Grundlagen der Landtechnik

VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE

Grundl. Landtechn. Bd. 18 (1968) Nr. 4 Seite 129 bis 164

DK 631.333.5

Berechnung der Wurfvorgänge beim Schleuderdüngerstreuer

Von **K. Dobler** und **J. Flatow**, Hohenheim

Um Schleuderdüngerstreuer schon bei der Konstruktion so auslegen zu können, daß sie ein gewünschtes Streubild liefern, ist es notwendig, daß sich die beim Streuen auftretenden Wurfvorgänge vorausberechnen lassen. Dabei ist es vor allem wichtig zu wissen, wie sich die verschiedenen Einflußfaktoren, beispielsweise Scheibengröße, Scheibendrehzahl und Aufgabeort des Streugutes, auf die Wurfweite und Streugenauigkeit des Schleuderstreuers auswirken. Es werden mit Hilfe des Analogrechners Diagramme ermittelt, die die oben genannten Zusammenhänge klar erkennen lassen und eine einfache Berechnung der Wurfvorgänge ermöglichen.

Inhalt

1 Einleitung

Zur Ausbringung von Handelsdünger wird in der Landwirtschaft immer mehr der Schleuderstreuer bevorzugt, da er wegen seiner großen Arbeitsbreite hohe Flächenleistungen ermöglicht. Bisher haben die Schleuderstreuer allerdings noch den Nachteil, nicht ganz gleichmäßig zu streuen. Trotz richtig gewählter mittlerer Streumenge pro Flächeneinheit können dadurch auf dem Feld Streifen mit höherer bzw. geringerer Streumenge als erwartet auftreten. Abgesehen von der hierdurch meist verschlechterten Düngerausnutzung bringt beispielsweise bei Getreide eine zu hohe Düngergabe die Gefahr mit sich, Lagern zu verursachen. Bei der Konstruktion von Schleuderstreuern wird man deshalb auf ein möglichst gleichmäßiges Streubild hinarbeiten.

Für die Vorausberechnung und Konstruktion der Schleuderstreuer wurden von verschiedenen Verfassern Rechenansätze bzw. Versuchswerte angegeben [1; 2; 3; 5 bis 10]. Die angegebenen Rechenverfahren bedingen einen relativ großen Aufwand an Rechenarbeit und lassen die Bedeutung der einzelnen Einflußfaktoren nur schwer erkennen. Die folgenden Ausführungen zeigen, wie sich aus Diagrammen, die mit Hilfe des Analogrechners ermittelt wurden, sehr schnell die Wurfweite und -richtung einer Schleuderscheibe in recht guter Näherung ermitteln lassen.

Dipl.-Ing. Klaus Dobler und Dipl.-Ing. Jürgen Flatow sind wissenschaftliche Mitarbeiter im Institut für Landtechnik (Direktor: Prof. Dr.-Ing. G. Segler) der Universität Hohenheim.

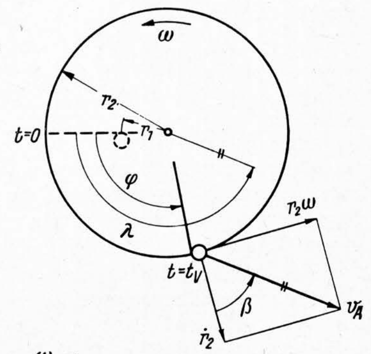
2 Bewegungsverhältnisse auf der Schleuderscheibe

Beim Schleuderdüngerstreuer erfolgt die Verteilung des Düngers mit einer Wurfscheibe, die um eine meist vertikale Achse rotiert. Um eine definierte Bewegung der Düngerkörner zu erhalten, werden auf der Streuscheibe Wurfschaufeln angeordnet. Die folgenden Ausführungen gelten für radial gestellte Wurfschaufeln. Nach *Kampf* [4] ist der Einfluß der Schaufelstellung auf die Größe der Abwurfgeschwindigkeit gering. Die Streuscheibe hat die Aufgabe, die aus dem Vorratsbehälter kommenden Düngerteilchen zu erfassen, sie auf eine festgelegte Abwurfgeschwindigkeit zu bringen und in einer bestimmten Richtung abzuwerfen.

In diesem Zusammenhang interessiert zunächst die mit einer gegebenen Scheibe erreichbare Abwurfgeschwindigkeit. Diese Geschwindigkeit setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, der Radial- und der Tangentialgeschwindigkeit im Abwurfpunkt, **Bild 1.** Die tangentiale Abwurfgeschwindigkeit ist dabei gleich der Umfangsgeschwindigkeit der Wurfschaufel im Abwurfpunkt; die radiale Abwurfgeschwindigkeit $\dot{r}_2$ ergibt sich aus den Kräften, denen ein Teilchen auf der Schleuderscheibe ausgesetzt ist. Bei

Bild 1. Bezeichnungen bei einer Schleuderscheibe.

r_1 Aufgaberadius
r_2 Abwurfradius
ω Winkelgeschwindigkeit
t_V Verweilzeit
v_A Abwurfgeschwindigkeit
$\dot{r}_2$ Radialgeschwindigkeit am Abwurfpunkt
φ Drehwinkel der Scheibe von Aufgabe bis Abwurf
β Abflugwinkel
λ Abwurfwinkel [2]



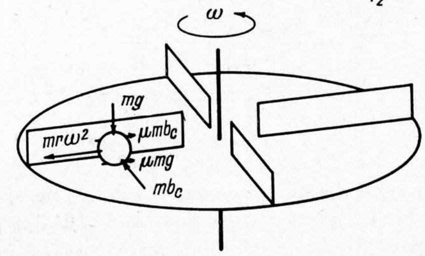


Bild 2. Kräfteverhältnisse auf einer Schleuderscheibe.

m Masse des abzuschleudernden Teilchens
r Entfernung vom Scheibenmittelpunkt
ω Winkelgeschwindigkeit der Streuscheibe
g Erdbeschleunigung
b_C Coriolisbeschleunigung
μ Reibbeiwert

der Bewegung auf der Scheibe wirken auf das Düngerkorn die in **Bild 2** gezeigten Kräfte. Mit der Annahme, daß der Reibwert μ für die Reibpaarung Korn-Scheibe und Korn-Schaufel den gleichen Wert hat, lautet die Differentialgleichung des Systems:

$$\ddot{r} = r\omega^2 - 2\omega\dot{r}\mu - g\mu \tag{1}$$

2.1 Rechnerische Lösung mit herkömmlichen Methoden

Für Gl. (1) ergeben sich mit den üblichen Ansätzen folgende Lösungen:

