

STEIFIGKEIT SPERRIGER BAUTEILE

Von Walter Bergmann

Beim Entwerfen von Maschinenteilen beschränkt man sich im allgemeinen darauf, sie nach den Forderungen der Festigkeit zu bemessen. Das ist eine für die Haltbarkeit der Maschine zwar notwendige, aber eine nicht ausreichende Massnahme. Denn proportional mit den äusseren Kräften wachsen auch die elastischen Verformungen. Der Konstrukteur muss also neben der Berechnung auf Festigkeit entscheiden, welche Verformungen für eine Maschine zugelassen werden können, mit anderen Worten, welche Steifigkeit die Konstruktion haben muss. Eine grosse Bedeutung gewinnt die Frage der Steifigkeit immer dann, wenn man aus Gründen bester Werkstoffausnutzung aufgelöste Querschnitte und dünne Wandstärken in einer Maschine verwenden will.

Von einer Arbeitsmaschine (Werkzeugmaschine, Dreschmaschine) wird genaue Masshaltigkeit verlangt. Man wird die Gerüste solcher Maschinen deshalb sehr starr bauen. Ländliche zweiachsige Fahrzeuge, die über sehr unebenes Gelände fahren müssen, verlangen in Bezug auf ihre Verwindung eine sehr nachgiebige Bauweise, wenn alle Räder gleichzeitig am Boden bleiben sollen. Die Nachgiebigkeit kann entweder durch ein Gelenk zwischen Vorder- und Hinterwagen oder durch eine verwindungsfähige Bauweise erreicht werden. Ermöglicht man die Verwindungsfähigkeit durch ein Gelenk, so kann die Fahrgestellkonstruktion verwindungsstarr sein. Man erkaufte dabei aber die Verwindungsfähigkeit durch eine Schmierstelle, die bei ungenügender Wartung stark verschleissen kann. Wesentlich günstiger erscheint daher eine verwindungsweiche Bauweise, bei der die Bodenunebenheiten durch die Nachgiebigkeit der einzelnen Fahrgestellbauteile ausgeglichen werden können.

Die Steifigkeit eines Bauteiles wird durch das Produkt aus einem die Werkstoffeigenschaften und einem den Querschnitt kennzeichnenden Faktor dargestellt:

$$\text{Biegesteifigkeit } E \cdot J \text{ [kg} \cdot \text{cm}^2\text{]}$$

$$\text{Verdrehsteifigkeit } G \cdot J_d \text{ [kg} \cdot \text{cm}^2\text{]}$$

Hierin bedeuten:

$$\left. \begin{array}{l} E \text{ Elastizitätsmodul} \\ G \text{ Gleitmodul} \\ J \text{ äquatoriales Trägheitsmoment} \\ J_d \text{ Drillwiderstand} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{in [kg/cm}^2\text{]} \\ \text{in [cm}^4\text{]} \end{array}$$

Die Verwindungssteifigkeit einer aus einzelnen Trägern zusammengesetzten Konstruktion (z.B. eines Rahmens) sei mit M_v/φ [cmkg/Grad] bezeichnet, wobei bedeuten:

$$M_v \text{ Verwindungsmoment in [cmkg]}$$

$$\varphi \text{ Verwindungswinkel in [Grad]}$$

Die in sperrigen Maschinen verwendeten Einzelbauteile sind im wesentlichen Profilträger, die durch Schweissung, Nietung oder Verschraubung miteinander verbunden sind. Abgekantete oder gepresste Blechteile und auch Gussteile lassen sich bei Steifigkeitsüberlegungen in den meisten Fällen auf ähnliche Profilträger zurückführen. Vergleicht man die Steifigkeiten verschiedener Profilträger (Bild 1) bei Biege- und Verdrehbeanspruchung untereinander, so stellt man die eindeutige Überlegenheit des Kreisrohres für verdrehstarre Konstruktionen fest. Offene Profile, insbesondere hochstegige U-Profile, eignen sich dagegen für biegesteife und verdrehweiche Bauweisen. Der Konstrukteur hat es also in der Hand, jeder Maschine die erforderliche Steifigkeit durch die richtige Wahl der Bauteilquerschnitte zu geben.



Abmessungen	63×63	100×25	NP 10	100×100×4	120×4	140×60×3	150×50×5	200×40×3
Gewicht für 1m Länge G	2,94	1,85	1	0,87	1,08	0,86	0,888	0,615
Biegesteifigkeit J _z	0,64	1,01	1	1,03	1,15	1,40	1,82	2,02
Verdrehsteifigkeit J _d	91,30	18,00	1	0,26	201,00	75,30	0,40	0,10

fallend
steigend
sehr unterschiedlich

Bild 1. Biege- und Verdrehsteifigkeit einiger Trägerquerschnitte im Verhältnis zur Steifigkeit des U-Trägers NP 10.

Als Beispiel für eine verwindungsfähige Konstruktion sei der Rechteckrahmen eines Ackerwagenfahrgestells angeführt. Sieht man zunächst von dem Einspannungsgrad der Rahmenprofile in den Ecken ab, so ist die Verwindbarkeit eines Rahmens von der Biegesteifigkeit und der Verdrehsteifigkeit der einzelnen Rahmenbauteile abhängig [13, 14]. Ein Rahmen aus biegesteifen und verdrehweichen Profilen (Bild 2a) wird verwindungsweich sein. Jeder

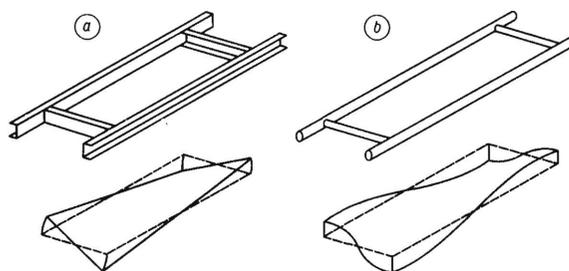


Bild 2. Möglichkeiten von Rahmenverwindungen.

a U-Profilrahmen, biegesteif und verdrehweich
b Rohrahmen, biegeweich und verdrehsteif.

