

Mitteilung aus dem Institut für landtechnische Grundlagenforschung der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode

Erzeugung von Parallel-Koppelbewegungen mit Anwendungen in der Landtechnik

Höhenfördergerät, Fördergerät für Flüssigkeitsbehälter, Radfederung für Stufenschlepper, Schreitschlepper

Von Kurt Hain, Braunschweig-Völkenrode

Parallelbewegungen einer bewegten Ebene relativ zu einer ruhenden Ebene sind dadurch gekennzeichnet, daß jede beliebige Gerade in der bewegten Ebene immer zu sich selbst parallel bleibt. Alle Punkte dieser Ebene beschreiben dann während der Dauer der Parallelbewegung kongruente Kurven, die sämtlich zueinander gleichsinnig liegen. Ein weiteres Kennzeichen der Parallelbewegung einer Ebene ist die unendlich ferne Lage des Relativpoles dieser Ebene zur ruhenden Ebene.

Parallelbewegungen der einfachsten Art lassen sich mit Hilfe eines speziellen Gelenkviereckes, und zwar des Parallelkurbelgetriebes darstellen. Die Koppelene des Parallelkurbelgetriebes wird durch zwei gleich lange Lenker, die immer parallel zueinander bleiben, auf zwei Kreisbögen mit gleichem Halbmesser geführt. Dadurch bleibt eine mittels eines Parallelkurbeltriebes geführte Ebene immer zu sich selbst parallel, und ihre sämtlichen Punkte beschreiben Kreise mit dem Halbmesser der beiden Führungslenker. Von Kutzbach [1] wurde diese Koppelbewegung als Kreisschiebung oder auch als Scheuerbewegung bezeichnet. Es sei darauf hingewiesen, daß die gleiche Kreisschiebung auch mit einem anderen viergliedrigen Getriebe, nämlich mit der Kreuzschubkurbel, erzeugt werden kann. Die Kreuzschubkurbel entsteht bekanntlich aus der Kreuzschleifenkette und kann bei rechtwinkliger Kreuzung der beiden Schieber zur Erzeugung einer sinoidischen Bewegung dienen. Der mit der umlaufenden Kurbel gelenkig verbundene Gleitstein beschreibt die erwähnte Kreisschiebung.

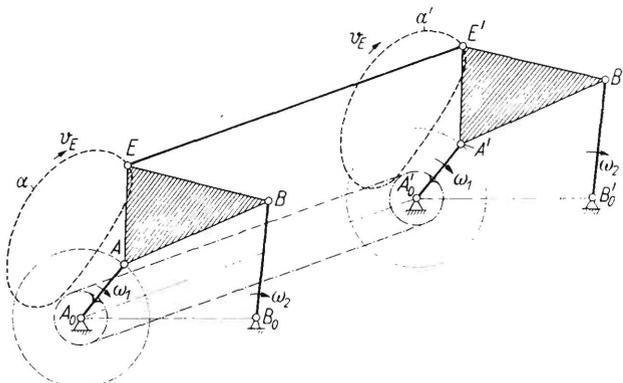


Bild 1. Erzeugung der mathematisch genauen Parallelbewegung EE' mit Hilfe eines achtgliedrigen Getriebes, bestehend aus zwei gleichen Gelenkvierecken.

Die allgemeine Schiebung oder Scheuerbewegung muß nun in Ausweitung der Kreisschiebung dadurch gekennzeichnet sein, daß die die allgemeine Schiebung ausführende Ebene in zwei Punkten auf beliebig geformten, aber kongruenten und gleichsinnig liegenden Kurven geführt wird. Dann beschreiben alle Punkte dieser geführten Ebene auch diese gleiche kongruente Bahnkurve, und der augenblickliche Pol der parallel geführten Ebene liegt in jeder Getriebelage im Unendlichen.

Bisher mußte angenommen werden, daß die allgemeine Parallelführung einer Ebene mit mathematischer Genauigkeit

Ing. Kurt Hain ist Abteilungsleiter im Institut für landtechnische Grundlagenforschung (Direktor: Prof. Dr.-Ing. W. Batel) der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode.

nur mit Hilfe achtgliedriger zwangläufiger Getriebe bzw. mit Getrieben noch höherer Gliederzahl möglich ist. In den folgenden Ausführungen soll aber gezeigt werden, daß diese Forderung bereits mit einer Form der zehn zur Verfügung stehenden, sechsgliedrigen zwangläufigen Getriebe erfüllt werden kann. Die mathematische Genauigkeit der Parallelführung bleibt daher unter den noch anzugebenden Bedingungen erhalten. Für den praktischen Getriebebau ist es immer wertvoll, eine bestimmte Aufgabe mit dem geringsten Aufwand, hier also mit der geringsten Gliederzahl, erfüllen zu können. An einigen praktischen Beispielen sollen Anwendungen der allgemeinen und auch speziellen Parallelbewegungen von Koppeleneben gezeigt werden.

Parallelbewegungen mit achtgliedrigen zwangläufigen Kurbelgetrieben

In **Bild 1** ist ein achtgliedriges Getriebe gezeigt, dessen Koppel EE' deshalb mit einer mathematisch genauen Parallelbewegung läuft, weil seine beiden Gelenke E und E' auf kongruenten Koppelkurven α und α' wandern. Beide kongruenten Koppelkurven werden von zwei Gelenkvierecken A_0ABB_0 und $A_0'A'B'_0$ erzeugt, und die beiden Koppelpunkte E und E' mit den zugehörigen Koppelgeraden AB und $A'B'$ bilden kongruente Dreiecke. Die beiden Gelenkvierecke sind zueinander genau parallel verschoben, so daß auch die beiden Koppelkurven α und α' ohne gegenseitige Verdrehung entstehen. Eine zwangläufige Verbindung der Antriebsglieder der beiden Gelenkvierecke kann z. B. mit Hilfe eines Kettengetriebes erfolgen, dessen beide, gleichgroße Kettenräder mit den Kurbeln A_0A und $A_0'A'$ fest verbunden sind.

Nach dem Satz von Roberts [3] kann jede beliebige Koppelkurve eines Gelenkviereckes mit mathematischer Genauigkeit von zwei weiteren Gelenkvierecken mit anderen Abmessungen beschrieben werden. Auf die kinematischen Zusammenhänge, die zu den Grundlagen des Robertsschen Satzes führen und darüber hinaus gehen, soll später eingegangen werden. Aus **Bild 2** ist zunächst ersichtlich, daß das Gelenkviereck $A_0'A'B'_0$ in **Bild 1** durch ein sogenanntes Robertssches Gelenkviereck B_0GFM_0 mit dem Koppelpunkt E' ersetzt wurde. Es ist hier besonders wichtig, daß bei der Erzeugung der mit der Koppel-

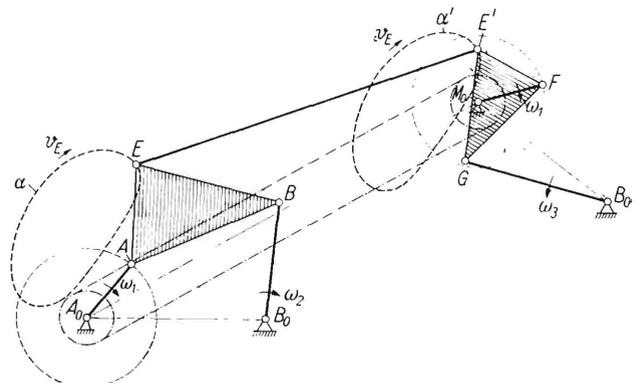


Bild 2. Erzeugung der mathematisch genauen Parallelbewegung einer Koppelenebene EE' mit zwei verschiedenen Robertsschen Gelenkvierecken, die kongruente und gleichsinnig liegende Koppelkurven α und α' erzeugen.

kurve a kongruenten Koppelkurve a' von der neuen Antriebskurbel M_0F gleiche Teilstrecken den beiden Koppelkurven entsprechend auch gleiche Kurbelwinkel in Übereinstimmung mit der Antriebskurbel A_0A durchlaufen werden, d. h. beide Kurbeln M_0F und A_0A laufen jeweils mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω_1 , so daß diese beiden Kurbeln mit Hilfe eines Kettengetriebes mit gleichgroßen Kettenrädern miteinander zwangsläufig verbunden werden können.

Die große Bedeutung des Satzes von Roberts über die dreifache Erzeugung von Koppelkurven durch das Gelenkviereck ist, wie kaum eine andere Erkenntnis der Getriebelehre, im vollen Umfang erkannt worden, und es wurden daraus viele wichtige praktische Schlußfolgerungen gezogen. Schon beim einfachen Koppelkurvenatlas [4] ist eine wichtige Nutzenanwendung dadurch gewährleistet, daß es für jede Koppelkurve des Atlases noch zwei andere Gelenkvierecke als das jeweils eingezeichnete Gelenkviereck gibt. Der Satz von Roberts kann sogar dazu führen, neue Ideen für einen Koppelkurvenatlas mit wesentlich geringerem Umfang zu verwirklichen [5, 6].

Wenn ein Gelenkviereck, z. B. nach Bild 4, mit seinem Koppelpunkt E gegeben ist, kann man die beiden zugehörigen Gelenkvierecke für die gleiche Koppelkurve nach dem einfachen Verfahren von Marks [7] bestimmen. Man zeichnet nach Bild 3 die Koppellebene ABE und in gestreckter Lage zu AB die beiden im Gestell A_0B_0 gelagerten Hebel A_0A und B_0B . Nun genügt es, durch A_0, B_0 und E die Parallelen zum Koppeldreieck ABE in der gezeigten Weise zu zeichnen, und man erhält die Punkte M_0, C, D, F und G. Mit diesen Abmessungen sind nun schon die beiden Robertschen Gelenkvierecke nach Bild 5 und Bild 6 bestimmt, wobei die Längen der bewegten Getriebeglieder unmittelbar nach Bild 3 entnommen werden können. Die wahre Lage des dritten Gestellpunktes M_0 erhält man, wenn man entsprechend Bild 7 über die Gestelllänge A_0B_0 ein ähnliches Dreieck zum Koppeldreieck ABE zeichnet.

