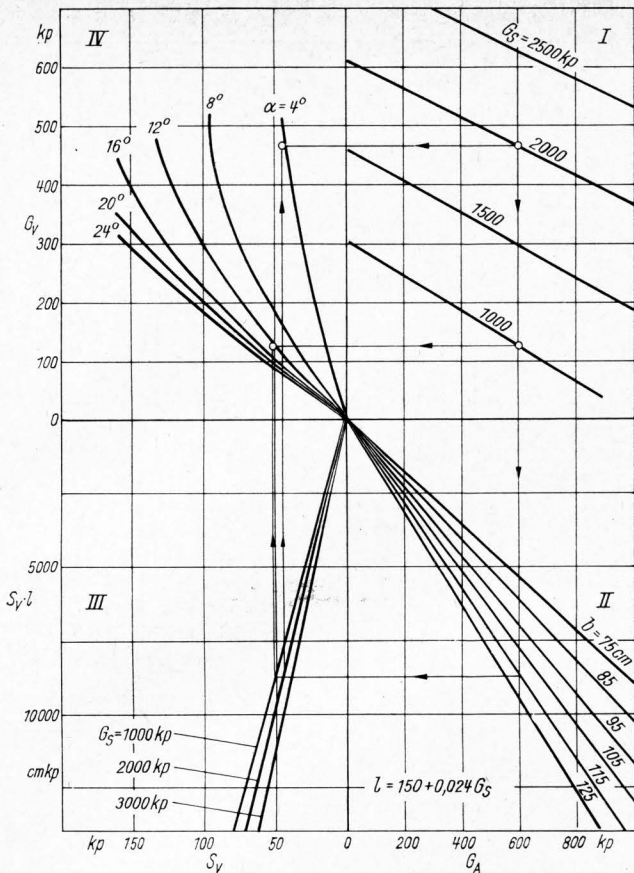


Bild 5. Nomogramm zur Ermittlung des Schräglaufwinkels α an den Schleppervorderrädern in Abhängigkeit von Schlepper- und Anhängergewicht G_S bzw. G_A bei unterschiedlichem Seitenabstand b des Anhängers.

Es wird vorausgesetzt, daß die Hinterräder des Schleppers in jedem Fall die nötige Triebkraft und die Seitenkräfte S_h aufbringen. Dabei ist es möglich, vom Schlepper- und Anhängergewicht ausgehend (I) in Richtung des Uhrzeigers (I—II—III in Bild 5) die sich aus den geometrischen Abmessungen ergebenden Seitenkräfte S_v und entgegen dem Uhrzeigersinn (I—IV in Bild 5) über die Vorderachslast G_v die jeweiligen Schräglaufwinkel α des Reifens zu ermitteln.

Seitenkraftmessungen am Einzelrad

Mit der in Bild 6 und 7 dargestellten Versuchseinrichtung wurden die Zugkraft von Einzelreifen in Fahrtrichtung und die Seitenkraft senkrecht zur Fahrtrichtung in der Bodenrinne gemessen. Eine halbe Schlepperportalachse 2 ist mit Membranen 4 in dem zylindrischen Gehäuse 3 so aufgehängt, daß die Seitenkraft S reibungsfrei in einem Geber 10 mit Dehnungsmeßstreifen gemessen werden kann. Ein Kugelgelenk 5 verbindet die Meßvorrichtung mit dem hydraulisch tiefenverstellbaren Meßwagen 1 der Bodenrinne. Ein Abstützarm 6 verhindert eine Drehung der Meßeinrichtung um ihre Mittelachse. In Fahrtrichtung wird die Meßeinrichtung durch ein Seil 7 mit dem Geber 11 zur Messung der Zugkraft R gezogen. Das Seil steht unter einer konstanten Vorspannung von 50 kp. Der Lenkspurhebel 8 stützt sich über eine Spindel 9 und Mutter auf einem Rohrrahmen ab, der auf die Achse geflanscht ist. Durch Drehung der Spindelmutter können Schräglaufwinkel von 0 bis 42° eingestellt werden. Das aus Seitenkraft, Längskraft und den entsprechenden Hebelarmen entstehende Rückstellmoment wird durch die Spindelkraft aufgenommen und kann mit dem Geber 12 gemessen werden. Der Reifen kann mit der Meßeinrichtung beliebig tief in den Boden einsinken, wobei der Meßwagen nachgestellt wird. Die Einsinkung wird mit einem Potentiometer 13 gemessen. Die Reifenbelastung wird durch Zusatzgewichte 14 auf dem Rohrrahmen über der Achse variiert. Beim Auftreten einer Seitenkraft wirkt ein Moment um den Kugelmittelpunkt, welches die statische Radlast verkleinert nach der Beziehung

$$G_{\text{eff}} = G_{\text{stat}} - S c/a \quad (12)$$

Zur Messung des negativen Radschlupfes oder Rutsches ist an der Radnabe ein Kontaktring angebracht, der Impulse in Abhängigkeit von der Raddrehung abgibt. Gleichzeitig werden Impulse von einer Kontaktschiene über der Bodenrinne aufgezeichnet. Der Einschlagwinkel ist bei einem geführten Rad gleich dem Schräglaufwinkel. Mit den Beziehungen

$$\begin{aligned} S' &= R \sin \alpha + S \cos \alpha \\ R' &= R \cos \alpha - S \sin \alpha \end{aligned} \quad (13)$$

läßt sich die Seitenführungskraft S' senkrecht zum Reifen und der Rollwiderstand R' in der Reifenebene berechnen, Bild 8.

Der Boden ist ein sandiger Lehm mit einer konstant gehaltenen Feuchtigkeit von 14,5% in der oberen Schicht. Er wurde vor jedem Versuch 25 cm tief gefräst und hatte einen Porenanteil

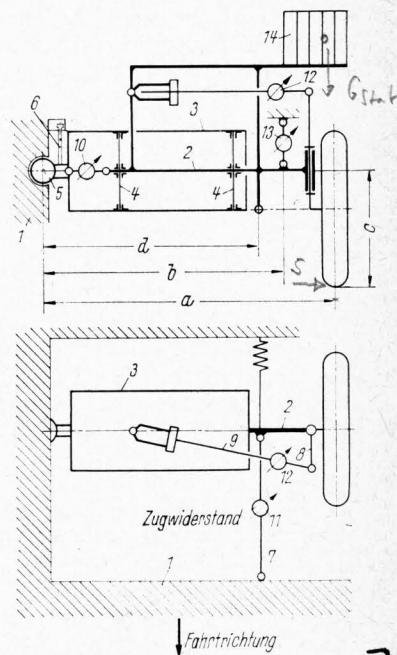


Bild 6. Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung zur Messung der Seitenkraft und des Rollwiderstandes.

- 1 Meßwagen der Bodenrinne
- 2 halbe Schlepperportalachse
- 3 Gehäuse mit Membranaufhängung der Portalachse
- 4 Membran
- 5 Kugelgelenk
- 6 Abstützarm
- 7 Zugseil
- 8 Achsschenkelhebel
- 9 Spindel mit Feststellmutter
- 10 Geber für die Seitenkraft S
- 11 Geber für die Zugkraft R
- 12 Geber für das Rückstellmoment
- 13 Geber für die Einsinkung z_0
- 14 Gewichtbelastung

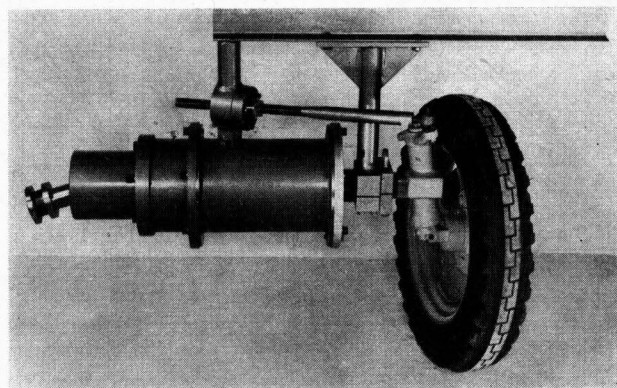


Bild 7. Lichtbild der Meßeinrichtung nach Bild 6.

