

DK 631.372.012

## Beziehungen zwischen den Kenngrößen von Ackerschlepperreifen auf fester Fahrbahn

Von **G. Sitkei**, Budapest, und **W. Söhne**, München

Mitteilung aus dem Institut für Landmaschinen der Technischen Hochschule München

Die gummiereiften Räder spielen in der Landwirtschaft und in der Bauwirtschaft für den Verkehr auf Straßen und auf nachgiebigen Fahrbahnen eine wichtige Rolle. Für eine Beurteilung und Verbesserung der Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn und die theoretische Deutung der Wechselwirkung zwischen Rad und Boden genügt es nicht, die Gesamtkräfte und -momente an Reifen zu kennen bzw. zu messen, sondern es ist die Kenntnis der Druck- und Schubspannungsverteilung in der Berührungsfäche sowie der zugehörigen Boden- und Reifendeformationen notwendig. Hierzu wurden Meßelemente und Einrichtungen entwickelt, die eine Messung der Spannungsverteilung, der Reifen- und Boden-deformation und der Gesamtkräfte und -momente an schräglaufernden angetriebenen Reifen erlauben. In der vorliegenden Arbeit werden Beziehungen zwischen der Tragfähigkeit, den Abmessungen und dem Eigengewicht der Reifen sowie zwischen der Reifeneinfederung und der Größe der Berührungsfäche auf fester Fahrbahn aufgestellt. Diese und die folgende Arbeit über „Das Verhalten von Ackerschlepperreifen auf nachgiebigem Boden“ sind erste Mitteilungen über ein größeres Forschungsvorhaben [1 bis 3].

### 1 Einleitung

Gummiereifte Räder spielen in der Landwirtschaft bei Ackerschleppern, Transportfahrzeugen und größeren Landmaschinen eine wichtige Rolle. Die Reifen der Triebräder dieser Maschinen sollen eine bestimmte Last tragen und eine Triebkraft entwickeln. Zur richtigen Bemessung bzw. Auswahl dieser Reifen ist die Kenntnis aller wichtigen Reifenkenngrößen Voraussetzung. Einige Reifendaten, wie die Tragfähigkeit, können den Katalogen der Reifenhersteller entnommen werden. Diese Angaben lassen aber noch keine Gesetzmäßigkeit der Kennwerte erkennen.

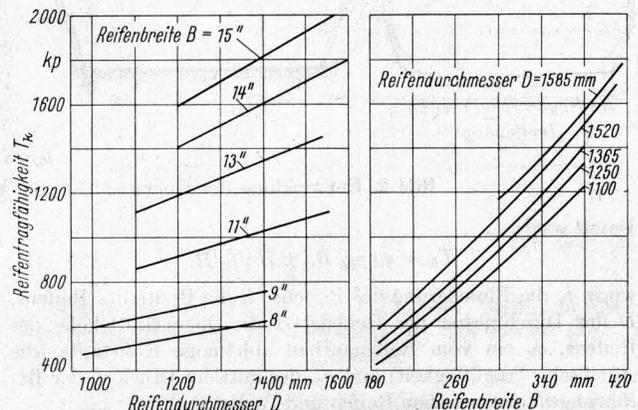
Ein theoretischer Weg, die Kenngrößen der Reifen aus dem Reifenaufbau zu bestimmen, erscheint wegen der vielfältigen Einflüsse heute noch zu kompliziert zu sein. Daher bleibt nichts anderes übrig, als experimentell ermittelte Werte und Zusammenhänge aufgrund halbempirischer Methoden, z. B. der Dimensionsanalyse, auszuwerten und mittels der Ähnlichkeitsmechanik allgemeingültige Beziehungen aufzustellen.

*Dr.-Ing. habil. György Sitkei ist wissenschaftlicher Mitarbeiter der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und am Lehrstuhl für Landmaschinentechnik der Technischen Universität Budapest tätig. Er war Gastwissenschaftler am Institut für Landmaschinen der Technischen Hochschule München. Prof. Dr.-Ing. Walter Söhne ist Direktor dieses Instituts.*

### 2 Tragfähigkeit der Reifen

Eine der wichtigsten Kenngrößen der Reifen ist die Tragfähigkeit. Mit der ständigen Zunahme der Motorleistung wird das Schleppergewicht und damit auch die geforderte Tragfähigkeit der Reifen größer.

