

- [20] *Freudenstein, F., u. G. N. Sandor*: Synthesis of pathgenerating mechanisms by means of a programmed digital computer. ASME — Paper 58 — A-85.
- [21] *Hain, K.*: Die günstigste Übertragung von Schwingbewegungen. Landtechn. Forsch. **3** (1953) H. 1, S. 24/26.
- [22] *Langosch, O.*: Ebene Kurbelgetriebe — Konstruktion übertragungsgünstiger Gelenkvierecke für gleichläufige Schwingbewegung. VDI-Richtlinien 2123, Düsseldorf 1959.
- [23] *Langosch, O.*: Ebene Kurbelgetriebe — Konstruktion übertragungsgünstiger Gelenkvierecke für gegenläufige Schwingbewegungen. VDI-Richtlinien 2124, Düsseldorf 1959.
- [24] *Langosch, O.*: Sperrlagen in geforderten Schwingbereichen der Gelenkvierecke. Techn. f. prakt. Metallbearb. **53** (1959), H. 5, S. 175/80 und **54** (1960) H. 7, S. 311/17.
- [25] *Langosch, O.*: Ebene Kurbelgetriebe — Konstruktion übertragungsgünstiger Schubkurbeln zur Umwandlung von Schub- in Schwingbewegungen. VDI-Richtlinien 2125, Düsseldorf 1959.
- [26] *Langosch, O.*: Ebene Kurbelgetriebe — Konstruktion übertragungsgünstiger Schubkurbeln zur Umwandlung von Schwing- und Schubbewegungen. VDI-Richtlinien 2126, Düsseldorf 1959.
- [27] *Beyer, R.*: Ein neuer Zeichenapparat zur Synthese der Koppeltriebe. Reuleaux-Mitt. **2** (1934) H. 2, S. 16.
- [28] *Kiper, G.*: Die näherungsweise Lösung von Getriebeaufgaben durch Funktionsvergleiche. VDI-Ber. Band 12, Düsseldorf 1956, S. 165/70.
- [29] *Hain, K.*: Die Bedeutung eines Getriebeatlases über die Vierwinkelfunktionen von Gelenkvierecken an Hand einiger Beispiele aus dem Landmaschinenbau (In diesem Heft).

## Die Bedeutung eines Getriebeatlases über Vierwinkelfunktionen von Gelenkvierecken an Hand von Beispielen aus dem Landmaschinenbau

Von Kurt Hain, Braunschweig-Völkenrode

Zur Erleichterung des Entwurfes ungleichförmig übersetzender Getriebe können Konstruktionstafeln von großem Wert sein. Solche Tafeln gibt es bereits für begrenzte Anwendungen [1]. Wenn z. B. bestimmte Grenzlagen von Getriebegliedern oder auch Totlagen vorgeschrieben sind, kann man hierfür sofort die übertragungsgünstigsten Getriebe abgreifen [2; 3]. Ist ein vollständiges Bewegungsgesetz von einem ungleichförmig übersetzenden Getriebe zu erfüllen, so müssen möglichst viele Zwischenlagen des Getriebes mit diesem Bewegungsgesetz übereinstimmen, d. h., die mathematische Funktion des Getriebes ist dem verlangten Gesetz möglichst gut anzupassen.

Zur Lösung solcher Aufgaben sind bereits Funktionsatlanten vorgeschlagen worden [4; 5]. Diese Vorschläge beziehen sich auf die Zuordnung zweier Winkel in einem Gelenkviereck. Es hat sich aber gezeigt, daß das Gelenkviereck weit mehr Möglichkeiten bietet, wenn man alle seine vier Winkel mit ihren Relativbewegungen zueinander ausnutzt.

### Vierwinkelzuordnungen im Gelenkviereck

Bei den vier Winkeln des Gelenkvierecks sind insgesamt sechs Variationsmöglichkeiten der Zuordnung dieser Winkel vorhanden. Darüber hinaus ist es weiterhin erwünscht, auch den Kräftefluß in einem Getriebe erfassen zu können. Die Kräfte bzw. die Drehmomente um die Drehachsen des Gelenkviereckes stehen aber in unmittelbarem Zusammenhang zum Geschwindigkeitszustand des Getriebes. Sieht man einmal von den Verlusten durch Reibungswiderstände ab, so ist die durch ein Getriebe hindurchgeleitete Leistung in jedem Augenblick gleich groß, d. h., das Produkt aus Drehmoment  $M$  und Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist konstant

$$M \cdot \omega = \text{konst} \quad \dots \quad (1).$$

Versieht man die Drehmomente und Winkelgeschwindigkeit für das Antriebsglied mit dem Index 1 und für das Abtriebsglied mit dem Index 2, so erhält man:

$$M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2 \quad \dots \quad (2)$$

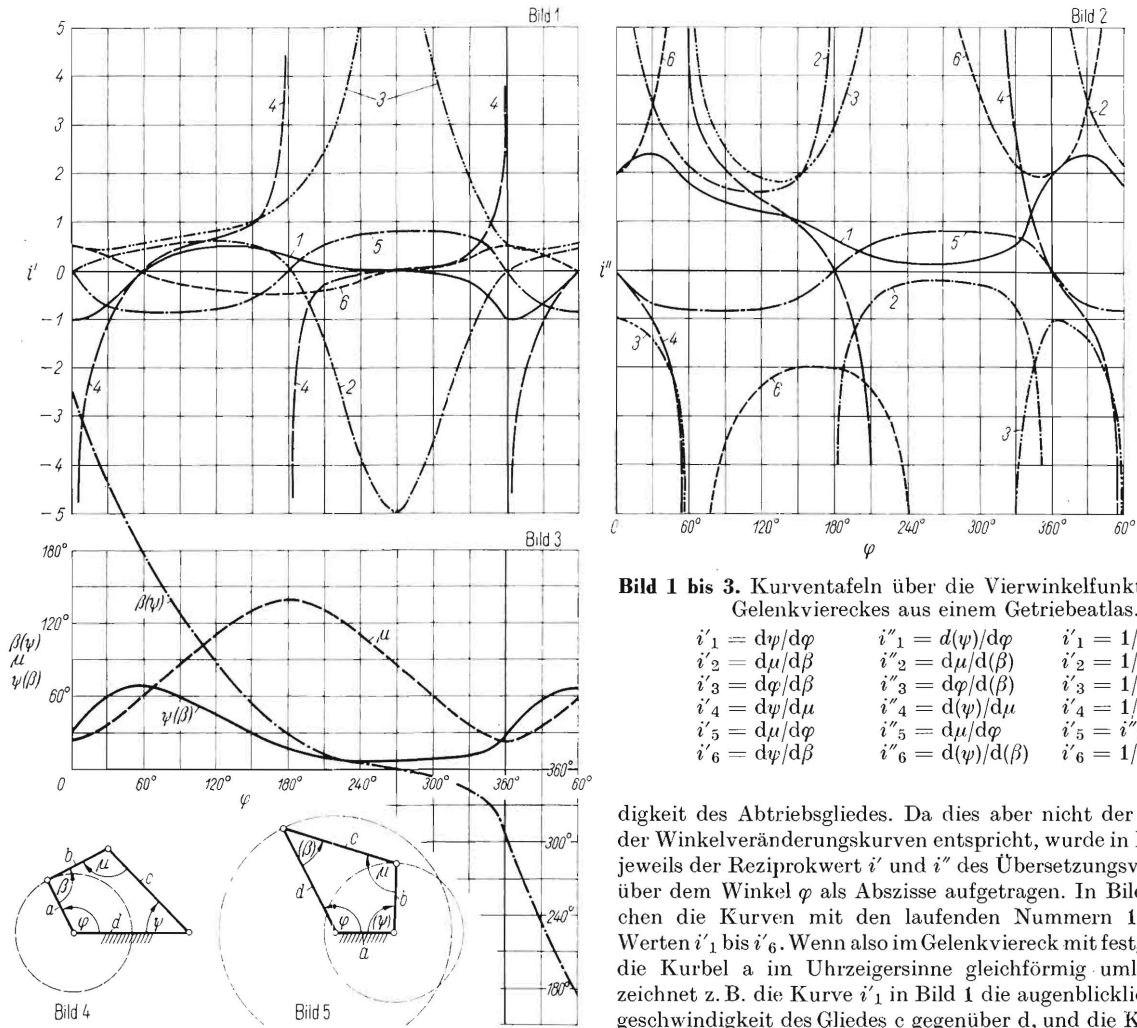
und daraus

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_2}{M_1} = i \quad \dots \quad (3),$$