U-Träger wird auf Verdrehung beansprucht und kann einer aufgezwungenen Verformung senkrecht zur Rahmenebene folgen. Andererseits wäre aber auch eine verwindungsweiche Rahmenbauweise denkbar,

bei der die Längs- und Querstiele verdrehsteif, aber biegeweich sind (Bild 2b). Diese Bauweise hat aber praktisch wenig Wert, weil bei grosser Durchbiegung der Längsstiele die Nebenbauteile wie Kipperschienen, Seitenwände und Kastenboden während des Betriebes zu hoch beansprucht würden. Ausserdem würden im Ernteeinsatz eines Ackerwagens mit bis zur Waagerechten heruntergeklappten Seitenwänden die Rahmenstiele selbst zu grosse Durchbiegungen erfahren. Aus diesen Überlegungen ergibt sich folgender Grundsatz für die Wagen-Rahmenbauweise:

In einem verwindungsfähigen Fahrgestell müssen die Hauptbeanspruchungen vom Rahmen aufgenommen werden können. Die Rahmenbauweise verlangt also hohe Biegesteifigkeit und niedrige Verdrehsteifigkeit¹⁾ [1].

Um einen Einblick in den Verformungsmechanismus sperriger Bauteile bei Verwindungsbeanspruchung zu bekommen, sind nach dem Vorschlag von Kloth [12] vom Verfasser aus besonderem Anlass [2] eine Reihe von Papiermodellen hergestellt worden. Wenn man diese Modelle von Hand verwindet, kann man deutlich ihre Steifigkeitsunterschiede spüren und ausserdem recht gut die Stellen hoher Beanspruchung erkennen. Bild 3 zeigt einen solchen Papierrahmen bei Verwindungsbeanspruchung. Das Ausbeulen und Einknicken der Längsträgerflanschen nahe der Rahmenecken deutet auf Unstetigkeiten in der Steifigkeitsverteilung hin.

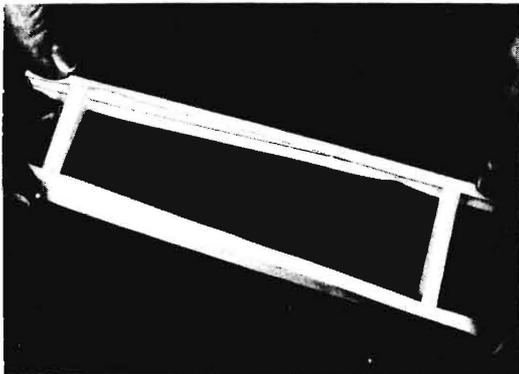


Bild 3. Beulerscheinungen am verwundenen Papiermodell.

Die Ursache für diese örtlichen Verformungen ist die Behinderung der Querschnittsverwölbung [3 bis 6]. Verdreht man ein kreisförmiges Rohr, so bleiben alle Querschnitte eben. Bei offenen Profilen verwölben sich dagegen die Querschnitte. Belastet man beispielsweise ein Doppel-T-Profil, Bild 4a, durch ein Drehmoment, so beobachtet man deutlich ein Verwinden der Querschnitte, was sich durch ein gegen-

1) Für die Wahl des Steifigkeitsgrades bei Verwindung ist allerdings noch die Standsicherheit von Bedeutung. Achsschenkelgelenkte Fahrzeuge können sehr verwindungsweich gebaut werden, da bei jedem Einschlagwinkel der Vorderräder die 4-Punktstützung des Wagens gesichert ist. Bei drehchemel- oder spurzapfengelenkten Wagen nähert sich die Abstützung mit wachsendem Einschlagwinkel des Vorderwagens einer 3-Punkt-Auflage, bei der die Standsicherheit im eingelenkten Zustand nur dann gewährleistet ist, wenn der Rahmen eine gewisse Verwindungssteifigkeit besitzt.

läufiges Schieben der Flansche in der Längsrichtung äussert. Ähnlich verhält sich ein U-Profil, Bild 4b, welches hinsichtlich der Verformungen als halbes Doppel-T-Profil aufzufassen ist. Verhindert man die Verwölbung dadurch, dass man die eine Stirnseite des Profils gegen eine starre Platte schweisst, Bild 4c und d, so wird die Profilsteifigkeit besonders in der Nähe der Anschweisstelle wesentlich grösser. Ausserdem treten in diesem Querschnitt Normalspannungen in Stabrichtung auf, welche erheblich grösser als die Verdrehspannungen sind [7].

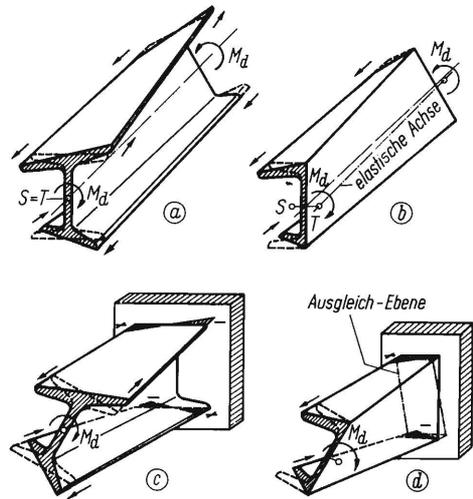


Bild 4. Verwölbung und Verwölbungsbehinderung offener Profilträger bei Verdrehung (nach C. Weber [11]).
S Schwerpunkt, T Schubmittelpunkt

Solange sich die Querschnitte frei verwölben können, ist die Berechnung der Verdrehsteifigkeit (Drillwiderstand J_d) für alle gebräuchlichen Querschnittsformen einfach und recht genau durchführbar. Die im Bild 5 angeschriebenen Berechnungsformeln sind bereits früher vom Verfasser eingehend behandelt [3]. Recht deutlich wird der Unterschied der Verdrehsteifigkeiten zwischen geschlossenen und offenen Querschnitten durch die Formeln ausgedrückt. Bei Hohlprofilquerschnitten erscheint die Profilgrösse in höherer Potenz, während die Wandstärke den Wert des Drillwiderstandes nur linear beeinflusst. Bei offenen Profilen dagegen ändert sich der Drillwider-

