

Über sphärische sechsgliedrige Getriebe

Von **Fl. Duditza, Braşov¹⁾**

In den meisten Maschinen, so auch in den Landmaschinen, werden überwiegend „ebene“ Getriebe (mit parallelen Achsen) verwendet. Von den Raumgetrieben bieten schon die einfachen sphärischen Getriebe (deren Achsen sich in einem Punkt schneiden) beachtliche Vorteile. Die Untersuchung zeigt u. a. die Verwendung sphärischer Getriebe für winkeltreue Übertragung einer Drehbewegung oder die Umwandlung einer Rotations- in eine Schwingbewegung auf. Ferner wird gezeigt, wie sich anhand einer systematischen Getriebeanalyse mit großem Vorteil die Ergebnisse vom Gebiet der ebenen Getriebe auf den Bereich der Raumkinematik übertragen lassen.

Angeregt durch die Arbeiten von Hain für ebene sechsgliedrige Getriebe [3 bis 6] werden im folgenden sechsgliedrige sphärische Getriebe behandelt, die dadurch gekennzeichnet sind, daß sich sämtliche Drehachsen des Getriebes in einem Punkt schneiden. Es werden einige neue sechsgliedrige sphärische Getriebe vorgeschlagen und ihre kinematischen Eigenschaften dargestellt.

Vorbetrachtungen anhand sphärischer Viergelenkgetriebe

Auf einer Kugel von beliebigem Radius sei das Viergelenkgetriebe ABCD gegeben, **Bild 1**. Mit A', B', C' und D' werden die diametralen Punkte zu A, B, C und D auf der Kugeloberfläche bezeichnet. Die Winkel zwischen den Achsen der Drehgelenke des Antriebsgliedes AB, der Koppel BC, des Abtriebsgliedes CD und des Gestells AD seien α, β, γ und δ . Das Viergelenkgetriebe sei so gewählt, daß α, β, γ und δ spitze Winkel ($< 90^\circ$) sind. Mit α', β', γ' und δ' werden die stumpfen Komplementwinkel von α, β, γ und δ bezeichnet, z. B. der Winkel AOB' mit α' .

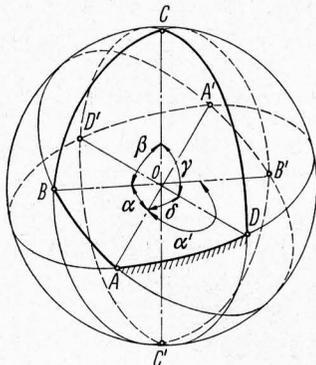


Bild 1. Das sphärische viergliedrige Getriebe mit diametralen Punkten und Komplementwinkeln.

In **Tafel 1** sind die Varianten des sphärischen Gelenkvierecks ABCD mit Hilfe der stumpfen Komplementwinkel α', β', γ' und δ' systematisiert. Dabei weist das sphärische Viergelenkgetriebe 16 verschiedene Möglichkeiten auf der Einheitskugel auf. Dies sind: ABCD, A'BCD, AB'CD, ABC'D, ABCD', A'B'CD, A'BC'D, A'BCD', AB'C'D, AB'CD', ABC'D', A'B'C'D, A'BC'D', A'B'CD', AB'C'D', A'BC'D' [1].

Ist C die Anzahl der Möglichkeiten für einen Getriebetyp, der erste Index die Anzahl der Gliedlängen (ternäre Glieder haben drei Gliedlängen) zwischen den Gelenken des Getriebes und der zweite Index die Anzahl der auftretenden stumpfen Winkel, dann ergibt sich für die Gesamtzahl der möglichen sphärischen Gelenkvierecke (siehe auch **Tafel 1**):

$$C_{4,0} + C_{4,1} + C_{4,2} + C_{4,3} + C_{4,4} = \sum_{i=0}^4 C_{4,i} = 2^4 = 16 \quad (1)$$

¹⁾ Von Dipl.-Ing. Michael Graef, Braunschweig-Völknerode, für die deutsche Wiedergabe bearbeitet.

Dr.-Ing. Florea Duditza ist Dozent an der Technischen Hochschule Braşov (Rumänien).

Tafel 1. Systematik der sphärischen Viergelenkgetriebe in Abhängigkeit von den verwendeten Winkeln.

Es ist $\alpha; \beta; \gamma; \delta \leq \pi/2 < \alpha'; \beta'; \gamma'; \delta'$.

Bezeichnung	Anzahl der stumpfen Winkel	Varianten	Zahl der Varianten	
				insges.
Getriebe ohne stumpfe Winkel	0	$\alpha - \beta - \gamma - \delta$	$C_{4,0} = 1$	1
Getriebe mit gerader Anzahl stumpfer Winkel	2	$\alpha' - \beta' - \gamma - \delta$ $\alpha - \beta' - \gamma' - \delta$ $\alpha - \beta - \gamma' - \delta'$ $\alpha' - \beta - \gamma' - \delta$ $\alpha' - \beta - \gamma - \delta'$ $\alpha - \beta' - \gamma - \delta'$	$C_{4,2} = 6$	7
	4	$\alpha' - \beta' - \gamma' - \delta'$	$C_{4,4} = 1$	
Getriebe mit ungerader Anzahl stumpfer Winkel	1	$\alpha' - \beta - \gamma - \delta$ $\alpha - \beta' - \gamma - \delta$ $\alpha - \beta - \gamma' - \delta$ $\alpha - \beta - \gamma - \delta'$	$C_{4,1} = 4$	8
	3	$\alpha' - \beta' - \gamma' - \delta$ $\alpha' - \beta' - \gamma' - \delta'$ $\alpha' - \beta - \gamma' - \delta'$ $\alpha - \beta' - \gamma' - \delta'$	$C_{4,3} = 4$	