d. h., die Drehmomente um die Drehachsen verhalten sich umgekehrt wie die Winkelgeschwindigkeiten. Das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit des Antriebsgliedes zur Winkelgeschwindigkeit des Abtriebsgliedes ist das jeweilige Übersetzungsverhältnis eines Getriebes. Es kann sowohl aus den Winkelgeschwindigkeiten als auch aus den Drehmomenten abgeleitet werden. Die Übersetzungsverhältnisse im Gelenkviereck lassen sich mit zeichnerischem Verfahren sehr einfach darstellen. Dies wurde bereits in einer früheren Arbeit [6] ausführlich behandelt.

**Bild 1 bis 3** ist eine Zusammenstellung von Kurvenblättern, wie sie einem Atlas über die Funktionen der vier Winkel eines Gelenkviereckes entsprechen könnte. Das Gelenkviereck besteht aus den Gliedern a, b, c und d; die dazwischen liegenden Winkel sind mit  $\varphi$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  und  $\psi$  bezeichnet worden. Alle Abmessungen des Getriebes werden auf das Gestell d bezogen, so daß nur die voneinander abhängigen Verhältniswerte  $a/d$ ,  $b/d$  und  $c/d$  übrig bleiben. Die Kurven in Bild 1 bis 3 gelten für die in der Unterschrift zu diesen Tafeln angegebenen Verhältniswerte. Man kann nun in dem ausgewählten Gelenkviereck zunächst das Glied d als Gestell wählen und in diesem so entstehenden Mechanismus die Kurbel a gleichförmig mit dem Winkel  $\varphi$  umlaufen lassen. Die Abszisse in Bild 3 ist mit dem Verlauf dieses Winkels  $\varphi$  identisch. Als Koordinaten sind dann die Winkel  $\beta$ ,  $\mu$  und  $\psi$  gewählt worden. Stellt man nun bei demselben Gelenkviereck das Getriebeglied a als Gestell fest und läßt das Glied d links herumlaufen (wenn im ersten Fall die Kurbel a sich rechts gedreht hat), so bleibt das Bewegungsschaubild für den Winkel  $\mu$  erhalten. Der Winkel ( $\beta$ ) ist mit dem Winkel  $\psi$  im ersten Gelenkviereck und der Winkel ( $\psi$ ) ist mit dem Winkel  $\beta$  im ersten

*Ing. Kurt Hain VDI ist wissenschaftlicher Mitarbeiter des Institutes für landtechnische Grundlagenforschung (Direktor: Prof. Dr.-Ing. Wilhelm Batel) der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode.*



**Bild 1 bis 3.** Kurventafeln über die Vierwinkelfunktionen eines Gelenkviererekes aus einem Getriebeatlas.

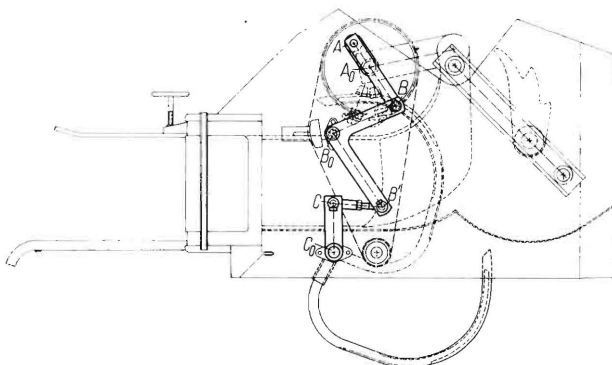
$$\begin{array}{lll}
 i'_1 = d\varphi/d\varphi & i''_1 = d(\psi)/d\varphi & i'_1 = 1/i''_3 \\
 i'_2 = d\mu/d\beta & i''_2 = d\mu/d(\beta) & i'_2 = 1/i''_4 \\
 i'_3 = d\varphi/d\beta & i''_3 = d\varphi/d(\beta) & i'_3 = 1/i''_1 \\
 i'_4 = d\psi/d\mu & i''_4 = d(\psi)/d\mu & i'_4 = 1/i''_2 \\
 i'_5 = d\mu/d\varphi & i''_5 = d\mu/d\varphi & i'_5 = i''_5 \\
 i'_6 = d\psi/d\beta & i''_6 = d(\psi)/d(\beta) & i'_6 = 1/i''_6
 \end{array}$$

**Bild 4 und 5.** Gelenkvierereck mit  $\frac{a}{d} = 0,5$ ;  $\frac{b}{d} = 0,6$ ;  $\frac{c}{d} = 1,0$  mit kinematischer Umkehrung für die Kurventafeln, Bild 1 bis 3.

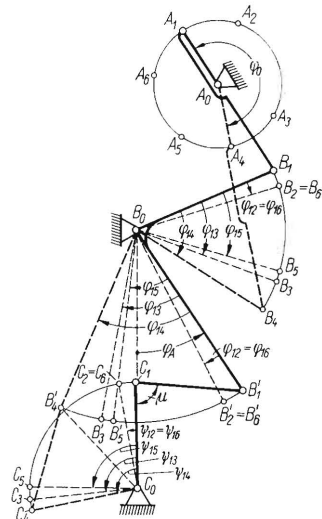
Gelenkvierereck identisch. Im zweiten Gelenkvierereck sind die Winkelbewegungsverhältnisse identisch mit denjenigen im ersten Gelenkvierereck, wenn man die Bezeichnungen entsprechend der beiden Getriebeschemata in **Bild 4 und 5** verwendet.

Da nunmehr der Antriebswinkel  $\varphi$  als Abszisse und die anderen Winkel als Ordinaten gewählt wurden, ist es zweckmäßig, die Übersetzungsverhältnisse als Differentialquotienten dieser Funktionen aufzutragen. Nach DIN 3960, Absatz 3.21 ist das Übersetzungsverhältnis  $i$  gekennzeichnet als der Quotient aus der Winkelgeschwindigkeit des Antriebsgliedes zur Winkelgeschwin-

digkeit des Abtriebsgliedes. Da dies aber nicht der Anordnung der Winkelveränderungskurven entspricht, wurde in Bild 1 und 2 jeweils der Reziprokwert  $i'$  und  $i''$  des Übersetzungsverhältnisses über dem Winkel  $\varphi$  als Abszisse aufgetragen. In Bild 1 entsprechen die Kurven mit den laufenden Nummern 1 bis 6 den Werten  $i'_1$  bis  $i'_6$ . Wenn also im Gelenkvierereck mit festgestelltem  $d$  die Kurbel  $a$  im Uhrzeigersinne gleichförmig umläuft, kennzeichnet z. B. die Kurve  $i'_1$  in Bild 1 die augenblickliche Winkelgeschwindigkeit des Gliedes  $c$  gegenüber  $d$ , und die Kurve  $i'_2$  die Winkelgeschwindigkeit des Gliedes  $c$  gegenüber dem Glied  $b$  usw. Die Pfeile im Getriebeschema zeigen gleichzeitig die Richtung für die Winkelgeschwindigkeiten an. Bewegt sich also z. B. das Glied  $c$  in der für den Winkel  $\psi$  angegebenen Pfeilrichtung, so ist seine Winkelgeschwindigkeit positiv. Dasselbe gilt auch für die Kurve 2, wenn sich das Glied  $c$  augenblicklich in der Pfeilrichtung für den Winkel  $\mu$  gegenüber dem Glied  $b$  bewegt. In Bild 2 sind die Übersetzungsverhältnisse  $i''$  dargestellt. Die  $i''$ -Kurven entsprechen den in der Bildunterschrift angegebenen Verhältnissen. Da das eine Getriebeschema die kinematische