In Bild 7 sind die drei Gelenkvierecke, die mit ihrem gemeinsamen Koppelpunkt E die gleiche kongruente Koppelkurve a beschreiben, in einer korrespondierenden Getriebestellung aufgezeichnet worden. Die Theorie des Robertschen Satzes wurde durch spätere Arbeiten wesentlich erweitert [8 bis 10]. Es ergab sich auch eine Anwendung auf zyklische Bewegungen [11] insofern, als bereits bekannt war, daß für jedes einfache Umlaufrädergetriebe für jeden beliebigen Punkt der bewegten Radebene ein zweites Umlaufrädergetriebe gefunden werden kann, dessen entsprechender Punkt die gleiche zyklische Kurve beschreibt wie der zugehörige Punkt im Ursprungsgetriebe. Eine besondere Bedeutung kommt der Anwendung des Robertschen Satzes zu, wenn z. B. symmetrische Koppelkurven verwendet werden sollen und das Ursprungsgetriebe eine einfache Antriebsmöglichkeit nicht zuläßt [12, 13], dann ist sehr oft eines der beiden anderen Robertschen Gelenkvierecke mit einer einfach gekröpften, umlaufenden Antriebskurbel ausführbar. In manchen Fällen entstehen beim Einbau eines für eine gegebene Koppelkurve konstruierten Gelenkvierecks Schwierigkeiten bezüglich des zur Verfügung stehenden Platzes. In solchen Fällen läßt sich meist eines der beiden anderen, die gleiche Koppelkurve erzeugenden Gelenkvierecke unter günstigeren Bedingungen einbauen [14].

Korrespondierende Winkelgeschwindigkeiten in Robertschen Gelenkvierecken

Von verschiedenen Seiten wurde schon darauf hingewiesen, daß zwischen den Robertschen Gelenkvierecken außer der gemeinsamen Eigenschaft, die gleiche Koppelkurve zu erzeugen, noch weitere Zusammenhänge bestehen. Die im Gestell gelagerten Glieder dieser Gelenkvierecke stimmen nämlich paarweise noch in ihren augenblicklichen Winkelgeschwindigkeiten überein. Bisher wurde nur in einzelnen Fällen auf eine solche Übereinstimmung hingewiesen [15 bis 20], obwohl von den sechs im Gestell gelagerten Gliedern der drei Robertschen Gelenkvierecke eine dreimalige, paarweise Übereinstimmung der Winkelgeschwindigkeiten vorhanden ist. Wenn zwei im Gestell gelagerte

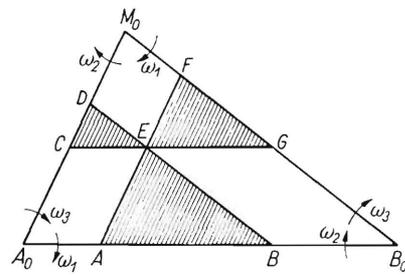


Bild 3. Hilfsfigur für das Gelenkviereck des Bildes 4 zur Bestimmung der beiden zugehörigen Robertschen Gelenkvierecke.

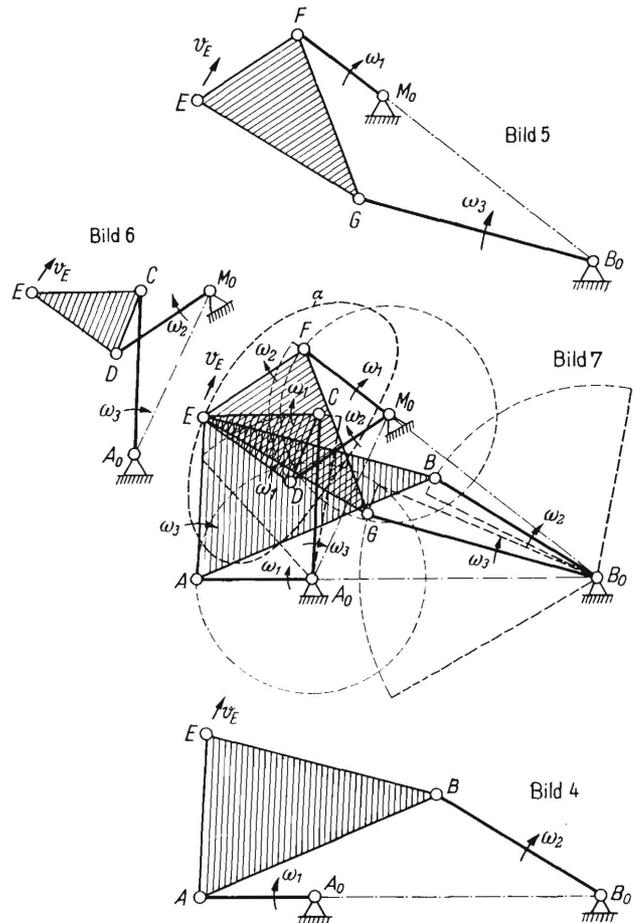


Bild 4. Gelenkviereck mit einem Koppelpunkt E, dessen Koppelkurve von zwei anderen, den sogenannten Robertschen Gelenkvierecken, erzeugt werden soll.

Bild 5 und 6. Zweites und drittes, aus der Hilfsfigur des Bildes 3 entnommenes Robertsches Gelenkviereck für die Erzeugung der gleichen Koppelkurve des Gelenkvierecks in Bild 4.

Bild 7. Zusammenstellung der drei aus der Hilfsfigur nach Bild 3 entstandenen Robertschen Gelenkvierecke zur Erzeugung der gleichen Koppelkurve a .

Glieder gleiche und gleichgerichtete Winkelgeschwindigkeiten haben, besteht das Übersetzungsverhältnis $i = +1$. Dieses mit mathematischer Genauigkeit während der gesamten Bewegung geltende Übersetzungsverhältnis ist z. B. bei dem viergliedrigen Parallelkurbelgetriebe vorhanden. Es kann aber auch in sechs-, acht- und mehrgliedrigen Getrieben ohne weiteres verwirklicht werden. Die kinematischen Grundlagen hierfür sollen im folgenden an einem achtgliedrigen Getriebe aufgestellt werden.

Bild 8 zeigt ein achtgliedriges Getriebe, bestehend aus dem Grundgelenkviereck mit dem Gestell 1, den beiden im Gestell gelagerten Kurbeln 2 und 4 und der Koppel 3. In einem Koppelpunkt dieser Koppel sind zwei Hebel 5 und 7 angelenkt, wobei 5 die gleiche Länge wie 2, und 7 die gleiche Länge wie 4 haben.

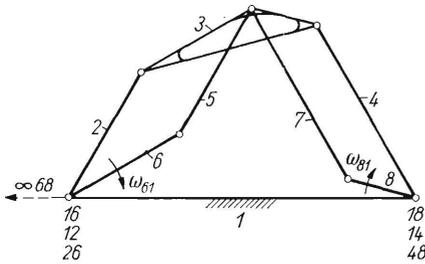


Bild 8. Nachweis des konstanten Übersetzungsverhältnisses $i = \omega_{61}/\omega_{81} = +1$ in einem achtegliedrigen Getriebe, bestehend aus einem Grundgelenkviereck und zwei Parallel-Zweischlägen.

In den bereits vorhandenen Steggelenken sind außerdem zwei weitere Hebel 6 und 8 angelenkt, wobei 6 die Länge vom Koppelpunkt zum Gelenk zwischen den Gliedern 2 und 3 und 8 die Länge vom Koppelpunkt bis zum Gelenk zwischen den Gliedern 3 und 4 haben. Auf diese Weise entstehen zwei Parallelkurbelgetriebe, gebildet aus den Gliedern 2, 3, 5 und 6, sowie 3, 4, 8 und 7. Es ist nun zu beweisen, daß die Winkelgeschwindigkeit ω_{61} des Gliedes 6 relativ zum Gestell 1 mit der Winkelgeschwindigkeit ω_{81} des Gliedes 8 relativ zum Gestell 1 in jeder beliebigen Lage des achtegliedrigen Gesamtgetriebes sowohl nach Größe als auch nach Richtung übereinstimmen muß. Es muß also die folgende Gleichung erfüllt sein:

$$i = \frac{\omega_{61}}{\omega_{81}} = +1$$

Nach den Regeln zur Bestimmung des augenblicklichen Übersetzungsverhältnisses muß nun die Lage des Poles, gebildet aus den ungleichen Fußzeichenziffern der Winkelgeschwindigkeiten, also des Poles 68, bestimmt werden. Der Quotient aus den Entfernungen dieses Poles von den Drehachsen, für die die Winkelgeschwindigkeiten gelten, bestimmt im umgekehrten Verhältnis zu den Winkelgeschwindigkeiten das augenblickliche Übersetzungsverhältnis. Zu diesem Zwecke stellt man die sechs möglichen Polgeraden des achtegliedrigen Getriebes, die sich im Pol 68 schneiden müssen, nach folgender Tabelle zusammen:

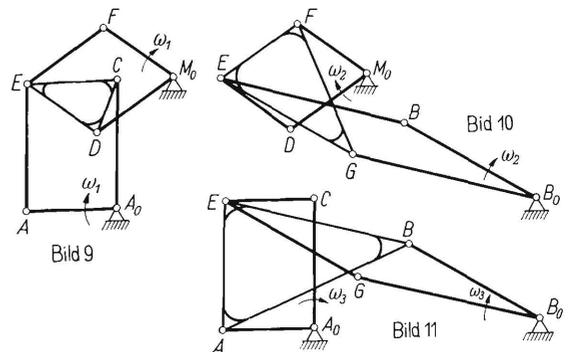
	68		
	16	18	
	26	28	
∞	36	38	∞
	46	48	
	56	58	
	67	78	

Jede Zeile dieser Tabelle verkörpert eine Polgerade als Verbindung zweier Pole und jeder Pol ist durch eine Doppelziffer dargestellt. Im Gestell 1 sind zwei Doppelgelenke vorhanden, und in jedem Doppelgelenk treffen drei Pole zusammen, d. h., es ist $16 = 12 = 26$ und $18 = 14 = 48$. Damit fallen die beiden ersten Polgeraden der Tabelle, also 16—18 und 26—28 in die Steggerade zusammen, und auf dieser Steggeraden muß der gesuchte Pol 68 liegen. In der Polgeraden-Tabelle sind sofort die beiden Pole 36 und 38 bestimmt. Der Pol 36 muß sich als Schnittpunkt der Geraden 2 und 5, der Pol 38 als Schnittpunkt der Geraden 4 und 7 ergeben. Da diese Geraden paarweise parallel zueinander sind, müssen die Pole 36 und 38 im Unendlichen liegen. Damit ergibt sich der gesuchte Pol 68 als Schnittpunkt der Steggeraden 1 mit einer zweiten Geraden, die als Verbindung zweier unendlich ferner Punkte auftritt. Dies bedeutet aber, daß der Pol 68 selbst im Unendlichen, und zwar auf der Steggeraden 1 liegen muß. Die unendlich ferne Lage eines solchen Bezugspoles ergibt das Übersetzungsverhältnis $i = +1$, womit die oben aufgestellte Behauptung bewiesen wurde.