Ist σ die Halbsumme der Winkel α, β, γ und δ , sind ferner λ_{\min} und λ_{\max} der kleinste und größte dieser Winkel und ν die Summe der beiden anderen Winkel, dann gilt die Beziehung:

$$2\sigma = \alpha + \beta + \gamma + \delta = \lambda_{\min} + \lambda_{\max} + \nu \quad (2)$$

Nach **Tafel 1** gibt es also ein sphärisches Viergelenkgetriebe ohne stumpfe Winkel, 7 Getriebe mit gerader Anzahl stumpfer Winkel und 8 Getriebe mit ungerader Anzahl stumpfer Winkel. Für jedes dieser Getriebe wurde vom Verfasser [1] festgestellt, ob es sich um ein umlauffähiges Kurbelgetriebe handelt; in **Tafel 2** werden die Bedingungen für die Umlauffähigkeit aufgeführt. Danach kann man den Satz aufstellen: Für das Auftreten eines umlauffähigen sphärischen Kurbelgetriebes ist es notwendig und hinreichend, wenn

1. die Summe des größten und kleinsten Winkels (im Falle der Getriebe mit ungerader Anzahl stumpfer Winkel ist der Maximalwinkel immer ein rechter Winkel) die Halbsumme σ der Winkel nicht übersteigt und
2. der kleinste Winkel nicht der der Koppel BC ist.

Wenn der kleinste Winkel unter diesen Bedingungen der Winkel des Gestells AD ist, hat das Getriebe zwei Kurbeln (Doppelkurbel), wenn er einem dem Gestell anliegenden Glied entspricht, entsteht die Kurbelschwinge, und wenn er der Koppel entspricht, handelt es sich um ein Getriebe mit umlauffähiger Koppel (Doppelschwinge).

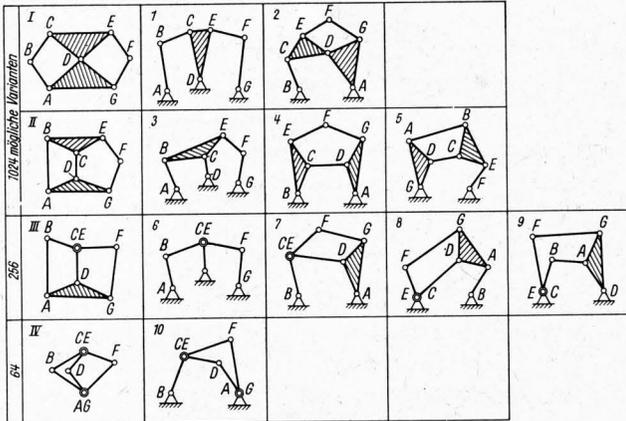
Tafel 2. Systematik der umlauffähigen sphärischen Viergelenkgetriebe.

Getriebetyp (siehe Tafel 1)	Bedingungen für umlauffähige sphärische Kurbelgetriebe		Bedingungen für die Umlauffähigkeit der Koppel BC
	notwendige und hinreichende Bedingungen	Sonderfälle eine Kurbel zwei Kurbeln	
$C_{4,0} C_{4,2} C_{4,4}$	$\lambda_{\min} + \lambda_{\max} \leq \sigma \leq \nu$		
	$\lambda_{\min} \neq \beta$	$\lambda_{\min} \equiv \alpha; \gamma$ $\lambda_{\min} \equiv \delta$	$\lambda_{\min} \equiv \beta$
$C_{4,1} C_{4,3}$	$\lambda_{\min} + \frac{\pi}{2} \leq \sigma$		
	$\lambda_{\min} \neq \beta$	$\lambda_{\min} \equiv \alpha; \gamma$ $\lambda_{\min} \equiv \delta$	$\lambda_{\min} \equiv \beta$

Systematik der sphärischen sechsgliedrigen Getriebe

Den ebenen sechsgliedrigen Getrieben liegen nach **Tafel 3** die geschlossenen kinematischen Ketten von *Watt* (Kette I) und *Stephenson* (Kette II) und zwei ihnen entsprechende Sonderfälle mit Doppelgelenken (Kette III und IV) zugrunde [3]. Von diesen sechsgliedrigen kinematischen Ketten ausgehend, ergeben sich in Abhängigkeit von dem als Gestell gewählten Glied zehn verschiedene Grundgetriebe, **Tafel 3**.

Tafel 3. Systematik der kinematischen Ketten und der ebenen sechsgliedrigen Getriebe (nach *Hain* [3]).



Im allgemeinen Fall der Ketten I und II, **Tafel 3**, die je zwei ternäre Glieder haben, werden die sechsgliedrigen kinematischen Ketten geometrisch durch je zehn Strecken gekennzeichnet. Die sphärischen Getriebe sind dementsprechend durch zehn Winkel gekennzeichnet. Beachtet man die Größe der Winkel und ihre verschiedenen Kombinationen und stellt dieselben Überlegungen wie im Falle des sphärischen Viergelenkgetriebes (**Bild 1**) an, so ergibt sich als Anzahl der möglichen Getriebevarianten für die sphärischen sechsgliedrigen Getriebe der Ketten I und II mit den Getrieben 1 bis 5 (**Tafel 3**)

$$\sum_{i=0}^{10} C_{10,i} = 2^{10} = 1024 \quad (3)$$

für die kinematische Kette III mit den Getrieben 6 bis 9

$$\sum_{i=0}^8 C_{8,i} = 2^8 = 256 \quad (4)$$

und für die kinematische Kette IV mit dem Getriebe 10

$$\sum_{i=0}^6 C_{6,i} = 2^6 = 64 \quad (5)$$

Wenn beim sphärischen Getriebe die von den Achsen der Gelenke desselben Gliedes gebildeten Winkel rechte Winkel sind, so beschreiben die Gelenke in ihrer relativen Bewegung zueinander geodätische Linien (Großkreise). Die entsprechenden ebenen Getriebe haben Schubgelenke, da in der Ebene die geodätische Linie eine Gerade darstellt. Daher entspricht dem als Kreuzgelenk bekannten sphärischen Gelenkviereck in der Ebene die *Oldham-Kupplung* [7].