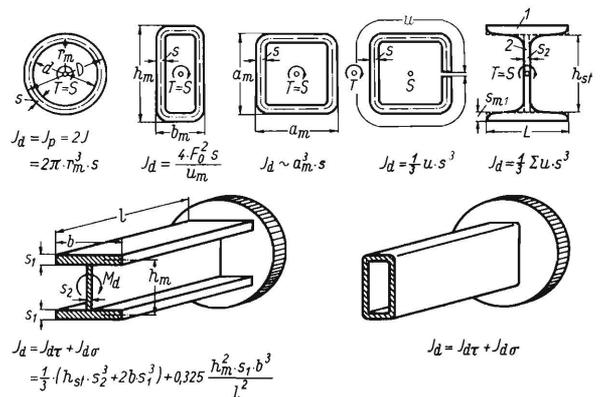


Bild 5. Berechnung der Steifigkeit von Profilen ohne und mit Verwölbungsbehinderung.

stand nur mit der dritten Potenz der Wandstärke, die im allgemeinen sehr viel kleiner ist als die abgewinkelte Länge des Querschnitts.

Wird die Verwölbung der Querschnitte verhindert, so gelten diese einfachen Beziehungen zur Bestimmung der Drehsteifigkeit nicht mehr, sondern die Verdrehsteifigkeit $J_{d\tau}$ erhöht sich um einen Anteil $J_{d\sigma}$, der etwa einer Biegesteifigkeit um die vertikale Achse entspricht. Für offene Profile ist $J_d = J_{d\tau} + J_{d\sigma}$ noch verhältnismässig einfach zu entwickeln und zu berechnen. Recht kompliziert werden die Gleichungen bei Rechteckrohren oder Halbkreisrohren mit behinderter Querschnittsverwölbung. Für Rechteckrohre nach Bild 5 sind die Gleichungen für den Drillwiderstand bei Verwölbungsbehinderung vom Verfasser in [3] näher behandelt.

Die Abhängigkeit der Verdrehsteifigkeit bei einseitig verhinderter Querschnittsverwölbung von der Stablänge und der Wandstärke ist für einige U-Profile gleicher Steghöhe und Flanscbreite berechnet und in Bild 6 dargestellt. Der Einfluss der Verwölbungsbehinderung auf die Verdrehsteifigkeit klingt mit zunehmender Länge nach einem hyperbolischen Gesetz ab. Dabei ist zu bemerken, dass der Einfluss der Verwölbungsbehinderung umso rascher abklingt, je grösser die Wandstärke des Profils ist. Eine 10%ige Erhöhung der Verdrehsteifigkeit wird nach Bild 6 im U-Profil von 2 mm Wandstärke bei 180 cm Länge erreicht, im Profil aus 6 mm starkem Blech aber bereits bei 55 cm Länge. Diese Verwölbungsbehinderung ist auch überall dort anzutreffen,

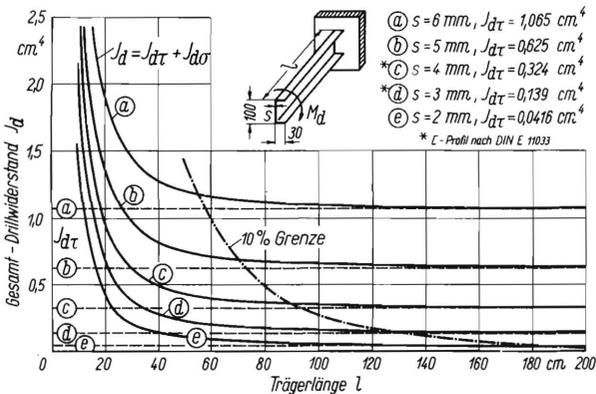


Bild 6. Einfluss von Trägerlänge l und Wandstärke s auf die Drehsteifigkeit J_d bei Verwölbungsbehinderung.

$J_{d\tau}$ = Drillwiderstand aus der Verdrehung
 $J_{d\sigma}$ = zusätzlicher Drillwiderstand aus der Querschnittsverwölbung.

wo verdrehweiche und verdrehsteife Bauteile zusammenstossen, also auch an den Verbindungsstellen von Längs- und Querstielen in den Rahmen von Fahrzeugen.

Die in Bild 5 angegebenen Formeln zur Ermittlung der Drehsteifigkeit gelten nur für einzelne Träger. Die Berechnungsergebnisse stimmen recht gut mit den in Versuchen ermittelten Werten überein. Sind aber diese Profile zu ganzen Konstruktionsgruppen zusammengesetzt, so versagt die Rechnung. Oftmals lassen sich im voraus nicht einmal die Ver-

formungstendenzen erkennen, sodass zur Klärung des Verformungsmechanismus nur noch der Versuch übrig bleibt. Schon beim einfachen, ebenen Rechteckrahmen macht die Berechnung der Verwindungssteifigkeit erhebliche Schwierigkeiten. Die Anwendung der in der Fachliteratur angegebenen Berechnungsverfahren [8 bis 10] führt zu so unterschiedlichen Ergebnissen, dass der Verfasser eigene Verwindungsversuche an 5 verschiedenen Modellrahmen nahezu gleicher Tragfähigkeit durchführen musste, um den Einfluss der verschiedenen Profilquerschnitte und der Eckverbindungen auf die Verwindungssteifigkeit der Rahmen zu erkennen (Bild 7). Bei der

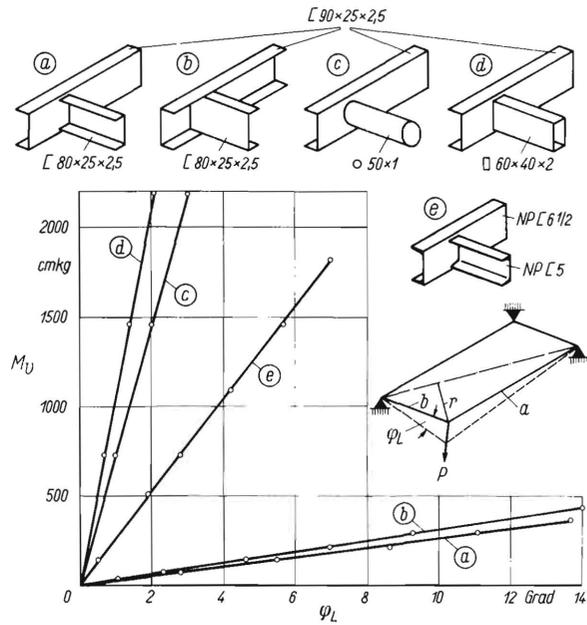


Bild 7. Versuchsergebnisse über die Verwindungssteifigkeit von Rechteckrahmen.