Diese allgemeinen Betrachtungen über den unendlich fern liegenden Bezugspol treffen auch für die drei *Robertsschen* Gelenkvierecke zu. In Bild 3 sind die folgenden drei Teilgetriebe als Parallelkurbelgetriebe zu erkennen: A_0AEC , B_0BEG und M_0FED .

Bild 7 enthält sämtliche drei *Robertsschen* Gelenkvierecke, und man kann daraus drei verschiedene achtgliedrige Getriebe nach den **Bildern 9 bis 11** zusammenstellen. Diese drei Getriebe entsprechen dem Schema in Bild 8, sie bestehen nämlich aus einem Grundgelenkviereck und zwei an einem Koppelpunkt angeschlossenen Parallelschlägen. Das Getriebe nach Bild 9 setzt sich zusammen aus dem Gelenkviereck A_0CDM_0 und den Parallelkurbelgetrieben A_0AEC und M_0DEF . Nach den Regeln von Bild 8 haben in diesem Getriebe dann die Glieder A_0A und M_0F die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω_1 .

Das achtgliedrige Getriebe in Bild 10 hat das Grundgelenkviereck B_0GFM_0 mit dem Koppelpunkt E und außerdem die beiden Parallelkurbelgetriebe B_0GEB und M_0DEF . Hier haben die beiden Kurbeln B_0B und M_0D immer die gleich große Winkelgeschwindigkeit ω_2 .



Bilder 9 bis 11. Die drei achtgliedrigen Getriebe mit jeweils gleicher Winkelgeschwindigkeit ω_1 , ω_2 und ω_3 zweier im Gestell gelagerter Glieder aus den drei *Robertsschen* Gelenkvierecken nach Bild 7.

Schließlich gibt es noch ein achtgliedriges Getriebe, Bild 11, das sich aus dem Grundgelenkviereck B_0BAA_0 mit dem Koppelpunkt E und den beiden Teilparallelkurbelgetrieben B_0GEB und A_0AEC zusammensetzt. Die beiden Kurbeln B_0G und A_0C haben hier die gleich große Winkelgeschwindigkeit ω_3 .

Überträgt man die Erkenntnisse aus den Bildern 9 bis 11 auf die Grundfigur in Bild 3, so läßt sich folgendes feststellen: Betrachtet man die Strecke A_0B_0 als Gestell, so bewegen sich die in ihm gelagerten Glieder A_0C und B_0G mit der gleich großen Winkelgeschwindigkeit ω_3 . Nimmt man aber A_0M_0 als Gestellgerade an, so bewegen sich wiederum die in ihm gelagerten Glieder A_0A und M_0F mit der gleich großen Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Der dritte Fall ergibt sich, wenn man B_0M_0 als Gestellgerade vorsieht; dann drehen die in diesem Gestell gelagerten Glieder B_0B und M_0D mit der gleich großen Winkelgeschwindigkeit ω_2 .

Damit lassen sich also drei verschiedene Winkelgeschwindigkeitsübereinstimmungen in den drei *Robertsschen* Gelenkvierecken nachweisen.

Die sechsfache Erzeugung der Koppelkurve durch drei Gelenkvierecke und drei Gelenkfünfecke

Aus dem dreifachen Gleichlauf je zweier Kurbeln der *Robertsschen* Gelenkvierecke lassen sich nun mühelos drei verschiedene Gelenkfünfecke ableiten, von denen ein Gelenk E mit mathematischer Genauigkeit die gleiche Bahnkurve beschreibt wie der Koppelpunkt E der drei *Robertsschen* Gelenkvierecke. Man braucht nur die beiden jeweils gleichläufigen, im Gestell gelagerten Kurbeln mit einem Zweischlag bis zum Koppelpunkt E zu ergänzen und hat sofort ein entsprechendes Gelenkfünfeck. Die drei so entstehenden Gelenkvierecke sind in Bild 7 ebenfalls enthalten.

Bild 12 zeigt das erste Gelenkfünfeck dieser Art. Die beiden mit gleicher Winkelgeschwindigkeit ω_1 laufenden Kurbeln A_0A und M_0F sind durch die zum Koppelpunkt E führenden Hebel AE und FE zum Gelenkfünfeck erweitert worden; das Gelenk E muß die gleiche Koppelkurve wie die drei *Robertsschen* Gelenkvierecke des Bildes 7 beschreiben, wenn dafür

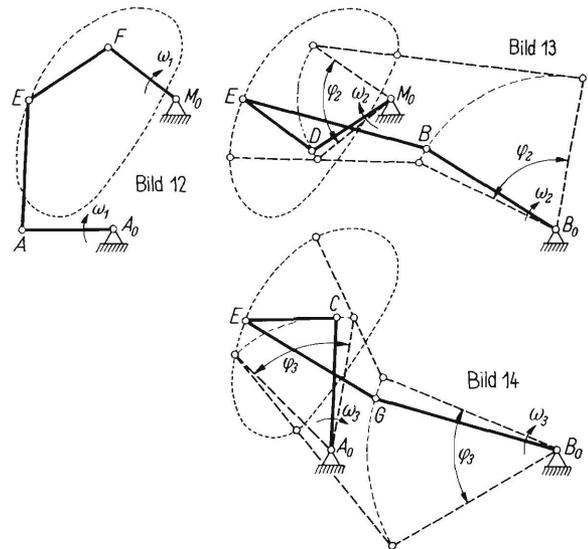
gesorgt wird, daß die beiden Kurbeln A_0A und M_0F mit gleicher Winkelgeschwindigkeit, im gleichen Richtungssinne und ohne Phasenverschiebung gedreht werden. Zur gleichläufigen Übertragung zwischen den beiden Kurbeln können z. B. ein einfaches Kettengetriebe mit gleich großen Kettenrädern oder zwei gleich große Zahnräder mit einem beliebig großen Zwischenrad dienen. In den Gelenkvierecken der Bilder 4 und 5 laufen die Kurbeln A_0A bzw. M_0F voll um; diese volle Umlauffähigkeit muß auch für das Gelenkfünfeck in Bild 12 zutreffen.

Wie bereits festgestellt wurde, laufen auch die beiden Kurbeln B_0B und M_0D mit der gleich großen Winkelgeschwindigkeit ω_2 . Ergänzt man hier also auch von B und D bis E die beiden Gleichlaufkurbeln durch je einen Zweischlag, **Bild 13**, so muß ein zweites Gelenkfünfeck B_0BEDM_0 entstehen, dessen Gelenk E wiederum die gleiche Koppelkurve wie die Gelenkvierecke in Bild 3 beschreiben muß. Da die beiden Kurbeln B_0B und M_0D in den Gelenkvierecken der Bilder 4 und 6 nur hin- und herschwingende Bewegungen ausführen, können sie dies auch im Gelenkfünfeck in Bild 13 nur tun. Ihr Schwingwinkel φ_2 muß gleich groß sein und außerdem müssen sie auch ihre Bewegung im gleichen Augenblick umkehren. Bei der Schwingbewegung der beiden im Gestell gelagerten Glieder treten Streck- und Decklagen der Glieder BE und DE auf, die einen Antrieb durch die im Gestell gelagerten Glieder über diese Strecklagen hinweg nicht möglich machen. Deshalb verdient aber trotzdem ein Gelenkfünfeck nach Bild 13 seine Beachtung. In vielen Fällen wird gar nicht gefordert, daß eine volle Koppelkurve zu erzeugen ist, es genügt vielmehr sehr oft nur ein Teilstück einer solchen Koppelkurve zur Lösung einer gestellten Getriebeaufgabe. Außerdem können ungleichförmig übersetzende Getriebe auch mit Hilfe einer Relativumlaufbewegung zwischen bewegten Gliedern im gleichen Richtungssinn angetrieben werden, worauf aber in diesem Rahmen nicht eingegangen werden soll.

Das dritte, die gleiche Bahnkurve erzeugende Gelenkfünfeck ist in **Bild 14** als das Fünfeck B_0GECA_0 dargestellt. Die beiden mit der Winkelgeschwindigkeit ω_3 laufenden Kurbeln sind hier B_0G und A_0C . Beide schwingen um den gleich großen Winkel φ_3 hin und her. Auch hier treten Streck- und Decklagen der Glieder GE und EC auf, die eine Bewegungsweiterleitung durch die im Gestell gelagerten Glieder unmöglich machen. Die drei den *Robertsschen* Gelenkvierecken zugeordneten Gelenkfünfecke sind bereits mehrfach erwähnt worden [50, 51].

Die beiden Gleichlaufkurbeln in den Gelenkfünfecken der Bilder 12 bis 14 kann man selbstverständlich auch mit Hilfe eines Parallelkurbelgetriebes im Übersetzungsverhältnis $i = +1$ miteinander in gelenkige Verbindung bringen. Dann entstehen aber drei sechsgliedrige, zwangsläufige Getriebe in Erweiterung des *Robertsschen* Satzes. Da man zur gelenkigen Verbindung zweier gleichlaufender, im Gestell gelagerter Glieder unendlich viele Parallelkurbelgetriebe vorsehen kann, könnte man den Satz aufstellen, daß es für jedes Gelenkfünfeck unendlich viele Möglichkeiten zur Ergänzung zu einem sechsgliedrigen Getriebe gibt. Eine solche Ausweitung hat aber nur geringe praktische Bedeutung, und es soll deshalb hier davon kein Gebrauch gemacht werden. Um so größere Bedeutung haben aber die Feststellungen von *Luck* [17], wonach sich die Koppelkurven von Kurbelschwingen durch ∞^2 fünfgliedrige Zweikurbelgetriebe erzeugen lassen. *Luck* hat gezeigt, wie diese anderen Gelenkfünfecke mit einfachen zeichnerischen Verfahren gefunden werden können. Bezieht man in diese Betrachtungen auch die Gelenkfünfecke ein, deren im Gestell gelagerten Glieder nicht umlaufen können, so läßt sich der Satz von *Luck* erweitern: Die Koppelkurven von Gelenkvierecken lassen sich durch ∞^6 fünfgliedrige Zweikurbelgetriebe erzeugen.