Eine Systematik der sphärischen sechsgliedrigen Getriebe ist im Prinzip möglich, wenn man von der von *Hain* [3 bis 6] für ebene sechsgliedrige Getriebe erarbeiteten Systematik ausgeht. Im Hinblick auf die große Zahl von Möglichkeiten sphärischer Getriebe und auf das besondere Verhalten der sphärischen Getriebe mit rechten Winkeln zwischen den Achsen der Gelenke muß aber einer umfassenden Systematik der sphärischen sechsgliedrigen Getriebe eine gründliche Analyse vorausgehen.

In der vorliegenden Arbeit werden einige sphärische sechsgliedrige Getriebe analysiert, deren praktische Anwendung augenscheinlich ist; die meisten dieser Getriebe sind neu. Die Frage, ob es sich bei dem jeweiligen sphärischen sechsgliedrigen Getriebe um ein umlaufähiges Kurbelgetriebe handelt, ist aufgrund des oben aufgeführten Satzes (zu **Tafel 2**) leicht zu beantworten, wenn das zu analysierende Getriebe in Gelenkvierecke

zerlegbar ist; für die nachstehend analysierten Getriebe ist diese Zerlegung meist möglich.

Beispiele von sechsgliedrigen sphärischen Getrieben

Bei den Getrieben, die analysiert werden, hat das Gestell drei Drehgelenke, von denen zwei ein Doppelgelenk bilden können. In **Bild 2** ist das sphärische sechsgliedrige Getriebe, das dem ebenen Getriebe 1 in **Tafel 3** entspricht, dargestellt; es kann in die zwei seriengeschalteten Viergelenkgetriebe ABCD und DEFG zerlegt werden²⁾. Ob dieses Getriebe umlaufähig ist, kann daher sofort anhand des oben angeführten Satzes beantwortet werden.

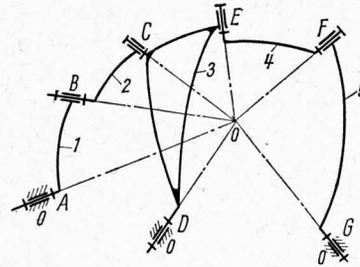


Bild 2. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe, abgeleitet von Getriebe 1 der sphärischen kinematischen Kette I (*Watt*) in **Tafel 3** und entstanden durch Serienschaltung zweier sphärischer viergliedriger Getriebe.

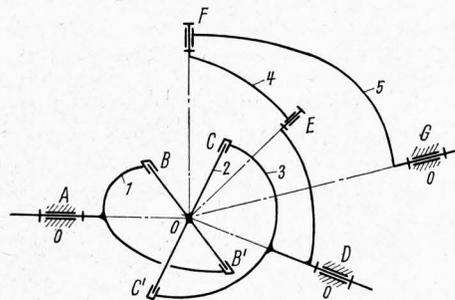


Bild 3. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe mit Kardankupplung (Kreuzgelenk).

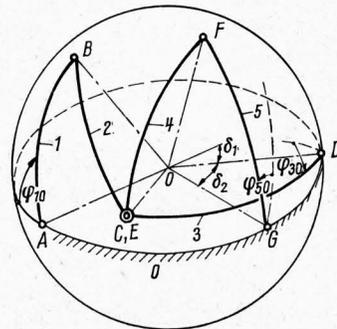


Bild 4. Sphärisches, homokinetisches sechsgliedriges Getriebe ($\delta_1 = \delta_2$); geometrische und kinematische Elemente zur Bestimmung des Übertragungsgesetzes.

Beim Getriebe nach **Bild 3**, bei dem $\delta_{AB} = \delta_{BC} = \delta_{CD} = \pi/2$ ist (die Doppelkurbel ABCD ist als Kardankupplung oder Kreuzgelenk bekannt), kann das Abtriebsglied 5 Kurbel oder Schwinge sein (**Tafel 2**). Im Sonderfall, wenn $\delta_{DE} = \delta_{EF} = \delta_{FG} = \pi/2$ und $\delta_{CE} = 0$ sowie die Achsen AO, DO und GO in einer Ebene liegen, besteht das untersuchte Getriebe aus zwei Kardankupplungen, die seriengeschaltet sind, **Bild 4**.

²⁾ In den Darstellungen gelten die Bezeichnungen:

- 0 Gestell
- 1 Antriebsglied
- 2, 3, 4, 5 die anderen beweglichen Glieder
- $\varphi_{ij}, \omega_{ij}$ die Winkeldrehung bzw. die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes i gegenüber dem Glied j
- $\delta_{AB}, \delta_{BC}, \dots$ die spitzen Winkel, die von den Achsen der Drehgelenke A und B, B und C usw. gebildet werden.