Rechnung ohne Reibung

Mit $\mu = 0$ gilt $\ddot{r} = r\omega^2$ oder

$$\ddot{r} = \frac{d\dot{r}}{dr}\frac{dr}{dt} = \dot{r}\frac{d\dot{r}}{dr} = r\omega^2$$

hieraus

$$\int_0^{\dot{r}_2} \dot{r}\, d\dot{r} = \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r\, dr$$

und

$$\dot{r}_2 = \omega\sqrt{r_2^2 - r_1^2} \tag{2}.$$

Für $r_1 \to 0$ bzw. $r_2 \gg r_1$ geht Gl. (2) in folgende Näherungsgleichung über:

$$\dot{r}_2 \approx \omega\, r_2 \tag{3}.$$

Unter Vernachlässigung der Reibung erhält man demnach als Grenzwert für die Radialgeschwindigkeit den Wert der Umfangsgeschwindigkeit im Abwurfpunkt. Der Abflugwinkel der Teilchen kann also 45° nicht unterschreiten (d. h., es ist $\beta \geqq 45°$).

Rechnung mit Reibung

Nach *Klapp* [5] gilt:

$$r = \frac{\mu g}{\omega^2} + C_2\left(\frac{F}{D}\,e^{\omega t D} + e^{-\omega t F}\right) \tag{4},$$

$$\dot{r} = C_2\, F\, \omega\, (e^{\omega t D} - e^{-\omega t F}) \tag{5}$$

mit

$$C_2 = \frac{r_1 - \mu\left(\frac{g}{\omega^2}\right)}{1 + \left(\frac{F}{D}\right)}$$

$$D = \sqrt{\mu^2 + 1} - \mu$$

$$F = \sqrt{\mu^2 + 1} + \mu$$

für $t \gg 0$ und $r' = r - \mu g/\omega^2$ erhält man näherungsweise aus Gl. (4) und (5):

$$\dot{r}_2 \approx D r_2'\, \omega = r_2'\, \omega\, (\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu) \tag{6}.$$

Gl. (6) stellt eine um den Grenzradius $\mu g/\omega^2$ aus dem Ursprung verschobene Gerade dar. Der Grenzradius r_{Gr} darf bei der Teilchenaufgabe nicht unterschritten werden, weil sonst die Zentrifugalkraft die Reibkraft $mg\mu$ nicht überwinden kann. Für große Werte ω wird $r_{Gr} \approx 0$, so daß gilt:

$$\dot{r}_2 \approx D r_2\, \omega = r_2\, \omega\, (\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu) \tag{7}.$$

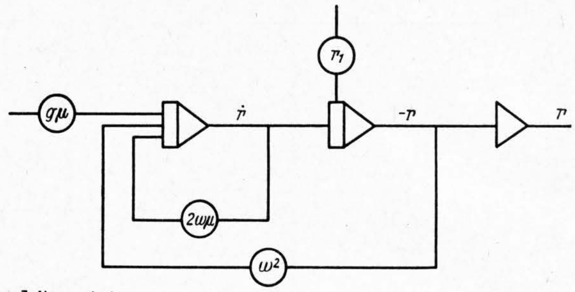
Die Gln. (6) und (7) gestatten ein Abschätzen der zu erwartenden Abwurfgeschwindigkeit, wenn Anhaltswerte für den Reibbeiwert μ bekannt sind. Im Grenzfall ergeben sich also lineare Zusammenhänge zwischen Radius der Streuscheibe und radialer Abwurfgeschwindigkeit, d. h., bei genügend großem Abwurfradius und genügend kleinem Aufgaberadius erhält man für einen gegebenen Reibbeiwert ein bestimmtes Verhältnis von radialer zu tangentialer Abwurfgeschwindigkeit. Damit liegt dann auch der Abflugwinkel β fest.

Für den Fall $r_2 \gg r_1$ und große ω ergibt sich also ein Abflugwinkel β, der nur vom Reibbeiwert μ, aber nicht von der Drehzahl der Schleuderscheibe abhängt.

2.2 Lösung mit dem Analogrechner

Die Lösung und Auswertung von Gl. (1) mit den bisher üblichen Methoden bringt zwar keine allzu großen mathematischen Probleme mit sich, aber doch einen erheblichen Aufwand an Rechenzeit, wenn man die einzelnen Einflußgrößen variieren will, um ihre Bedeutung zu erkennen. Außerdem erhält man dabei nicht den örtlichen oder zeitlichen Verlauf der gesuchten Größen, sondern nur einzelne Punkte.

Da der Analogrechner sich u. a. hervorragend für die relativ einfache Lösung und Auswertung von Differentialgleichungen eignet, wurde für Gl. (1) das in **Bild 3** gezeigte Programm aufgestellt und in den Analogrechner eingegeben. Dabei bietet sich der große Vorteil, daß die Ergebnisse über einen X-Y-Schreiber direkt aufgezeichnet werden können. Ein Beispiel für die so erhaltenen Lösungskurven zeigen **Bild 4 bis 7.** Die Lösungskurven zeigen deutlich die von der Rechnung her zu erwartenden Asymptoten. Wichtig ist in diesem Zusammenhang das Ergebnis, daß



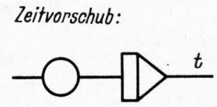


Bild 3. Rechenprogramm für die Ermittlung der radialen Abwurfgeschwindigkeit und der Verweilzeit des Streugutes.

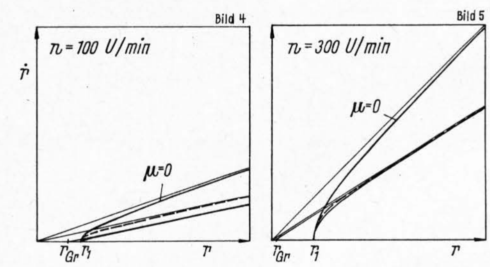


Bild 4 und 5. Radialgeschwindigkeit $\dot{r}$ auf einer Schleuderscheibe in Abhängigkeit vom Radius r bei zwei verschiedenen Scheibendrehzahlen n.