Luck hat außerdem gezeigt, daß es nur zwei Gruppen *Robertsscher* Gelenkvierecke geben kann. Die drei Gelenkvierecke können nämlich entweder zwei Kurbelschwingen und eine Doppelschwinge oder nur drei Doppelkurbeln sein¹⁾. Im letzteren Falle laufen also immer die im Gestell gelagerten Glieder der drei *Robertsschen* Gelenkvierecke und damit auch der drei weiteren Gelenkfünfecke voll um, und eine Antriebsmöglichkeit durch die im Gestell gelagerten Glieder ist in allen



Bilder 12 bis 14. Die drei Gelenkfünfecke mit jeweils gleicher Winkelgeschwindigkeit ω_1 , ω_2 und ω_3 zweier im Gestell gelagerter Glieder, abgeleitet aus dem achtgliedrigen Getriebe in Bild 9, 10 bzw. 11.

sechs Fällen gegeben. Ist aber ein Gelenkviereck eine Totschwinge, so sind auch die beiden anderen *Robertsschen* Gelenkvierecke Totschwingen [52].²⁾

Die Winkelübereinstimmungen in den *Robertsschen* Gelenkvierecken lassen eine Ausweitung auf die vielgliedrigen Getriebe mit identischen Relativbewegungen zu [21]. Es ist aber auch zweckmäßig, die Koppelkurven der sechsgliedrigen Getriebe hinsichtlich ihrer mehrfachen Erzeugung zu untersuchen [22]. *Rischen* hat für die gleiche Koppelkurve sechs verschiedene sechsgliedrige Getriebe, zwei siebengliedrige Getriebe und darüber hinaus sogar noch ein neuntes Getriebe mit 12 Gliedern gefunden [23]. Neuere Untersuchungen befassen sich mehr als bisher mit den höheren Koppelkurven, also den Koppelkurven der vielgliedrigen Getriebe [24], und es ist eine Aufgabe der Zukunft nachzuweisen, mit welcher Mannigfaltigkeit sich die Koppelkurven der höheren Koppelebenen darstellen lassen.

Gelenkvierecke nach Roberts für Parallelbewegungen

Die dreifache, paarweise Übereinstimmung der Winkelgeschwindigkeit in den drei *Robertsschen* Gelenkvierecken führt zu einer Weiterentwicklung der Getriebeanordnung in Bild 2. Dort wurde eine Parallelbewegung der Koppel EE' durch zwei Gelenkvierecke erreicht, die die gleiche Koppelkurve $a = a'$ erzeugen. Es mußte nur darauf geachtet werden, daß eine Verdrehung der beiden Koppelkurven zueinander und damit der Getriebeanordnungen zueinander vermieden wird.

Nun geht aus den vorangegangenen Betrachtungen hervor, daß z. B. die beiden Gelenkvierecke in Bild 4 und 5 die gleiche Koppelkurve erzeugen. Außerdem liegt aber auch fest, daß die Kurbel A_0A in Bild 4 und die Kurbel M_0F in Bild 5 in jedem Augenblick ihren Koppelpunktlagen entsprechend mit gleichgroßer Winkelgeschwindigkeit ω_1 laufen. Verschiebt man nun die beiden Gelenkvierecke so zueinander, daß sie nicht verdreht werden, daß aber die Punkte A_0 und M_0 zusammenfallen, so kann man wegen der übereinstimmenden Winkelgeschwindigkeit ω_1 die beiden Kurbeln A_0A und M_0F starr miteinander verbinden. Diese Lage der beiden Gelenkvierecke zueinander

¹⁾ Eine Kurbelschwinge ist als Gelenkviereck dadurch gekennzeichnet, daß ein im Gestell gelagerter Hebel umlaufen kann und ein weiterer, ebenfalls im Gestell gelagerter Hebel nur hin- und herschwingt. Die Doppelschwinge ist ein Gelenkviereck, bei dem beide im Gestell gelagerten Glieder nur hin- und herschwingen können. Das dem Gestell gegenüberliegende, kürzeste Koppelglied läuft relativ zu seinen beiden benachbarten, schwingenden Gliedern um. Bei der Doppelkurbel laufen beide im Gestell gelagerte Glieder um.

²⁾ Totschwingen sind Gelenkvierecke, bei denen überhaupt keine Relativumlaufbewegungen auftreten.

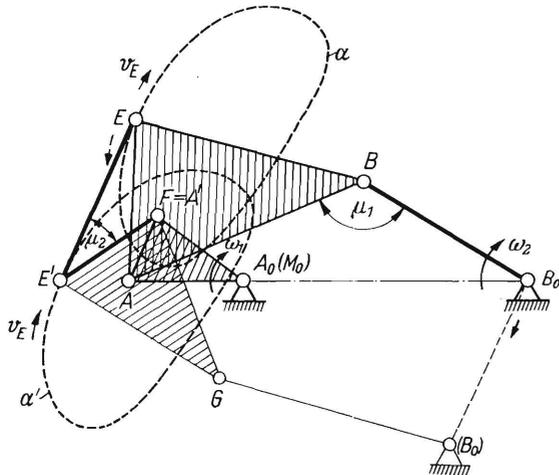


Bild 15. Zusammensetzung der beiden Robertsschen Gelenkvierecke nach Bild 4 und 5 zu einem übergeschlossenen Getriebe mit mathematisch genauer Parallelführung der Koppelenebene EE' .

zeigt **Bild 15**. Die in Bild 7 erkennbare Gestellgerade A_0M_0 schrumpft auf Null zusammen und die beiden Gelenkvierecke in Bild 4 und 5 sind in Bild 15 mit den gleichen Gelenkpunktebezeichnungen noch einmal zu erkennen. Die beiden Gelenkpunkte E und E' bilden eine neue Koppel, deren Punkte E und E' sich auf unverdreht zueinander liegenden, kongruenten Koppelkurven a und a' bewegen. Es liegt also eine mathematisch genaue Parallelführung der Ebene EE' vor.

Wenn in Bild 15 die beiden Kurbeln A_0A und M_0F wegen ihres Gleichlaufes ein einziges ternäres Glied bilden können, ist sofort einzusehen, daß der Zweischlag EE' und FE' allein schon genügt, die Koppelenebene EE' zwangläufig zu bewegen. Dies bedeutet aber, daß die beiden Gelenke G und (B_0) wegfallen können³⁾.

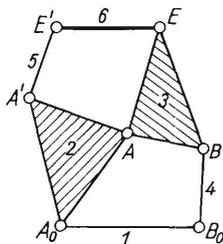


Bild 16. Getriebeschema eines sechsgliedrigen, zwangläufigen Getriebes, entstanden aus dem achtgliedrigen Getriebe in Bild 15 bei Wegfall eines zum Getriebezwanglauf nicht mehr notwendigen Getriebeegliedes.

Durch Benutzung der Robertsschen Gelenkvierecke kommen also sechsgliedrige Getriebe zustande, die in der Lage sind, mathematisch genaue Parallelbewegungen einer Ebene zu verwirklichen. Alle diese Getriebe müssen der Form in **Bild 16** entsprechen, die eine von den möglichen zehn Getriebeformen sechsgliedriger Getriebe darstellt. Auf die besonderen Eigenschaften dieses Getriebes wurde bereits früher hingewiesen [2]. Nur bei dieser sechsgliedrigen Getriebeform ist es möglich, daß eine Koppelenebene 6 zwei Gelenkpunkte E und E' hat, die keinem benachbarten Glied zugehörig sind, das selbst im Gestell 1 = A_0B_0 gelagert ist. Dieses Getriebe wurde als „Punktrastgetriebe“ bezeichnet, weil es auch als einziges sechsgliedriges

³⁾ Zu diesen Zusammenhängen führte ein Zufall. In der Werkstatt des Instituts für landtechnische Grundlagenforschung sollte ein achtgliedriges Getriebe nach dem Muster in Bild 2 hergestellt werden, wobei eine Zusammenlegung zweier Gestellpunkte entsprechend Bild 15 vorgesehen war. Herr *Alm*, Angehöriger des Instituts, stellte beim Zusammenbau des Modelles fest, daß ein Hebel entsprechend dem Hebel $(B_0)G$ in Bild 15 für den Zwanglauf des Getriebes gar nicht notwendig war. Herr *Iyk*, ebenfalls Angehöriger des Instituts, überprüfte daraufhin den Zwanglauf des nunmehr entstandenen sechsgliedrigen Getriebes. Diese Feststellungen führten dann zu der vorliegenden Untersuchung. Beiden Herren dankt der Verfasser auch an dieser Stelle für die wertvollen Hinweise.

Getriebe in der Lage ist, seine Koppel 6 mit guter Annäherung für eine endliche Zeitdauer um einen ideellen, also körperlich nicht vorhandenen Punkt drehen zu lassen. Wegen des ange-näherten zeitweisen Stillstandes dieses Drehpunktes wurde der Name Punktrastgetriebe vorgeschlagen.

Bild 17 zeigt das sechsgliedrige Getriebe in Bild 15 in Hebelform. Das umlauffähige ternäre Antriebsglied A_0AA' muß, wenn es umlaufen soll eine doppelte Kröpfung haben. Im Grundgelenkviereck A_0ABB_0 wird mit Hilfe des Koppelpunktes E die Koppelkurve a erzeugt, und durch den Zweischlag EE' und $A'E'$ kommt die Parallelbewegung der Koppelenebene EE' zustande.

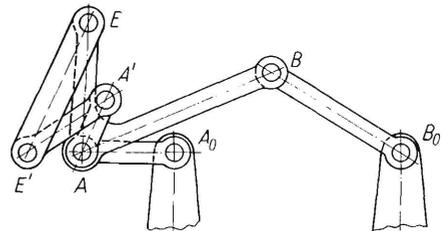


Bild 17. Praktische Ausführung des aus Bild 15 entstandenen sechsgliedrigen, zwangläufigen Getriebes mit genauer Parallelführung einer Koppelenebene EE' .