$$M_V = P \cdot r \quad [\text{cmkg}]$$

$$r = b \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad [\text{cm}]$$

$$a = 1800 \text{ mm}, b = 800 \text{ mm}.$$

Festlegung der Rahmenabmessungen sind die statischen Modellgesetze berücksichtigt worden. Die Rahmeneckverbindungen und die Versuchsanordnung sind in Bild 7 dargestellt. Rahmen a bis d haben die gleichen Längsstiele; bei ihnen sind nur die Querschnitte der Querstielen verschieden gewählt. Zwischen Rahmen a und b besteht der Unterschied nur in der Ausbildung der Knotenpunkte. Rahmen e ist aus Normalprofilen nach DIN 1026 hergestellt. Sein Eigengewicht ist mehr als doppelt so gross wie das der anderen Rahmen. Das Ergebnis dieser Messungen ist in dem Diagramm $M_V = f(\varphi)$ (Bild 7) zusammengefasst. Es zeigt zunächst den sehr starken Steifigkeitsunterschied zwischen Rahmen aus offenen Profilen und solchen mit Rohrquerstielen. Der Steifigkeitsunterschied zwischen Rahmen a und b, der durch die Behinderung der Querschnittsverwölbung nahe der Schachtelung hervorgerufen wird, ist deutlich zu erkennen. Wegen der Länge der Rahmenstielen bleibt dieser Einfluss verhältnismässig klein (vergl. Bild 6). Rahmen d ist bei gleicher Tragfähigkeit

und gleichem Eigengewicht wegen der Rohrquerstiele etwa 33 mal steifer als Rahmen b. Die grössere Verwindungssteifigkeit des Rahmens d gegenüber der des Rahmens c ist in der grösseren Wandstärke des rechteckigen Rohres (grössere Drehsteifigkeit) und in der grösseren Steghöhe (grössere Biegesteifigkeit) begründet. Der Normalprofilrahmen 5 ist 10 mal verwindungssteifer als der Leichtprofilrahmen b bei gleicher Tragfähigkeit.

Diesen Messergebnissen ist zu entnehmen, dass die Verwindungssteifigkeit M_v/φ von ebenen Rechteckrahmen im wesentlichen von folgenden Grössen abhängig ist:

1. Rahmenlänge a
2. Rahmenbreite b
3. Drehsteifigkeit jedes Stieles
4. Biegesteifigkeit jedes Stieles.

Es lag nunmehr nahe, den Versuchsergebnissen eine geeignete Berechnungsmethode für ebene Rechteckrahmen zur Seite zu stellen, die in erster Näherung genügend genaue Werte liefert. Dafür dürften noch folgende Erkenntnisse aus den Verwindungsversuchen von Wichtigkeit sein:

Die Durchbiegung der einzelnen Rahmenstiele ist abhängig von der Drehsteifigkeit der jeweiligen Nachbarstiele, d.h. von der Nachgiebigkeit der Einspannstelle. Je steifer die Einspannstelle ist, desto grösser wird der Einfluss der Durchbiegung eines Stieles auf die Verwindungssteifigkeit des Rahmens sein. Bei Rahmen aus offenen Profilen wird daher $E \cdot J_x$ in Bezug auf M_v/φ zu vernachlässigen sein. Bei grossen Verdrehwinkeln ($> 12^\circ$) wäre noch die Änderung des äquatorialen Trägheitsmomentes über die Länge der Längsstiele zu berücksichtigen (Änderung der Lage der Trägheitsachsen), welche im Sinne einer degressiven Federung wirkt. In Bild 8 sind die Endformeln zur Berechnung der Rahmensteifigkeit aufgeschrieben und die Rechenergebnisse mit denen der Versuche in einer Tabelle gegenübergestellt. Man erkennt daraus, dass man die Verwindungssteifigkeit von Rechteckrahmen mit hinreichender Genauigkeit rechnen kann, denn die Unterschiede der Werte aus Versuch und Rechnung sind nur sehr gering. Darüber hinaus dürfte die Berechnung der Steifigkeit von Zentralträgerrahmen oder einfachen X-Rahmen keine Schwierigkeiten bereiten, da im ersten Falle nur die Verdrehsteifigkeit des Einzelträgers und im zweiten Falle nur die Biegesteifigkeit der gekreuzten Stiele rechnerisch zu erfassen ist.

Eine genauere Methode zur Berechnung der Rahmensteifigkeit als die hier gezeigte wäre nicht lohnend, da die Steifigkeit des gesamten Fahrgestelles nicht allein durch die Rahmensteifigkeit bestimmt ist, sondern alle übrigen Fahrgestellteile ebenfalls einen Anteil an der Fahrgestellsteifigkeit haben. Um einen Eindruck von der Grösse und der Tendenz der Steifigkeitsbeeinflussung durch die Fahrgestellbauteile zu bekommen, ist in Bild 9 der Verformungsmechanismus eines verwindungsweichen Ackerwagenfahrgestelles gezeigt. Rahmen, Achsböcke und Achsen bestehen aus offenen Profilen. Man erkennt, dass nicht nur der Rahmen, sondern