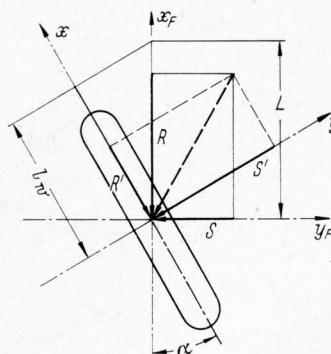


Bild 8. Seitenkraft und Rollwiderstand in auf die Fahrtrichtung und auf die Radebene bezogenen Koordinatensystemen sowie effektive und schlupflose Wege in Fahrtrichtung und Radebene.

von 58% in der gefrästen Schicht. Unterhalb der Fräsohle war der Porenanteil 46%. Der Winkel φ der inneren Reibung lag zwischen 30° und 36°, die Kohäsion c war nahezu Null. Es wurden die in **Tafel 1** aufgeführten Reifen untersucht²⁾.

In **Bild 9** ist die Seitenkraft S des Reifens 5.50-16 in Abhängigkeit von der Radlast bei verschiedenen Schräglaufwinkeln dargestellt. Die dabei auftretenden Streuungen sind zwar kleiner als bei Feldversuchen, aber nicht unbeträchtlich. Durch zahlreiche Messungen an den verschiedenen Reifen lassen sich die Mittelwerte leicht bestimmen. In den folgenden Bildern werden die Meßpunkte der Übersichtlichkeit halber weggelassen.

Während die Seitenkräfte bei Gummireifen auf starrer Fahrbahn sowohl in Abhängigkeit von der Radlast als auch von dem Schräglaufwinkel zunächst linear ansteigen, dann flacher werden und nach einem Maximum wieder abfallen, steigen die Seitenkraftverläufe bei lockerem Boden mit geringfügig abnehmender Steigung an und lassen noch kein Maxima erkennen, Bild 9 und **Bild 10**. Dies rührt wohl daher, daß die Reifen mit zunehmender Radlast und Spurtiefe sich immer mehr auf dem festen, ungefrästen Untergrund abstützen können. Mit größer werdendem Schräglaufwinkel wird ein immer größerer Erdhaufen seitlich vor dem Rad hergeschoben, der sowohl die Zunahme der Seitenkraft als auch des Rollwiderstandes zur Folge hat. Die Seitenkraftbeiwerte $\zeta = S/G$ sind bei hohen Radlasten etwas geringer als bei niedrigen, **Bild 11**.

²⁾ Für die leihweise Überlassung der Reifen sei der Firma DUNLOP auch an dieser Stelle gedankt.

Tafel 1. Die Daten der untersuchten Reifen.

Reifen	Durchmesser mm	Breite mm	Ply-rating	Luftdruck beim Versuch atü
4.50-16 AS-Front	655	122	4	1
5.50-16 AS-Front	705	151	4	1; 1,5; 2*)
6.00-20 AS-Front	848	174	6	1
7.50-18 AS-Front	885	208	6	1
4.00-8 AM	420	108	4	1
4.00-12 AM	502	115	2	1
4.00-36 AM	1135	115	4	1
8.50-12 AM	710	243	4	1

*) Dieser Reifen wurde bei $p = 1,5$ atü auf Beton und in der Bodenrinne gefahren.

In **Bild 12** und **13** sind der Rollwiderstand R in Abhängigkeit von der Radlast bzw. vom Schräglaufwinkel wiedergegeben. Während aber bei kleinem Schräglaufwinkel die Rollwiderstandsverläufe mit zunehmender Radlast flacher werden, ist es bei großen Schräglaufwinkeln umgekehrt. Bei diesem lockeren Boden sind die Rollwiderstandsbeiwerte $\rho = R/G$ schon ohne Radeinschlag mit 0,2 recht hoch. Durch einen Schräglaufwinkel von 20° verdoppelt sich der Beiwert sogar auf 40% der Radlast, **Bild 14**. In allen Fällen, in denen die Schleppvorderräder große Seitenkräfte aufnehmen müssen, vergrößert sich ihr Widerstand erheblich und verringert sich die Schlepperzugkraft entsprechend.

Errechnet man die auf die Radebene bezogenen Seitenkräfte S' und den Rollwiderstand R' nach Gl. (13), so erhält man die

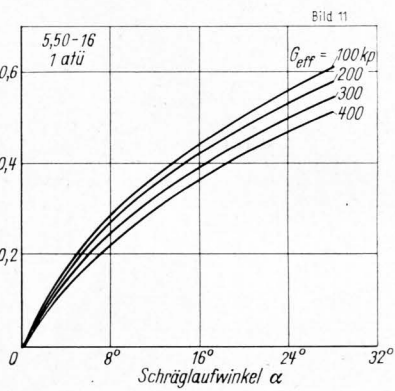
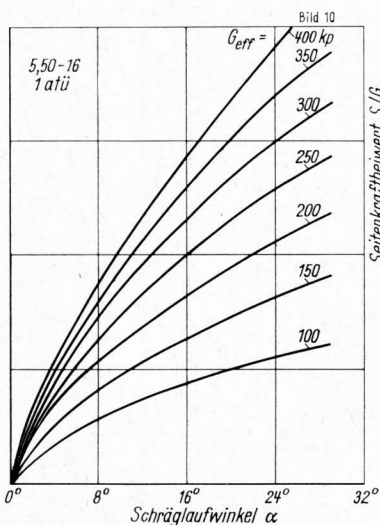
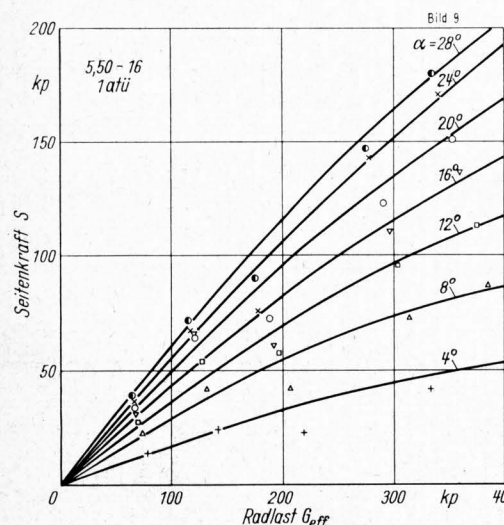


Bild 9 und 10. Seitenkraft des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit von effektiver Radlast bzw. Schräglaufwinkel.

Bild 11. Seitenkraftbeiwert des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel bei verschiedenen Radlasten.

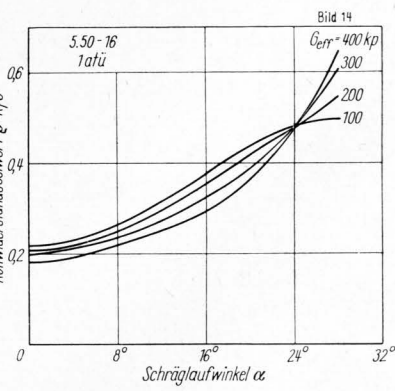
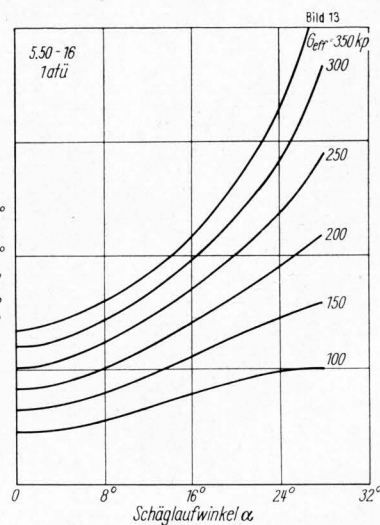
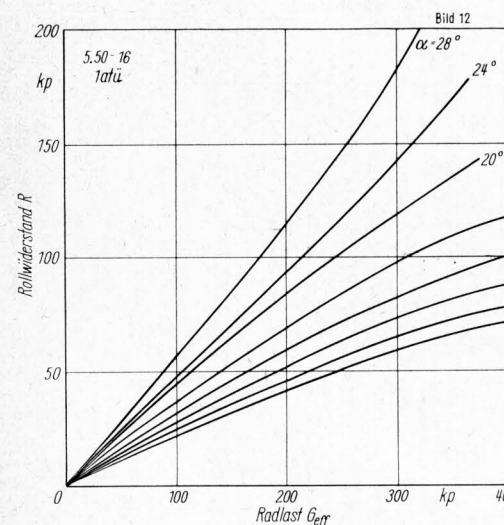


Bild 12 und 13. Rollwiderstand R des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit von effektiver Radlast bzw. Schräglaufwinkel.

Bild 14. Rollwiderstandsbeiwert des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel bei verschiedenen Radlasten.