Die Güte der Bewegungsübertragung läßt sich bekanntlich in ungleichförmig übersetzenden Getrieben mit Hilfe des sogenannten Übertragungswinkels ausdrücken. Wenn das sechsgliedrige Getriebe in Bild 15 vom umlaufenden ternären Glied A_0AF angetrieben werden soll, müssen die beiden Übertragungswinkel μ_1 und μ_2 berücksichtigt werden, d. h., sie dürfen niemals 0° oder 180° erreichen, und auch ihr Abstand von diesen Werten muß möglichst groß gehalten werden.

Es wurde bereits erwähnt, daß bei einer mathematisch genauen Parallelführung einer Ebene der augenblickliche Pol dieser Ebene relativ zum Gestell immer im Unendlichen liegen muß. Die Polbestimmung für den allgemeinen Fall eines Getriebes nach der Form in Bild 16 soll in **Bild 18** gezeigt werden. Hier sind die Gelenke durch die Doppelziffern der Glieder, die sie verbinden, gekennzeichnet. Der augenblickliche Pol 16 des Gliedes 6 relativ zum Gestell 1 bestimmt werden. Für diesen Pol läßt sich das folgende Polschema aufstellen:

16	
12	26
13	36

Der Pol 12 ist das Gelenk zwischen dem Gestell 1 und dem Hebel 2; der Pol 36 ist als das Gelenk zwischen dem ternären Glied 3 und dem binären Glied 6 gekennzeichnet. Die ideellen Pole 13 und 26 findet man nach den folgenden Schemata:

13		26	
12	23	25	56
14	34	23	36

und die Pole 13 und 16 ergeben sich als Schnittpunkte der Polgeraden 12—23 mit 14—34, sowie 25—56 mit 23—36.

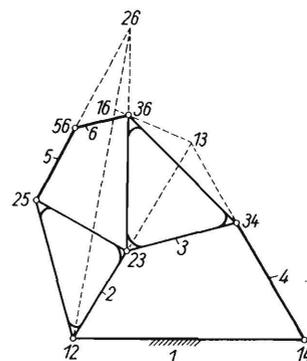
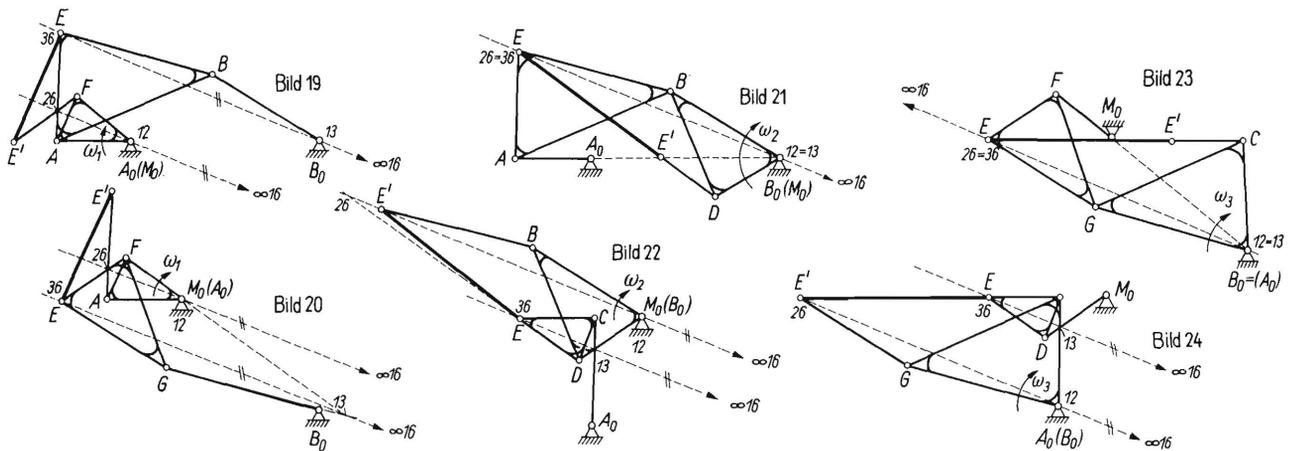


Bild 18. Polkonfiguration für den Pol 16 der Ebene 6 relativ zum Gestell 1 in einem sechsgliedrigen, zwangläufigen Getriebe.



Nachdem man nun in entsprechenden Gelenkvierecken die beiden Pole 13 und 26 gefunden hat, ergibt sich der gesuchte Pol 26 als Schnittpunkt der beiden Polgeraden 12—26 und 13—36. Von dieser Konstruktion soll zum Nachweis der unendlich fernen Lage des Poles der parallel bewegten Koppelenebene in den folgenden Getrieben Gebrauch gemacht werden.

Bild 19 zeigt das Grundgelenkviereck A_0ABB_0 mit dem Koppelpunkt E nach dem Schema in Bild 4. Da die Kurbel A_0A mit der Kurbel M_0F in Bild 5 die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω_1 hat, kann man in Bild 19 ein ternäres Glied A_0AF vorsehen und den Zweischlag FE' und $EE' = A_0M_0$ (aus Bild 7) verwenden. Damit entsteht also nochmals das sechsgliedrige Getriebe von Bild 15, dessen Koppel EE' mathematisch genaue Parallelbewegungen beschreibt. Nach den Regeln von Bild 18 wurde im Getriebe nach Bild 19 der Pol 16 bestimmt. Die Pole 12 und 36 sind unmittelbar als Gelenke gegeben, der Pol 13 fällt wegen der Strecklage von A_0A mit A_0B_0 mit dem Steggelenk B_0 zusammen, und den Pol 26 findet man als Schnittpunkt der beiden Lenker AE und FE' . Die beiden Polgeraden 12—26 und 13—36 müssen in jeder Getriebebestellung des Getriebes nach Bild 19 parallel zueinander sein, d. h., der Pol 16 liegt als Zeichen der Parallelbewegung immer im Unendlichen.

Man kann nach **Bild 20** auch das Grundgelenkviereck B_0GFM_0 nach Bild 5 mit dem Koppelpunkt E verwenden und den noch fehlenden Zweischlag AE' und EE' aus dem Getriebe in Bild 4 benutzen, nachdem die Kurbel A_0A aus Bild 4 mit der Kurbel M_0F aus Bild 5 zu einem ternären Glied vereinigt wurden. In Bild 19 wurde also der Punkt M_0 zum Zusammenfallen mit A_0 gebracht, während in Bild 20 der Gestellpunkt A_0 bis nach M_0 verschoben wurde. In beiden Fällen ist die Koppelgerade EE' mit der Entfernung A_0M_0 in Bild 7 identisch. Auch im Getriebe nach Bild 20 wurde durch die Polgeraden 12—26 und 13—36 nachgewiesen, daß durch deren Parallelität der Pol 16 immer im Unendlichen liegen muß.

Aus Bild 19 und 20 ist ersichtlich, daß man zwei der drei *Robertsschen* Gelenkvierecke (nach Bild 4 und 5) auf zwei verschiedene Arten zu einem sechsgliedrigen Getriebe mit mathematisch genauen Parallelbewegungen einer Koppelenebene kombinieren kann. Da bei drei *Robertsschen* Gelenkvierecken eine dreifach verschiedene Paarung möglich ist, und bei jeder Paarung zwei verschiedene sechsgliedrige Getriebe entstehen können, muß es also für jede beliebige Koppelkurve insgesamt sechs verschiedene sechsgliedrige Getriebe geben, die eine Koppel mit mathematisch genauer Parallelführung haben, und deren sämtliche Koppelpunkte die gleiche Koppelkurve beschreiben.

Die im Gestell gelagerten Glieder B_0B und M_0D der Getriebe nach Bild 4 und 6 haben die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω_2 . Deshalb kann man durch Kombination dieser beiden Gelenkvierecke zwei sechsgliedrige Getriebe mit mathematisch genauen Parallelführungen einer Koppelenebene erhalten. **Bild 21** zeigt das Grundgelenkviereck A_0ABB_0 mit dem Koppelpunkt E nach Bild 4. Mit dem Punkt B_0 wurde der Gestellpunkt M_0 des Getriebes 6 zusammengelegt und unverdreht dazu der Zweischlag M_0D und DE' in Bild 21 aus Bild 6 eingezeichnet. Wegen

Bilder 19 bis 24. Erstes bis sechstes sechsgliedriges Getriebe zur Erzeugung von Parallelbewegungen der Ebene EE' ,

	abgeleitet aus dem Grundgelenkviereck	und dem zugehörigen Zweischlag aus dem Gelenkviereck
Bild 19	in Bild 4	in Bild 5
Bild 20	in Bild 5	in Bild 4
Bild 21	in Bild 4	in Bild 6
Bild 22	in Bild 6	in Bild 4
Bild 23	in Bild 5	in Bild 6
Bild 24	in Bild 6	in Bild 5

der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω_2 können die beiden Kurven B_0B und M_0D zu einem starren ternären Glied vereinigt werden. Da der Gestellpunkt M_0 entsprechend Bild 7 zum Zusammentreffen mit B_0 gebracht wurde, muß die neue Koppellänge EE' in Bild 21 mit der Strecke B_0M_0 aus Bild 7 identisch sein. Das Grundgelenkviereck in Bild 21 befindet sich in einer Strecklage der Kurbel A_0A mit dem Gestell A_0B_0 ; im anderen Grundgetriebe nach Bild 5 erscheint auch die Kurbel M_0F mit dem Gestell M_0B_0 in einer Strecklage. Deshalb bilden die beiden Hebel EE' und $E'D$ miteinander eine Strecklage. Für diesen Sonderfall erfolgt ein Zusammentreffen des Poles 26 mit 36 und des Poles 13 mit 12, so daß diese zum unendlich fernen Pol 16 weisend in einer einzigen Geraden zusammenfallen.

Bild 22 zeigt die Kombination der beiden *Robertsschen* Gelenkvierecke nach Bild 4 und 6, hier aber unter Verwendung des Grundgelenkviereckes A_0CDM_0 in Bild 6. Die Kurbel B_0B in Bild 4 hat die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω_2 wie die Kurbel M_0D in Bild 6. Deshalb zeichnet man in Bild 22 von M_0 aus den Zweischlag B_0B und BE' in Bild 4 und erhält ein weiteres sechsgliedriges Getriebe, dessen Koppel EE' eine Parallelbewegung beschreibt, wobei alle ihre Punkte sich auf der gleichen Koppelkurve a bewegen. Auch in Bild 22 sind die beiden zum unendlich fernen Pol 16 weisenden Parallelen 12—26 und 13—36 eingezeichnet worden.