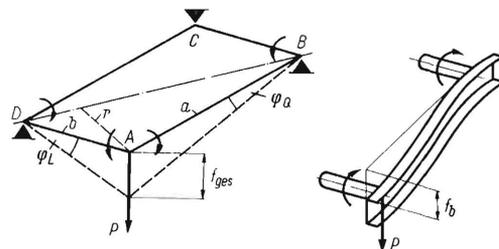


Bild 8. Berechnung der Verwindungssteifigkeit rechteckiger Rahmen. Rechnung für Rahmen aus verdrehweichen Stielen:

$$\varphi_L = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{P \cdot b \cdot a^2}{2 G} \cdot \frac{1}{J_{dQ} \cdot b + \kappa \cdot J_{dL} \cdot a} \text{ [Grad]}$$

$$M_v = P \cdot r = P \cdot b \cdot \sqrt{\frac{a}{a^2 + b^2}} \text{ [cmkg]}$$

$$J_d = \sum y \cdot u_m \cdot s^3 \text{ [cm}^4\text{] für offene Profile}$$

$$J_d = 4 F_0^2 \cdot s \cdot u_m^{-1} \text{ [cm}^4\text{] für Hohlprofile}$$

$$\frac{M_v}{\varphi_L} = \frac{\pi \cdot G}{90 \cdot a \sqrt{a^2 + b^2}} \cdot (J_{dQ} \cdot b + \kappa \cdot J_{dL} \cdot a) \frac{\text{[cmkg]}}{\text{[Grad]}}$$

Zusatzrechnung für Rahmen mit verdrehstarrten Querstielen.

Vergleich mit Versuchsergebnissen.

$$f_{ges} = f_v + f_b \text{ [cm]}$$

$$f_v \sim b \cdot \text{tg} \varphi_L \text{ [cm]}$$

$$f_b = \frac{P \cdot a^3}{12 \cdot E \cdot J_x} \text{ [cm]}$$

$$\text{tg} \varphi_L^* = \frac{f_v + f_b}{b}$$

Rahmen	Steifigkeit	M_v / φ_L
s. Bild 7	Rechnung	Versuch
a	0,256	0,266
b	0,275	0,314
c	6,950	7,300
d	9,550	10,400
e	2,440	2,610

jede Strebe, auch die Achsen unter dem Zwang der starren Knotenverbindungen verdreht werden und jede Stelle der Konstruktion eine mehr oder weniger grosse Schwenkbewegung um die Verwindungsachse des Fahrgestelles ausführt. Trotz der ausserordentlichen Verdrehweichheit der Einzelbauteile können durch die starren Knotenverbindungen und durch die konstruktiv bedingte Anordnung der Bauteile Zwangslagen entstehen, die nur durch Änderung der grundsätzlichen Bauweise auszugleichen sind. In Bild 10 sind die Folgen dieser Zwangsverformungen am Beispiel der Achsen und Achsböcke dargestellt: Wird das Fahrgestell verwinden, so neigen sich die Längsstiele gemeinsam mit den Achsböcken um den Winkel α . Dieser Winkel wird zugleich der Achse

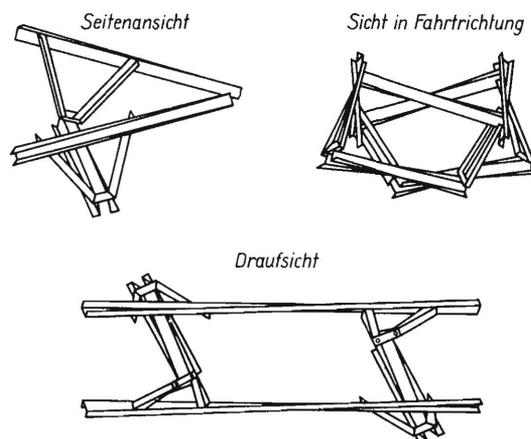


Bild 9. Verformungsmechanismus eines verwindungsweichen Fahrgestelles (stark übertrieben gezeichnet).

aufgezwungen (Bild 10a). Eine Rohrachse kann aber derartig grossen Verdrehungen nicht folgen, sodass die Verformungen von anderen Bauteilen aufgenommen werden müssen, z.B. durch Dehnung der Schrauben zwischen Achsböcken und Achse oder durch Dehnung und Stauchung der Flanschen der Achsbockstreben. Eine verdrehweiche Achse (Bild 10b) kann sich aber den Verformungen gut anpassen. Zu dieser Verdrehbeanspruchung kommt aber noch eine Schwenkbewegung der Achsböcke in Fahrtrichtung, welche die Achse um den Winkel β (Bild 10c) zu schwenken sucht. Ist die Achse biegesteif und sind die Achsböcke dreh-

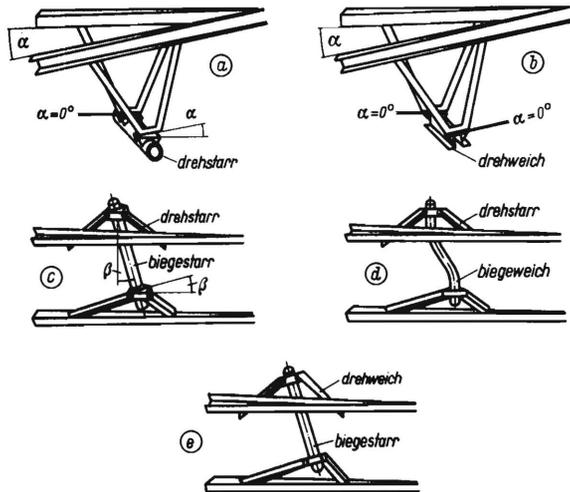


Bild 10. Verformung von Achsen und Achsböcken verwindungsfähiger Fahrgestelle.

steif, so würden die Anschlusschrauben auf Scheerbeanspruchung beansprucht. Eine biegeweiche Achse (Bild 10d) würde eine S-förmige Verbiegung erfahren und damit die Schraubenverbindung entlasten, würde aber zur Aufnahme von Stössen in Fahrtrichtung ungeeignet sein. Wesentlich brauchbarer erscheint deshalb eine Konstruktion, bei der die Achse verdrehweich, aber biegesteif, und die Achsböcke drehweich sind (Bild 10e). Durch einfache geometrische Überlegungen kann man den theoretischen Achsenverdrehwinkel bestimmen. Bild 11 zeigt die Abhängigkeit des

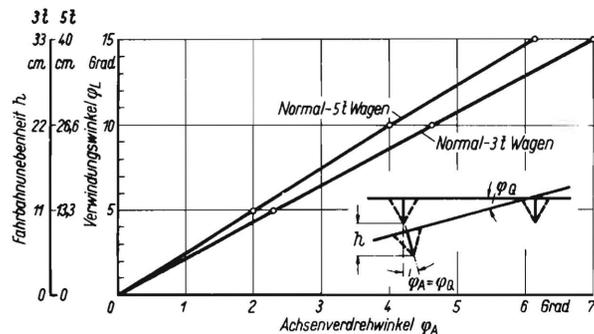


Bild 11. Achsenverdrehwinkel $\varphi_A = \varphi_Q$ in Abhängigkeit vom Wagenverwindungswinkel φ_L .