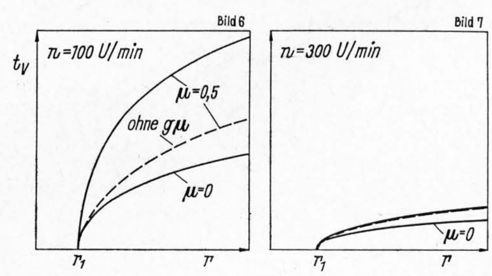


Bild 6 und 7. Verweilzeit t_V auf einer Schleuderscheibe in Abhängigkeit vom Radius r bei zwei verschiedenen Scheibendrehzahlen n.

der Aufgaberadius r_1 in gewissen Grenzen variiert werden kann, ohne daß dadurch die Abwurfgeschwindigkeit wesentlich beeinflußt wird; die Verweilzeit t_V und damit die Winkel φ und λ hängen stark von r_1 ab (vgl. a. Bild 8 und 9). Die Abwurfgeschwindigkeit hängt linear von der Drehzahl ab, so daß sich Drehzahlschwankungen ebenso linear auswirken. Die Diagramme lassen weiter erkennen, daß für höhere Drehzahlen, wie sie in der Praxis vorkommen, der Grenzradius r_{Gr} und das Reibungsglied $g\mu$ vernachlässigt werden können. Bei hohen Drehzahlen wird die Bewegung der Düngerkörner im wesentlichen von der Zentrifugalkraft und dem Reibungsglied $2\mu\omega\dot{r}$ beeinflußt. Es ist deshalb wichtig, den Reibbeiwert μ genau zu kennen. Während der Bewegung des Düngerteilchens entlang der Wurfschaufel kann sich der Reibbeiwert jedoch ändern. Die Reib- und die Zentrifugalkräfte üben ein Drehmoment auf das Teilchen aus, so daß nach entsprechender Zeit die anfängliche Gleitbewegung des Düngerkorns in Rollen übergehen wird. Dadurch vermindert sich der Reibbeiwert μ. (Außerdem wirkt sich diese Rotation der Teilchen wegen des Magnuseffektes auf die Teilchenflugbahnen aus). Im Gegensatz zum Einzelkorn wird jedoch bei mehreren Teilchen auf der Streuschaufel die Drehbewegung der einzelnen Düngerkörner gestört oder verhindert werden. Es empfiehlt sich deshalb, für den Reibbeiwert μ einen fiktiven Wert, nämlich den Scheinreibbeiwert μ^* einzuführen. Diese Größe μ^* soll neben der Reibung auch die nicht kontrollierbaren Einflüsse erfassen, wie zum Beispiel die Ventilationswirkung der Streuscheibe, eventuelles Springen der Teilchen, die Möglichkeit für die Teilchen, sich nach Aufgabe auf die Scheibe zunächst frei zu bewegen, bis sie von einer Wurfschaufel erfaßt werden und andere mehr. Es gibt zwei prinzipielle Möglichkeiten, Anhaltswerte für μ^* zu erhalten, nämlich aus Versuchswerten für die radiale Abwurfgeschwindigkeit $\dot{r}_2$ oder aus Versuchswerten für den Abwurfwinkel λ. Man geht dabei so vor, daß man auf dem Analogrechner die jeweils betrachteten Versuche „nachfährt" und dabei den Wert von μ^* so lange verändert, bis die errechneten Werte mit den gemessenen übereinstimmen. *Hollmann* [2] gibt Versuchswerte für den Abwurfwinkel und für die Wurfweite in Abhängigkeit von Scheibenabmessungen, Drehzahl, Korngröße usw. an. Diese Daten werden im folgenden für die Bestimmung von μ^* verwendet. Wie aus den weiter unten gezeigten Diagrammen Bild 8 und 9 hervorgeht, wirkt sich der Scheinreibbeiwert etwas stärker auf die radiale Abwurfgeschwindigkeit aus als auf die Verweilzeit der Teilchen. Da jedoch die Abwurfgeschwindigkeit in der Arbeit von *Hollmann* nicht angegeben ist und sich nur ungenau aus den Wurfweiten errechnen läßt (Abweichungen von Luftwiderstandsbeiwert c_w und Teilchengröße wirken sich stark aus), werden die Versuchswerte für den Abwurfwinkel λ zur Bestimmung des Scheinreibbeiwertes herangezogen. Das Ergebnis zeigt **Tafel 1.** Es ergibt sich bei dieser Versuchsreihe von *Hollmann* ein μ^* von 0,3...0,35.

Tafel 1. Bestimmung der Anhaltswerte für den Scheinreibbeiwert μ^* mit Hilfe der Modellversuche von *Hollmann* [2] (Scheibendurchmesser 500 mm, n = 400 U/min, Superphosphat granuliert).

r_1	Abwurfwinkel λ in Grad				μ^*
	berechnet			gemessen	
mm	μ = 0,3	0,35	0,4	nach [2]	
20	279	286	296	285	0,35
40	227	234	242	235	0,35
60	197	202	208	202	0,35
80	175	180	185	178	0,33
100	158	162	165	160	0,325
150	127	129	130	127	0,3

Das entspricht der erwarteten Größe, denn nach eigenen Messungen liegen die Gleitreibbeiwerte von verschiedenen Düngergranulaten gegen Stahl ungefähr zwischen 0,25 und 0,45. Die Scheinreibbeiwerte hängen im wesentlichen von diesen Gleitreibbeiwerten ab und werden nur wenig von ihnen abweichen. Deshalb wurden auch die Diagramme in **Bild 8 und 9** mit den Grenzwerten $\mu^* = 0{,}25$ und $\mu^* = 0{,}45$ ermittelt. Da Schleuderstreuer mit Drehzahlen von über 300 U/min arbeiten, kann das Reibungsglied $g\mu$ der Gl. (1) vernachlässigt werden, da es von 300 U/min ab keinen nennenswerten Einfluß mehr hat. Aus den Kurven in Bild 8 kann man die radiale Abwurfgeschwindigkeit ermitteln, die sich mit einer bestimmten Scheibe erreichen läßt. In Bild 9 wird noch die Verweilzeit der Düngerkörner auf der Scheibe angegeben. Zusammen mit der Winkelgeschwindigkeit kann daraus bestimmt werden, um welchen Winkel φ sich die Scheibe von Aufgabe bis Abwurf dreht. Die Abwurfgeschwindigkeit ergibt sich durch vektorielle Addition von $\dot{r}_2$ und u_2 zu $v_A = \sqrt{\dot{r}_2^2 + u_2^2}$. Beim fahrenden Streuer muß man noch die jeweilige Fahrgeschwindigkeit vektoriell zu v_A addieren.