Als dritte grundsätzliche Variationsmöglichkeit lassen sich noch die Gelenkvierecke nach Bild 5 und 6 zu zwei verschiedenen sechsgliedrigen Getrieben mit mathematisch genauer Koppelenebenenparallelführung zusammensetzen. In **Bild 23** wurde das Grundgelenkviereck B_0GFM_0 in Bild 5 verwendet, und aus Bild 6 der Zweischlag A_0C und CE' in unverdrehter Lage eingezeichnet. Der Gestellpunkt A_0 in Bild 6 wurde also in den Gestellpunkt B_0 in Bild 5 überführt. Damit ist aber auch die Koppellänge EE' in Bild 23 mit der Gestelllänge A_0B_0 in Bild 7 identisch. In Bild 23 fallen wegen der schon bereits erwähnten Decklagen die Pole 26 und 36 sowie 12 und 13 in je einen einzigen Pol zusammen. Dadurch kommt auch ein Zusammenfallen der beiden Parallelen als zum unendlich fernen Pol 16 zeigenden Polgeraden 12—26 und 13—36 zustande.

Bild 24 zeigt die letzte mögliche der sechs Getriebeformen zur Erzeugung einer mathematisch genauen Parallelbewegung, indem das Grundgelenkviereck A_0CDM_0 in Bild 6 verwendet wurde. Aus Bild 5 wurde in unverdrehter Lage der Zweischlag B_0G und GE' eingezeichnet, und es entsteht wieder eine Koppelgerade EE' , die mit der Gestellgeraden A_0B_0 in Bild 7 identisch

Fördergerät für Flüssigkeitsbehälter

Die Parallelbewegung einer Koppelene bietet die willkommene Möglichkeit, Behälter mit Flüssigkeiten auf beliebigen Kurven so zu bewegen, daß der Flüssigkeitsspiegel immer horizontal bleibt. In **Bild 27** ist ein Grundgelenkviereck A_0ABB_0 erkenntlich, dessen Koppelpunkt E eine Koppelkurve a mit zwei scharfen Spitzen beschreibt. Derartige Koppelkurven entstehen dann, wenn in diesen beiden scharfen Spitzen der Koppelpunkt der augenblickliche Pol der Koppelene AB ist [2]. Koppelkurven mit zwei Spitzen sind mit Hilfe von Kurbelschwingen ohne weiteres erzeugbar. Mit Hilfe der *Robertsschen* Gelenkvierecke bestimmt man auch hier den noch fehlenden Zweischlag A_0A' und $A'E'$, um zu einer mathematisch genauen Parallelbewegung der Koppelene EE' zu kommen. Die Koppelkurve a' des Punktes E' und sämtliche anderen Koppelkurven der Ebene EE' beschreiben damit kongruente Koppelkurven zur Ursprungskurve a .

Die praktische Anwendung des sechsgliedrigen Fördergetriebes nach **Bild 27** ist in **Bild 28** dargestellt. Die Koppelene EE' hat eine horizontale Aufnahmefläche für einen Flüssigkeitsbehälter. Durch die Parallelbewegungen der Koppelene bleibt, wie bereits erwähnt, dieser Behälter immer in horizontaler Lage. Die beiden Koppelkurvenspitzen am oberen und unteren Ende der Koppelkurve führen zu einem augenblicklichen Stillstand des Flüssigkeitsbehälters und erleichtern damit die Aufnahme und die Übergabe dieses Behälters von der Förderfläche.

Geradfürungen einer Koppelene

Eine besonders wichtige Rolle spielen die Parallelführungen einer Ebene, wenn diese gesamte Ebene mit möglichst hoher Genauigkeit eine Geradschubbewegung verwirklichen soll. In einem solchen Falle bewegen sich sämtliche Geraden dieser Ebene, die in der Geradschubrichtung liegen, in sich selbst. Geradschiebungen solcher Art lassen sich mit vielgliedrigen Kurbelgetrieben mit mathematischer Genauigkeit darstellen [25 bis 27]. Geradfürungen einer Ebene mit Hilfe von Kurbelgetrieben, die nur Drehgelenke aufweisen, können trotz des höheren Aufwandes gegenüber den Gleitführungen Vorteile hinsichtlich der geringeren Reibungsverluste haben. Solche Schlittenführungen sind bereits mit Hilfe von achtgliedrigen Koppelgetrieben vorgeschlagen worden [28].

Volmer hat bereits das hier zur Diskussion stehende sechsgliedrige Getriebe mit einer geradverschobenen Ebene als Ersatz für Schlittenführungen untersucht [29, 30]. Von ihm sind für dieses Getriebe neue Verfahren der Maßsynthese entwickelt worden. Die Parallelführung läßt sich hierbei nur mit Annäherung erreichen. Nach den hier gefundenen Erkenntnissen

können jedoch bereits vorher bekannte Verfahren, die die Erzeugung einer Koppelkurve betreffen, angewandt werden. Die Gewähr für mathematisch genaue Parallelführungen, also auch für die mathematisch genaue unendlich ferne Lage des Augenblickspoles in jeder Getriebelegung ist hierbei immer gegeben.

Fahrzeuffederungen mit parallelen Federwegen der Räder

In der Fahrzeugtechnik wird den Radbewegungen beim Durchfedern der Räder besondere Beachtung geschenkt [31 bis 38]. Neben anderen Bedingungen für eine saubere Spurhaltung wird auch darauf geachtet, daß beim Durchfedern der Räder keine Spurweitenänderung eintritt. Dies läßt sich dadurch erreichen, daß der Radauflagepunkt, z. B. mit Hilfe eines Kurbelgetriebes, auf einer vertikalen Geraden bewegt wird. Wenn nur der Auflagepunkt, z. B. als Koppelpunkt eines Gelenkviereckes auf einer Geraden bewegt wird, bleibt die Radebene selbst im allgemeinen nicht in vertikaler Richtung; sie wird vielmehr um den Auflagepunkt mehr oder weniger verdreht. Diese Verdrehung kann man vermeiden, wenn man eine Geradfürung der gesamten Radebene in vertikaler Richtung, z. B. mit dem hier beschriebenen sechsgliedrigen Getriebe vorsieht.

Bild 29 zeigt ein solches sechsgliedriges Getriebe. Im Grundgelenkviereck A_0ABB_0 beschreibt der Koppelpunkt E eine vertikale Gerade. Zu diesem Grundgelenkviereck ermittelt man mit Hilfe der beschriebenen Verfahren den zu einer Koppelparallelbewegung führenden Zweischlag A_0A' und $A'E'$. Die Koppelene EE' ist dann gleichzeitig die Radebene des in **Bild 30** dargestellten sechsgliedrigen Federgetriebes. Die Aufhängung der Feder selbst in diesem Getriebe kann zwischen beliebigen Gliedern dieses Getriebes vorgenommen werden, nachdem die Abmessungen des gesamten Getriebes festliegen. Die Forderungen nach einer progressiven Federung können auf diese Weise mit verhältnismäßig einfachen Mitteln verwirklicht werden.

Besondere Bedeutung kommt der Parallelbewegung einer Radebene bei den sogenannten Stufenschleppern zu [39 bis 41]. Bei diesen Schleppern werden die rechten und linken Räder, der Hangneigung entsprechend, so zueinander eingestellt, daß die Ebene des Schlepperfahrgestelles möglichst horizontal bleibt. Dadurch ist mit einem solchen Stufenschlepper ein Fahren steilerer Hänge besser möglich als mit dem normalen Schlepper.

Das Getriebebeispiel der Radfederung zeigt, daß man hier, wie in vielen praktischen Anwendungsfällen, keine umlaufenden Kurbelgetriebe braucht. Dies bedeutet aber für die Anwendung des Getriebes nach **Bild 30**, daß man hier tatsächlich ohne Rücksicht auf die Umlauffähigkeit des Grundgelenkviereckes eine willkommene Auswahl aus den sechs mit Hilfe der *Robertsschen* Gelenkvierecke ableitbaren sechsgliedrigen Getriebe vornehmen kann.

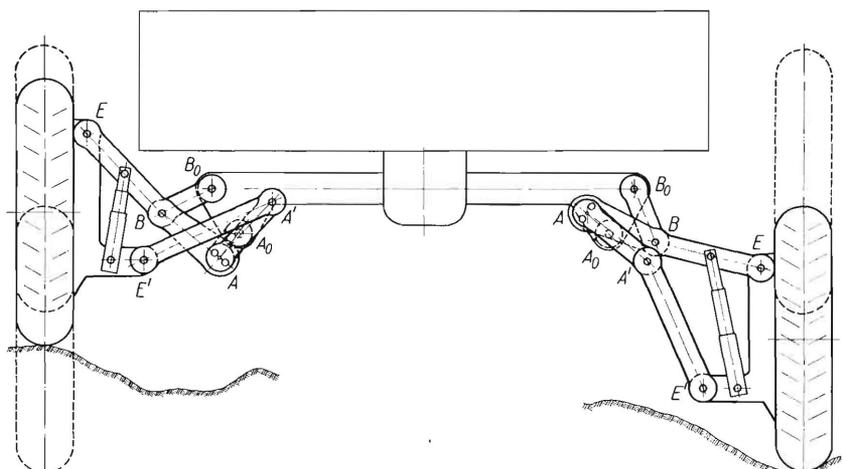
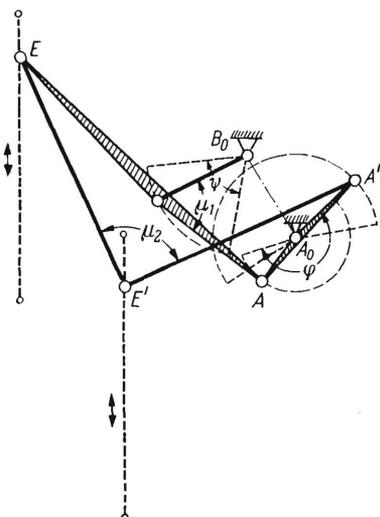


Bild 29. Sechsgliedriges Getriebe zur Erzeugung einer Geradschub-Parallelbewegung der Koppelene EE' .

Bild 30. Praktische Anwendung des sechsgliedrigen Getriebes nach **Bild 29** für eine Fahrzeuffederung.