**Bild 6.** Sechsgliedriges Getriebe für den Nadelantrieb einer Strohpresse (Fabrikat Gebr. Welger, Wolfenbüttel).



**Bild 7.** Getriebeschema des Nadelantriebes einer Strohpresse.

Umkehrung des anderen darstellt, stehen die  $i'$  und  $i''$ -Werte im reziproken Verhältnis zueinander, wie dies ebenfalls in der Bildunterschrift kenntlich gemacht worden ist.

An einigen praktischen Beispielen aus dem Landmaschinenbau soll nun im folgenden gezeigt werden, wie die Diagramme eines solchen Atlases für den Getriebeentwurf bei verschiedener Aufgabenstellung verwendet werden können.

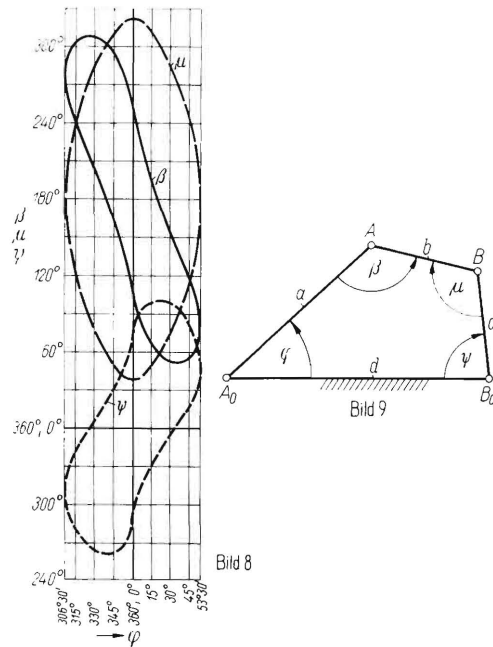
### Nadelgetriebe einer Strohpresse

**Bild 6** zeigt das Nadelgetriebe einer Strohpresse. Hierbei soll gezeigt werden, wie Gestellwinkelzuordnungen mit Hilfe von Kurventafeln durchgeführt werden können. Die das Getriebe antreibende Kurbel  $A_0A$  wird von einem Kettengetriebe angetrieben. Das Nadelgetriebe ist ein sechsgliedriges Getriebe, bestehend aus zwei hintereinander geschalteten Gelenkvierecken  $A_0ABB_0$  und  $B_0B'CC_0$ . Die Nadel, die den zu verknüpfenden Faden nach oben zum Knüpfer zu befördern hat, ist mit dem in **Bild 6** erkennbaren Abtriebshebel  $C_0C$  fest verbunden, also ebenfalls im Gestellpunkt  $C_0$  drehbar gelagert. Für diese hin- und herschwingende Nadel ist ein Bewegungsgesetz vorgeschrieben, das in allen seinen Einzelheiten festgelegt ist, so z. B. in der Größe des Schwingwinkels und in einer Anzahl von Zwischenlagen, die von anderen mit dem Nadelgetriebe zusammenarbeitenden Mechanismen und von den zur Verfügung stehenden Einbauverhältnissen abhängen.

Die zu erfüllenden Lagenzuordnungen zwischen der Antriebskurbel  $A_0A$  und dem Abtriebsglied  $C_0C$  sind in **Bild 7** zu erkennen. Für die gleichförmig umlaufende Antriebskurbel sind sechs Lagen  $A_0A_1$  bis  $A_0A_6$  angenommen worden. Das Gesamtgetriebe soll sich nun so bewegen, daß diesen Lagen die sechs Lagen  $C_0C_1$  bis  $C_0C_6$  entsprechen. Es ist hierbei für die Aufgabe selbst von untergeordneter Bedeutung, daß zufällig die beiden Lagen  $C_0C_2$  und  $C_0C_6$  des Abtriebsgliedes zusammenfallen. Die Lagen  $C_0C_1$  und  $C_0C_4$  des Abtriebsgliedes sollen gleichzeitig Grenzlagen sein; deshalb muß entsprechend den Kurbellagen  $A_0A_1$  und  $A_0A_4$  das gesamte Getriebe sich in je einer Totlage befinden. Am einfachsten ist es nun, wenn man ein Erstgelenkviereck  $A_0ABB_0$  z. B. nach der Kurventafel 1 in [1] für den gegebenen Winkel  $\varphi_0$  und für einen zunächst beliebig angenommenen Schwingwinkel  $\psi_0 = \varphi_{14}$  festlegt. Damit hat man die Lösung schon stark eingeengt, weil nunmehr schon durch dieses Erstgelenkviereck die Lagen  $B_0B_1$  bis  $B_0B_6$  des Zwischenhebels  $B_0B$  und damit auch die Winkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{16}$  festliegen.

Nach diesen Vorbereitungen bleibt die Aufgabe übrig, für die Winkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{16}$  ein zweites Gelenkviereck so aufzufinden, daß ihnen die Abtriebswinkel  $\psi_{12}$  bis  $\psi_{16}$ , die durch die gegebenen Lagen des Abtriebsgliedes  $C_0C$  bestimmt sind, entsprechen.

Zur Lösung dieser Aufgabe sollen wieder Diagramme eines Getriebeatlases dienen. In **Bild 8** sind die Winkelfunktionen des in **Bild 9** schematisch dargestellten Getriebes aufgetragen. Mit den angegebenen Getriebeabmessungen ist dieses Gelenkviereck nicht umlauffähig, d. h., sämtliche Relativbewegungen in diesem Getriebe sind nur hin- und herschwingende Bewegungen. Vergrößerungen des Winkels  $\varphi$  in der in **Bild 9** angegebenen Pfeilrichtung sind in **Bild 8** von links nach rechts, Verkleinerungen dieses Winkels, also entgegengesetzt der Pfeilrichtung, sind in Abszissenrichtung von rechts nach links abzulesen. Für die Winkel  $\beta$ ,  $\mu$  und  $\psi$  gilt folgendes: Tritt eine Veränderung dieser Winkel in Pfeilrichtung von **Bild 9** ein, so bewegen sich diese entsprechenden Kurvenverläufe in positiver Richtung, also in **Bild 8** von unten nach oben. Verändern sich diese Winkel entgegengesetzt zur angegebenen Pfeilrichtung, so tritt eine Veränderung der zugehörigen Kurven in negativer Richtung, d. h. von oben nach unten, ein. Auf Grund dieser Festlegungen werden nun die Diagramme verwendet. Man legt in **Bild 7** die Anfangsstellung  $B_0B'_1$ , deren Lage zum Gestell man noch nicht kennt, bezüglich der Bewegungsrichtung des Winkels  $\varphi$  fest. Dieser Winkel  $\varphi$  ändert sich aber, von der Lage 1 aus gemessen, im Uhrzeigersinne, also entgegengesetzt zur positiv angegebenen