Aus den Gleichungen (4) und (5) läßt sich erkennen, daß bei Vernachlässigung des Reibungsgliedes $g\mu$ die Radialgeschwindigkeit der Düngerkörner längs der Wurfschaufel linear von der Scheibendrehzahl abhängt. Bei gegebenen Werten für Aufgaberadius r_1, Abwurfradius r_2, Reibbeiwert μ^* gilt mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_a und ω_b:

$$r_{2a} = C_2 \frac{F}{D} \left(e^{\omega_a t_a D} + \frac{D}{F} e^{-\omega_a t_a F} \right)$$

$$r_{2b} = C_2 \frac{F}{D} \left(e^{\omega_b t_b D} + \frac{D}{F} e^{-\omega_b t_b F} \right)$$

mit $r_{2a} = r_{2b} = r_2$ folgt:

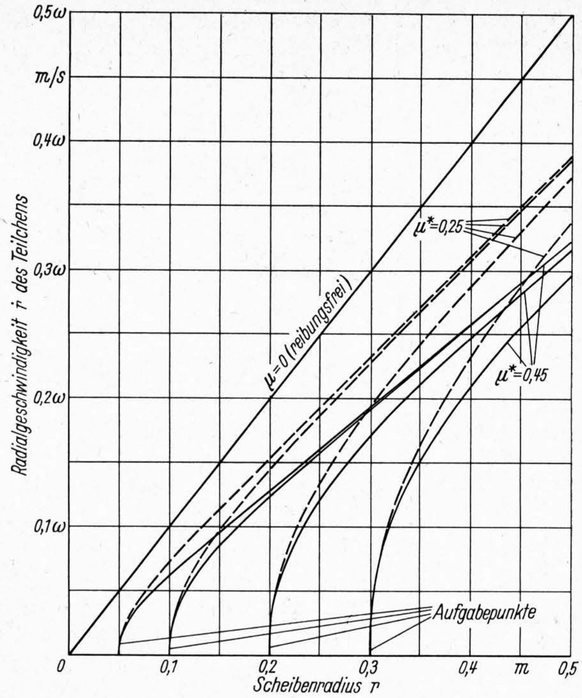


Bild 8. Radialgeschwindigkeit auf einer Schleuderscheibe in Abhängigkeit vom Radius für Scheibendrehzahlen über 300 U/min und zwei Scheinreibbeiwerte μ^*.

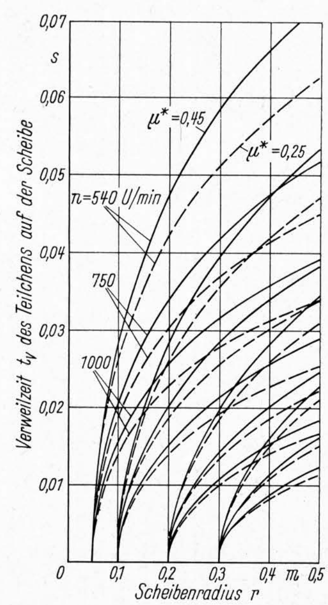


Bild 9. Verweilzeit auf einer Schleuderscheibe in Abhängigkeit vom Radius für drei Scheibendrehzahlen n und zwei Scheinreibbeiwerte μ^*.

$$\omega_a t_a = \omega_b t_b \qquad (8);$$

damit ergibt sich:

$$\dot{r}_{2a} = C_2 F \omega_a \left(e^{\omega_a t_a D} - e^{-\omega_a t_a F} \right)$$

$$\dot{r}_{2b} = C_2 F \omega_b \left(e^{\omega_b t_b D} - e^{-\omega_b t_b F} \right)$$

$$= C_2 F \omega_b \left(e^{\omega_a t_a D} - e^{-\omega_a t_a F} \right)$$

oder

$$\frac{\dot{r}_{2a}}{\dot{r}_{2b}} = \frac{\omega_a}{\omega_b}.$$

Gl. (8) besagt, daß der Drehwinkel φ ($\varphi = \omega t_V$) der Scheibe von Aufgabe des Düngerkorns bis Abwurf zwar vom Aufgaberadius r_1, vom Abwurfradius r_2 und vom Reibbeiwert μ^*, aber nicht von der Scheibendrehzahl abhängt. Bei Drehzahlen über 300 U/min ($g\mu$ vernachlässigbar) sind also jedem Aufgabepunkt r_1 Teilchenbahnen auf der Scheibe zugeordnet, die nur noch vom Reibbeiwert μ^*, aber nicht von der Drehzahl abhängen, **Bild 10.** Betrachtet man in Bild 10 die Teilchenbahnen für μ^* = const., so erkennt man, daß unabhängig vom Aufgabeort r_1 diese Teilchenbahnen eine beliebige Gerade durch den Scheibenmittelpunkt unter dem jeweils gleichen Winkel β schneiden, d. h. daß für ein bestimmtes μ^* jedem Winkel φ ein bestimmter Abflugwinkel β zugeordnet werden kann. Mit dem Winkel β kennt man auch die Abwurfgeschwindigkeit v_A, weil

$$v_A = \frac{u_2}{\sin\beta} \tag{9}.$$

Die Tatsache, daß der Winkel β nur von φ und μ^*, nicht aber von ω oder r_1 abhängt, ergibt sich auch aus Gl. (4) und Gl. (5), wenn man Drehzahlen unter 300 U/min ausschließt, so daß $g\mu$ vernachlässigt werden kann. Es gilt dann für einen beliebigen Winkel $\varphi = \omega\, t_V$:

$$\tan\beta = \frac{u}{\dot r} = \frac{r\,\omega}{\dot r}$$

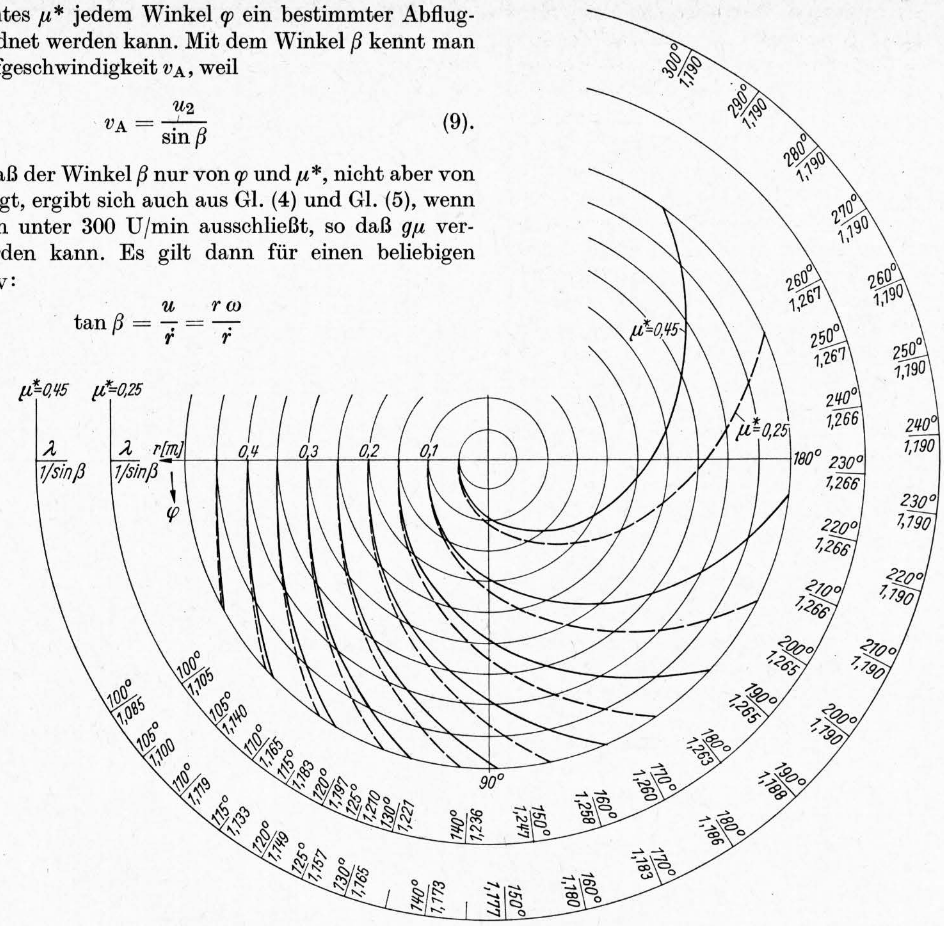


Bild 10. Teilchenbahnen auf einer Streuscheibe für Scheibendrehzahlen über 300 U/min und zwei Scheinreibbeiwerte μ^*.

oder mit Gl. (4) und Gl. (5):

$$\tan\beta = \frac{\frac{F}{D}\,C_2\left(e^{\omega t_V D} + \frac{D}{F}\,e^{-\omega\, t_V F}\right)\omega}{\omega\,F\,C_2\left(e^{\omega t_V D} - e^{-\omega\, t_V F}\right)}$$

mit

$$\left(e^{\omega t_V D} + \frac{D}{F}\,e^{-\omega\, t_V F}\right) = k_1$$

und

$$\left(e^{\omega t_V D} - e^{-\omega t_V F}\right) = k_2$$

folgt:

$$\tan\beta = \frac{k_1}{D\,k_2} = \text{const. für } \varphi = \text{const.};$$

für $t_V \gg 0$ wird $k_1 \approx k_2$ und $\tan\beta \approx 1/D$... Grenzwert s. Gl. (7).

Die von *Hollmann* [2] aufgrund seiner Versuche ausgesprochene Vermutung, daß bei gegebenen Düngereigenschaften der Abwurfwinkel λ nur von Aufgabe- und Abwurfradius der Streuscheibe, nicht aber von der Drehzahl abhängt, konnte damit theoretisch bestätigt werden.

Aus Bild 10 lassen sich also bei gegebenem r_1 und μ^* die Werte von φ, λ ($\lambda = \varphi + \beta$), und $1/\sin\beta$ ($v_A = u_2/\sin\beta$) entnehmen. Damit sind Abwurfrichtung und Abwurfgeschwindigkeit bekannt. Bild 10 zeigt weiter, daß Abweichungen beim Aufgaberadius r_1 um so größere Änderungen beim Abwurfwinkel λ bewirken, je kleiner r_1 wird. Bei der üblichen Aufgabe in Nähe der Scheibenmitte müssen demnach die Ausflußöffnungen aus dem Düngervorratsbehälter sehr sorgfältig gestaltet sein, wenn ein genaues Streubild eingehalten werden soll.

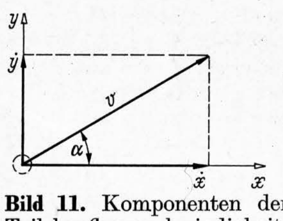


Bild 11. Komponenten der Teilchenfluggeschwindigkeit.

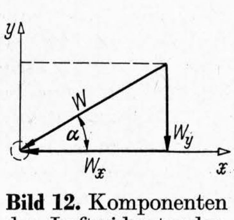


Bild 12. Komponenten des Luftwiderstandes.

3 Bewegung des Einzelkorns nach dem Abwurf von der Scheibe

Wenn ein Teilchen die Scheibe verläßt, wird es sich im allgemeinen Fall nach den Gesetzen des schiefen Wurfs mit Luftwiderstand weiterbewegen. In einem x-y-Koordinatensystem betrachtet, ergibt sich dann bei ruhender Luft **Bild 11.** Das Teilchen wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_A unter dem Winkel α zur Horizontalen (x-Achse) abgeworfen. Die momentane Geschwindigkeit v läßt sich zerlegen in die Komponenten $\dot x$ und $\dot y$, wobei gilt:

$$v = \sqrt{\dot x^2 + \dot y^2}.$$

Der Luftwiderstand ist bei kugelförmigen, nicht rotierenden Teilchen der gerade herrschenden Geschwindigkeit v entgegengerichtet, **Bild 12.**

Der Rechnung wird das quadratische Luftwiderstandsgesetz *(Newton)* zugrunde gelegt:

$$W = K_1\,v^2;$$

dabei ist

$$K_1 = \frac{\varrho_L}{2}\,c_w\,F,$$

worin ϱ_L die Dichte der Luft in kg/m³, c_w der Luftwiderstandsbeiwert und F die projizierte Fläche des Teilchens senkrecht zur Bewegungsrichtung in m² ist.