Eine Untersuchung der Reifenangaben, **Tafel 1**, zeigt, daß die Tragfähigkeit vor allem von dem Reifenvolumen  $V$  und dem Innendruck  $p_1$  abhängt. Das Reifenvolumen kann durch Reifendurchmesser, Reifenbreite und Querschnittshöhe des Reifens geändert werden. Mit einer Vergrößerung des Reifendurchmessers nimmt das Reifenvolumen relativ wenig zu; infolgedessen erhöht sich auch die Tragfähigkeit nur in geringem Maße. Die Reifenbreite ist dagegen ein wirksames Mittel, um die Tragfähigkeit zu erhöhen, **Bild 1**.



**Bild 1.** Reifentragfähigkeit in Abhängigkeit von Reifendurchmesser und Reifenbreite.

Die Reifen sollen aber auch eine möglichst große Umfangskraft ohne Wellenbildung an der Seitenwand bei kleinen Innendrücken übertragen können. Mit Rücksicht auf diese Forderung wurden die größeren Reifen als Niederquerschnittreifen entwickelt, **Bild 2**.

Die Tragfähigkeit  $T_k$  eines Reifens hängt von der Größe  $F$  der Berührungsfäche und dem mittleren Druck  $p_m$  in der Berührungsfäche ab:

$$T_k = F p_m.$$

Die Berührungsfäche  $F$  läßt sich mit den geometrischen Abmessungen des Reifens wie folgt ausdrücken:

$$F \sim B \sqrt{D} f_k.$$

**Tafel 1.** Daten von AS-Reifen, Terra-Reifen und Niederquerschnitt-Trelleborg-Reifen.

Reifentyp	Reifen- volumen $V$ dm <sup>3</sup>	Quer- schnitts- höhe $H$ mm	Reifen- durch- messer $D$ mm	Reifen- breite $B$ mm	Trag- fä- hig- keit $T_R$ kp	Reifen- innen- druck $p_i$ atü	„Ply- rat- ing“- zahl „PR“
<b>AS-Reifen</b>							
11,2/10-28	140	242	1200	272	785	1,0	4/6
9,5/ 9-36	138	216	1350	242	535	1,0	6
12,4/11-36	230	275	1470	302	1065	1,0	4/6
14,9/13-30	300	325	1420	365	1360	1,0	6
18,4/15-30	475	396	1560	445	2000	1,0	6/8
12,4/11-28	190	275	1265	302	950	1,0	4/6
16,9/14-30	360	354	1475	392	1700	1,0	6
<b>Terra-Reifen</b>							
24×24-8R	109	202	610	610	2000	0,422	—
42×40-10	610	405	1070	1000	5000	0,633	—
46×24-20R	364	330	1170	610	8000	1,41	—
60×42-18	1200	530	1520	1070	6000	0,422	—
25×24-8R	136	216	635	610	—	—	—
48×25-16A	532	412	1230	622	—	—	—
48×31-16A	670	412	1230	787	—	—	—
66×43-25	1680	515	1666	1070	—	—	—
<b>Niederquerschnitt-Reifen</b>							
500-22,5 LP	290	300	1160	500	3000	2,5	6
400-15,5 LP	127	240	860	400	2400	3,0	8

$$T_k = 15 V^{0,8} p_i^{0,56} \quad (3)$$

wobei  $V$  in dm<sup>3</sup> und  $p_i$  in atü einzusetzen sind.

Für Terrareifen gilt:

$$T_k = 45 V^{0,6} p_i^{0,56} \quad (3a)$$

Aus Angaben von zwei „Trelleborg“ Low-Section-Reifen 500-22,5 LP und 400-15,5 LP läßt sich die Beziehung aufstellen:

$$T_k = 106 V^{0,5} p_i^{0,75} \quad (3b)$$

Die Gl. (3b) ist wegen der beschränkten Angaben noch als unsicher zu betrachten.