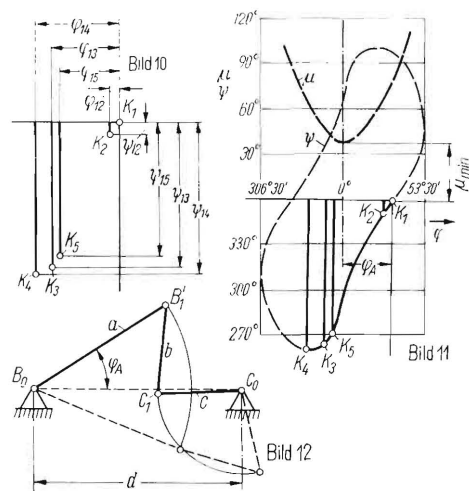


**Bild 8 und 9.** Vierwinkel-Funktionen eines nicht umlauffähigen Gelenkvierecks.

$$\frac{a}{d} = 0,774; \frac{b}{d} = 0,408; \frac{c}{d} = 0,408$$

Richtung von **Bild 9**. Deshalb müssen auf der Abszissenrichtung die  $\varphi$ -Werte als negative Werte, d. h. von rechts nach links, aufgetragen werden. Der die Nadel tragende Abtriebshebel  $C_0C_1$  soll sich von der Stellung 1 aus in entgegengesetztem Uhrzeigersinne bewegen; das entspricht aber entsprechend der Definition von **Bild 9** einer negativen Veränderung des Winkels  $\psi$ .

Nach diesen Überlegungen trägt man auf durchsichtiges Papier gemäß **Bild 10** die Winkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{15}$  aus **Bild 7** in negativer Abszissenrichtung, also von rechts nach links, im Maßstab des Diagrammes aus **Bild 8** auf. Im entsprechenden Maßstab von  $\psi$  trägt man in negativer Richtung über diesen Abszissenwerten die Ordinaten  $\psi_{12}$  bis  $\psi_{15}$  mit ihren Endpunkten  $K_1$  bis  $K_5$  auf. Diese 5 Punkte versucht man nun, mit einem Teil der  $\psi$ -Kurve in **Bild 8** möglichst gut zur Deckung zu bringen, wie das in **Bild 11** kenntlich gemacht wurde. Dabei kommt es nur darauf an, daß die Abszissenrichtung und die senkrecht dazu stehende Ordinatenrichtung von **Bild 10** parallel zu den entsprechenden Richtungen von **Bild 8** bleiben. In **Bild 11** sieht man, daß es mit guter Übereinstimmung gelungen ist, die K-Punkte auf die vorhandene  $\psi$ -Kurve zu bringen. Zufällig liegt hierbei die willkürlich ange-



**Bild 10 bis 12.** Benutzung von Kurventafeln für das Nadelgetriebe einer Strohpresse.

<sup>1)</sup> lies „Phi eins-vier“ nicht „Phi vierzehn“.

nommene Abszisse von Bild 10 auf der Abszisse von Bild 11, was aber — wie bereits erwähnt wurde — nicht zuzutreffen braucht. Aus Bild 11 entnimmt man vom Nullwert des Winkels  $\varphi$  aus den für das Gelenkviereck gültigen Anfangswinkel  $\varphi_A$ . Mit diesem Winkel  $\varphi_A$  kann dieses Gelenkviereck in der Stellung 1 (dem Kurvenpunkt  $K_1$  entsprechend) durch Antragen an die Verbindungslinie  $B_0C_0$  des Gestelles gezeichnet werden. **Bild 12** zeigt dieses Gelenkviereck  $B_0B_1C_1C_0$  in Stellung 1 mit den Verhältniswerten von Bild 9.

Da die Winkelveränderungen eines Gelenkviereckes unabhängig von seinem Maßstab sind, kann man nun das in der Stellung 1 gezeichnete Zweitgelenkviereck in Bild 12 beliebig an das Erstgelenkviereck von Bild 7 anschließen, d. h., man dreht das Bild 12 um den in Bild 7 bereits festgelegten Punkt  $B_0$  bei entsprechender Maßstabveränderung so, daß der Punkt  $C_0$  mit der Achse, um die die Nadel hin- und herschwingen soll, zusammenfällt. Dabei ist  $B_0C_0 = d$ ; die absoluten Werte für  $a$ ,  $b$  und  $c$  können aus den in Bild 9 angegebenen Verhältniswerten errechnet werden. Durch diese Maßnahmen liegt auch die Form des Zwischenhebels  $B_1B_0B_1$  eindeutig fest. An diesem Beispiel sind die besonderen Vorteile eines sechsgliedrigen Getriebes, das aus zwei hintereinander geschalteten Gelenkvierecken besteht, ersichtlich. Wenn man annimmt, daß nur die Gestellpunkte  $A_0C_0$  vorgeschrieben sind und daß für die Lage des Zwischengestellpunktes  $B_0$  bestimmte Freiheiten zulässig sind, kann man diesen Punkt im Maschinenraum beliebig bzw. so günstig wie möglich anordnen. Nach seiner Festlegung braucht man dann nur noch die beiden Gelenkvierecke im entsprechenden Maßstab der beiden durch den Punkt  $B_0$  festgelegten Gestellängen umzurechnen.

An Hand dieses Beispiels soll noch ein besonderer Vorteil eines Vierwinkelatlasses hervorgehoben werden. Da in den Diagrammen alle vier Winkel enthalten sind, hat man auch sofort einen Überblick über den Verlauf des Übertragungswinkels  $\mu$ . Dies ist in Bild 8 und 11 zu erkennen. Der kleinste Wert  $\mu_{min}$  des Übertragungswinkels ist nahezu  $40^\circ$  und damit noch als zulässig anzuerkennen.

**Hubgetriebe für landwirtschaftliche Geräte**

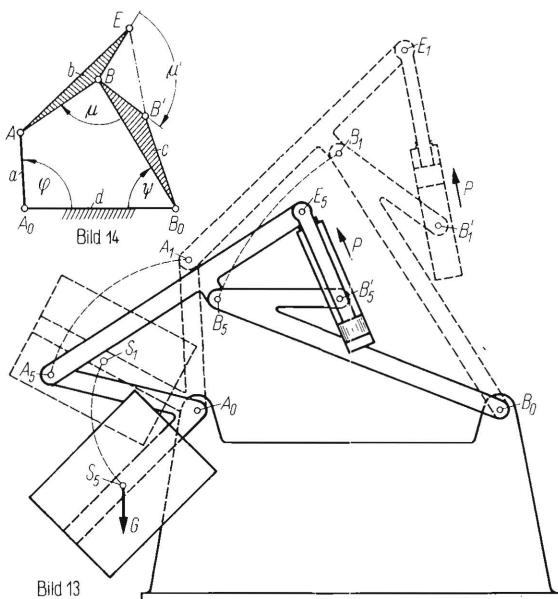
Im folgenden Beispiel soll am Beispiel von Hubgetrieben gezeigt werden, daß man auch — wenn es zweckmäßig ist — die diagonal zueinanderliegenden Winkel mit ihren Veränderungen einem Entwurf unter Zuhilfenahme eines Vierwinkelatlasses zugrunde legen kann. Nach **Bild 13** soll ein Gerät mit dem Gewicht  $G$  um den Gestellpunkt  $A_0$  nach oben und unten geschwenkt

werden. Solche Probleme sind in der Landtechnik in großer Zahl als Hubgetriebe bekannt. Die Hubarbeit soll von einem hydraulischen Preßzylinder geleistet werden. Man wird vom Einbau eines solchen hydraulischen Schubkolbens verlangen, daß während der Hubbewegung trotz des sich ändernden Drehmomentes um das Steggelenk  $A_0$  eine konstante Kolbenkraft wirksam ist [7; 8], damit Belastungsspitzen vermieden werden und mit möglichst geringen Öldrücken gearbeitet werden kann.