Diagramme nach **Bild 15 und 16** in Abhängigkeit von der Radlast. Bemerkenswerterweise ist der Rollwiderstand R' in der Radebene bei einer bestimmten Radlast bis zu einem Schräglaufwinkel von 20° nahezu unabhängig vom Schräglaufwinkel. Die starke Änderung des Widerstandes R in Fahrtrichtung über dem Schräglaufwinkel rührt nach der Beziehung

$$R = R' \cos \alpha + S' \sin \alpha \quad (13a)$$

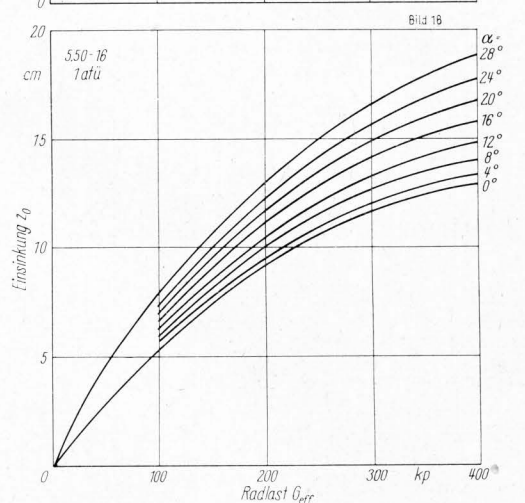
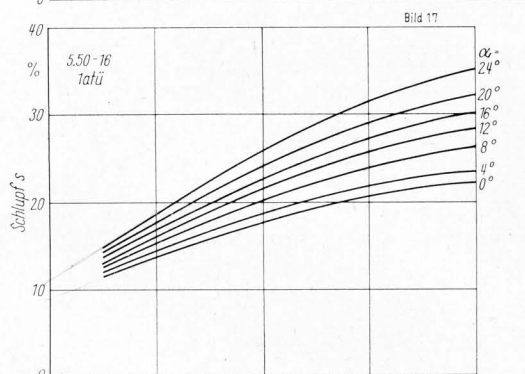
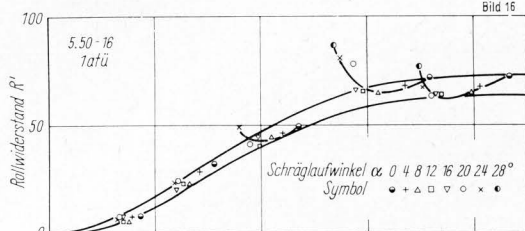
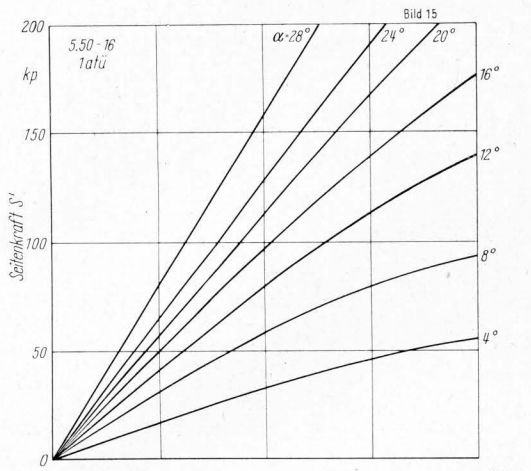


Bild 15 und 16. Seitenkraft S' und Rollwiderstand R' des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit von der Radlast bei verschiedenen Schräglaufwinkeln.

Bild 17 und 18. Schlupf und Einsinkung des Reifens 5.50-16 bei 1 atü in Abhängigkeit von der Radlast bei verschiedenen Schräglaufwinkeln.

also fast ausschließlich von der Seitenkraftkomponente S' her (Bild 8). Der negative Schlupf oder Rutsch in Umfangsrichtung des Rades wurde aus folgenden gemessenen Größen errechnet:

1. der Komponenten l_w des zurückgelegten Weges L in der Radebene

$$l_w = L \cos \alpha,$$

2. dem theoretischen Weg in der Radebene aus dem Produkt aus Rollradius r_w und dem gemessenen Drehwinkel ψ des Rades:

$$l_{th} = r_w \psi.$$

Damit ist der Schlupf:

$$s = \frac{l_{th} - l_w}{l_{th}} = 1 - \frac{L \cos \alpha}{r_w \psi} \quad (14).$$

Der Schlupf beim Schräglaufwinkel 0° nimmt mit der Radlast als Folge größerer Reifeneinsinkung in den Boden zu, **Bild 17**. Es überlagert sich ein zusätzlicher vom Schräglaufwinkel und der Reibung des Reifens an der Seitenwand herrührender Schlupfanteil. Die Reifeneinsinkung in den Boden zeigt ein ähnliches Verhalten, **Bild 18**. Mit Annäherung an die Fräsohle wird die Einsinkungskurve flacher. Durch den Schräglaufwinkel wird der Boden zur Seite geschoben und die Einsinkung wird größer.

In **Bild 19 bis 24** sind die Seitenkräfte und der Rollwiderstand für den größeren Reifen 6.00-20 wiedergegeben. Dieser Reifen hat eine Nennlast von 350 kp bei 1 atü. Die Kurvenverläufe sind im ganzen ähnlich denen beim Reifen 5.50-16. Das gilt auch für die Seitenkraftbeiwerte in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel, **Bild 21**. Die Rollwiderstandsbeiwerte sind im ganzen etwas niedriger. Schon ab 12° Schräglaufwinkel steigen sie bei hohen Lasten steiler an, **Bild 24**. Schlupf und Einsinkung waren bei diesem größeren Reifen geringfügig kleiner als beim Reifen 5.50-16.

Um die seitliche Abstützfähigkeit von Reifen unterschiedlichen Durchmessers aber gleicher Breite miteinander vergleichen zu können, wurden die Seitenkräfte von $4''$ -Reifen auf die Nennlast bezogen und in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel dargestellt, **Bild 25**. Eine Vergrößerung des Durchmessers von 430 auf 520 mm vergrößert den Seitenkraftbeiwert nur bei höheren Schräglaufwinkeln; der Rollwiderstandsbeiwert verringert sich bei kleinen Schräglaufwinkeln um rund 20%, **Bild 26**. Eine weitere Vergrößerung des Durchmessers auf 1135 mm vergrößert den Seitenkraftbeiwert im gesamten Bereich sehr erheblich, z. B. bei 8° um 75% und verringert den Rollwiderstandsbeiwert bei Schräglaufwinkeln bis 12° auf rund die Hälfte. Die Unterschiede der Seitenkräfte sind entsprechend dem Produkt aus Seitenkraftbeiwert und Nennlast entsprechend größer.

Mit zunehmendem Luftdruck vergrößern sich die Nennlast und die Seitenkräfte bei diesen Nennlasten, **Bild 27**. Die auf die Nennlast bezogenen Seitenkraftbeiwerte sind bei niedrigem Luftdruck etwas höher, die Rollwiderstandsbeiwerte dagegen niedriger, **Bild 28**. Im ganzen wirkt sich aber bei diesem lockeren Boden auf festem Untergrund eine Änderung des Luftdrucks nicht stark aus.

Eine Variation der Reifenbreite konnte nur bei unterschiedlicher ply-rating Zahl und Profilierung durchgeführt werden. Entsprechend den beträchtlich höheren Nennlasten des breiten AM-Reifens 8.50-12 sind die Seitenkräfte bei Nennlast erheblich höher als bei den schmalen AS-Reifen, **Bild 29**. Jedoch sind die Seitenkraftbeiwerte und Rollwiderstandsbeiwerte kleiner, **Bild 30**. Dies liegt u. a. an der etwas geringeren Einsinkung des breiteren Reifens. Jedoch haben auch unterschiedlicher Reifenaufbau und Profilierung einen Einfluß.