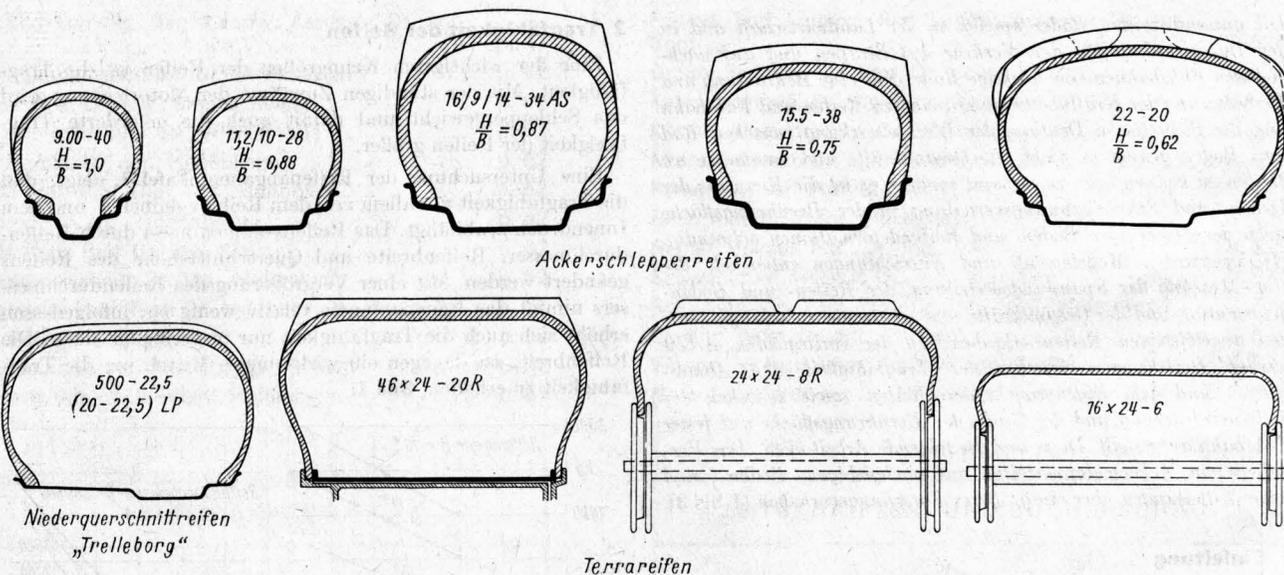
Aus den Gleichungen geht hervor, daß der Einfluß des Reifenvolumens auf die Tragfähigkeit für verschiedene Reifentypen nicht gleich ist. Die breiteren Niederquerschnittreifen haben einen kleineren Exponenten, d. h., bei diesen Reifen nimmt die Tragfähigkeit mit dem Volumen etwas weniger zu.

Die Tragfähigkeit der Reifen kann auch mit der Methode der Dimensionsanalyse untersucht werden. Die Tragfähigkeit hängt von folgenden Einflußgrößen ab:

$$Q = f(p_i, V, f_k, H).$$

Die Zahl der Variablen ist fünf, die der Dimensionen ist zwei [kp und m] und die der Ähnlichkeitszahlen ist  $5 - 2 = 3$ . Die Ähnlichkeitszahlen können folgendermaßen lauten:

$$\Pi_1 = \frac{f_k}{H}; \quad \Pi_2 = \frac{p_i H^2}{Q}; \quad \Pi_3 = \frac{V}{H^3}.$$



**Bild 2.** Entwicklung der Querschnitte von AS-Reifen; Niederquerschnitt- und Terrareifen.

Damit wird:

$$T_k = q_k p_m B \sqrt{D H} \sqrt{f_k/H} \quad (1)$$

worin  $f_k$  die Einfederung des Reifens,  $B$  die Breite des Reifens,  $D$  der Durchmesser des Reifens,  $H$  die Querschnittshöhe des Reifens,  $q_k$  ein vom Reifenaufbau abhängige Konstante (die spezifische Tragfähigkeit) und  $p_m$  der mittlere Druck in der Berührungsfäche zwischen Reifen und Boden sind [4].

Nach Erfahrungen läßt sich  $f_k$  folgendermaßen ausdrücken:

$$f_k \sim \sqrt[3]{B^2 D},$$

d. h., sie hängt mehr von der Reifenbreite als dem Durchmesser ab; damit gilt die folgende Beziehung:

$$T_k = C_1 B^{1,33} D^{0,67} \quad (2)$$

wobei  $C_1$  das Produkt aus  $q_k$ ,  $p_m$  und einem Proportionalitätsfaktor ist. Gl. (2) sagt aus, daß die Tragfähigkeit in erster Linie durch Vergrößerung der Reifenbreite erhöht werden kann.