Es ist

$$W_x = W\cos\alpha = K_1\,v^2\,\frac{\dot x}{v} = K_1\,\dot x\,v$$

$$W_y = W\sin\alpha = K_1\,v^2\,\frac{\dot y}{v} = K_1\,\dot y\,v$$

Für das Kräftegleichgewicht in x-Richtung ergibt sich

$$m\,\ddot x = -\,K_1\,\dot x\sqrt{\dot x^2 + \dot y^2}$$

$$\ddot x = -\left(\frac{K_1}{m}\right)\dot x\sqrt{\dot x^2 + \dot y^2} \tag{10}.$$

In y-Richtung, wo noch zusätzlich die Schwerkraft wirkt, wird

$$\ddot{y} = -\left(\frac{K_1}{m}\right) \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - g \qquad (11).$$

Es ergibt sich also für Teilchen mit Kugelform

$$\ddot{x} = -\frac{3\,\varrho_L\,c_w}{4\,\varrho_K\,d}\,\dot{x}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \qquad (12)$$

und

$$\ddot{y} = -g - \frac{3\,\varrho_L\,c_w}{4\,\varrho_K\,d}\,\dot{y}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \qquad (13),$$

dabei ist ϱ_K die Dichte des Teilchens in kg/m³ und d der Durchmesser des Teilchens in m.

Setzt man zur besseren Übersicht für

$$\frac{3\,\varrho_L\,c_w}{4\,\varrho_K\,d} = K \qquad (14)^{1)},$$

so wird

$$\ddot{x} = -K\,\dot{x}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \qquad (15)$$

und

$$\ddot{y} = -g - K\,\dot{y}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \qquad (16).$$

Dieses System von Differentialgleichungen läßt sich geschlossen nicht lösen, und eine Reihenentwicklung bringt einen erheblichen numerischen Aufwand mit sich (s. *Klapp* [5]), so daß sich die Lösung mit Hilfe des Analogrechners auch hier wieder anbietet.

Zur Eingabe der Gleichungen in den Analogrechner wird die Schaltung in **Bild 13** benutzt. Durch einfache Potentiometerverstellungen können alle Einflußgrößen wie $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$, ϱ_L, ϱ_K, c_w, und d verändert und deren Einfluß untersucht werden.

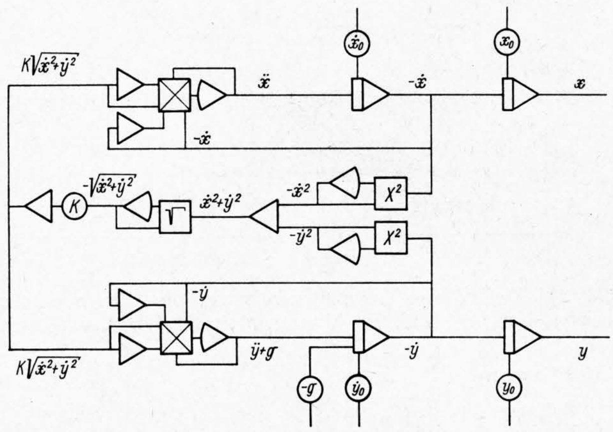


Bild 13. Rechenschaltung für die Ermittlung der Teilchenflugbahnen.

Um die aufgezeichneten Flugbahnen möglichst allgemein verwendbar zu machen, werden sie nicht für ein ganz bestimmtes Düngergranulat mit entsprechenden Korndurchmessern und Stoffeigenschaften aufgetragen, sondern als Kurvenscharen mit verschiedenen K-Werten als Parameter. Nach *Hollmann* [2] liegt die Dichte gekörnter Düngemittel zwischen 1,5 und 2,0 · 10³ kg/m³ und wenn Korndurchmesser von $d = 1$ bis 5 mm angenommen werden, ergeben sich bei $c_w = 0{,}5$ und $\varrho_L = 1{,}3$ kg/m³ K-Werte von

$$K = \frac{3\,\varrho_L\,c_w}{4\,\varrho_K\,d} = \frac{3 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}5}{4\,(1{,}5\ldots2{,}0)\,(1\ldots5)} = 0{,}050 \text{ bis } 0{,}320\,\frac{1}{\text{m}}.$$

Die K-Werte werden nun so abgestuft, daß sich zur Bestimmung der Wurfweiten brauchbare Diagramme ergeben, **Bild 14.** Als günstig erwiesen hat sich folgende Abstufung $K = 0$; 0,050; 0,075; 0,100; 0,150; 0,225; 0,300. Zwischenwerte können dann leicht im Diagramm interpoliert werden.

¹) Mit der Endfallgeschwindigkeit w_S (Schwebegeschwindigkeit) des Düngerteilchens besteht dabei folgender Zusammenhang:

$$w_S = \sqrt{\frac{4d\,(\varrho_K - \varrho_L)\,g}{3\,c_w\,\varrho_L}} \approx \sqrt{\frac{g}{K}}\,.$$

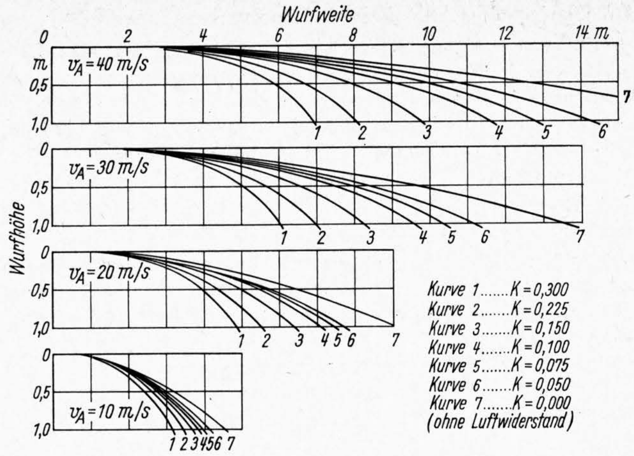


Bild 14. Wurfweite in Abhängigkeit von der Abwurfgeschwindigkeit für verschiedene K-Werte.