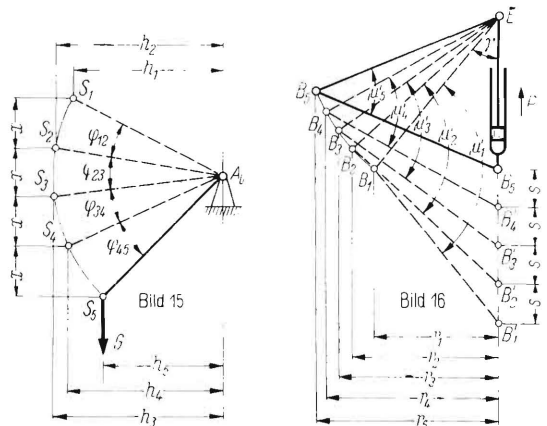
Im allgemeinen ist es üblich, den Kraftheberzylinder um einen festen Gestellpunkt schwenkbar anzuordnen. Es ist aber auch möglich, ein solches Kraftheberaggregat zwischen zwei bewegten Hebeln unterzubringen, womit u. U. eine beachtenswerte Platzersparnis verbunden ist. Wie in Bild 13 gezeigt, soll der Schubkolbenantrieb zwischen den Hebeln  $AB$  und  $B_0B$  wirken. Das Getriebschema ist in **Bild 14** dargestellt; die strichpunktierte Linie zwischen den Gelenken  $E$  und  $B'$  zeigt die Wirkungslinie der Schubkolbenkraft an. Den Veränderungen des Winkels  $\varphi$  des Gewichtshebels sind somit die Veränderungen des diagonal gegenüberliegenden Winkels  $\mu$  zugeordnet. In diesem Falle übernimmt der Winkel  $\psi$  die Rolle des Übertragungswinkels, was man schon daraus ablesen kann, daß eine Einleitung der Bewegung in das Gelenkviereck durch Veränderungen des Winkels  $\mu$  unmöglich wird, wenn der Winkel  $\psi = 0^\circ$  oder  $180^\circ$  ist. Der Außenwinkel  $\mu'$  ist für den Weg des Schubkolbens gegenüber dem Zylinder maßgebend;  $EB'$  ist ja ein längenveränderlicher Hebel.

Beim Heben des Gerätes mit dem Gewicht  $G$ , Bild 13, bewegt sich der Schwerpunkt  $S$  von  $S_5$  nach  $S_1$ . Dabei ist eine Arbeit aufzubringen, die sich aus dem Gewicht und der Hubhöhe ergibt; die gleiche Arbeit muß, wenn man die Reibungsverluste unberücksichtigt läßt, auch vom Schubkolbenaggregat aufgebracht werden.

Zur Erzielung einer konstanten Kolbenkraft müssen während der gesamten Bewegung auch in beliebig unterteilten Bewegungsabschnitten die aufzubringenden Teilarbeiten am Antrieb und am Abtrieb gleich bleiben. In **Bild 15** ist die Gesamtbewegung zwischen  $S_1$  und  $S_5$  des um  $A_0$  drehenden Gewichtshebels in vier gleiche Hubabschnitte  $x$  eingeteilt worden. Daraus ergeben sich mit den Punkten  $S_1$  bis  $S_5$  die verschiedenen großen Winkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{45}$ . Wegen der gleich großen Teilstrecken  $x$  und des konstanten Gewichtes  $G$  sind die Teilarbeiten  $A = G \cdot x$  ebenfalls konstant.



**Bild 13 und 14.** Hubgetriebe mit diagonal zur Hubbewegung angeordnetem Schubkolbenantrieb.



**Bild 15 und 16.** Hilfsfiguren für den Entwurf des Hubgetriebes nach Bild 13 und 14.

In **Bild 16** sind die Drehmomentenverhältnisse für das dem Steggelenk  $A_0$  diagonal gegenüberliegende Gelenk  $B$  zu analysieren. Der Hub des Kolbens wird im allgemeinen bekannt sein; er ist in Bild 16 mit der Entfernung  $B_1B_5$  eingezeichnet worden. Die kürzeste Einbaulänge des Schubkolbenaggregates sei  $EB_5$  und außerdem seien zweckmäßigerweise die beiden Hebelarmenlängen  $EB_5 = B_5B_5$ . Diese letzteren Längen sollen groß genug gewählt werden, damit in der ausgefahrenen Stellung  $EB_1$  ein nicht zu kleiner Winkel  $\gamma$  (der Winkel  $\gamma$  sollte möglichst nicht unter  $15^\circ$  betragen) im gleichschenkligen Dreieck  $EB_1B_1$  ent-

steht. Die Kolbenhubstrecke  $B_1B_5$  unterteilt man in gleicher Weise wie die Gewichtshubstrecke in vier gleiche Teile  $s$  und erhält die Punkte  $B_2$  bis  $B_4$ . Über diesen Strecken zeichnet man die jeweils gleichschenkligen Dreiecke mit den gewählten Hebelarmlängen und erhält die Spitzenpunkte  $B_2$  bis  $B_4$  mit den Spitzenwinkeln  $\mu_1$  bis  $\mu_5$ . Gleichzeitig erhält man für das Drehmoment im Gelenk B die wichtigen senkrechten Abstände  $r_1$  bis  $r_5$ . Die konstant zu haltende Kolbenkraft  $P$  ergibt mit den untereinander gleichen Kolbenwegstrecken  $s$  die Teilarbeiten  $A = P \cdot s$ , die mit den Teilarbeiten  $G \cdot x$  aus Bild 15 identisch sein müssen.

Man wird nun versuchen, ein Gelenkviereck ausfindig zu machen, bei dem die  $\varphi$ -Winkel aus Bild 15 den  $\mu'$ -Winkeln in Bild 16 zugeordnet sind. Man kann aber auch Übersetzungsverhältnisse als Verhältnisse der in den diagonal zueinanderliegenden Gelenken wirkenden Drehmomente zur Ermittlung eines die Aufgabe erfüllenden Gelenkviereckes benutzen. Man kennt aus Bild 15 die im Gestellpunkt  $A_0$  wirkenden Gewichtsmomente  $M_G = G \cdot h$  und aus Bild 16 die im Gelenk B wirkenden Schubkolbenmomente  $M_P = P \cdot r$ . Das jeweilige Übersetzungsverhältnis ist damit in Übereinstimmung mit den Diagrammen in Bild 1 bis 3

$$i'_{51} = \frac{d\mu}{d\varphi} = \frac{M_G}{M_P} \dots \dots \dots (4).$$

In der Hilfsfigur von Bild 17 zeichnet man die  $\varphi$ -Winkel im Abszissenmaßstab von Bild 3 in positiver Richtung, also von links nach rechts, weil sich in Bild 14 die Kurbel  $A_0A$  im Sinne der Pfeilrichtung des Winkels  $\varphi$  in Bild 4 bewegt. Der Winkel  $\mu$ , Bild 14, ändert sich ebenfalls in positiver Richtung; dementsprechend sind in Bild 17 die Winkel  $180^\circ - \mu_1$  bis  $180^\circ - \mu_5$  mit den Koordinatenpunkten  $K_1$  bis  $K_5$  positiv aufzutragen.