Nach Bild 4 bestehen zwischen den Drehwinkeln folgende Beziehungen (die Bezugsstellung des Getriebes entspricht $\varphi_{10} = 0$):

$$\tan \varphi_{30} = \frac{1}{\cos \delta_1} \tan \varphi_{10} = \frac{1}{\cos \delta_2} \tan \varphi_{50} \quad (6).$$

Es ergibt sich, daß das Getriebe homokinetisch ist, wenn $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ ist (winkeltreue Übertragung).

Das Getriebe nach Bild 5, dem das in Bild 2 zugrunde liegt und in dem $\delta_{AB} < \pi/2$ und $\delta_{BC} = \delta_{CD} = \delta_{AD} = \pi/2$ ist, wandelt die Rotation der Kurbel 1 in schwingende Rotation der Glieder 3 und 5 um (ABCD ist ein sphärisches Gelenkviereck, Taumelscheibe genannt). Das Viergelenkgetriebe DEFG kann so entworfen werden, daß einer kleinen Amplitude der Schwingungsbewegung des Gliedes 3 eine große Amplitude der Schwingung des Gliedes 5 entspricht.

Ein Sonderfall des Getriebes in Bild 5 wird in Bild 6 gezeigt. Dieses Getriebe ist durch die Parameter $\delta_{BC} = \delta_{CD} = \delta_{AD} = \delta_{DG} = \delta_{EF} = \pi/2$ und $\delta_{AG} = \delta_{CE} = 0$ sowie $\delta_{AB} < \delta_{FG} < \pi/2$ gekennzeichnet und wandelt die Rotationsbewegung der Kurbel 1 in eine gleichachsige Schwingbewegung des Abtriebsgliedes 5 um.

Unter Beachtung der Tatsache, daß sich die Glieder 1 und 5 in Ursprungsstellung gleichzeitig in der Ebene des Gestells 0 befinden, gibt es nach Bild 6 zwischen den Drehwinkeln folgende Beziehungen:

$$\tan \varphi_{30} = \tan \alpha_1 \sin \varphi_{10} = \tan \alpha_5 \sin \varphi_{50} \quad (7),$$

woraus sich die Übertragungsfunktion ergibt:

$$\sin \varphi_{50} = \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_5} \sin \varphi_{10} \quad (8).$$

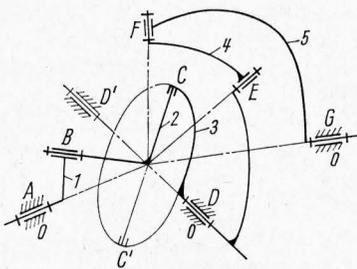


Bild 5. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe mit Taumelscheibe.

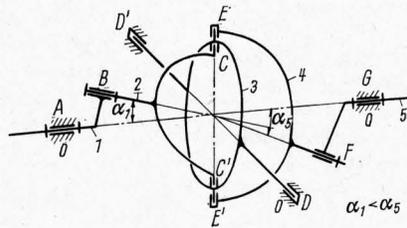


Bild 6. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe für die Umwandlung der Rotation in eine gleichachsige Drehschwingung.

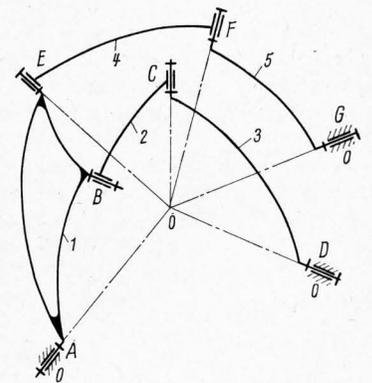


Bild 7. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe, abgeleitet von der kinematischen Kette I (Watt) und entstanden durch Parallelschaltung zweier viergliedriger Getriebe.

Folgende Fälle sind möglich:

1. gewöhnlicher Fall: $\alpha_1 < \alpha_5$.

Dieses Getriebe verwandelt die Rotation des Antriebsgliedes 1 in eine Schwingbewegung des Abtriebsgliedes 5 mit der Amplitude

$$(\varphi_{50})_{\max} = \arcsin \left(\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_5} \right) \quad (8a).$$

Durch Wahl der Winkel α_1 und α_5 kann eine gewünschte Amplitude verwirklicht werden.

2. Grenzfall: $\alpha_1 = \alpha_5$.

Damit das Getriebe, das theoretisch homokinetisch ist ($\omega_{10} = \omega_{50}$), arbeiten kann, sind besondere Maßnahmen notwendig, um die Bewegung des Abtriebsgliedes aus den Grenzlagen zu ermöglichen. (Der Fall zweier gleichartiger Pleuelglieder mit gemeinsamer Schwingung und symmetrischer Stellung, siehe Bild 2 in [5].)

3. Theoretischer Fall: $\alpha_1 > \alpha_5$.

Bei diesem Getriebe ist das Antriebsglied nicht umlauffähig.

In Bild 7 ist eine Variante des sphärischen sechsgliedrigen Getriebes in Bild 2 gezeigt, bei der das ternäre Glied Antriebsglied ist. Zum Unterschied von dem Getriebe in Bild 2 kann man sich dieses Getriebe durch Parallelschaltung der Gelenkvierecke ABCD und ACFG entstanden denken. Auch in diesem Fall kann die Frage, ob es sich um ein umlauffähiges Pleuelgetriebe handelt, aufgrund des für das Viergelenkgetriebe aufgestellten Satzes beantwortet werden.