	Wagennutzlast	
	3 t mm	5 t mm
Ladefläche $l \cdot b$	4000 × 1800	5000 × 2000
Radstand $a_{opt} = 0,586 \cdot l$	2340	2930
Spurweite s	1250	1500

Achsenverdrehwinkels α in Abhängigkeit von der Rahmenverwindung φ_L für zwei in ihren Abmessungen genormte Ackerwagentypen. Nimmt man einen mittleren Verwindungswinkel $\varphi_L = 10^\circ$ an, so entspricht dieser Winkel beim 3 t - Wagen einer einseitigen Bodenunebenheit von etwa 22 cm, beim 5 t - Wagen einer einseitigen Bodenunebenheit von etwa 27 cm. Dabei wird die Achse des 3 t - Wagens um $4,6^\circ$, die des 5 t - Wagens um 4° verdreht. Derartige grosse Verdrehungen können bei sonst starrer Fahrgestellbauweise nur von sehr verdrehweichen Achsen aufgenommen werden.

Der bisherige Einblick in den Verformungsmechanismus lässt erwarten, dass die Biege- und Verdrehsteifigkeit der Achsen auch einen Einfluss auf die Verwindungssteifigkeit des gesamten Fahrgestells ausüben. Um die Grösse dieses Einflusses zu erhalten, wurden Verwindungsversuche an einem Modell-Fahrgestell mit nur einer Achse und zwei zugehörigen Achsböcken (Bild 12) durchgeführt. Der Rah-

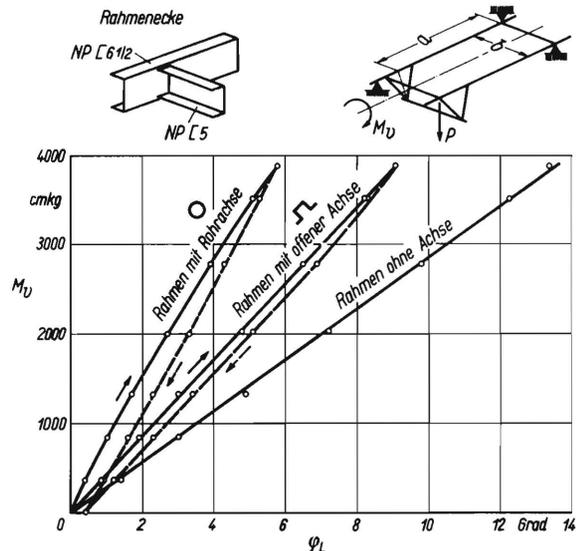


Bild 12. Verwindungssteifigkeit eines Rechteckrahmens mit und ohne Achse; Achsböcke aus drehweichen Winkelprofilen.

$$M_v = P \cdot b \cdot \sqrt{\frac{a}{a^2 + b^2}} \quad [\text{cmkg}]$$

men dieses Fahrgestells war der gleiche, wie Rahmen 5 in Bild 7. Die Achsböcke waren aus Normal-Winkelprofilen hergestellt, an die wahlweise eine Rohrachse und eine Hutprofilachse angeschraubt wurden. Die Messergebnisse sind in dem Diagramm Bild 12 zusammengefasst und ergaben, dass das Fahrgestell mit offener Achse um rund 30 % steifer, das Fahrgestell mit Rohrachse um etwa 60 % steifer als der Rahmen ohne Achse ist. Man erkennt daraus, welcher grossen Einfluss auch ein ausserhalb der Rahmenebene gelegenes starres Bauteil auf die Gesamtsteifigkeit des Fahrgestells ausüben kann.

Eine ähnliche versteifende Wirkung kann ein Langbaum auf die Fahrgestellsteifigkeit ausüben. Bild 13 zeigt den Verformungsmechanismus einer solchen Bauweise. Hierbei wird die übliche Bauweise zugrundegelegt, dass der Langbaum am Vorderwagen fest, am Hinterwagen drehbar gelagert und zur Übertragung der Längskräfte durch Bunde vor

und hinter dem Drehlager an einer Verschiebung in Fahrtrichtung verhindert ist. Verbindet man die Anschlüsse der verwindungssteifen Achsböcke und Achsen mit dem Rahmen nur durch Drehzapfen, so werden die Achsböcke bei Verwindungsbeanspruchung bestrebt sein, der aufgezwungenen Verformung durch eine seitliche Schwenkbewegung zu folgen. Dieser Schwenkbewegung setzt aber die Biegesteifigkeit des Langbaumes einen erheblichen Widerstand entgegen. Der Langbaum selbst erfährt dabei eine S-förmige Verbiegung in der horizontalen Ebene.

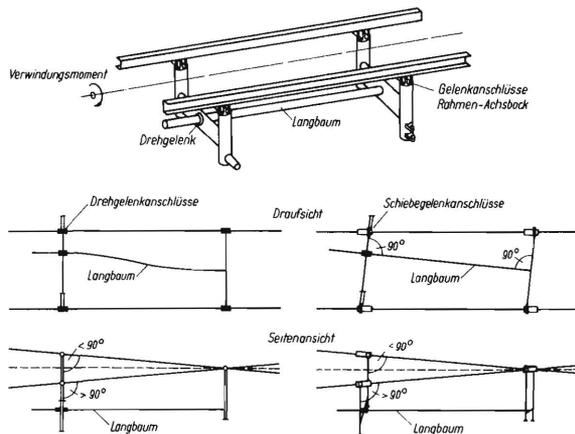


Bild 13. Verwindung von Fahrgeräten mit Langbaum und drehstarrten Achsböcken.