Man kann aber auch versuchen, ein passendes Gelenkviereck mit Hilfe der errechneten Drehmomente bzw. des Übersetzungsverhältnisses  $i'_{51}$  nach Gl. (4) zu ermitteln. Aus Bild 15 hat man für alle fünf Getriebestellungen die Drehmomente  $M_G$  und aus Bild 16 die Schubkolbendrehmomente  $M_P$  zur Verfügung. Damit kann man für alle fünf Getriebestellungen das Übersetzungsverhältnis  $i'_{51}$  nach Gl. (4) ausrechnen.

Für das Vorzeichen des nach den Tafeln in Bild 1 bis 3 zu benutzenden Übersetzungsverhältnisses gilt folgende Regel. Verlaufen beide augenblicklichen Winkeländerungen in dem im Getriebeschema in Bild 4 angegebenen Sinne der Pfeilrichtung oder verlaufen sie beide entgegengesetzt zu der für sie angegebenen Pfeilrichtung, so ist das Übersetzungsverhältnis als negativ einzusetzen; ist aber eine Winkeländerung im Sinne des Getriebeschemas in Bild 4 und die andere zugeordnete Winkeländerung entgegengesetzt, so ist das Übersetzungsverhältnis mit positivem Vorzeichen einzusetzen. In der Getriebebestellung 1 von Bild 13 und 14 verändert sich augenblicklich der Winkel  $\varphi$  in Pfeilrichtung und der Winkel  $\mu$  ebenfalls in seiner Pfeilrichtung, d. h., beide Winkel vergrößern sich; damit muß das Übersetzungsverhältnis entsprechend Gl. (4) mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden. In Bild 17 kann man nun so über den durch die Winkel  $\varphi$  bestimmten Abszissenwerte die nach Gl. (4) ausgerechneten Übersetzungsverhältnisse  $i'_{51}$  bis  $i'_{55}$  nach unten, also negativ, auftragen, und erhält die fünf Punkte  $J_1$  bis  $J_5$ .

Die auf durchsichtiges Papier gezeichneten Diagrammwerte für  $K_1$  bis  $K_5$  versucht man nun in Bild 3 möglichst gut mit einem Teil der  $\mu$ -Kurve zur Deckung zu bringen, wobei man bemüht sein muß, Ordinaten- und Abszissenrichtungen des durchsichtigen Papiers parallel zu denjenigen des Diagrammes in Bild 3 zu behalten. Die sich dabei ergebenden Verhältnisse sind in Bild 18 wiedergegeben. Die Abszisse des durchsichtigen Papiers braucht mit der Abszisse des Grunddiagrammes nicht übereinzustimmen. Aus Bild 18 kann man nun sofort den Winkel  $\varphi_A$  ablesen, der die Anfangsstellung 1 des auf diese Art ermittelten Gelenkviereckes kennzeichnet, Bild 20. Hätte man nun einen ganzen Atlas von Gelenkvierecken zur Verfügung, so würde man versuchen, mit dem durchsichtigen Papier die beste Übereinstimmung der K-Punkte mit einer der  $\mu$ -Kurven zu erreichen. Die Abmessungen des Gelenkviereckes sind dann sofort aus der

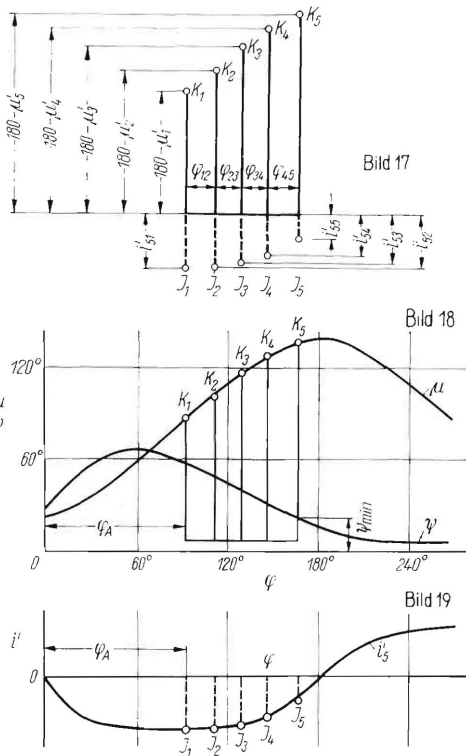


Bild 17 bis 19. Benutzung von Kurventafeln für den Entwurf des Hubgetriebes nach Bild 13 und 14.

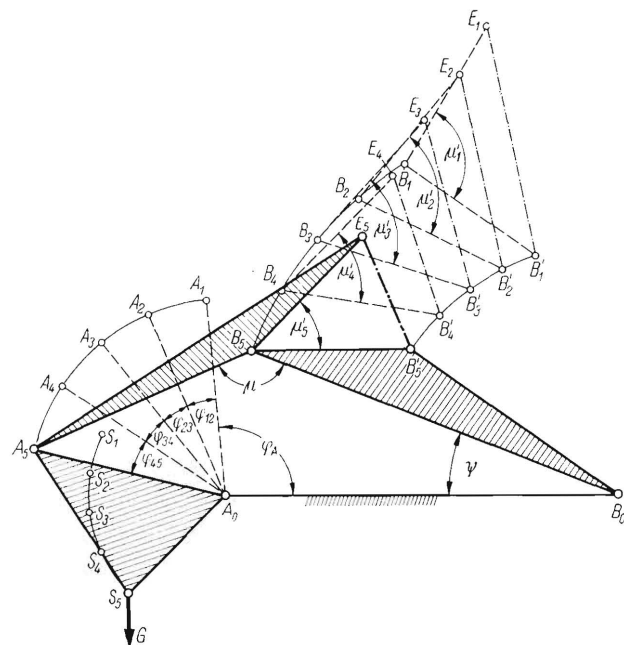


Bild 20. Getriebeschema zum Hubgetriebe mit diagonal zur Hubbewegung angeordnetem Schubkolbenantrieb.

entsprechenden Kurventafel, wie sie auch in Bild 1 bis 3 angegeben sind, abzulesen. Damit ist aber die Aufgabe schon gelöst. In dem Diagramm in Bild 18 ist auch noch der Winkel  $\psi$  aufgetragen, der bei der vorliegenden Aufgabe die Rolle des Übertragungswinkels übernimmt. In dem Schwingbereich des Gelenkviereckes von  $K_1$  bis  $K_5$  kann man den kleinsten auftretenden Übertragungswinkel  $\psi_{min}$  sofort ablesen. Aus der Fülle der Diagramme des Atlases könnte man mit Hinsicht auf diesen Winkel das Getriebe mit dem günstigsten Übertragungswinkel herausuchen, womit wieder ein besonderer Vorteil eines solchen Vierwinkelatlases gekennzeichnet ist.

Wenn man mit den Kurven für die Übersetzungsverhältnisse arbeitet, kommt man erfahrungsgemäß mit größerer Genauig-



keit zum Ziele. Die in der zeichnerischen Genauigkeit liegenden Abweichungen in den Übersetzungskurven ergeben bessere Angleichungen als in den Winkelveränderungskurven. Bei Benutzung der Übersetzungsverhältnis-Diagramme nimmt man wiederum das auf durchsichtiges Papier gezeichnete Bild 17, muß aber hier die Abszisse des durchsichtigen Papiers mit der Abszisse in Bild 1 in Deckung lassen. Im Vierwinkelatlas sucht man nun diejenige  $i'_5$ -Kurve, mit der die J-Punkte am besten zur Deckung gebracht werden. In Bild 19 ist diese Annäherung der J-Punkte an die  $i'_5$ -Kurve in Bild 1 geschehen. Auch hier kann man sofort den Anfangswinkel  $\varphi_A$  auf dem Diagramm ablesen und damit die Anfangsstellung des Gelenkviereckes aufzeichnen.