Das Getriebe in Bild 8 ist ein Sonderfall des Getriebes in Bild 7. Es ist dadurch gekennzeichnet, daß alle von den Achsen der beweglichen Glieder gebildeten Winkel rechtwinklig sind ($\delta_{AB} = \delta_{BC} = \delta_{CD} = \delta_{AE} = \delta_{EF} = \delta_{FG} = \pi/2$); da es durch Parallelschaltung zweier Kardankupplungen entstanden ist, kann es abgeleitete Kardankupplung genannt werden. Im allgemeinen Fall können die Drehachsen der Abtriebsglieder 3 und 5 kein Doppelgelenk bilden, Bild 8b. Dem sphärischen Getriebe nach Bild 8a, bei dem die Drehachsen der Abtriebsglieder 3 und 5 identisch sind, entspricht in der Ebene das Getriebe 9 in Tafel 3.

Die Übertragungsgesetze der Glieder 3 und 5 in Bild 8a lassen sich leicht ermitteln, wenn man beachtet, daß die zwei parallel geschalteten Kardankupplungen um $\pi/2$ phasenverschoben sind:

$$\tan \varphi_{10} = \cos \delta \tan \varphi_{30} = \frac{1}{\cos \delta} \tan \varphi_{50} \quad (9).$$

Beachtet man Gl. (9), so hat die relative Phasenverschiebung der Glieder 3 und 5

$$\varphi_{35} = \varphi_{30} - \varphi_{50}$$

folgenden Ausdruck:

$$\tan \varphi_{35} = \frac{1}{2} \sin \delta \tan \delta \sin 2\varphi_{10} \quad (10),$$

woraus sich ergibt, daß der Ausdruck eine periodische Funktion ist, die folgende Extremwerte hat (δ in rad):

$$|\varphi_{35}|_{\max} = |\varphi_{30} - \varphi_{50}|_{\max} = \arcsin \left(\frac{\sin \delta \tan \delta}{2} \right) \approx \frac{\delta^2}{2} \quad (11).$$

Aufgrund dieser Eigenschaft des sphärischen sechsgliedrigen Getriebes in Bild 8a schlug Myard [8] seine Anwendung bei einem Zentrifugalkompressor vor.

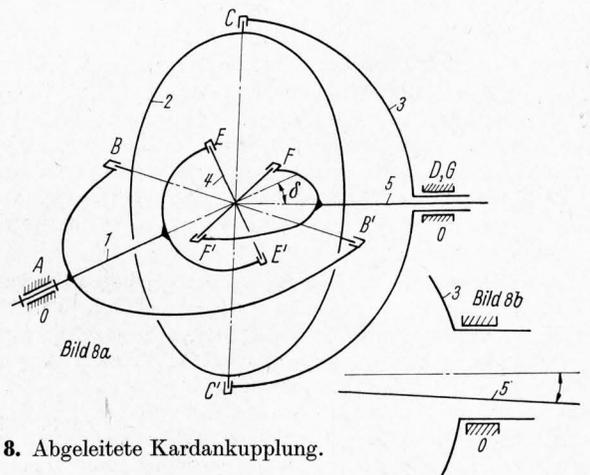


Bild 8. Abgeleitete Kardankupplung.

Eine neue Anwendung des Getriebes nach Bild 8a wird in Bild 9 vorgestellt. Darin bedeuten M den Elektromotor, K die elastische Kupplung, E das elastische Element zur Verspannung und H den Hebel für die Verstellung des Winkels δ . Bild 9 ist das Schema eines Prüfstandes mit geschlossenem Kreislauf, wo dank der durch das sphärische Getriebe gesicherten relativen Winkelverdrehung (Gl. 10) eine periodische Selbstverspannung

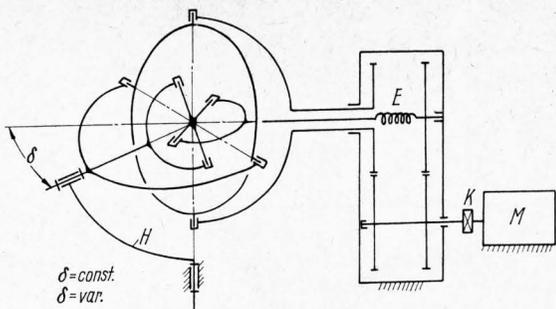


Bild 9. Dauerprüfstand mit geschlossenem Kreislauf und periodischer Selbstverspannung für Kardangelenke.

erzielt wird. Die Maximalwerte der relativen Drehwinkel (Gl. 11) können mit Hilfe des Hebels H geregelt werden.

In **Bild 10** wird die Anwendung des Getriebes aus **Bild 8a** bei der *Chavrier*-Kupplung gezeigt, bei der, um die periodischen Veränderungen auszugleichen, die Drehwinkel φ_{30} und φ_{50} durch das Differential-Kegelradgetriebe addiert werden ($2\varphi_{70} = \varphi_{30} + \varphi_{50}$).

Unter Beachtung von Gl. (9) erhält man:

$$\tan 2\varphi_{70} = \tan(\varphi_{30} + \varphi_{50}) = \frac{1 + \cos^2 \delta}{2 \cos \delta} \tan 2\varphi_{10} \quad (12),$$

was beweist, daß die *Chavrier*-Kupplung quasihomokinetisch ist. Für Winkel $\delta < 22^\circ$ kann mit einem Fehler von $\leq 0,1\%$ die Approximation $\cos \delta = 1 - \delta^2/2$ gemacht werden.

Setzt man dies in Gl. (12) ein, so ergibt sich, daß

$$\frac{1 + \cos^2 \delta}{2 \cos \delta} \approx 1$$

ist, d. h., daß für $\delta < 22^\circ$ die *Chavrier*-Kupplung homokinetisch arbeitet.