Die Auswertung von Katalogangaben für AS-Reifen zeigt, daß eine empirische Beziehung der Tragfähigkeit in Abhängigkeit von dem Reifenvolumen und Innendruck aufgestellt werden kann. Für normale AS-Reifen sieht diese Beziehung folgendermaßen aus:

Die Multiplikation von  $\Pi_2$  und  $\Pi_3$  liefert eine neue Ähnlichkeitszahl:

$$\Pi'_2 = \frac{p_i V}{Q H}.$$

Die Untersuchung der entsprechenden Angaben zeigt, daß zwischen  $\Pi_1$  und  $\Pi'_2$  ein eindeutiger Zusammenhang besteht

$$\frac{p_i V}{Q H} = f\left(\frac{f_k}{H}\right) \quad (4)$$

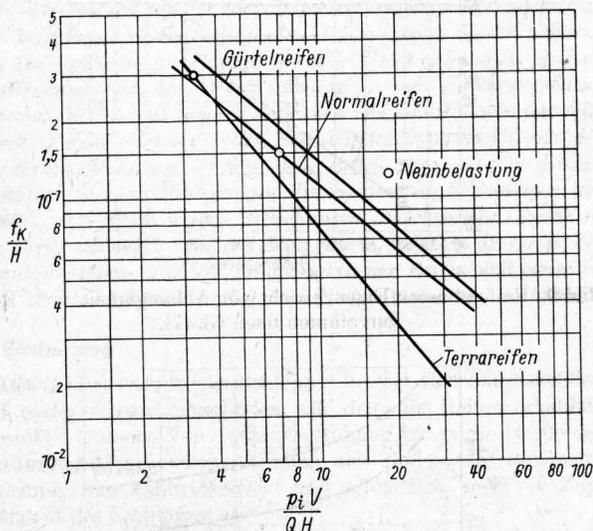
der für Normal- und Gürtel-AS-Reifen sowie für Terrareifen in Bild 3 dargestellt ist. In dieser Darstellung ist zu erkennen, daß alle Reifen bei der Nennbelastung etwa dieselbe relative Einfederung  $f_k/H$  haben. Für Normalreifen liegt die Nennbelastung etwa bei  $f_k/H = 0,15$ , für Terrareifen bei  $f_k/H = 0,25$  bis  $0,30$ . Die relative Einfederung bei Gürtelreifen liegt zwischen den obigen Werten, eine genaue Festlegung ist jedoch wegen der nicht ausreichenden Katalogangaben noch nicht möglich.

Mit Hilfe von Bild 3 kann man entweder die Belastbarkeit eines Reifens oder die relative Einfederung des Reifens bei beliebiger Belastung und Innendruck bestimmen. Bei gleichbleibender relativer Belastung hat der Gürtelreifen eine größere relative Einfederung und damit eine größere Auflagefläche.

Der Aufbau des Reifens, d. h. die „Ply-rating“-Zahl<sup>1)</sup>, ändert die Deformationsverhältnisse bei AS-Reifen praktisch nicht; daher ist die Belastbarkeit bei gegebenem zulässigem Innendruck dieselbe, unabhängig von der „Ply-rating“-Zahl. Der maximal zulässige Innendruck hängt aber entscheidend von der „Ply-rating“-Zahl ab. Die erforderliche „Ply-rating“-Zahl steigt mit der Breite des Reifens:

$$B_{zul} = C_2 \left( \frac{PR}{p_i} \right)^n \quad (5),$$

wobei  $n$  zwischen 0,9 und 1,0 liegt.



**Bild 3.** Dimensionslose Darstellung der (relativen) Reifeneinfederung  $f_k/H$  in Abhängigkeit von der Belastung und den Reifengrößen.

### 3 Federkennlinie

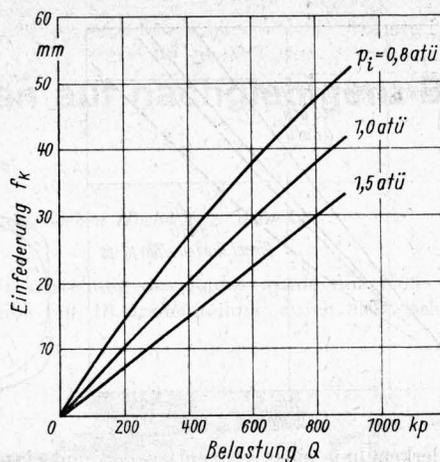
Die typische Federkennlinie eines AS-Reifens ist in **Bild 4** gezeigt. Die Einfederung des Reifens hängt in erster Linie von der Belastung und dem Innendruck ab; der Aufbau („Ply-rating“-Zahl) des Reifens hat dagegen nur geringen Einfluß auf die Einfederung. Der maximal zulässige Innendruck ergibt sich jedoch aus der „Ply-rating“-Zahl und der Reifenbreite.