Man könnte dieser unangenehmen Verformung ausweichen, wenn man den Langbaum in die Verwindungsachse des Wagens, die etwa in Höhe des Rahmens liegt, verlagert. Dann würde aber der eigentliche Zweck des Langbaumes, nämlich die Längskräfte direkt von Achse zu Achse zu übertragen, nicht erreicht. Es bliebe noch die in Bild 13b gezeigte Lösung, bei der man die Anschlüsse der Achsböcke an den Rahmen drehbar und in Längsrichtung gleitend ausbildet. In diesem Falle würden sich bei Verwindungsbeanspruchung des Fahrgeräts die ausschwenkenden Achsböcke so einstellen, dass der rechte Winkel zwischen Langbaum und Achsen erhalten bleibt. Man würde mit dieser verwindungsweicheren Bauweise zwar mehrere Schmierstellen bekommen, hätte aber die Anstrengungen des Materials im Langbaum und in den Achsböcken erheblich gemildert.

Unangenehme Störungen des Verformungsmechanismus können auch durch räumliche Verstreungen verursacht werden. Jeder Knoten eines sperrigen Bauteiles führt eine Schwenkbewegung aus, die umso grösser ist, je weiter ein Knotenpunkt von der Verwindungsachse der Maschine entfernt ist. Bild 14 zeigt einige Beispiele für die versteifende Wirkung räumlicher Verstreungen. Räumliche Diagonalverstreungen nach Bild 14a verhindern die Schwenkbewegung bei Verwindungsbeanspruchung und führen zur Versteifung ganzer Konstruktionsgruppen. Den einzelnen Streben werden wechselweise Zug- und Druckspannungen aufgezwungen, weil sie den natürlichen, in Grösse und Richtung sehr unterschiedlichen Schwenkbewegungen der Anschlussstellen nicht folgen können. In ähnlicher Weise wirken auch die Strebenböcke für die Kupplungsklaue an Acker-

wagenfahrgeräten versteifend, wenn Verwindungsbeanspruchungen vorliegen. Dabei ist es für die Versteifung des Fahrgeräts gleichgültig, ob die Streben zum Rahmen (Bild 14b) oder zu den Achsböckkonsolen (Bild 14c) geführt werden. Ein Spurzapfenlager (Bild 14d) wird man mit einem möglichst biege- und verdrehsteifen Bock am Rahmen anschliessen müssen, um die nahezu punktförmig am Drehzapfen angreifenden Kräfte auf grösserer Basis in die Rahmenkonstruktion einzuleiten. Damit versteift man aber den über dem Strebenbock befindlichen Teil des Rahmens. Verwindet man den Rahmen, so stellt man zunächst eine beträchtliche Versteifung der gesamten Konstruktion fest. Überdies tritt an der Übergangsstelle vom räumlich versteiften zum weichen Rahmenteil ein Sprung in der Steifigkeitsverteilung auf, der sehr hohe Spannungen an diesen Stellen zur Folge hat.

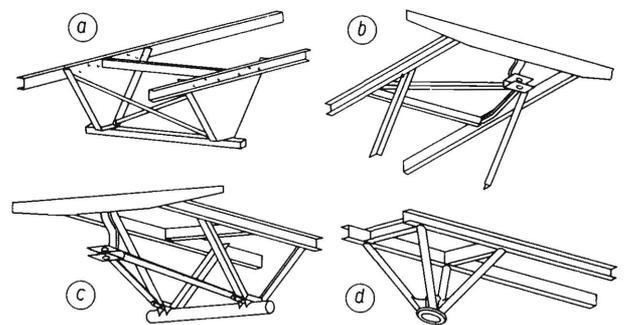


Bild 14. Verwindungssteifigkeit durch räumliche Verstrebung.

- a räumliche Diagonalverstrebung
- b Streben der Anhängerklaue führen zum Rahmen
- c Streben " " " zur Achse
- d Spurzapfen-Anschluss

Ein Papiermodell dieses Rahmens mit Rohrstrebenanschluss für ein Spurzapfenlager zeigt bei Verwindung einen gut ausgeprägten Knick an der Stelle des Steifigkeitssprunges (Bild 15). Man wird die an dieser Stelle auftretenden sehr hohen Spannungen nur dadurch abbauen können, dass man den Übergang vom versteiften zum verwindungsweichen Rahmenteil sanfter gestaltet, d.h. dass man das Steifigkeitsgefälle möglichst niedrig hält.

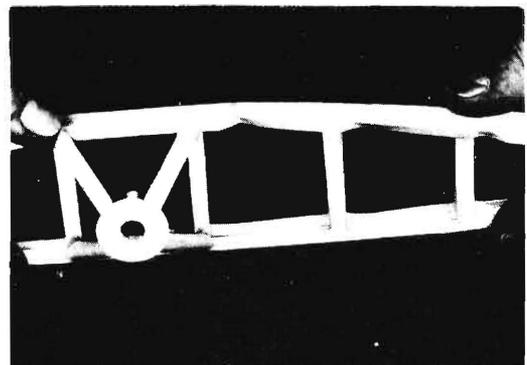


Bild 15. Knickstelle im Längsstiel eines verwindenen Modellrahmens.

Am Beispiel eines örtlich versteiften U-Profiles soll gezeigt werden, wie man derartige Unstetigkeitsstellen in einer Konstruktion vermeiden kann. Ein U-Profil $50 \times 25 \times 1,5$ sei bis zur Hälfte durch ein

aufgeschweisstes Blech versteift, um etwa in dem nunmehr sehr drehsteifen Trägerteil ein Drehmoment möglichst starr aufnehmen zu können (Bild 16a). Die Drehsteifigkeit des rohrförmigen Trägerteiles ist 500 mal so gross wie die des unversteiften Teiles. Bei Verdrehungsbeanspruchung wird wegen der geringen Verformung des Rohrteiles das offene U-Profil an seiner Querschnittsverwölbung behindert. Infolgedessen entstehen an der Unstetigkeitsstelle hohe Normalspannungen in Längsrichtung, die bei Dauerwechselverdrehungen sehr bald zu Rissen führen. Man umgeht solche Unstetigkeiten der Drehsteifigkeitsverteilung auch nicht dadurch, dass man das eingeschweisste Blech etwa parabelförmig ausschneidet (Bild 16b). Die linke Hälfte des Trägers behält bis zum Scheitelpunkt der Parabel ein ver-

Diese Fragen werden immer dort von entscheidender Bedeutung sein, wo starre und nachgiebige Bauteile innerhalb einer Maschine zusammenstossen. Das Ziel sollte deshalb sein, eine Konstruktion gleicher Steifigkeit anzustreben [12, 15, 16]. In einer Reihe von Beispielen wurde gezeigt, wie man diesem Ziel durch richtige Wahl der Bauteilgestalt und der Knotenausbildung näherkommen kann. Die empfindlichen Stellen in einer Maschine sind die Stellen unstetiger Steifigkeit, die in den meisten Fällen in der Nähe der Knoten liegen, nicht aber in den freien Längen von Biege- oder Torsionsgliedern.