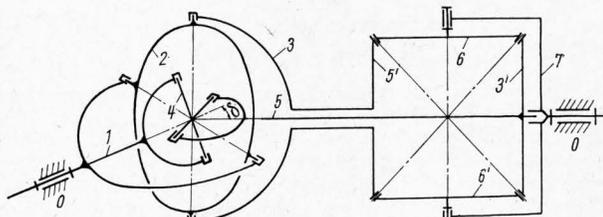


Bild 10. *Chavrier*-Kupplung.

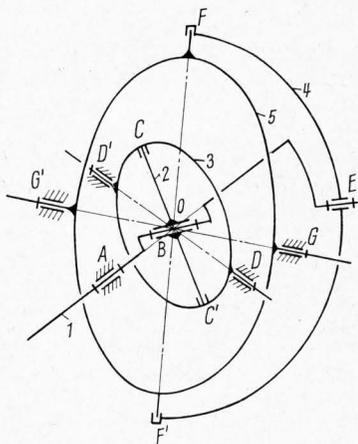


Bild 11. Abgeleitetes Taumelscheibengetriebe.

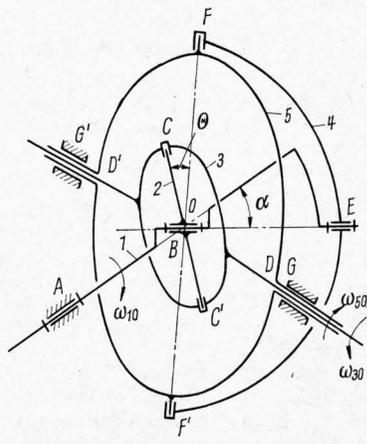


Bild 12. Abgeleitetes Taumelscheibengetriebe mit gleichen Achsen der Abtriebsglieder.

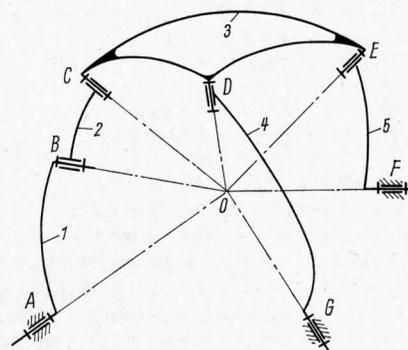


Bild 13. Sphärisches sechsgliedriges Getriebe, abgeleitet von der *Stephenson*-Kette II (siehe Getriebe 3 in Tafel 3).

Bild 11 ist ein Sonderfall des Getriebes nach **Bild 7**, bei dem die parallel geschalteten Gelenkvierecke ABCD und AEFG je eine Kurbel (Glieder 1) aufweisen. Durch Analogie mit dem sphärischen Gelenkviereck mit einer Kurbel (Taumelscheibe) kann dieses neue Getriebe als abgeleitetes Taumelscheibe bezeichnet werden. Es dient zur Umwandlung der Drehbewegung der Kurbel 1 in Schwingbewegungen der Abtriebsglieder 3 und 5 (**Bild 11**).

Eine besondere Bedeutung scheint das abgeleitete Taumelscheibengetriebe in **Bild 12** aufzuweisen, bei dem die Drehachsen der Abtriebsglieder 3 und 5 zusammenfallen und das durch folgende Parameter gekennzeichnet ist:

$$\delta_{AB} = \delta_{AE} = \alpha$$

$$\delta_{BC} = \delta_{CD} = \delta_{EF} = \delta_{FG} = \delta_{AD} = \delta_{AG} = \pi/2.$$

Wenn die beiden parallel geschalteten Taumelscheiben ABCD und AEFG die Phasenverschiebung $\Theta = \pi$ haben (d. h., wenn die Achsen der Gelenke A, B und E in einer Ebene liegen, **Bild 12**), so ergeben sich folgende Übertragungsgesetze:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{30} &= \arctan(\tan \alpha \sin \varphi_{10}) \\ \varphi_{50} &= \arctan[\tan \alpha \sin(\varphi_{10} + \pi)] \end{aligned} \right\} \quad (13),$$

und daraus der relative Phasenwinkel φ_{35} :

$$\varphi_{35} = \varphi_{30} - \varphi_{50} = 2 \arctan(\tan \alpha \sin \varphi_{10}) \quad (14).$$

Wenn die Phasenverschiebung Θ der beiden Taumelscheiben (**Bild 12**) gleich Null ist, der relative Drehwinkel $\varphi_{35} \equiv 0$ wird und für $\Theta = \pi$ der Winkel φ_{35} den Wert nach Gl. (14) annimmt, so wird für den Variationsbereich der Phasenverschiebung

$$0 \leq \Theta \leq \pi$$

der Variationsbereich der Amplituden der relativen Verdrehung

$$0 \leq (\varphi_{35})_{\max} \leq 2\alpha \quad (15),$$

d. h., daß es im Vergleich zu der einfachen Taumelscheibe (Gl. 13a), bei der die Amplitude $(\varphi_{30})_{\max} = \alpha$ ist, eine größere Anzahl von Möglichkeiten gibt.

Das vorstehende sphärische sechsgliedrige Getriebe nach **Bild 12**, das dem Getriebe 9 in **Tafel 3** entspricht, kann bei Schneidvorrichtungen landwirtschaftlicher Maschinen und im Pumpenbau angewendet werden.