Diese allgemein benutzte Darstellung hat den Nachteil daß die einzelnen Kurven nur für einen bestimmten Fall, z. B. für einen bestimmten Innendruck und eine bestimmte Reifengröße gelten. Eine allgemeingültige Darstellung ist nach **Bild 3** möglich, in der die relative Einfederung in Abhängigkeit von der dimensionslosen Zahl  $p_i V/Q H$  aufgetragen ist. Hieraus kann man die relative Einfederung für beliebige, jedoch ähnliche Reifen als Funktion der Belastung und des Innendruckes ermitteln.

<sup>1)</sup> Die Lagenkennziffer „Ply-rating“ bezeichnet die Karkassenfestigkeit; sie entsprach früher der Zahl der Kordlagen, muß aber heute nicht mehr der wirklichen Lagenzahl moderner Gewebe entsprechen.

### Verwendete Formelzeichen

$B$	cm	Breite des Reifens
$D$	cm	Durchmesser des Reifens
$F$	cm <sup>2</sup>	Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden
$f_k$	cm	Einfederung des Reifens auf fester Fahrbahn
$H$	cm	Querschnittshöhe des Reifens
$m_R$	kg	Masse (Eigengewicht) des Reifens
$p_i$	atü	Reifeninnendruck
$p_m$	kp/cm <sup>2</sup>	mittlerer Druck in der Berührungsfläche $F$
„PR“	—	„Ply-rating“-Zahl
$q_k$	—	spezifische Tragfähigkeit (eine vom Reifenaufbau abhängige Konstante)
$Q$	kp	Belastung des Reifens
$T_k$	kp	Tragfähigkeit des Reifens (Katalogwert)
$V$	dm <sup>3</sup>	Reifenvolumen

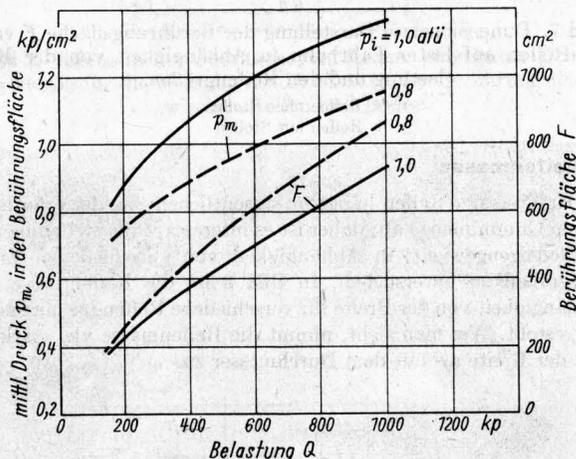


**Bild 4.** Einfederungskennlinie eines Ackerschlepperreifens (11-28, ohne Stollen).

### 4 Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden

Die Berührungsfläche der Reifen hat einen erheblichen Einfluß auf die Zugkraftcharakteristik und sollte möglichst groß sein. Die Größe der Berührungsfläche hängt in erster Linie von dem Innendruck und der Belastung ab, jedoch hat auch die Steifigkeit der Karkasse und damit der Reifenaufbau („Ply-rating“-Zahl, Gestaltung) einen Einfluß. Der mittlere Druck in der Berührungsfläche ist eine Funktion des Innendruckes, der Steifigkeit der Karkasse und der Belastung.

In **Bild 5** sind der mittlere Druck und die Berührungsfläche des Reifens 11-28 ohne Stollen in Abhängigkeit von der Belastung bei verschiedenem Innendruck dargestellt. Man erkennt, daß der von der Karkassensteifigkeit hervorgerufene Druckanteil in Abhängigkeit von der Belastung nicht konstant bleibt, sondern mit der Belastung zunimmt.