In **Bild 31** sind die Seitenkraft- und Rollwiderstandsbeiwerte des Reifens 5.50-16 auf starrer Fahrbahn (Beton) und nachgiebigem, lockerem Boden miteinander verglichen. Bei Beton steigt der Seitenkraftbeiwert steiler an, erreicht bei 14° Schräglaufwinkel ein Maximum und fällt wieder ab, wenn in einem immer größeren Teil der Berührungsfäche ein Übergang von Haft- zu Gleitreibung stattfindet (ein ähnliches Verhalten zeigen die Zugkraft-Schlupfcurven von Reifen auf Beton!). Die Seitenkraftbeiwerte auf lockerem Boden (Bodenrinne) steigen durch die Verformbarkeit des Bodens und infolge des kleineren Reibungs-

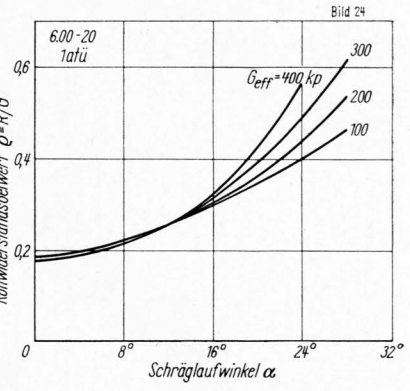
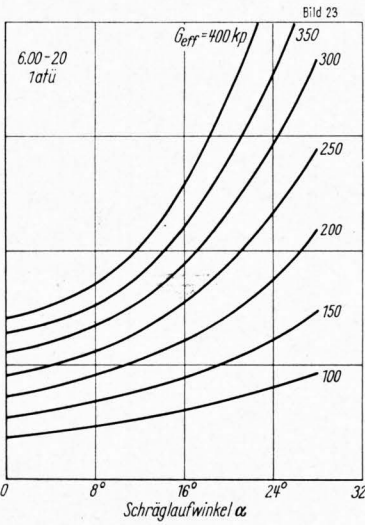
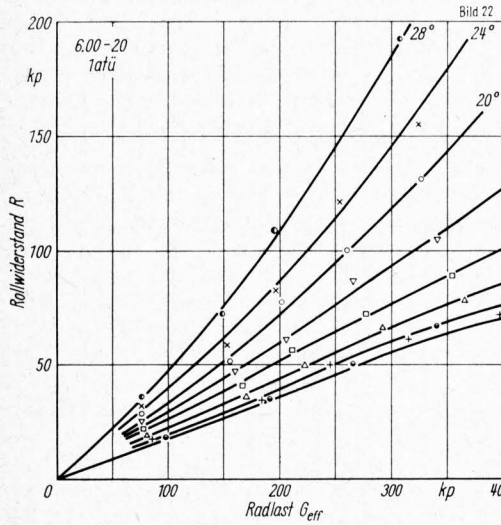
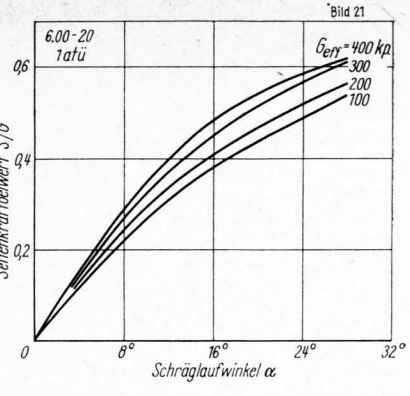
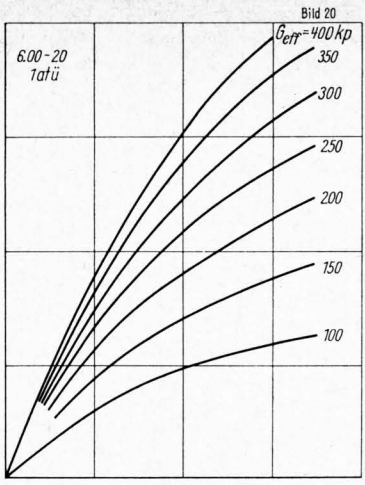
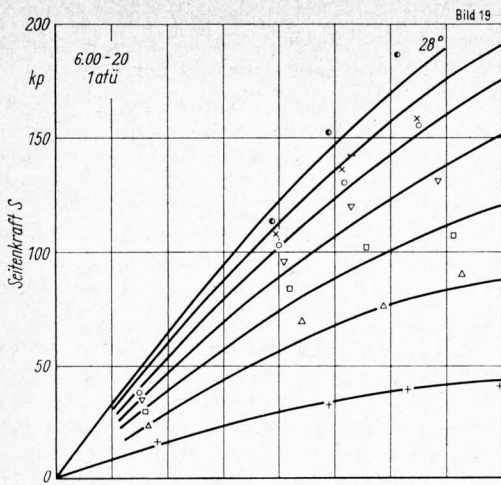


Bild 19 bis 21. Seitenkraft und Seitenkraftbeiwert des Reifens 6.00-20 bei 1 atü in Abhängigkeit von der Radlast bzw. dem Schräglaufwinkel.

Bild 22 bis 24. Rollwiderstand bzw. Rollwiderstandsbeiwert des Reifens 6.00-20 bei 1 atü in Abhängigkeit von der Radlast bzw. dem Schräglaufwinkel.

beiwertes weniger steil an. Durch den Einfluß der Einsinkung und den seitlich vorgeschobenen Erdwall steigt aber die Seitenkraft bei größeren Schräglaufwinkeln zu höheren Werten an.

Versuch einer Theorie der Seitenkräfte auf nachgiebigem Boden

Die gesamte Seitenkraft an einem schräglaufenden Reifen auf nachgiebigem Boden entsteht durch seitliche Schubspannungen in der Grundberührungsfläche und durch Normaldrücke auf das in den Boden eingedrungene Reifensegment. Die Schubspannungsverteilung in der Grundfläche ist eine Funktion der Normaldruckverteilung und der seitlichen Auslenkung des Reifens und Bodens als Folge des Schräglaufwinkels.

Druckverteilung in der Berührungsfläche

Über Druckverteilungen an starren Rädern und Luftreifen auf verschiedenen nachgiebigen Böden liegen Messungen [13 bis 21] und Berechnungen aufgrund empirischer Platteneinsinkgleichungen vor [22, 23, 24]. Die als Rechteck angenommene Berührungsfläche wird in zwei Bereiche eingeteilt, **Bild 32**. Im Bereich A bis C nimmt die Spurtiefe zu, im Bereich C bis D bleibt sie annähernd konstant, doch nimmt hier die Reifeneinsenkung ab. Die Eindrückung in den Boden von A bis C wird als eine Parabel, die Reifeneinsenkung von C bis D als eine zweite Parabel angenommen.

Für die Druckverteilung gelte von A bis C die Gl. (15) nach *Gorjatschkin*, bei der der Flächendruck p in der Berührungsfläche eine Funktion der vertikalen Bodenverformung ist:

$$p_1 = k_1 z^{n_1} = k_1 \left(z_0 - \frac{x^2}{D} \right)^{n_1} \quad (15);$$

von C bis D gelte Gl. (16), bei der der Druck eine Funktion der Reifenabplattung ist, die bis D auf annähernd Null zurückgeht:

$$p_2 = k_2 u^{n_2} = k_2 \left(u_0 - \frac{x^2}{D} \right)^{n_2} \quad (16);$$

$k_{1,2}$ und $n_{1,2}$ sind Bodenkenngrößen.

Bei Punkt C ($x = 0$) muß der Flächendruck in der Berührungsfläche $p_1 = p_2$ sein:

$$p_{max} = k_1 z_0^{n_1} = k_2 u_0^{n_2} \quad (17).$$

Das Integral über beide Druckbereiche muß die Gesamtlast G ergeben:

$$G = b \int_0^{l_1} p_1 dx + b \int_0^{l_2} p_2 dx \quad (18).$$

Unter der Annahme $n_1 = n_2 = 0,5$ errechnet sich k_1 und k_2 wie folgt:

$$k_1 \sqrt{z_0} = k_2 \sqrt{u_0},$$

$$G = b \int_0^{l_1} k_1 \sqrt{z_0 - \frac{x^2}{D}} dx + b \int_0^{l_2} k_1 \sqrt{\frac{z_0}{u_0}} \sqrt{u_0 - \frac{x^2}{D}} dx,$$

$$G = b k_1 \frac{\pi}{4} \sqrt{D} (z_0 + \sqrt{z_0 u_0}),$$

$$k_1 = \frac{4 G}{b \pi \sqrt{D} z_0} \frac{1}{\sqrt{z_0 + \sqrt{z_0 u_0}}} \quad (19),$$

$$k_2 = \frac{4 G}{b \pi \sqrt{D} u_0} \frac{1}{\sqrt{z_0 + \sqrt{z_0 u_0}}} \quad (20).$$

Aus Spurtiefe z_0 und Reifeneinsenkung u_0 lassen sich die Längen l_1 und l_2 der Berührungsfläche bestimmen:

$$l_1 = \sqrt{z_0 D} \quad l_2 = \sqrt{u_0 D} \quad (21).$$

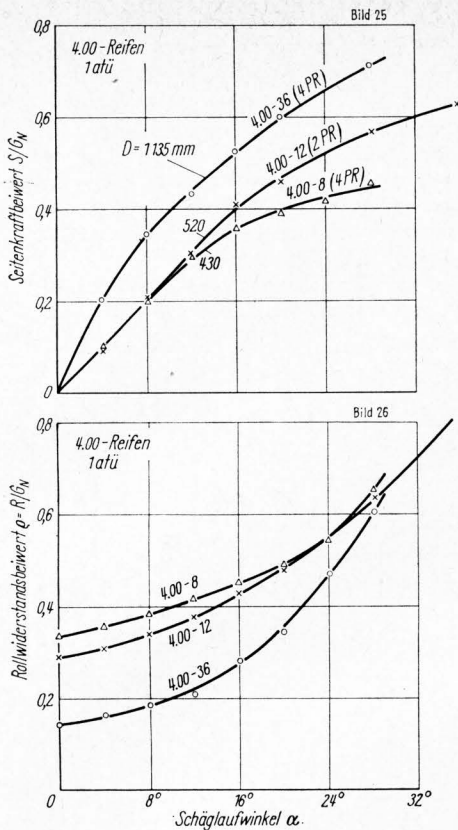


Bild 25 und 26. Seitenkraft- und Rollwiderstandsbeiwert von 4"-Reifen 1,5 atü in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel.