Schrifttum:

- [1] W. Kloth, Th. Stoppel und W. Bergmann: Ackerwagen, Gesetze des Fahrens und der Konstruktion. Z. VDI 93 (1951), erscheint demnächst.
- [2] W. Bergmann: Beanspruchung und Gestaltung des Fahrgestells gummibereifter Ackerwagen. In: Berichte über Landtechnik V, Ackerwagen. München 1947, S. 47/66.
- [3] W. Kloth und W. Bergmann: Verdrehsteifigkeit. Landtechnik 3 (1948), S. 137/141 und 168/174.
- [4] C. Weber: Der Verdrehungswinkel von Walzeisensträgern. Föpl-Festschrift, München 1924.
— Die Lehre von der Drehungssteifigkeit. Forsch. Ing. Wes. (1921) 249.
- [5] H. Wagner und G. Kimm: Bauelemente des Flugzeugs. München und Berlin 1942, 187 ff.
- [6] Fr. Uebel: Zur Berechnung von drillbeanspruchten Stäben mit rechteckigen und aus Rechtecken zusammengesetzten Profilen (Walzträger). Forsch. Ing. Wes. 10 (1939) 123/41.
- [7] K. Marguerre: Ringbuch der Luftfahrt II A 9, S. 14/15.
- [8] H. Bürger: Die Verwindungssteifigkeit von Kraftwagenrahmen. Forsch. Ing. Wes. 10 (1939) 170/174.
- [9] O. Hoffmeister: Berechnung der Verdrehsteifigkeit von Fahrzeugrahmen. Kraftfahrtechn. Forschungsarbeiten, Heft 8, S. 11/17.
- [10] G. Kötter: Die Verwindungssteifigkeit eines Rechteckrahmens. Technik für Bauern und Gärtner, Beilage „Der Landmaschineningenieur“ 1949, 17/19.
- [11] C. Weber: Querkraftbiegung und Torsion. Vortragsreihe T.H. Braunschweig W.S. 1950/51.
- [12] W. Kloth: Leichtbaufibel. Eine Anleitung zur Stahleinsparung im allgemeinen Maschinenbau. München-Wolfratshausen. 1947.
- [13] W. Kloth: Stahl-Leichtbau. 4. Konstrukteur-Kursus, RKTU-Schriften 1938, Heft 88, S. 38.
- [14] H. Croseck: Die Verwindungssteifigkeit der Fahrzeuge. Motorkritik 12 (1932) S. 250/57.
- [15] W. Kloth: Der Leichtbau im allgemeinen Maschinenbau. Vorträge der Leichtbautagung des VDI. Berlin 1944. S. 12/16.
- [16] W. Kloth und W. Bergmann: Festigkeit und Steifigkeit. Die Landtechnik 3 (1948) S. 22/24.

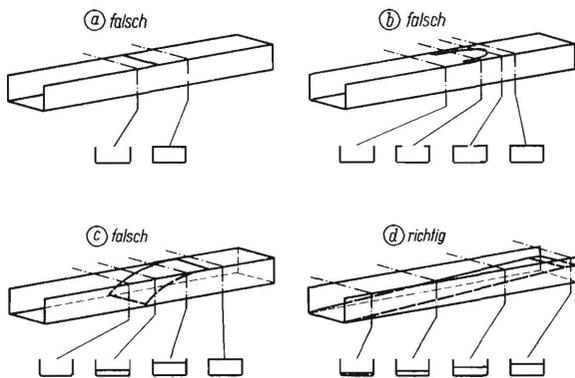


Bild 16. Übergang von verdrehsteifen zu verdrehweichen Bauteilen.

windungsweiches, offenes Profil. Unmittelbar vor dem Scheitelpunkt gleicht der Trägerquerschnitt demjenigen eines Schlitzrohres. Seine Steifigkeitserhöhung gegenüber dem U-Profilquerschnitt ist nur unbedeutend (1,5-fach), sodass der Sprung zur 500-fachen Steifigkeit des rohrförmigen Trägerteiles in fast gleicher Höhe vorhanden ist. Auch die Übergänge nach Bild 16c bringen noch ein zu steiles Drehsteifigkeitsgefälle, weil das Herabziehen des Versteifungsbleches auf zu kurzer Strecke erfolgt und die Wölbung nach oben einem gleichgerichteten Steifigkeitsgefälle entspricht. Man soll daher den Übergang vom drehsteifen zum drehweichen Trägerteil etwa so ausführen, dass die Änderung der Steifigkeit sich über eine möglichst grosse Trägerlänge erstreckt (Bild 16d). Oftmals genügt zur Aufnahme von Drehmomenten eine Versteifung auf halber Flanschhöhe (Bild 16d, rechtes Trägerende). Die Drehsteifigkeit ist gegenüber dem offenen Profil dann immer noch 200 mal so gross.

Die Ausführungen sollten einen Einblick in den Verformungsmechanismus sperriger Bauteile, insbesondere bei Verwindungsbeanspruchungen, gewähren.

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung
der Forschungsanstalt für Landwirtschaft, Braunschweig-Völkenrode
Direktor: Prof. Dr. Ing. W. Kloth

Anschrift des Verfassers: Dipl.-Ing. Walter Bergmann, (20b) Braunschweig, Forschungsanstalt für Landwirtschaft