Beim Ansatz der Gleichungen für den Luftwiderstand, die Schwebegeschwindigkeit und das Aufzeichnen der Wurfbahnen wurde vorausgesetzt, daß der Luftwiderstandsbeiwert c_w konstant ist. Es wurde der c_w-Wert für Kugeln angenommen, der bei Reynoldszahlen von $5 \cdot 10^2 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^5$ [11] ungefähr 0,5 beträgt. Mit fallender Reynoldszahl nimmt dieser c_w-Wert jedoch zu. Deshalb wurde in weiteren Untersuchungen der Verlauf der Absolutgeschwindigkeit der Teilchen über der Wurfweite aufgetragen und die Reynoldszahlen für die geringsten auftretenden Geschwindigkeiten beim Abwurf aus 1 m Höhe bis zum Auftreffen auf dem Boden berechnet. Dabei ergab sich, daß die aufgezeichneten Wurfbahnen für Teilchendurchmesser $d \geqq 1{,}4$ mm gelten. Für kleinere Teilchendurchmesser bis etwa 1 mm und sehr niedere Anfangsgeschwindigkeiten können die Wurfweiten für die angegebenen Fälle etwas kleiner sein. Da jedoch mit Schleuderscheiben vorteilhaft nur granulierte Dünger mit $d \geqq 1{,}5$ mm ⌀ gestreut werden, ist diese Abweichung nicht von Bedeutung.

4 Zahlenbeispiel und Schlußfolgerungen

Im folgenden soll ein von *Hollmann* [2] durchgeführter Modellversuch nachgerechnet werden.

4.1 Berechnung von Abwurfpunkt, Richtung und Geschwindigkeit eines Teilchens beim Verlassen einer Schleuderscheibe

Gegebene Daten: Aufgaberadius $r_1 = 0{,}1$ m
Abwurfradius $r_2 = 0{,}25$ m
Drehzahl $n = 400$ U/min
$\omega = 42$ 1/sec
Scheibenhöhe $h = 0{,}75$ m
Korndurchmesser $d = 3$ mm

Gewählter Kennwert: Scheinreibbeiwert $\mu^* = 0{,}3$ (s. Tafel 1)

Aus Bild 10 erhält man für diese Daten folgende Werte:

$$\varphi = 105°; \qquad \frac{1}{\sin\beta} = 1{,}237;$$

damit wird

$$v_A = \frac{u_2}{\sin\beta} = \frac{r_2\,\omega}{\sin\beta} = 0{,}25 \cdot 42 \cdot 1{,}237 = 13{,}0 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 159°$$

Hollmann [2] gibt die Abwurfgeschwindigkeit nicht an, für den Abwurfwinkel den Wert $\lambda_{gemessen} = 160°$.

4.2 Bestimmung der Wurfweite eines Teilchens

Für die angegebenen Daten wird

$$K = \frac{3\,\varrho_L\,c_w}{4\,\varrho_K\,d} = \frac{3 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}5}{4 \cdot 2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 0{,}081.$$

Mit der errechneten Abwurfgeschwindigkeit $v_A = 13$ m/s ergibt sich dann durch lineare Interpolation in Bild 14 eine Wurfweite von $w = 4{,}35$ m.

Hollmann [2] gibt einen gemessenen Wert von $w_{gemessen} = 4{,}14$ m an.

4.3 Bestimmung der Radialverteilung in einem Streuring

Gibt man auf eine Streuscheibe den Dünger zentral auf, so ergibt sich ein Streuring, dessen Durchmesser und Ringbreite von den Daten der Schleuderscheibe und von der Korngrößenverteilung des Streugutes abhängen. Wie man auch aus Bild 14 ersieht, wirkt der Schleuderstreuer ähnlich wie ein Wurfsichter, d. h. große und schwere Teilchen fliegen weiter als kleine und leichte. Das bedeutet, daß die Radialverteilung in einem Streuring der Korngrößenverteilung des ausgestreuten Düngers entspricht.

Bild 15 zeigt die Korngrößenverteilung von Superphosphat A [2]. Zur Berechnung der Radialverteilung wurden Korngrößenklassen mit $\Delta d = 0{,}5$ mm gebildet und deren Flugweite bestimmt.

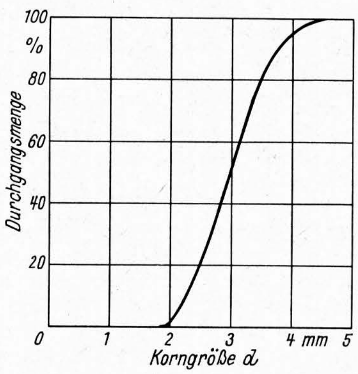


Bild 15. Durchgangssummenverteilung von Superphosphat A [2].

Eine Scheibe mit 500 mm Durchmesser, 750 mm Wurfhöhe und 400 U/min ergab rechnerisch bei zentraler Aufgabe des Düngers die in **Bild 16** gezeigte Radialverteilung. **Bild 17** zeigt zum Vergleich die von *Hollmann* [2] gemessene Radialverteilung. Die nach der Berechnung zu erwartende Streuringbreite ist wesentlich kleiner als die von *Hollmann* [2] gemessene. Abgesehen davon, daß sich bei einem praktischen Versuch gegenüber einer Berechnung immer mehr oder weniger große Abweichungen einstellen, dürfte hier vor allem die Tatsache eine Rolle spielen, daß bei der Berechnung genau horizontaler Abwurf angenommen wurde, während dies bei üblichen Wurfschaufeln mit U-Profil nicht gewährleistet ist. Nach den Untersuchungen von *Mennel* und *Reece* [7] spielt nämlich die Form der Wurfschaufeln bei der Abwurfrichtung gegen die Horizontale eine wesentliche Rolle. **Bild 18** zeigt die von *Mennel* und *Reece* gewählte Versuchsanordnung. Auf einer horizontalen Streuscheibe können Schaufeln verschiedenen Querschnitts angebracht werden. Etwa 0,5 m vom Rand der Streuscheibe entfernt ist eine

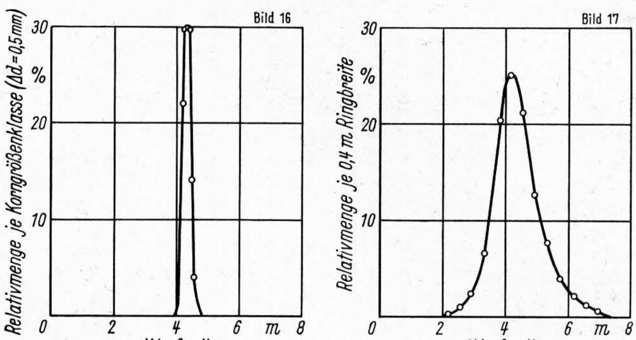


Bild 16. und 17. Radialverteilung in einem Streuring.