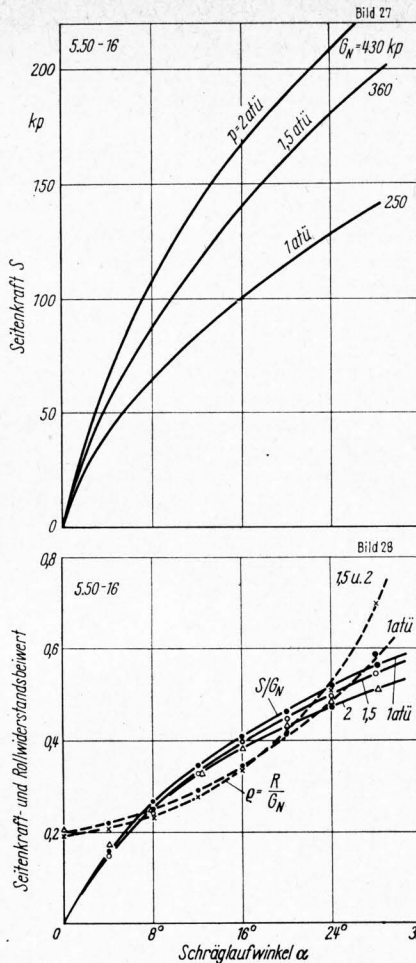


Bild 27 und 28. Seitenkraft, Seitenkraft- und Rollwiderstandsbeiwerte des Reifens 5.50-16 in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel bei unterschiedlichem Reifeninnendruck und jeweiliger Nennlast.

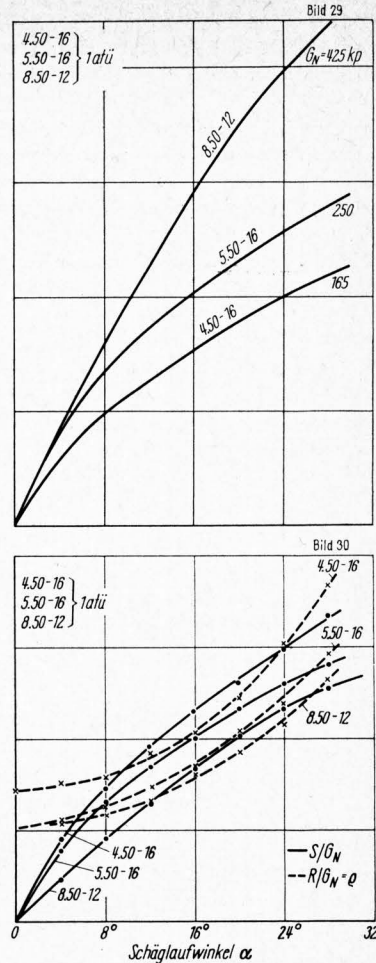


Bild 29 und 30. Seitenkraft, Seitenkraft- und Rollwiderstandsbeiwerte von Reifen unterschiedlicher Breite in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel α bei jeweiliger Nennlast.

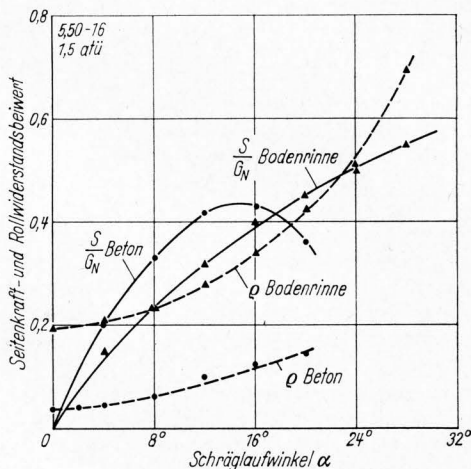


Bild 31. Seitenkraft- und Rollwiderstandsbeiwerte des Reifens 5.50-16 bei 1,5 atü in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel auf Beton und lockerem Boden der Bodenrinne.

Diese Rechnung ist nur für $n = 0,5$ analytisch durchführbar. Je nach Bodenart und Bodenzustand kann der Boden mehr oder weniger verdichtet werden oder plastisch zur Seite ausweichen, oder es bilden sich Scherebenen und ein Bodenbruch aus. Dadurch können sich erhebliche Abweichungen des Druckverlaufs ergeben, für die Söhne Grenzwerte angegeben hat [22].

Seitliche Schubspannungsverteilung und Reifenauslenkung in der Berührungsfäche

Nach Fromm [1] ist die seitliche Auslenkung einer bestimmten Stelle einer unprofilierten Reifenoberfläche nicht allein von der dort herrschenden Spannung, sondern von der gesamten Span-

nungsverteilung abhängig. Bei Hochstollenprofilierung wie bei Geländereifen und landwirtschaftlichen Reifen kann man die Biegesteifigkeit der Stollen für die Seitenkraft als Funktion der Auslenkung an einem Punkt des Umfangs benutzen:

$$\tau_{\text{Stollen}} = \frac{dS}{dF} = C' \eta \quad (22),$$

wobei C' eine von der Stollenform und dem E -Modul des Gummis bestimmte elastische Steifigkeitskonstante und η die seitliche Auslenkung ist.

Diese Formel benutzt auch Fiala [6], der aber noch die „Reifenkronen“ mit den Cordeinlagen durch ein elastisch an-

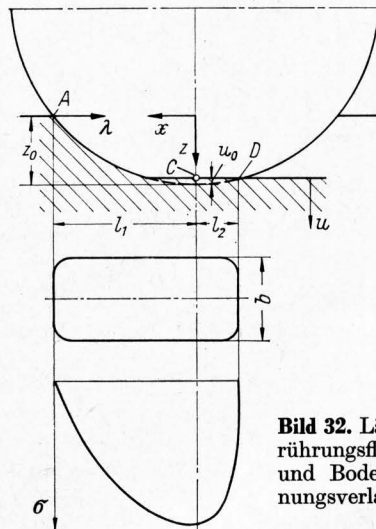


Bild 32. Längsschnitt einer Berührungsfäche zwischen Reifen und Boden und Normalspannungsverlauf nach den Gln. (15) und (16).

genommenes Band für die Verschiebung bei einer bestimmten Seitenkraft berücksichtigt. In [25] sind die verschiedenen angenommenen mathematischen Karkassenmodelle zusammengestellt.

Im vorliegenden Falle wird bei den großen seitlichen Verformungswegen des Bodens die Karkassenverformung vernachlässigt und wie bei *Fromm* nur die seitliche Stollenverschiebung berücksichtigt. Zur Ermittlung von C' wurde der Reifen 6.00-12 unter Gewichtslast seitlich verformt und die zur Auslenkung nötige Kraft gemessen. Es ergab sich ein Wert von $C' = 1 \text{ kp/cm}^3$, der jedoch bei einer Auslenkung von 6 mm auf $0,7 \text{ kp/cm}^3$ abnahm. Näherungsweise wird im folgenden mit einem konstanten Wert gerechnet.

Die am Stollen wirkende Schubspannung ist gleich der vom Boden aufgetragenen Schubspannung. Hierfür wird in Analogie der Schubspannungsverteilung in Längsrichtung zur Errechnung der Vortriebskraft nach [13] in Abhängigkeit vom seitlichen Verschiebungsweg j nach **Bild 33** angenommen:

$$\tau_{\text{Boden}} = (\sigma \tan \varphi + c) \left(1 - e^{-\frac{j}{K}}\right) \quad (23);$$

darin bedeuten φ und c die *Coulombschen* Größen (Winkel der inneren Reibung des Bodens und Kohäsion), j die seitliche Bodenverschiebung und K eine von Bodenart und -zustand abhängige Größe.