### Fördermechanismus für halm- und blattartige Güter

Unter Zuhilfenahme von Winkelzuordnungen im Gelenkviereck ist es auch möglich, Gelenkvierecke zu ermitteln, von denen bestimmte Punkte der Koppel vorgegebene Koppelkurven beschreiben. Dieses Verfahren hat gegenüber den reinen Koppelkurvenatlanten einige Vorteile. Gegenüber diesen Atlanten ist man unabhängig von dem Maßstab, mit dem die Koppelkurven aufgezeichnet worden sind. Man kann ferner zumindest einen der beiden Gestellpunkte im Maschinengestell vorgeben und kann darüber hinaus die Winkel der im Gestell gelagerten Antriebskurbel den Teilstrecken der Koppelkurven zuordnen. Im folgenden soll ein Beispiel für die Ermittlung eines Gelenkviereckes gegeben werden, bei dem ein Koppelknoten eine gegebene Koppelkurve beschreibt.

Das Gelenkviereck in Bild 21 dient als Fördermechanismus. Der Finger an der Koppel des Gelenkviereckes bewegt das Fördergut zunächst auf einer horizontalen Geraden und dann weiter auf einer nach oben geneigten Geraden. Danach kehrt er

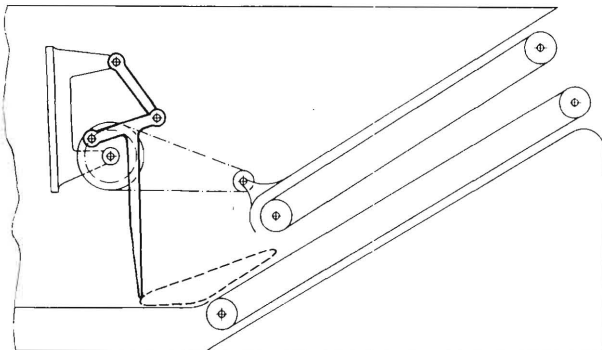


Bild 21. Gelenkviereck mit Koppelkurve als Fördermechanismus.

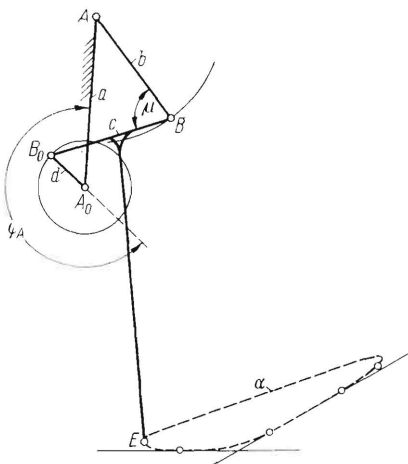


Bild 22. Entwurf eines Gelenkviereckes für gegebene Koppelkurve.

in seine Anfangsstellung zurück, um z. B. senkrecht zur Zeichenebene herangebrachtes neues Fördergut in der gleichen Weise weiterzutransportieren. Das Getriebeschema dieser Anordnung ist in Bild 22 dargestellt. Der Koppelknoten E soll insbesondere die beiden zueinander geneigten geraden Teilstücke mit guter Annäherung beschreiben; der übrige Teil der Koppelkurve  $a$  ist nur soweit zu erfüllen, als die Greiferspitze E sich oberhalb der beiden zueinander geneigten Geraden bewegt. Aus Gründen, die mit der Benutzung der entsprechenden Kurventafeln zusammenhängen, sind die Bezeichnungen für das Gelenkviereck wie folgt gewählt worden. Das Gestell hat die Bezeichnung  $A_0A = a$ , die Antriebskurbel wird mit  $A_0B_0 = d$ , die den Greiferfinger tragende Koppel mit  $B_0B = c$  und das schwingende vierte Glied mit  $AB = b$  bezeichnet. Der für die Beurteilung der Güte der Bewegungsübertragung maßgebliche Winkel  $\mu$  liegt zwischen den Getriebegliedern  $c$  und  $b$ . Außer der Lage der Koppelkurve  $a$  soll noch die Lage des Kurbeldrehpunktes  $A_0$  gegeben sein. Außerdem wird verlangt, daß die Antriebskurbel  $A_0B_0 = d$  einen Kurbelwinkel von  $180^\circ$  durchlaufen soll, solange der Greifer mit seiner Spitze E sich auf den beiden zueinander geneigten Geraden bewegt.

Die Lösung der Aufgabe ist in Bild 23 gezeigt. Auf den beiden zueinander geneigten Geraden, die von dem Koppelknoten E durchlaufen werden sollen, nimmt man eine Anzahl von E-Punkten, z. B. die Punkte  $E_1$  bis  $E_5$ , an, von denen  $E_1$  der

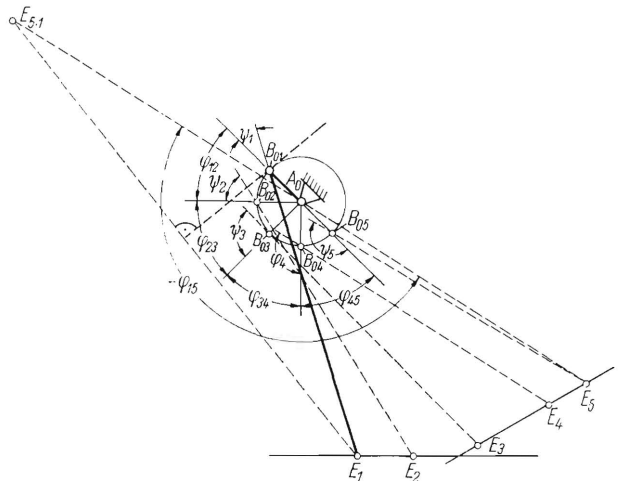
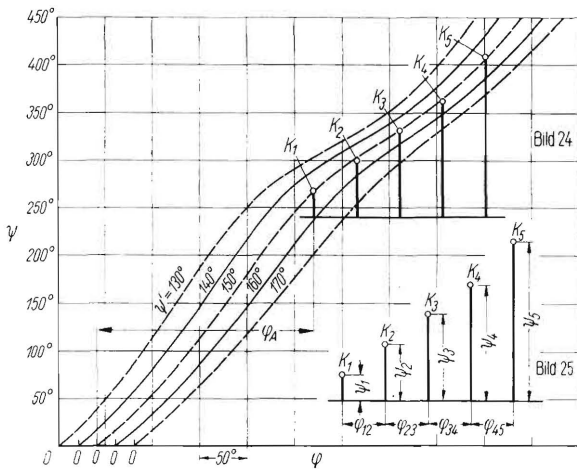


Bild 23. Relativwinkel-Zuordnungen zur Erzeugung einer Koppelkurve eines Gelenkviereckes.

Anfang und  $E_5$  das Ende der Bewegung auf den Geraden bedeuten sollen. Während dieser Bewegung soll die Antriebskurbel  $A_0B_0$  einen Winkel von  $180^\circ$  durchlaufen haben. Die Erfüllung dieser Winkelbewegung ist die erste zu lösende Teilaufgabe. Man verschwenkt den Punkt  $E_5$  um die gegebene Lage des Gestellpunktes  $A_0$  um  $180^\circ$ , d. h., man verlängert die Strecke  $A_0E_5$  um sich selbst und findet den Punkt  $E_{5.1}$ . Auf der Strecke  $E_1E_{5.1}$  errichtet man die Mittelsenkrechte  $g$ , die der geometrische Ort für alle überhaupt möglichen Punktlagen  $B_{01}$  darstellt. Man wählt also nun auf dieser Strecke eine Anfangslage  $B_{01}$  und zeichnet um  $A_0$  den Kreis durch  $B_{01}$ . Um die gewählten Punktlagen  $E_2, E_3, E_4$  schlägt man die Kreisbögen mit  $E_1B_{01}$  als Halbmesser, und diese schneiden den Kreis um  $A_0$  in den Punkten  $B_{02}$  bis  $B_{04}$ . Damit hat man auch die Kurbelwinkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{45}$ , und die sich zwischen den Kurbellagen  $A_0B_{01}$  bis  $A_0B_{05}$  und den Koppellagen  $B_{01}E_1$  bis  $B_{05}E_5$  ergebenden Winkel  $\psi_1$  bis  $\psi_5$ . Für diese Winkelzuordnungen ist ein passendes Gelenkviereck zu suchen, was wiederum mit entsprechenden Kurventafeln (des Getriebeatlasses) gefunden wird.