Bild 16: berechnete Werte

Bild 17: gemessene Werte [2]

Prallwand mit Schlitz angebracht, die nur die Teilchen durchläßt, die innerhalb eines Winkels von $\pm$ 3° gegen die Horizontale von der Scheibe abfliegen. Das Ergebnis bei vier verschiedenen Schaufelformen zeigt **Bild 19** sehr anschaulich. Nur die vierte Schaufelform gewährleistet, daß über 85% der Teilchen annähernd horizontal abfliegen.

Um zu untersuchen, wie groß der Einfluß des Neigungswinkels auf die Wurfweite ist, wurden die Flugbahnen für $\alpha = 20°$ bei Anfangsgeschwindigkeiten von $v_A = 10$, 20, 30 und 40 m/s aufgezeichnet. Beim Abwurf aus 1 m Höhe ergaben sich dabei Unterschiede in der Wurfweite bis zu 115% gegenüber horizontalem Abwurf. Als Beispiel sind in **Bild 20** die Wurfbahnen für horizontalen und schiefen Abwurf unter 20° bei einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_A = 20$ m/s dargestellt. Sie zeigen deutlich den großen Einfluß der Abwurfrichtung. Es wird deshalb empfohlen, die Wurfschaufeln so auszubilden, daß die Düngerteilchen gezwungen werden, in einer bestimmten Richtung abzufliegen. Eine Schaufelform, die willkürliche Abwurfwinkel zuläßt, kann zwar zufällig oder durch Probieren zu einem guten Streubild führen, wird aber keine Vorausberechnung oder sinnvolle Variation der übrigen Einflußgrößen zulassen. Geht man von einem gewünschten Streubild aus und kennt die technische Daten der Streuscheibe und die Eigenschaften und Korngrößenverteilung eines Düngers, dann kann die Ausflußöffnung durch die der Dünger auf die Scheibe gelangt, so berechnet und gestaltet werden, daß sich das gewünschte Streubild ergibt. Diese Berechnung und deren praktische Erprobung sowie die Aufnahme bisher nicht berücksichtigter Störgrößen, ist die Aufgabe weiterer Untersuchungen.

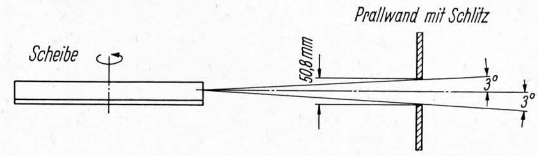


Bild 18. Versuchsanordnung zur Messung der Abwurfgenauigkeit [7].

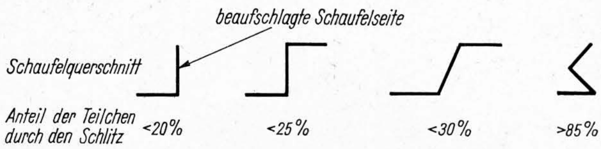


Bild 19. Einfluß der Schaufelform auf die Abwurfgenauigkeit [7].

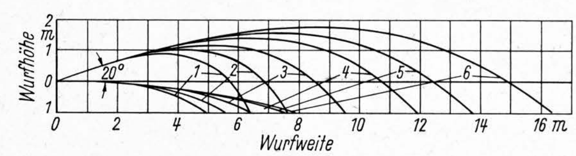


Bild 20. Einfluß des Abwurfwinkels auf die Wurfweite bei horizontalem und schiefem Abwurf unter 20° für $v_A = 20$ m/s.

5 Schrifttum

[1] *Cunningham, F. M., und E. Y. S. Chao:* Design relationship for centrifugal fertilizer distributors. Transactions ASAE **10** (1967) Nr. 1, S. 91/95.

[2] *Hollmann, Wilhelm:* Untersuchungen über die Düngerverteilung von Schleuderstreuern. Diss. TU Berlin 1962.

[3] *Inns, F. M., und A. R. Reece:* The theory of the centrifugal distributor. J. Agric. Engng Res. **7** (1962) Nr. 4, S. 345/53.

[4] *Kampf, Gerhard:* Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Wurfgebläsen. Diss. TH Braunschweig 1956. VDI-Forschungsheft 466. Düsseldorf: VDI-Verl. 1958.

[5] *Klapp, E.:* Theorie der Verteilung von Feststoffteilchen mittels Schleuderscheiben. Forsch. Ing.-wes. **31** (1965) Nr. 3, S. 83/86.

[6] *Marks, K.:* Zur Problematik der Schleuderdüngerstreuer. Landtechn. Forsch. **9** (1959) H. 1, S. 21/24.

[7] *Mennel, R. M., und A. R. Reece:* The theory of the centrifugal distributor. III: Particle trajectories. J. Agric. Engng Res. **8** (1963) Nr. 1, S. 78/84.

[8] *Patterson, D. E., und A. R. Reece:* The theory of the centrifugal distributor. I: Motion on the disc, near-centre feed. J. Agric. Engng Res. **7** (1962) Nr. 3, S. 232/40.

[9] *Reints, R. E. jr., und R. R. Yoerger:* Trajectories of seeds and granular fertilizers. Transactions ASAE **10** (1967) Nr. 2, S. 213/16.

[10] *Schilling, Erich:* Landmaschinen. 3. Band, Verlag Schilling 1958. S. 101 ff.

[11] Hütte I. Berlin: W. Ernst Verlag 1955; 28. Aufl. S. 798.