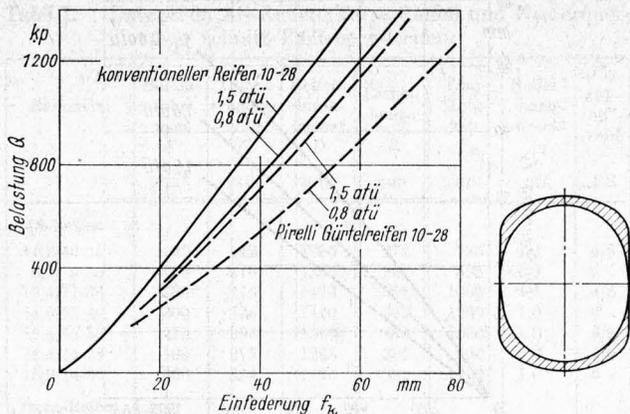
**Bild 5.** Mittlerer Druck und Größe der Berührungsfläche in Abhängigkeit von der Belastung für den Reifen 11-28, ohne Stollen.

Bei Gürtelreifen ist die Berührungsfläche etwa 10% größer als bei konventionellen Reifen, **Bild 6**. Das ergibt sich in erster Linie aus der größeren Einfederung des Gürtelreifens als Folge der schlafferen Seitenwand.

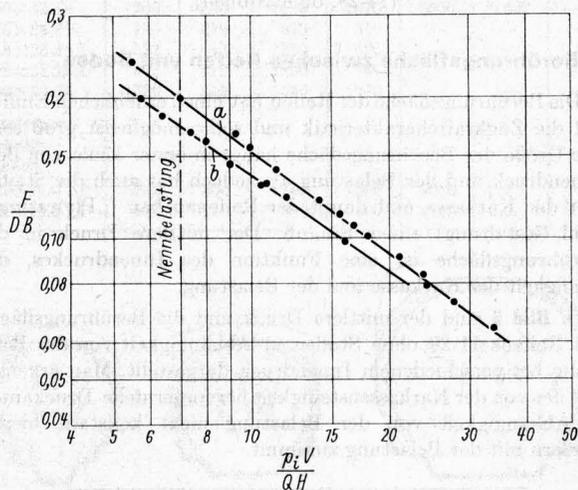
Die Berührungsfläche eines Reifens kann ebenfalls dimensionslos und in allgemeingültigem Zusammenhang dargestellt werden. Aufgrund der Dimensionsanalyse läßt sich eine solche allgemeingültige dimensionslose Beziehung in der Form aufstellen:

$$\frac{F}{DB} = f \left( \frac{p_i V}{QH} \right) \quad (6).$$

Die Gl. (6) ist für normale AS-Reifen mit und ohne Stollen in **Bild 7** dargestellt. Bei Nennbelastung ist die Berührungsfläche für alle Reifen mit Stollen angenähert gleich 17,5% des Produktes  $DB$  (Durchmesser mal Breite). Für unprofilerte Reifen beträgt dieser Wert 20%.



**Bild 6.** Federkennlinie eines konventionellen und eines Gürtelreifens.

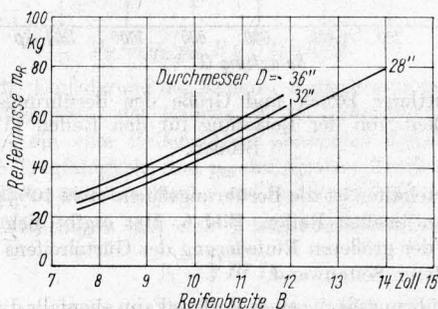


**Bild 7.** Dimensionslose Darstellung der Berührungsfläche  $F$  von AS-Reifen auf fester Fahrbahn in Abhängigkeit von der Belastung und den Reifengrößen.

- a Reifen ohne Stollen
- b Reifen mit Stollen

## 5 Reifenmasse

Der Preis der Reifen hängt im wesentlichen von der erforderlichen Gummimenge ab; daher ist es interessant die Reifenmasse (Reifeneigengewicht) in Abhängigkeit von verschiedenen Einflußgrößen zu untersuchen. In **Bild 8** ist die Reifenmasse in Abhängigkeit von der Breite für verschiedene Reifendurchmesser dargestellt. Wie man sieht, nimmt die Reifenmasse viel stärker mit der Breite als mit dem Durchmesser zu.