Bild 24 zeigt einen Auszug aus bereits früher benutzten Kurventafeln [9]. Die in Bild 24 gezeigte Kurventafel entspricht sogenannten übertragungsgünstigen Gelenkvierecken, im vorliegenden Falle Doppelkurbeln, und zwar die Zuordnungen der Kurbelwinkel  $\varphi$  zu den Abtriebsschwingenwinkeln  $\psi$ . Der Parameter  $\psi'$  gilt für die Benutzung einer anderen hier nicht



**Bild 24 und 25.** Benützung von Kurventafeln zur Erzeugung einer Gelenkviereck-Koppelkurve.

gezeigten Kurventafel, aus der unmittelbar für die gezeigten Kurven in Bild 24 die Abmessungen des jeweils zugehörigen Gelenkviereckes abgelesen werden können. In einem Hilfsdiagramm, **Bild 25**, zeichnet man im Maßstab von Bild 24 als Abszissen die Winkel  $\varphi_{12}$  bis  $\varphi_{45}$  und als Ordinaten die aus Bild 23 entnommenen Winkel  $\psi_1$  bis  $\psi_5$ . Damit erhält man die Diagrammpunkte  $K_1$  bis  $K_5$ ; da sie auf durchsichtiges Papier gezeichnet wurden, versucht man eine fast nahezu vollständige Deckung mit einer der  $\psi'$ -Kurven in Bild 24 zu erzielen, wobei wieder darauf zu achten ist, daß die Abszisse der Hilfsfigur in Bild 25 immer parallel zur Abszisse in Bild 24 bleibt. Man findet, daß eine verhältnismäßig gute Annäherung der K-Punkte an die Kurve  $\psi' = 150^\circ$  in Bild 24 zustande kommt. Man kann in Bild 24 den Anfangswinkel  $\varphi_A$ , der die Relativlage der Kurbel  $d$  zum Gestell  $a$  kennzeichnet, abgreifen. In dem hier nicht gezeigten, aber bereits erwähnten Diagramm für die Abmessungen der Getriebe in Bild 24 kann man nun die Verhältniswerte  $a$ ,  $b$  und  $c$  für den Parameter  $\psi'$  bestimmen; sie sind im Bild 22 zu erkennen. Sämt-

liche Kurven in Bild 24 gelten für Gelenkvierecke, bei denen der Übertragungswinkel mit seinem kleinsten Wert  $\mu_{\min} = 60^\circ$  ist. Dieser Wert weist auf eine besonders hohe Übertragungsgüte und damit auf den Wert solcher Kurventafeln hin.

Man sieht in Bild 22, daß die Koppelkurve  $a$  nicht in allen Einzelheiten genau die Bedingungen, nämlich die Deckung mit den beiden zueinander geneigten Geraden, erreicht. Für viele praktische Fälle genügt aber eine solche Annäherung. Bei höheren Genauigkeitsansprüchen und bei einer größeren Auswahl entsprechender Kurventafeln kann man versuchen, bessere Annäherungen zu erzielen, und dabei anstreben, das für den entsprechenden Zweck überhaupt beste Gelenkviereck zu finden.

### Schlußbetrachtung

Mit den vorliegenden Untersuchungen soll der Wert eines Getriebeatlases, der die Winkelfunktionen und deren Ableitungen in Gelenkvierecke enthält, aufgezeigt werden. Die Ausweitung auf die wechselseitigen Funktionen aller vier Winkel des Gelenkviereckes und deren Ableitungen ergibt einen wesentlich größeren Anwendungsbereich gegenüber den seitherigen Atlanten.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß es den hier beschriebenen Atlas noch nicht gibt, daß vielmehr nur einige wenige Kurventafeln aufgestellt wurden. Deshalb können auch die gezeigten Anwendungsbeispiele noch nicht als Bestlösung betrachtet werden. Immerhin können die drei gezeigten Beispiele einen Einblick in die verschiedenartigen Möglichkeiten eines Atlases über die Winkelfunktionen geben. Mit ihnen ist der Anwendungsbereich eines solchen Atlases jedoch bei weitem noch nicht erschöpft, und es wird Aufgabe der nächsten Zeit sein, weitere Beispiele auszuarbeiten.

Mit einem Atlas über die Vierwinkelfunktionen können selbstverständlich nicht alle Getriebeaufgaben gelöst, und damit auch nicht die bekannten Verfahren der Getriebesynthese ersetzt werden. Eine Abgrenzung der Anwendung der verschiedenen Verfahren wird dazu beitragen, daß der Konstrukteur bei seinen Aufgaben das jeweils beste Getriebe findet.

### Schrifttum

- [1] Hain, K.: Getriebeatlanten als Hilfe für den Entwurf ungleichförmig übersetzender Getriebe (In diesem Heft).
- [2] Langosch, O.: Ebene Kurbelgetriebe-Konstruktion übertragungsgünstiger Gelenkvierecke für gleichläufige Schwingbewegung. VDI-Richtlinien 2123, Düsseldorf 1959.  
Langosch, O.: Ebene Kurbelgetriebe-Konstruktion übertragungsgünstiger Gelenkvierecke für gegenläufige Schwingbewegungen. VDI-Richtlinien 2124, Düsseldorf 1959.
- [3] Volmer, J.: Ebene Kurbelgetriebe-Konstruktion zentrischer Schubkurbeln für gegebene Geradföhrung. VDI-Richtlinien 2136, Düsseldorf 1959.  
Volmer, J.: Ebene Kurbelgetriebe-Konstruktion zentrischer Kurbelschleifen mit Geradföhrung. VDI-Richtlinien 2137, Düsseldorf 1959.
- [4] Beyer, R.: Ein neuer Zeichenapparat zur Synthese der Koppelgetriebe. Reuleaux-Mitt. **2** (1934) H. 2, S. 16.
- [5] Kiper, G.: Die näherungsweise Lösung von Getriebeaufgaben durch Funktionsvergleiche. VDI-Ber. Band 12, Düsseldorf 1956, S. 165—170.
- [6] Hain, K.: Das Übersetzungsverhältnis in periodischen Getrieben von Landmaschinen. Landtechn. Forsch. **3** (1953), H. 4, S. 97—108.
- [7] Hain, K.: Kräfte und Bewegungen in Krafthebergetrieben. In: 12. Konstrukteurheft. Düsseldorf: VDI-Verlag 1955, S. 45—68 (Grundlagen d. Landtechn. H. 6).
- [8] Hain, K.: Konstruktion des Krafthebergetriebes für konstante Kolbenkraft. In: 12. Konstrukteurheft. Düsseldorf: VDI-Verlag 1955, S. 69/83 (Grundlagen d. Landtechn. H. 6).
- [9] Hain, K.: Übertragungsgünstigste unsymmetrische Doppelkurbelgetriebe. In: VDI-Forsch.-h. 461. Düsseldorf 1957, S. 23/25.