Bild 13 zeigt ein sphärisches sechsgliedriges Getriebe, das dem Getriebe 3 in **Tafel 3** entspricht. Einige Sonderfälle dieses Getriebes sind von praktischem Interesse; z. B. das Getriebe in **Bild 14**, das durch starre Verbindung des Abtriebsgliedes der Kardankupplung ABCD mit der Koppel des Gelenkvierecks GDEF entsteht.

Wenn nach dem mehrmals zitierten Satz bei dem Gelenkviereck GDEF die Summe der extremen spitzen Winkel zwischen den Achsen der Gelenke die Halbsumme der Winkel nicht überschreitet und der kleinste Winkel dem Gestell entspricht ($\delta_{FG} = \min$), so sind die Glieder 4 und 5 Kurbeln. Wenn jedoch der kleinste Winkel der Koppel entspricht ($\delta_{DE} = \min$), dann sind die Glieder 4 und 5 Schwingen. Da in beiden Fällen die

Koppel umlaufen kann, so ergibt sich, daß das neue sphärische sechsgliedrige Getriebe in **Bild 14** die Rotation des Antriebsgliedes 1 in Rotations- oder Schwingbewegung der Abtriebsglieder 4 und 5 verwandelt. (Das Getriebe in **Bild 14** entspricht dem von *Hain* angegebenen, ebenen sechsgliedrigen Getriebe, das durch den Antrieb der Koppel eines Gelenkvierecks mit Hilfe einer *Oldham*-Kupplung entstanden ist; siehe [4] **Bild 6** bis 14 und [5] **Bild 7** bis 9.)

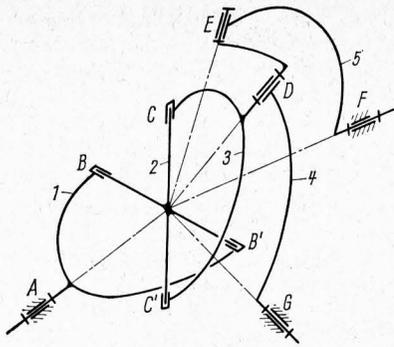


Bild 14. Aus der Stephenson-Kette II abgeleitetes, sphärisches sechsgliedriges Getriebe mit Antrieb der Koppel des sphärischen Gelenkvierecks durch eine Kardankupplung.

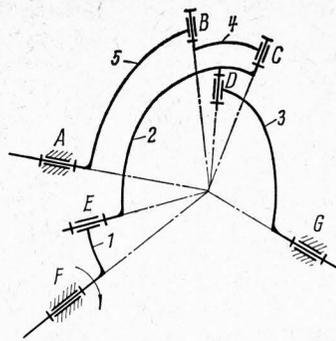


Bild 15. Von der Stephenson-Kette abgeleitetes Taumelscheibenge triebe.

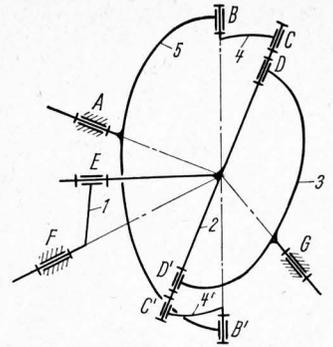


Bild 16. Eine weitere technische Möglichkeit des Getriebes nach Bild 15.

In **Bild 15** ist ein anderer Sonderfall des Getriebes nach Bild 13 dargestellt, wobei das Gelenkviereck FEDG eine Taumelscheibe ist. Dieses neue Getriebe wandelt, wie das Getriebe in Bild 11, die Drehung des Antriebsgliedes 1 in Schwingbewegungen der Abtriebsglieder 3 und 5. Fluchten die Achsen der Gelenke D und C, so entsteht das sphärische Getriebe nach **Bild 16**, das dem ebenen Getriebe 6 in Tafel 3 entspricht.

Diese Beispiele von sechsgliedrigen sphärischen Getrieben sollen zeigen, wie durch systematische Analyse auch in der Raumkinematik neue Getriebetypen gefunden werden können. Aufgrund der Eigenschaften dieser Getriebe lassen sich die Anwendungsgebiete und die Grenzen ihrer Einsatzfähigkeit angeben.

Schrifttum

- [1] *Duditza, Fl., und G. Dittrich:* Über den Satz von *Grashof* für die sphärischen Viereckgetriebe. *Ind.-Anz.* Aachen 1968.
 [2] ● *Duditza, Fl.:* Transmisii cardanice (Kardangelngetriebe). Bucuresti: Editura Technica 1966. S. 67.

- [3] ● *Hain, K.:* Getriebelehre. Grundlagen und Anwendungen. Teil I: Getriebe-Analyse. München: Carl Hanser Verlag 1963.
 [4] *Hain, K.:* Übersicht über sämtliche Umlauf- und Schwingbewegungen in Getrieben aus Gelenkvierecken. *Grundl. Landtechn.* 15 (1965) Nr. 4, S. 97/106.
 [5] *Hain, K.:* Ermittlung der Umlauf- und Schwingbewegungen in durchlaufähigen sechsgliedrigen Getrieben. *Grundl. Landtechn.* 16 (1966) Nr. 4, S. 129/39.
 [6] *Hain, K.:* Übersicht über sämtliche Umlauf- und Schwingbewegungen in durchlaufähigen, sechsgliedrigen Getrieben. *Grundl. Landtechn.* 16 (1966) Nr. 6, S. 212/19.
 [7] *Meyer zur Capellen, W., G. Dittrich und B. Janssen:* Systematik und Kinematik ebener und sphärischer Viereckgetriebe. *Forsch.ber. d. Landes Nordrhein-Westfalen Heft 1611.* Köln und Opladen: Westdt. Verlag 1966.
 [8] *Myard, F. E.:* Geometrie des systèmes articulés et thème générale sur les liaisons rotatives dans l'espace. *Bulletin du Groupement pour l'Avancement de la Mécanique Industrielle (GAMI)* (1953) Nr. 4, S. 27/30.