**Bild 8.** Reifenmasse (Eigengewicht) in Abhängigkeit von der Reifenbreite für verschiedene Reifendurchmesser.

Die Reifenmasse läßt sich als Funktion des Reifenvolumens ausdrücken, wie es aus **Bild 9** hervorgeht. Die Kurve kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

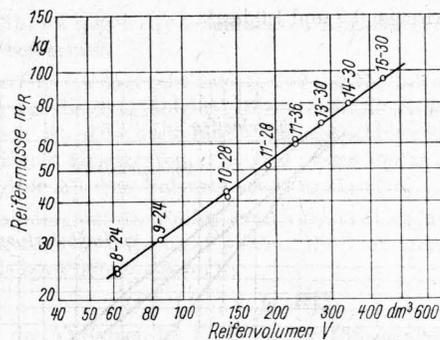
$$m_R = 1,35 V^{0,7} \quad (7),$$

wobei  $V$  in  $\text{dm}^3$  einzusetzen ist.

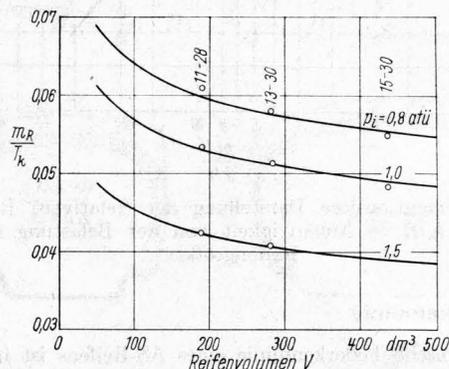
Das Verhältnis Reifenmasse/Tragfähigkeit, welches für die Ausnutzung des Gummiaufwandes charakteristisch ist, kann mit den Gln. (3) und (7) untersucht werden:

$$\frac{m_R}{T_k} = \frac{1,35 V^{0,7}}{15 V^{0,8} p_1^{0,56}} = \frac{0,09}{V^{0,1} p_1^{0,56}} \quad (8).$$

Gl. (8) ist graphisch für verschiedene Innendrucke in **Bild 10** dargestellt. In dem für uns interessanten Bereich nimmt das Verhältnis Reifenmasse/Tragfähigkeit etwas ab, d. h., die Ausnutzung des Werkstoffes ist bei den größeren Reifen etwas besser. Die tatsächlichen Katalogwerte stimmen mit den Kurven nach Gl. (8) gut überein.



**Bild 9.** Reifenmasse (Eigengewicht) in Abhängigkeit vom Reifenvolumen nach Gl. (7).



**Bild 10.** Verhältnis  $\text{kgReifenmasse/kpTragfähigkeit}$  in Abhängigkeit vom Reifenvolumen nach Gl. (8).

Das Eigengewicht von Reifen gleicher Abmessungen mit verschiedenen „Ply-rating“-Zahlen unterscheidet sich nur sehr wenig; die Differenz beträgt 2 bis 3 kg. Wenn aber der bei größerer „Ply-rating“-Zahl zulässige größere Innendruck ausgenutzt werden kann, also bei festem Boden, so kann das Verhältnis Reifenmasse/Tragfähigkeit erheblich verbessert werden (z. B. durch Erhöhung der Achslast).

## 6 Zusammenfassung

Es werden empirische Beziehungen für die Tragfähigkeit von Ackerschlepperreifen aufgestellt und durch dimensionsanalytische Überlegungen zu allgemeingültigen dimensionslosen Darstellungen der Tragfähigkeit, Federkennlinie, Größe der Berührungsfläche auf fester Fahrbahn sowie des Reifeneigengewichtes erweitert.

## 7 Schrifttum

- [1] Söhne, W.: Wechselbeziehung zwischen Schlepperleistung und Reifenentwicklung. Seminarvortrag an der TH München am 16. 2. 1967.
- [2] Krick, G., und W. Söhne: Zur Druck- und Schubverteilung zwischen Reifen und nachgiebigem Boden unter Berücksichtigung neuer Reifenentwicklungen. Vortrag auf der VDI-Tagung Landtechnik am 10. 10. 1968 in München.
- [3] Holm, I. C.: Über das Verhalten von Reifen beim mehrmaligen Überfahren einer Spur. Ber. vorgelegt bei der 3. Intern. Konferenz der Intern. Ges. für Geländefahrzeuge am 11. 7. 1969 in Essen.
- [4] Tiemann, R.: Ähnlichkeitsbeziehungen im Federungsverhalten von Luftreifen. Automob.-techn. Z. **67** (1965) H. 4, S. 97/100.