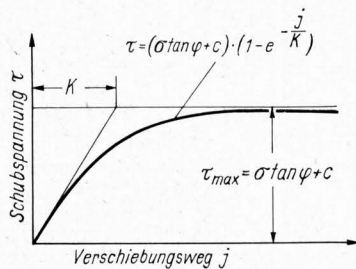


Bild 33. Schubspannungsverlauf in Abhängigkeit vom seitlichen Verschiebungsweg nach [26].

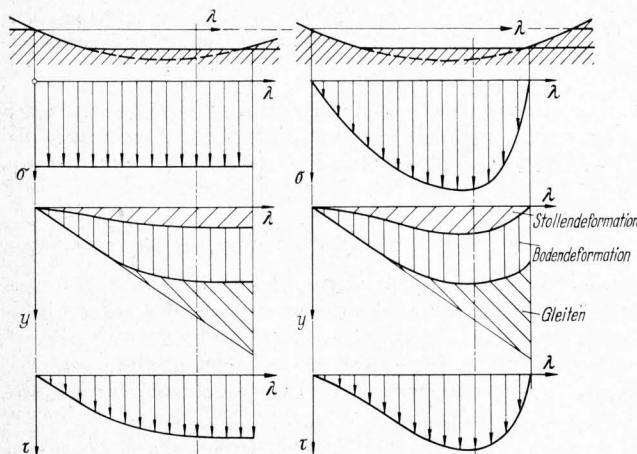


Bild 34 und 35. Aufteilung der Seitenverschiebung y und Verlauf der seitlichen Schubspannung τ bei konstantem Normaldruck σ in der Berührungsfäche zwischen Reifen und Boden und bei einer Normaldruckverteilung nach Bild 32 (schematisch).

Bei einem Schräglaufwinkel α ergibt sich eine seitliche Gesamtverschiebung y in Abhängigkeit von der Längskoordinate λ der Grundfläche:

$$y = \lambda \tan \alpha; \quad y_{\text{max}} = \tan \alpha (l_1 + l_2) \quad (24).$$

Diese seitliche Verschiebung setzt sich zusammen aus der Stollendeformation η , der Bodendeformation und einem Gleitweg zwischen Reifen und Boden nach Überschreiten des maximalen Verformungsweges des Bodens. Gleitweg und Bodendeformation sind in j enthalten:

$$j + \eta = \lambda \tan \alpha \quad (25).$$

Formt man die Gln. (22) und (23) um und setzt sie in (25) ein, dann ergibt sich die Spannung bzw. die seitliche Auslenkung des Reifens über der Länge der Berührungsfäche

$$\frac{\tau}{C'} - K \ln \left(1 - \frac{\tau}{\sigma \tan \varphi + c}\right) = \lambda \tan \alpha \quad (26),$$

$$\eta - K \ln \left(1 - \frac{C' \eta}{\sigma \tan \varphi + c}\right) = \lambda \tan \alpha \quad (27).$$

Unter der Annahme eines konstanten Normaldruckes in der Berührungsfäche würde sich eine Aufteilung der Seitenverschiebung und eine Schubspannungsverteilung nach **Bild 34** ergeben. Dabei beginnt der Gleitbereich um so früher, je größer der Schräglaufwinkel ist. Unter der Annahme einer Normaldruckverteilung nach Bild 32 ändert sich Seitenverschiebung und Schubspannungsverlauf nach **Bild 35**.

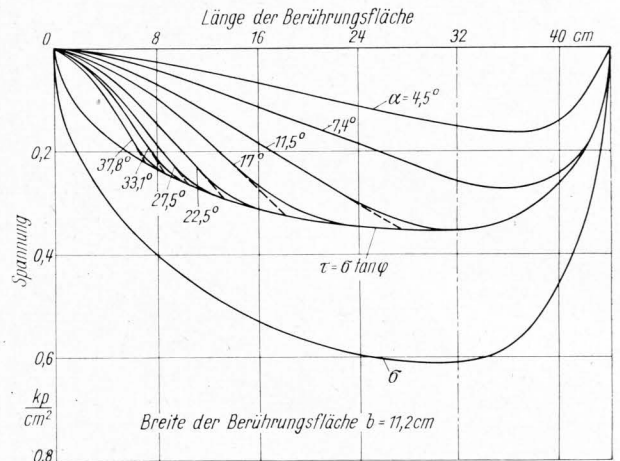


Bild 36. Verlauf der Normalspannung und Schubspannung für verschiedene Schräglaufwinkel in der Berührungsfäche zwischen dem Reifen 6.00-20 und dem Boden bei einer Radlast von 350 kp und einem Reifeninnendruck von 1 atü.

Für die nachfolgende Rechnung wurde vom Reifen 6.00-20 mit einer Nennlast von 350 kp bei 1,0 atü ausgegangen. Dabei ergaben sich die folgenden gemessenen und errechneten Größen und die Druckverteilung σ nach **Bild 36**:

für $\alpha = 4^\circ$	$z_0 = 11 \text{ cm}$	$u_0 = 1,8 \text{ cm}$
für $\alpha = 16^\circ$	$z_0 = 12 \text{ cm}$	$l_1 = 31,8 \text{ cm}$
für $\alpha = 20^\circ$	$z_0 = 13,1 \text{ cm}$	$l_2 = 12,3 \text{ cm}$
i. M. $z_0 = 12 \text{ cm}$		$k_1 = 0,1775$
		$k_2 = 0,459$

Die Bodenkenngröße K hängt nicht nur von Bodenart und -zustand, sondern auch von der maximal erreichbaren Schubspannung und der Größe der Kontaktfläche ab. Sie wurde zu 5,25 cm ermittelt. Dann errechnet sich die Verteilung der Schubspannung τ für verschiedene Schräglaufwinkel nach Bild 36. Näherungsweise kann man bis zum Erreichen der jeweiligen größten Schubspannung $\tau_{\text{max}} = \sigma \tan \varphi + c$ mit der Beziehung $\tau = (j/K) \tau_{\text{max}}$ rechnen. Aus dem Bild ist ersichtlich, daß mit größer werdendem Schräglaufwinkel der Punkt, bei dem τ_{max} erreicht wird und gleichzeitig das Gleiten beginnt, in der Berührungsfäche immer weiter nach vorn wandert. Bei $\alpha = 28^\circ$ findet fast in der gesamten Berührungsfäche ein Gleiten statt, und die Seitenkraft $S'_1 = \tau dF$ aus der Schubspannungsverteilung kann sich bei größerem Schräglaufwinkel kaum noch erhöhen (s. a. Bild 40).

Seitenkraftanteil aus dem Normaldruck auf das in den Boden eingedrungene Reifensegment

Für eine vertikal im Boden stehende Wand, die gegen den Boden bewegt wird, kann für den passiven Erdwiderstand pro Längeneinheit nach *Reece* [27] angesetzt werden:

$$P' = (\gamma z^2 N_\gamma + c z N_c + q z N_q) \sin \left(\frac{\pi}{2} + \delta\right) \quad (28),$$

$$P' = (\gamma z^2 N_\gamma + c z N_c + q z N_q) \cos \delta \quad (29),$$

dabei ist δ der Reibungswinkel zwischen Boden und Wand, in unserem Fall zwischen Boden und Reifen. Gl. (28) ist eine Grundgleichung der Bodenmechanik von *Terzaghi* [29]. Die drei dimensionslosen Erdwiderstandsbeiwerte N_γ , N_c und N_q hängen von der Form und den geometrischen Abmessungen der Scherfläche

und den Reibungswinkeln φ und δ ab. Im einzelnen berücksichtigt N_γ das Eigengewicht, N_c die Kohäsion und N_q die Auflast. Sie wurden verschiedentlich in Diagrammen dargestellt. Diese Rechnung stützt sich auf Diagramme von *Hettiaratchi und Reece* [27].