Schreitantriebe für Fahrzeuge und Erdbewegungsgeräte

Bereits im Jahre 1930 wurden von Freiherrn von Bechtolsheim Vorschläge für eine schreitende Zugmaschine gemacht, bei der die Triebräder durch Schreitshuhe ersetzt werden [42]. Die Vorteile eines solchen Antriebsaggregates liegen in der größeren Auflagefläche dieser Schreitshuhe, so daß auch bei nachgiebigem Boden eine Fortbewegung möglich und ein Einsinken des Fahrzeuges verhindert wird. Gegenüber Gleiskettenantrieben hat der Schreit Schlepper den Vorteil, daß bei ihm keine Gelenke in Bodennähe zu liegen brauchen. Die Gelenke des Getriebes zur Erzeugung der Schreitbewegung können oberhalb der Schreitshuhe liegen und in einfacher Weise gegen Schmutz und Staub abgekapselt werden.

Schreitwerke sind für Bagger, Bandförderer und Abraumförderanlagen mit Erfolg verwendet worden [43 bis 46]. In neuerer Zeit ist der Schreitantrieb auch wieder für Ackerschlepper vorgeschlagen worden [47]. Eine wichtige Ausweitung

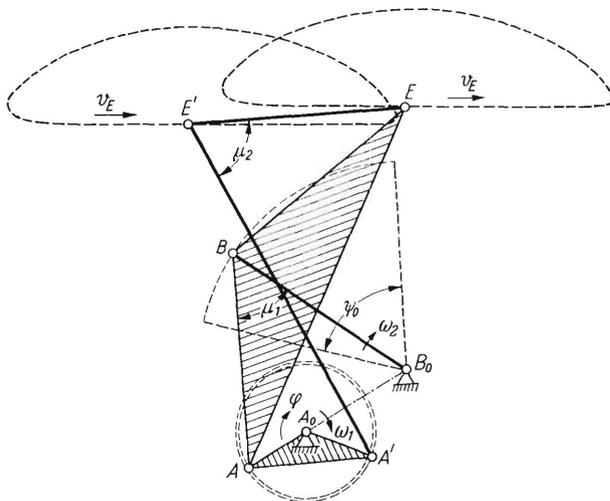


Bild 31. Sechsgliedriges, umlauffähiges Getriebe zur Erzeugung einer Parallelführung der Koppelebene EE' mit einer teilweisen Geradschubbewegung.

der Möglichkeiten zur Bewegung von Geländefahrzeugen auf weichem Untergrund ist durch das sogenannte Schub-Schritt-Verfahren gegeben. Für dieses Verfahren wurden vergleichende Betrachtungen zum Schreitverfahren angestellt [48; 49].

Ein sechsgliedriges Getriebe zur Erzeugung von Schreitbewegungen ist in **Bild 31** dargestellt. Hier muß dafür gesorgt werden, daß der Koppelpunkt E im Grundgelenkviereck A_0ABB_0 zeitweise nicht nur eine möglichst genaue Gerade beschreibt, sondern daß seine Geschwindigkeit v_E auf seiner geraden Bahn bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit ω_1 des Antriebsgliedes A_0AA' auch mit möglichst guter Annäherung konstant bleibt. Diese Forderung läßt sich mit einem Gelenkviereck, das als Kurbelschwinge läuft, verhältnismäßig gut erfüllen. Wenn zwei Schreitshuhe sich bei einer Bewegungsperiode im Schreitvorgang ablösen sollen, so muß außerdem dafür gesorgt werden, daß das gerade Teilstück der Koppelkurve mindestens einen Kurbelwinkel $\varphi = 180^\circ$ zugeordnet ist. In dem Getriebe nach **Bild 31** bleiben außerdem die Übertragungswinkel μ_1 und μ_2 in zulässigen Grenzen.

Bild 32 zeigt den Einbau von vier Schreitgetrieben in einen Ackerschlepper. Auf jeder Seite befinden sich zwei solcher Getriebe, deren Antriebsglieder A_0AA' um 180° zueinander versetzt sind, Dadurch und durch die im vorangegangenen erwähnten, erfüllten Bedingungen kommt ein stoßfreier Übergang von einem Schreitshuh zum anderen zustande. Das linke und rechte Schreitshuhpaar können miteinander in üblicher Weise durch ein Differentialgetriebe verbunden werden, damit beim Kurvenfahren eine Selbsteinstellung der Geschwindigkeit beider Gleitschuhpaare zueinander eintritt. Durch die gleichförmige Bewegung des Koppelpunktes und damit der gesamten Schreitshuhebene auf einer Geraden während des Schreitvorganges ist eine konstante Vortriebsgeschwindigkeit und außerdem die Bewegungen des Geräteschwerpunktes auf einer horizontalen Geraden gewährleistet.

Auf eine weitere Möglichkeit des Schreitwerkantriebes von Fahrzeugen soll noch hingewiesen werden. Gelingt es, durch eine Verstellung des Schreitgetriebes während des Ganges eine Verlängerung bzw. eine Verkürzung des Geradweges der Schreitebene zu erreichen, so kann mit einer solchen Getriebeanordnung eine stufenlose Verstellung der Vorwärtsgeschwindigkeit des Schreit Schleppers verwirklicht werden.

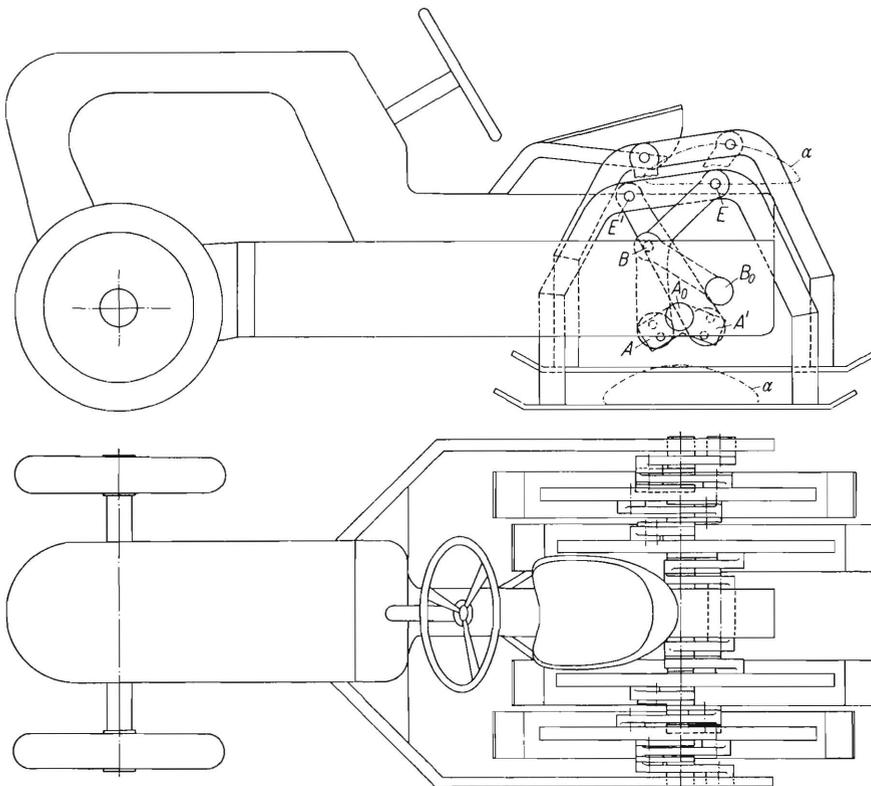


Bild 32. Verwendung des sechsgliedrigen Getriebes nach **Bild 31** für einen Schreit Schlepper.

Schlußbetrachtung

In der vorliegenden Untersuchung wurde gezeigt, daß bereits mit einem sechsgliedrigen Kurbelgetriebe, das nur Drehgelenke enthält, eine mathematisch genaue Parallelbewegung der Koppelebene dieses Getriebes möglich ist. Parallelbewegungen dieser Art wurden bisher mit achthgliedrigen Getrieben erzeugt. Es gibt auch Untersuchungen, die bereits das hier behandelte sechsgliedrige Getriebe für Parallelbewegungen vorschlagen. Diese Getriebe führen allerdings nur zu einer mehr oder weniger guten Annäherung an eine Parallelbewegung; außerdem müssen hierzu komplizierte Verfahren der Getriebesynthese verwendet werden.

Für den praktischen Getriebebau ist besonders wichtig, eine bestimmte Aufgabe mit dem niedrigsten Aufwand erfüllen zu können. Allgemeine Parallelbewegungen einer Ebene können mit dem Mindestaufwand eines sechsgliedrigen, zwangläufigen Getriebes erzeugt werden. Bei der vorstehend beschriebenen Konstruktion solcher sechsgliedriger Getriebe ist eine Aufspaltung in zwei voneinander getrennte Teilaufgaben möglich. Zunächst braucht man nur ein Gelenkviereck mit einem Koppelpunkt zu bestimmen, der die vorgeschriebene Bahnkurve der parallel zu bewegendene Ebene beschreibt. Hierzu können sämtliche bekannten Verfahren der Getriebesynthese eingesetzt werden; es ist sogar sehr leicht möglich, einen Koppelkurven-

atlas zu verwenden. Die zweite Teilaufgabe besteht dann in der Festlegung zweier weiterer Hebel mit Hilfe des *Robertsschen* Satzes.

Die theoretischen Grundlagen des *Robertsschen* Satzes wurden insofern ausgeweitet, als auf dreifache Übereinstimmung der Winkelgeschwindigkeiten in den drei verschiedenen *Robertsschen* Gelenkvierecken hingewiesen wurde. Wenn in zwei *Robertsschen* Gelenkvierecken zwei verschiedene, im Gestell gelagerte Glieder gleiche Winkelgeschwindigkeiten haben, können die Drehpunkte dieser beiden Glieder in einen zusammengelegt und beide Glieder zu einem einzigen ternären Glied ausgebildet werden. Auf dieser Grundlage entstehen dann für eine gegebene Koppelkurve sechs verschiedene sechsgliedrige Getriebe, die eine mathematisch genaue Koppelbewegung einer gesamten Ebene entlang dieser gegebenen Koppelkurve erzeugen können.

An einigen praktischen Beispielen wurden Anwendungen dieser sechsgliedrigen Getriebe mit mathematisch genauen Parallelbewegungen gezeigt. Es wurde besonders darauf hingewiesen, daß durch die Auswahl aus sechs verschiedenen Getrieben für die gleiche Aufgabe das beste geeignete Getriebe ausgewählt werden kann. Diese Möglichkeit ist für den praktischen Getriebebau von besonderem Wert, wenn das beste Getriebe, z. B. hinsichtlich der Übertragungsgüte, des geringsten Platzbedarfes oder auch der günstigsten Einbaumöglichkeit ausgesucht werden soll.