KURZAUSZÜGE AUS DEM SCHRIFTTUM

100-PS-Ferguson-Schlepper

Cradock, T. H.: A detailed look at the MF-1100. *Farm Mechanization & Buildings* 20 (1968) Nr. 224, S. 45/49. DK 631.372

Der Verfasser berichtet anhand von einigen ausführlichen Bildern ausführlich über die Konstruktionsmerkmale des gegen Ende 1967 von Massey-Ferguson vorgestellten Schleppers MF 1100, der in seiner Gesamtkonzeption an den erfolgreichen Typ 4020 von John Deere erinnert. Von den zahlreichen besprochenen Daten dieses Schleppers sind die wesentlichsten folgende: In bezug auf ihr Gesamtkonzept zeichnet sich die Maschine durch eine fortschrittliche Konstruktion und eine besonders reichhaltige Standardausrüstung aus. Als Motor wurde ein wassergekühlter 6-Zylinder-Perkins-Diesel mit Direkteinspritzung (Verteilerpumpe) eingebaut, dessen Leistung mit 103,5 PS bei 2200 min⁻¹ angegeben wird. Das Getriebe ermöglicht 12 Vorwärts- und 4 Rückwärts-Gänge, die ähnlich wie beim MF 165 durch die Kombination der drei folgenden Baugruppen erreicht werden:

1. 3-Gang-Hauptgetriebe mit Rücklauf
2. 2-Gang-Gruppenwahlgetriebe (Acker- und Straßengruppe)
3. Unter Last schaltbares 2-Gang-Multipower-Getriebe.

Die Zapfwelle ist über eine eigene Kupplung unabhängig schaltbar und wird serienmäßig für beide Normdrehzahlen geliefert. In der Hinterachse sind die durch hydrostatische Hilfskraft betätigten Scheibenbremsen und die nach dem gleichen Prinzip geschaltete Differentialsperre sowie eine unter Last schaltbare Spurverstellung untergebracht. Die Schlepperhydraulik, die anhand eines Schemabildes erläutert wird, stellt eine Kombination aus zwei Einzelsystemen dar: Der Niederdruckteil dient zur Versorgung der Zapfwellenkupplung, der Multipower-Kupplung, der Differentialsperre und der hydropneumatischen Sitzfederung, während an den Hochdruckteil der ähnlich wie beim MF 165 aufgebaute Kraftheber, die Hilfskraftlenkung, die Bremsbetätigung und eventuelle Anhängengeräte angeschlossen sind. Die durch die Niederdruckhydraulik gespeiste verstellbare Hochdruckpumpe (Radialkolbenbauart) arbeitet nach dem Prinzip der Gleichdruckregelung in einem Bereich von etwa 285 bis 340 kp/cm². Der hohe Fahrkomfort des Schleppers wird durch

die einstellbare hydropneumatische Sitzfederung, die verstellbare Lenksäule, die hydrostatische Lenkung und die servo-hydraulische Betätigung zahlreicher Schalteinrichtungen erreicht. Die Gangwahl in den unter 1. und 2. genannten Getriebe-teilen erfolgt zwar noch direkt durch Handkraft, jedoch sind die zugehörigen Hebel in unmittelbarer Nähe der Lenksäule besonders bequem zu handhaben. *GL 151*

Braunschweig

K. Th. Renius

Zugfähigkeit von Ackerschlepperreifen

Taylor, J. H., G. E. VandenBerg and I. F. Reed: Effect of diameter on performance of powered tractor wheels. *Transactions ASAE* 10 (1967) Nr. 6, S. 838/42. 15 B., 3 T.

DK 625.03:631.372.012

Der Einfluß des Durchmessers der Triebadreifen auf ihre Zugfähigkeit wird eingehend untersucht. Die Testreifen hatten Felgendurchmesser von 60 bis 115 cm und waren bezüglich Stollenhöhe, -zwischenraum, Reifenbreite, Lagenzahl, Gummimischung usw. gleich aufgebaut. Die Versuche wurden mit und ohne Stollen an den gleichen Reifen durchgeführt sowie auch zum Vergleich mit starren Rädern entsprechender Abmessungen. Während der eigentlichen Versuche wurden Zugkraft, Drehmoment, Zusatzlast durch die Zugkraft und die konstruktiven und tatsächlichen Geschwindigkeiten gemessen. Über einen Analogrechner wurden Schlupf, Wirkungsgrad der Übertragung und Kraftschlußbeiwert ermittelt. — Bei gleicher Last und Reifenluftdruck ergab ein größerer Reifendurchmesser bessere Zugfähigkeit und höhere Kraftschlußbeiwerte bei den Luftreifen. Die Stahlräder zeigten einen bestimmten Zuwachs der Zugkraft bei größerem Durchmesser und gleicher Last. Bei allen Reifen steigt die Zugfähigkeit mit der Radlast. Ein höherer Luftdruck bei konstanter Last dagegen gibt ein schlechteres Zugkraft-Schlupf-Verhalten. Die größten Unterschiede in den Ergebnissen wurden jedoch durch die differenzierten Böden und ihre Zustände erreicht. *GL 152*

Braunschweig-Völknerode

J. O. Wendeborn

(Fortsetzung auf Seite 157)