Da die Seitenfläche des Rades jedoch keine starre Wand, sondern eine abrollende Kreisscheibe ist, muß die Bewegung des in den Boden eindringenden Kreissegmentes bestimmt werden. Für die Bahnkurve eines Punktes A am Umfang eines schräglaufenden Rades ergeben sich im Grundriß folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} x &= r [(1-s)\psi + \cos\psi] \\ y &= r\psi(1-s)\tan\alpha \end{aligned} \quad (30).$$

In **Bild 37** sind die Bewegungsbahnen des Punktes A über einen Drehwinkel von 0 bis 180° bei verschiedenem negativem Schlupf 0 bis -20% im Grundriß dargestellt. Aus der eingezeichneten Berührungsfläche (schraffiert) und den von ihr unter dem Schräglaufwinkel α ausgehenden Geraden lassen sich die Wege des Punktes A im Boden gegen die Seitenwand drückend ermitteln.

In **Bild 38** sind die entsprechenden Bewegungsbahnen für einen konstant angenommenen Schlupf von -10% bei unterschiedlichem Schräglaufwinkel von 0 bis 32° dargestellt.

In erster Näherung kann man diese Wege durch eine Senkrechte zur Radebene ersetzen:

$$y = \lambda \tan\alpha.$$

Das pro Längeneinheit verdrängte Bodenvolumen V' in Abhängigkeit von der Längskoordinate der Berührungsfläche λ ist dann mit

$$z = z_0 - \frac{(l-\lambda)^2}{D} = z_0 - \frac{(l-y/\tan\alpha)^2}{D} \quad (31),$$

$$V' = \int_0^y z dy = \frac{\tan\alpha}{D} \left(l\lambda^2 - \frac{1}{3}\lambda^3 \right) \quad (32).$$

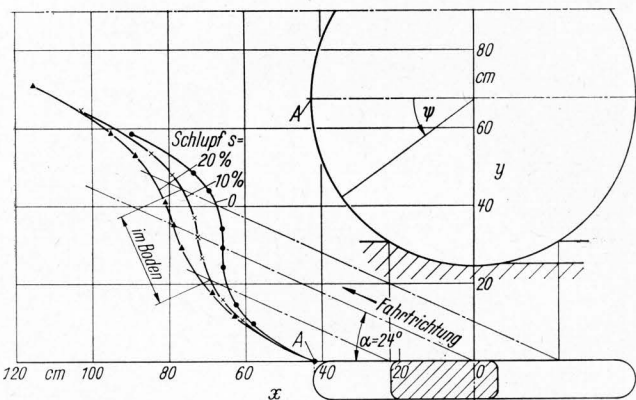


Bild 37. Bewegungsbahnen eines Punktes am Reifenumfang in der Horizontalebene bei einem Schräglaufwinkel von 24° bei verschiedenem Schlupf (s. a. Bild 8).

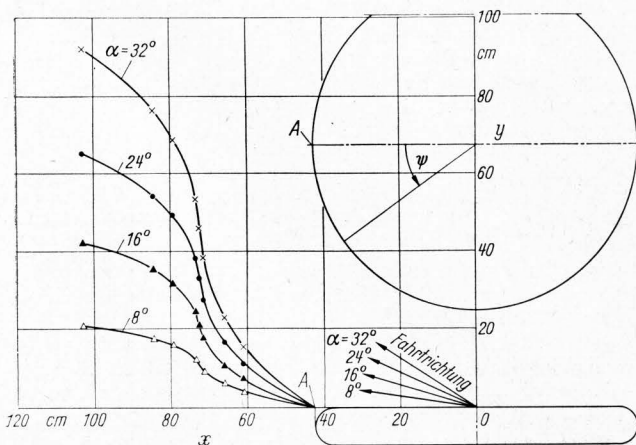


Bild 38. Bewegungsbahnen eines Punktes am Reifenumfang in der Horizontalebene bei verschiedenen Schräglaufwinkeln und einem Schlupf von 10%.

Wenn keine Verdichtung im Seitenwall stattfindet, so ist das pro Längeneinheit zur Seite gedrückte Volumen gleich dem entsprechenden Wallvolumen, **Bild 39**. Das Gewicht des spezifischen Wallvolumens wird als zusätzliche Flächenlast auf der Scherzone angenommen. Die Länge der Scherzone errechnet sich nach [27] zu:

$$f = z m \quad (33),$$

dabei ist m eine vom Winkel φ der inneren Reibung des Bodens, der Neigung der Wand gegen die Oberfläche und dem Reibungswinkel δ zwischen Boden und Wand abhängige Größe, die in [27] dargestellt ist. Dann wird die zusätzliche mittlere Flächenlast

$$q_m = \frac{\gamma \tan\alpha}{m} \frac{l\lambda^2 - \frac{1}{3}\lambda^3}{Dz_0 - (l-\lambda)^2} \quad (34).$$

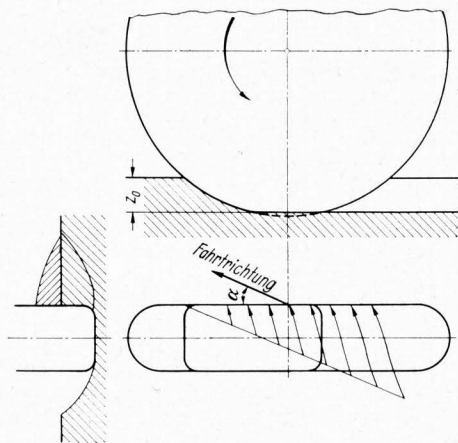


Bild 39. Seitliche Bahnen verschiedener Punkte am Radumfang gegen die Seitenwand in der Berührungsfläche sowie Ausbildung von Scherebenen in der Seitenwand.

Damit läßt sich der Seitenkraftanteil auf die Radseitenfläche im Boden nach Gl. (29) errechnen. Setzt man in Gl. (29) die Ergebnisse von Gl. (31) für z und Gl. (34) für q_m ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} P'(\lambda) &= \frac{\gamma}{D^2} [Dz_0 - (l-\lambda)^2] \cos\delta N_\gamma + \\ &+ \frac{c}{D} [Dz_0 - (l-\lambda)^2] \cos\delta N_c + \\ &+ \frac{\gamma \tan\alpha}{D m} \left(l\lambda^2 - \frac{1}{3}\lambda^3 \right) \cos\delta N_q \end{aligned} \quad (35).$$

Integriert man $P'(\lambda)$ über die Länge der seitlichen Berührungsfläche $2l$, so erhält man die Seitenkraft auf die Reifenseitenwand

$$\begin{aligned} S'_2 &= \frac{16}{15} \cos\delta N_\gamma D^{1/2} z_0^{5/2} + \frac{4}{3} c \cos\delta N_c D^{1/2} z_0^{3/2} + \\ &+ \frac{4}{3} \frac{\gamma \tan\alpha}{m} \cos\delta N_q D z_0^2 \end{aligned} \quad (36).$$

Für den vorliegenden locker gefrästen Boden kann man $c = 0$ setzen. Damit entfällt das 2. Glied der Gln. (35) und (36). Die Gl. (36) gilt nicht mehr bei sehr großen Schräglaufwinkeln über 45°, weil dann das sehr stark ansteigende Wallvolumen zu beiden Seiten des Reifens abfließt und damit die hier getroffenen Annahmen nicht mehr gelten.

Die gesamte Seitenkraft S' in Abhängigkeit von den Radgrößen, der Belastung, dem Boden und dem Schräglaufwinkel ist die Summe der Seitenkraftanteile aus der Belastungsfläche und dem Seitenwall. Sie sind für den Reifen 6.00-20 in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel berechnet und in **Bild 40** den gemessenen Werten gegenübergestellt. Der sich ergebende Unterschied zwischen Rechnung und Messung rührt von den vereinfachenden Annahmen her, die getroffen wurden, um überhaupt bei diesen komplexen Zusammenhängen eine Rechnung durchführen zu können. Im vorliegenden Falle wurde die gesamte Seitenkraft aus zwei Teilkraften errechnet, der seitlichen Abstützung der Radseitenfläche im Boden und der Reibungskräfte in der Aufstandsfläche. Man kann das Ganze auch als Grundbruchproblem eines schräg belasteten Körpers auffassen [28].

Zusammenfassung

In der Einleitung wird an einigen Beispielen untersucht, wann Seitenkräfte an gelenkten Luftreifen auf dem Acker auftreten können. Es ist dies bei der Kurvenfahrt, beim Pflügen, am Hang und bei seitlich hinter dem Schlepper angehängten Geräten oder Anhängern der Fall.