Schrifttum

- [1] *Kutzbach, K.*: Anwendungen der Kreisschiebung und der Taumelbewegung im Maschinenbau. Sonderheft Maschinenge triebe Berlin 1931, VDI-Verlag. S. 1/11.
- [2] *Hain, K.*: Angewandte Getriebelehre. 1. Auflage. Hannover-Darmstadt 1952.
- [3] *Roberts, S.*: On three-bar-motion in plan space. Proc. Lond. Math. Soc. Bd. VII (1875) S. 14/23.
- [4] *Hrones, J. A. and G. L. Nelson*: Analysis of the four-bar linkage. The Technology Press of M.I.T. and J. Wiley and Sons, Inc. New York, N. Y. 1951.
- [5] *Volmer, J.*: Koppelkurvenatlas als Mittel zur Konstruktionsvereinfachung. VDI-Berichte Band 29, Düsseldorf 1958. S. 103/108.
- [6] *Volmer, J.*: Ein Beitrag zur Erzeugung von Koppelkurven. Wiss. Z. Techn. Hochschule Dresden 6 (1956/57) S. 491/510.
- [7] *Marks, H.*: Dreifache Erzeugung einer Koppelkurve. Reuleaux Mitt. 2 (1934) H. 8, S. 55.
- [8] *Schmid, W.*: Über die mehrfache Erzeugung von Koppelkurven. Z. angew. Math. u. Mech. 30 (1950) S. 330/333.
- [9] *Jonge, R. de*: The correlation of hinged four-bar straight-line motion devices by means of the Roberts theorem and a new proof of the latter. Annals of the New York Academy of Sciences 84 (1960) Art. 3, pp. 75/145.
- [10] *Meyer zur Capellen, W.*: Bemerkungen zum Satz von Roberts über die dreifache Erzeugung der Koppelkurve. Konstruktion 8 (1956) H. 7, S. 268/270.
- [11] *Meyer zur Capellen, W.*: Der Zykloidenlenker und seine Weiterentwicklung. Konstruktion 8 (1956) S. 510/518.
- [12] *Meyer zur Capellen, W., und K. A. Rischen*: Symmetrische Koppelkurven und ihre Anwendung. Forsch.-ber. d. Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1066. Köln/Opladen 1962.
- [13] *Meyer zur Capellen, W., und P. Damke*: Sechspunktige Kreisführungen durch das Gelenkviereck. Forsch.-ber. d. Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1245. Köln/Opladen 1963.
- [14] *Rößner, W.*: Abwandlung ebener Gelenkgetriebe zur Anpassung an praktische Bedingungen. TZ f. prakt. Metallbearb. 55 (1961) H. 7, S. 332/340.
- [15] *Kiper, G.*: Ein Beitrag zur Synthese ebener Gelenkvierecke. Diss. T. U. Berlin 1950.
- [16] *Kiper, G.*: Getriebefragen bei Verarbeitungsmaschinen in Karussellbauweise. VDI-Z. 95 (1953) Nr. 29, S. 1006/1013.
- [17] *Luck, K.*: Zur Erzeugung von Koppelkurven viergliedriger Getriebe. Masch.bautechn. 8 (1959) H. 2, S. 97/104.
- [18] *Rankers, H.*: Vier genau gleichwertige Gelenkgetriebe für die gleiche Koppelkurve. Industriell. 59 (1959) Nr. 1, S. 17/21.
- [19] *Hartenberg, R. S. and J. Denavit*: The fecund four-bar. How alternate linkages can be designed to produce coupler-point curves identical to the one traced by a known linkage. Transactions of the Fifth Conference on Mechanisms. Purdue University (October 1958) S. 194/206.
- [20] *Hartenberg, R. S. and J. Denavit*: Cognate linkages. Machine Design 31 (1959) No. 8, S. 149/152.
- [21] *Kiper, G.*: Kurbelgetriebe für identische Relativbewegungen — Eine Anwendung des Satzes von Roberts. Konstruktion 15 (1963) H. 10, S. 404/407.
- [22] *Rößner, W.*: Sechsgliedriges Gelenkgetriebe zur Erzeugung einer bestimmten Koppelkurve. Masch.bautechn. 8 (1959) H. 2, S. 105/106.
- [23] *Rischen, K.-A.*: Über die achtfache Erzeugung der Koppelkurven der zweiten Koppelebene. Konstruktion 14 (1962) H. 10, S. 381/385.
- [24] *Wunderlich, W.*: Höhere Koppelkurven. Österr. Ing.-Arch. XVII (1963) H. 3, S. 162/165.
- [25] *Kreuzinger, R.*: Über absolute Geradführungen mittels eines einem Kurbeltrieb angeschlossenen Zweischlages. Reuleaux-Mitt. 3 (1935) H. 10, S. 579/581.
- [26] *Beyer, R.*: Einige Anwendungen gleichschenkliger Gelenkvierecke. Reuleaux-Mitt. 5 (1937) H. 5, S. 277.
- [27] *Pflieger-Haertel, H.*: Abgewandelte Kurbelgetriebe und der Satz von Roberts. Getriebetechn. 12 (1944) H. 4, S. 197/199.
- [28] *Walther, R. und G. Wagenzink*: Anwendung einer Viergelenkkette für eine Werkzeugführung. Masch. bautechn. 9 (1960) H. 2, S. 91/93.
- [29] *Volmer, J.*: Gelenkgetriebe zur Geradführung einer Ebene. Techn. Z. f. prakt. Metallbearb. 53 (1959) H. 5, S. 169/174.
- [30] *Volmer, J.*: Gelenkmechanismen als Ersatz für Schlittenführungen. Masch.bautechn. 9 (1960) H. 6, S. 329/30.
- [31] *Lehr, E.*: Progressive Federung von Kraftwagen. Dtsch. Kraftfahrtforsch. H. 58, Berlin 1941.
- [32] *Ochner, P.*: Der Einfluß von Nachlauf, Spreizung, Sturz und Vorspur auf die Kinematik von Achsschenkelenkungen. Dtsch. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 123, Düsseldorf 1959.
- [33] *Mitterlehner, G.*: Der Einfluß der Kraftwagenfederung auf die Lenkstabilität. Ing.-Arch. 29 (1960) S. 100/114.

- [34] *Forkel, D.*: Ein Beitrag zur Auslegung von Fahrzeuglenkungen. Dtsch. Kraftfahrtforsch. u. Straßenverkehrstechn. H. 145, Düsseldorf 1961.
- [35] *Bode, G.*: Über die zweckmäßige Lage und Gestaltung von Lenkrädern. Automob. techn. Z. **63** (1961) Nr. 3, S. 65/74.
- [36] *Zomotor, A.*: Rechenverfahren zur Ermittlung der Rückstellmomente am Achsschenkel von Kraftfahrzeugen. Automob. techn. Z. **65** (1963) Teil 1: Nr. 2, S. 42/49; Teil 2: Nr. 4, S. 101/106.
- [37] *Hasselgruber, H., und W. Knoch*: Einsatz von Rechenautomaten zur Untersuchung von Fahrzeug-Lenksystemen. Automob. techn. Z. **64** (1963) Nr. 10, S. 316/320.
- [38] *Dingerkus, O.*: Über die Spur- und Sturzänderung spezieller Radaufhängungen von Kraftfahrzeugen. Automob. techn. Z. **65** (1963) H. 2, S. 49/55.
- [39] *Keresslidse, Sch. J.*: Gebirgsschlepper. Dtsch. Agrartechnik **4** (1954) Nr. 11, S. 313/316.
- [40] *Heitshu, D. C.*: The Self-Propelled Hillside Combine. Agric. Engng. **37** (1956) Nr. 3, pp. 182/183, 187.
- [41] *Meyer, H.*: Ein Stufenschlepper für Reifenversuche am Hang. Landtechn. Forsch. **6** (1956), H. 5, S. 139/143.
- [42] *Stiebling, A.*: Die schreitende Zugmaschine des Freiherrn von Bechtolsheim. Diss. T. H. München 1933.
- [43] *Franke, W.*: Weiterentwicklung der amerikanischen Schreitbagger. VDI-Z. **91** (1949) Nr. 20, S. 525/527.
- [44] *Hilldesheim, K.*: Rückbare Bandförderer. Braunkohle, Wärme und Energie **8** (1956) S. 134/142.
- [45] *Kraus, H. W.*: Abraumförderanlagen mit Lenkschreitwerken. Techn. Mitt. Schoppe u. Faeser, Juli 1959, H. 2, S. 67/74.
- [46] *Heuer, H.*: Bewegungsmöglichkeiten von Erdbaugeräten unter besonderer Berücksichtigung der Lenkschreitwerke. Braunkohle **13** (1961) Nr. 2, S. 52/61.
- [47] *Shigley, J. E.*: The mechanics of walking vehicles. Mechanics of soil-vehicle systems. Proceedings of the 1st International Conference on the mechanics of soil vehicle systems. pp. 304/322. Torino (Italy) — Saint Vincent 1961.
- [48] *Sybel, H. von, und F. Grosse-Scharmann*: Triebkraftsteigerung bei Geländefahrzeugen durch das Schub-Schritt-Verfahren. Mechanics soil-vehicle systems. Proceedings of the 1st International Conference on the mechanics of soil-vehicle systems pp. 895/912. Torino (Italy) — Saint Vincent 1961.
- [49] *Grosse-Scharmann, F.*: Die Triebkraftsteigerung bei Geländefahrzeugen durch das Schub-Schritt-Verfahren. Landtechn. Forsch. **11** (1961) H. 4, S. 89/96.
- [50] *Artobolevskij, J. J., und Levitskij, N. J.*: Mechanismen von P. L. Tschebyschew, Sammlung „Wiss. Nachlaß von P. L. Tschebyschew“, Moskau, Verlag Akad. d. Wiss. der UdSSR 1945, 2. Auflage.
- [51] *Kirchhof, M.*: Das Gelenkfünfeck und sein Bewegungsbereich. Masch. bautechn. **12** (1963), H. 2, S. 99/106.
- [52] *Hain, K.*: Das Spektrum des Gelenkvierecks bei veränderlicher Gestelllänge. Forsch. Ing.-Wes. **30** (1964) Nr. 2, S. 33/42.

* * *