Mit Hilfe einer für diesen Zweck entwickelten Versuchseinrichtung wurden in der Bodenrinne des Instituts für Landmaschinen der Technischen Hochschule München die Seitenkräfte und Rollwiderstände sowie Radeinsenkungen und der negative Schlupf an gezogenen schräglaufenden Schlepperfrontreifen und Ackermaschinenreifen gemessen. Die Rollwiderstandsbeiwerte sind auf dem locker gefrästen Boden schon beim Schräglaufwinkel Null mit $\rho = 0.2$ sehr hoch und verdoppeln sich bei einem Schräglaufwinkel von 20° . Bei 28° Schräglauf ergeben sich Rollwiderstände von maximal 70% der Radlast! Die Seitenkraftbeiwerte steigen weniger steil an als auf starrer Fahrbahn, erreichen aber größere Werte bei höheren Schräglaufwinkeln. Mit zunehmendem Durchmesser werden erwartungsgemäß die Rollwiderstandsbeiwerte kleiner und die Seitenkraftbeiwerte größer.

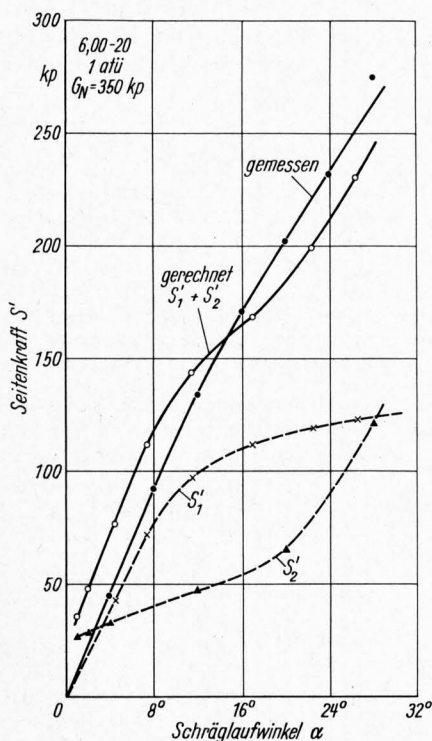


Bild 40. Vergleich der gemessenen und gerechneten Seitenkräfte S' des Reifens 6.00-20 bei 1 atü und einer Nennlast von 350 kp. Die errechneten Werte sind die Summe aus einem Anteil, der sich aus den Schubspannungen in der Grundfläche ergibt, und einem Anteil, der vom Seitendruck auf die Reifenseitenwand herrührt.

Mit größerer Reifenbreite sinken sowohl die Seitenkraftbeiwerte als auch die Rollwiderstandsbeiwerte. Der Reifeninnendruck hat bei diesem lockeren Boden nur eine kleine Verringerung der Rollwiderstandsbeiwerte zur Folge. Die Spurtiefen und der negative Schlupf nehmen mit den Schräglaufwinkeln zu. Bei großen Schräglaufwinkeln ergibt sich also eine breite und tiefe Spur.

Weiterhin wird versucht, eine Theorie der Seitenkräfte auf nachgiebigem Boden aufzustellen. Mit Hilfe einer analytisch darstellbaren einfachen Druckverteilung in der Berührungsfäche und in Anlehnung an Seitenkrafttheorien für die starre Fahrbahn konnte eine Gleichung für die seitliche Schubspannungsverteilung in der Aufstandsfläche gefunden werden. Als weiterer Seitenkraftanteil kommt hierzu der Seitendruck auf das in den Boden eingedrungene Radsegment beim Schräglauf. Auch hierfür konnte in Anlehnung an den passiven Erdwiderstand eine Beziehung aufgestellt werden. Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung war trotz der getroffenen Annahmen und Vereinfachungen befriedigend.

Schrifttum

- [1] *Fromm, H.*: Seitenschlupf und Führungswert des rollenden Rades. Ber. d. Lilienthal Ges. Nr. 140 (1941) S. 56/63.
- [2] *Gauß, F.*: Über die Seitenführungskraft von Personenwagenreifen. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 133 (1959).
- [3] *Koefler, P., und G. Senger*: Vergleichende Untersuchungen der Seitenführungseigenschaften von Personenwagenreifen. Dt. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 172 (1964).
- [4] *Bode, G.*: Kräfte und Bewegungen in der Berührungsfäche rollender Reifen von Lastwagen. Dt. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 146 (1961).
- [5] *Cooper, D. H.*: Die Verteilung der Seitenführungskraft und des Schlupfes in der Bodenberührungsfäche von Reifen. Kautschuk und Gummi **11** (1958) H. 10, S. 273/310.
- [6] *Fiala, E.*: Seitenkräfte am rollenden Luftreifen. VDI-Z. **96** (1954) Nr. 29, S. 973/79.
- [7] *Freudenstein, G.*: Luftreifen bei Schräg- und Kurvenlauf. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 152 (1961).
- [8] *Kremer, H., und W. Söhne*: Die Seitenführungskräfte starrer, nicht angetriebener Räder. Grndl. Landtechn. Heft 9 (1957) S. 101/108.
- [9] *Taylor, P. A., und R. Birtwistle*: Experimental studies of force systems on steered agricultural tyres. Proc. Instn Mech. Engrs. London 1966—67, 181, Part 2 A.
- [10] *Phillips, J. R.*: Experimental determination of forces on some towed drifting wheels. J. Agric. Engng Res. **4** (1959) H. 4, S. 294/306.
- [11] *Skalweit, H.*: Die Führungskräfte von Schlepper-Arbeitsgeräten bei den genormten Anbausystemen. Grndl. Landtechn. Heft 4 (1953) S. 54/64.
- [12] *Krause, R.*: Die Zuordnung von Schlepper und Pflug. Grndl. Landtechn. **16** (1966) Nr. 6, S. 229/34.
- [13] *Söhne, W.*: Die Kraftübertragung zwischen Schlepperreifen und Ackerboden. Grndl. Landtechn. Heft 3 (1952) S. 75/87.
- [14] *Söhne, W.*: Das mechanische Verhalten des Ackerbodens bei Belastungen, unter rollenden Rädern sowie bei der Bodenbearbeitung. Grndl. Landtechn. Heft 1 (1951) S. 87/49.
- [15] *Söhne, W.*: Druckverteilung im Boden und Bodenverformung unter Schlepperreifen. Grndl. Landtechn. Heft 5 (1953) S. 49/63.
- [16] *van den Berg, G. E., und W. R. Gill*: Pressure distribution between a smooth tire and the soil. Transactions ASAE **5** (1962) Nr. 2, S. 105/107.
- [17] *Garbari, F.*: Rolling resistance of wheeled vehicles on deformable terrain. J. Terramechanics **1** (1964) Nr. 1, S. 7/37.
- [18] *Onafeko, O.*: Instrumentation for measuring radial and tangential stresses beneath rigid wheels. J. Terramechanics **1** (1964) Nr. 3, S. 61/68.
- [19] *Uffelmann, F. L.*: The performance of rigid cylindrical wheels on clay soil. In: Mechanics of soil-vehicle systems, Turin 1961. S. 111/25.
- [20] *Vincent, E. T.*: Pressure distribution on and flow of sand past a rigid wheel. In: Mechanics of soil-vehicle systems, Turin 1961. S. 858/77.
- [21] *Hegedus, E.*: Pressure distribution under rigid wheels. Transactions ASAE **8** (1965) Nr. 3, S. 305/08, 311.
- [22] *Söhne, W.*: Beitrag zur Mechanik des Systems Fahrzeug—Boden unter besonderer Berücksichtigung der Ackerschlepper. Grndl. Landtechn. Heft 17 (1963) S. 5/16.
- [23] ● *Bekker, M. G.*: Off the road locomotion. Ann Arbor 1960, The University of Michigan Press.
- [24] ● *Bekker, M. G.*: Theory of land locomotion. Ann Arbor 1956, The University of Michigan Press.
- [25] *Frank, F.*: Berechnung der Seitenführungskennlinien von Reifen. Kautschuk und Gummi **18** (1965) Nr. 8, S. 515/33.
- [26] *Janosi, Z.*: An analysis of pneumatic tire performance on deformable soils. In: Mechanics of soil-vehicle systems, Turin 1961. S. 737/62.
- [27] *Hettiaratchi, D. R. P., B. D. Witney und A. R. Reece*: The calculation of passive pressure in two-dimensional soil failure. J. Agric. Engng Res. **11** (1966) Nr. 2, S. 89/107.
- [28] *Cho, S. W., H. Schwanhart und H. v. Sybel*: Der Gittereffekt an Raupenketten auf lockerem Boden. Landtechn. Forsch. **17** (1967) H. 2, S. 42/48.
- [29] ● *Terzaghi, K., und R. Jelinek*: Theoretische Bodenmechanik. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag 1954.