

Kurventafeln für den Entwurf von Wälzhebelgetrieben

Von Karl Günther Behr

Auf vielen Gebieten der Technik werden zur Übertragung schwingender Bewegungen Getriebe der verschiedensten Ausführungen verwendet. Eine Getriebeart davon wird durch die Wälzhebelgetriebe verkörpert, deren besonderes Merkmal der relativ große Wirkungsgrad ist. In jüngster Zeit werden diese Getriebe außer in der Landtechnik, besonders in der Feinwerktechnik und nicht zuletzt infolge der lediglich durch die Wälzhebellagerung bedingten, geringen Reibverluste in der Meßgerätetechnik bevorzugt angewendet. Bei den „echten“ Wälzhebelgetrieben rollen die beiden sich berührenden Kurven, ohne gegeneinander zu gleiten, aufeinander ab. Diese Bedingung wird aber nur dann erfüllt, wenn der Berührungspunkt beider Wälzkurven in jeder Phase des Bewegungsverlaufes mit dem ideellen Pol identisch ist und demzufolge nie von der Verbindungsgeraden $A_0 B_0$ abweicht [1]. Deshalb ist bei Wälzhebelgetrieben die Übertragung einer Schwingbewegung von einer Achse auf eine dazu parallel angeordnete zweite Achse mit einem gleich bleibenden Übersetzungsverhältnis nicht möglich (eine Ausnahme wird im Nachfolgenden behandelt).

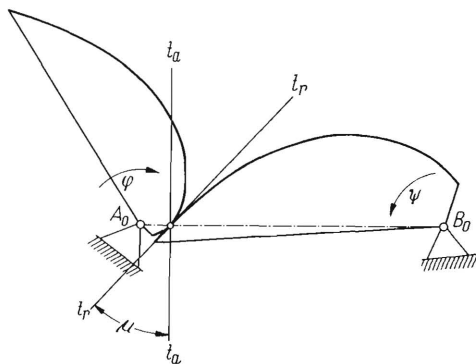


Bild 1. Der Übertragungswinkel μ im Wälzhebelgetriebe.

Die Herstellungsgenauigkeit der aufeinander abrollenden Kurvenflächen erfordert bei Wälzgetrieben keinen so hohen Gütegrad wie beispielsweise ein Kurvengetriebe mit aufeinander gleitenden Flächen. In der Feingerätetechnik wird in den meisten Fällen eine gestanzte bzw. durch Spritz- oder Präzisionsguß hergestellte Kurvenfläche den Anforderungen genügen. Gegossene Kurven, die vorwiegend im Maschinenbau angewendet werden,

sind durch ihre harte Gußhaut zur Übertragung relativ großer Drehmomente besonders geeignet.

Sind für den Entwurf eines Wälzhebelgetriebes die An- und Abtriebsschwingwinkel sowie der Abstand beider Wälzhebelrehpunkte gegeben, so können mit Hilfe nachfolgender Kurventafeln die Getriebeabmessungen für das günstigste Getriebe, d.h. mit den besten Übertragungseigenschaften bezüglich auftretender Reibverluste sehr schnell ermittelt werden; gleichzeitig ist das momentane Übersetzungsverhältnis in beliebigen Zwischenstellungen aus den Tafeln ersichtlich.

Kurvenform der Wälzhebel

Die günstigste Bewegungsübertragung durch ein Wälzhebelgetriebe wird erzielt, wenn der Übertragungswinkel μ über dem gesamten Bewegungsverlauf einen konstanten Wert besitzt. Bekanntlich wird der Übertragungswinkel μ von der Tangente t_a der absoluten Bewegungsrichtung des Abtriebsgliedes und der Tangente t_r der relativen Bewegungsrichtung beider sich berührenden Wälzkurven gebildet (Bild 1).

Ein konstanter Übertragungswinkel μ wird nur dann erreicht, wenn die Wälzkurven eine konstante Steigung besitzen, d.h., die Wälzkurven müssen als logarithmische Spiralen ausgebildet sein. Die Gleichung der logarithmischen Spirale (Bild 2) lautet:

$$r = r_0 e^{m\varphi} \quad (1)$$

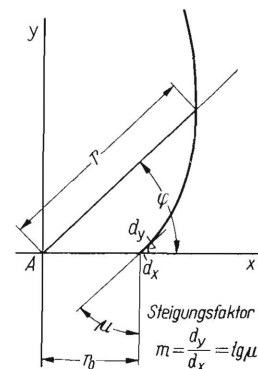


Bild 2. Die logarithmische Spirale.

r_0 = Ausgangsradius um A für den Beginn der Spirale

e = Basis der natürlichen Logarithmen

m = Steigungsfaktor

φ = Drehwinkel des Vektors

r = Abstand des Vektorschnittpunktes mit der Spirale von Punkt A

Der Steigungsfaktor m der Wälzkurven ist damit gleich dem Tangens des Übertragungswinkels im Getriebe

$$m = \operatorname{tg} \mu \quad (2)$$

Wälzgetriebe für Schwingbewegungen

a) Wälzhebelpaar mit gegenseinniger Schwingrichtung

Aus Bild 3 ergibt sich der Abstand beider Wälzhebeldrehachsen durch die Bezugsradien r_0 und r_0' . Allgemein gilt:

$$a = r + r' \quad (3)$$

Aus der Gleichung der logarithmischen Spirale ergibt sich für den Antrieb

$$r = r_0 e^{m\varphi} \quad (\text{s. Gl. 1})$$

und für den Abtrieb

$$r' = \frac{r_0'}{e^{m\psi}} \quad (4)$$

ein Achsabstand

$$a = r_0 e^{m\varphi} + \frac{r_0'}{e^{m\psi}} .$$

Umgeformt für das Abtriebsglied wird

$$e^{m\psi} = \frac{r_0'}{a - r_0 e^{m\varphi}}$$

Wenn für $r_0' = a - r_0$ gesetzt wird, ergibt sich für den Abtriebswinkel:

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{a - r_0}{a - r_0 e^{m\varphi}} \quad (5)$$

Für die graphische Auftragung von m in Abhängigkeit von den Winkelwerten φ und ψ wird das Verhältnis

$$x_0 = \frac{r_0}{a} \quad (6)$$

bzw.

$$x = \frac{r}{a} \quad (7)$$

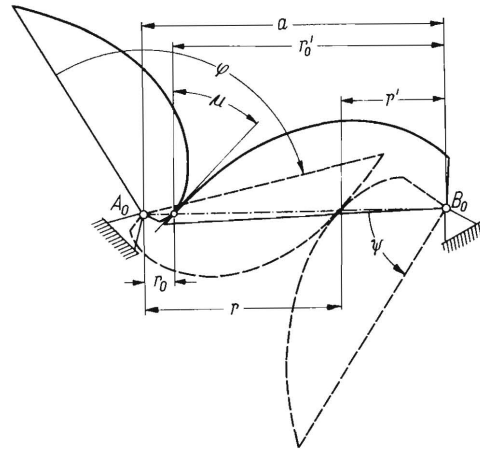


Bild 3. Wälzhebelpgetriebe für gegenseinnig übertragende Schwingbewegungen.

eingeführt. Für die Abtriebsbewegung gilt dann unter Berücksichtigung der Winkel φ und ψ im Bogenmaß folgende Gleichung:

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 - x_0}{1 - x_0 e^{m\varphi}} \quad (8)$$

Mit dieser Gleichung läßt sich, wenn der Antriebswinkel φ und Übertragungswinkel μ gegeben und der Wert x_0 gewählt sind, der Abtriebswinkel ψ errechnen. Die Größe für x_0 richtet sich bei gegebenem Abstand a nach dem erforderlichen Ausgangsradius r_0 . Dieser Radius sollte stets größer sein als der für die Wälzhebellagerung erforderliche Wellenhalbmesser, der dem zu übertragenden Drehmoment entsprechen muß.

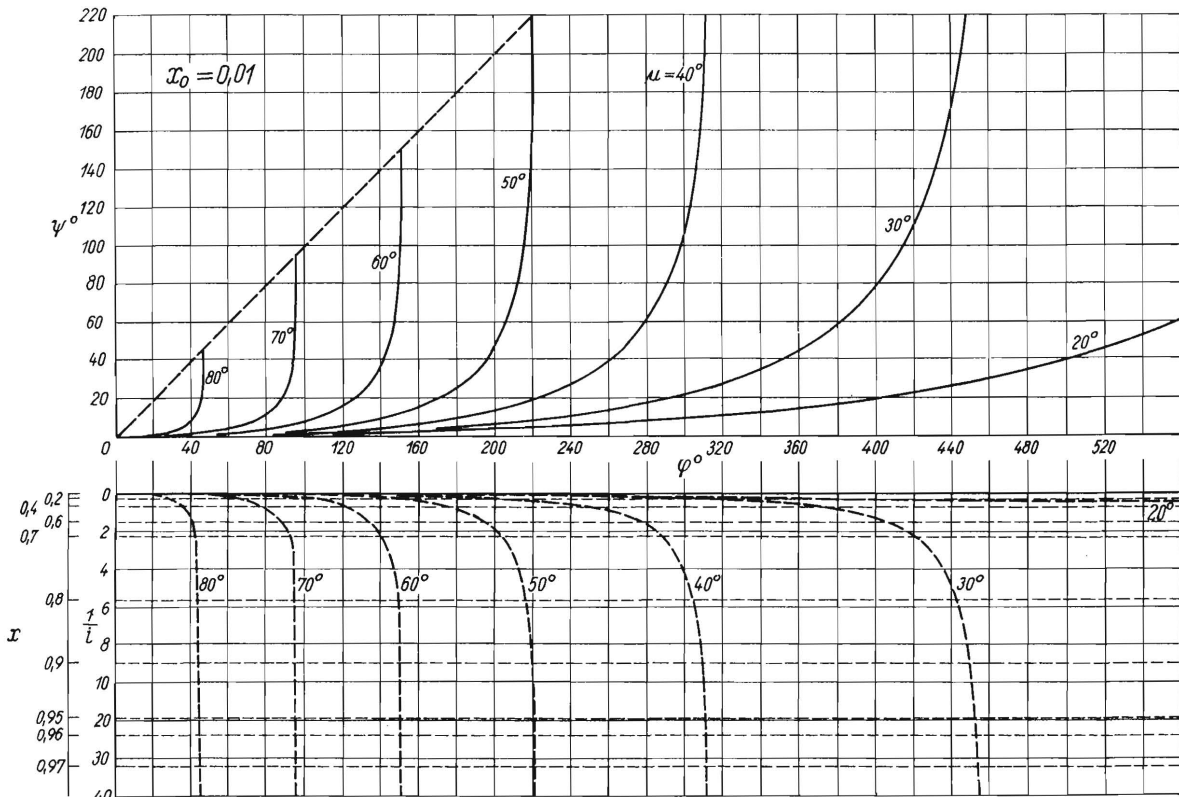


Bild 4. Kurventafel für gegenseinnig übertragende Wälzhebelpgetriebe für das Verhältnis $x_0 = 0,01$.

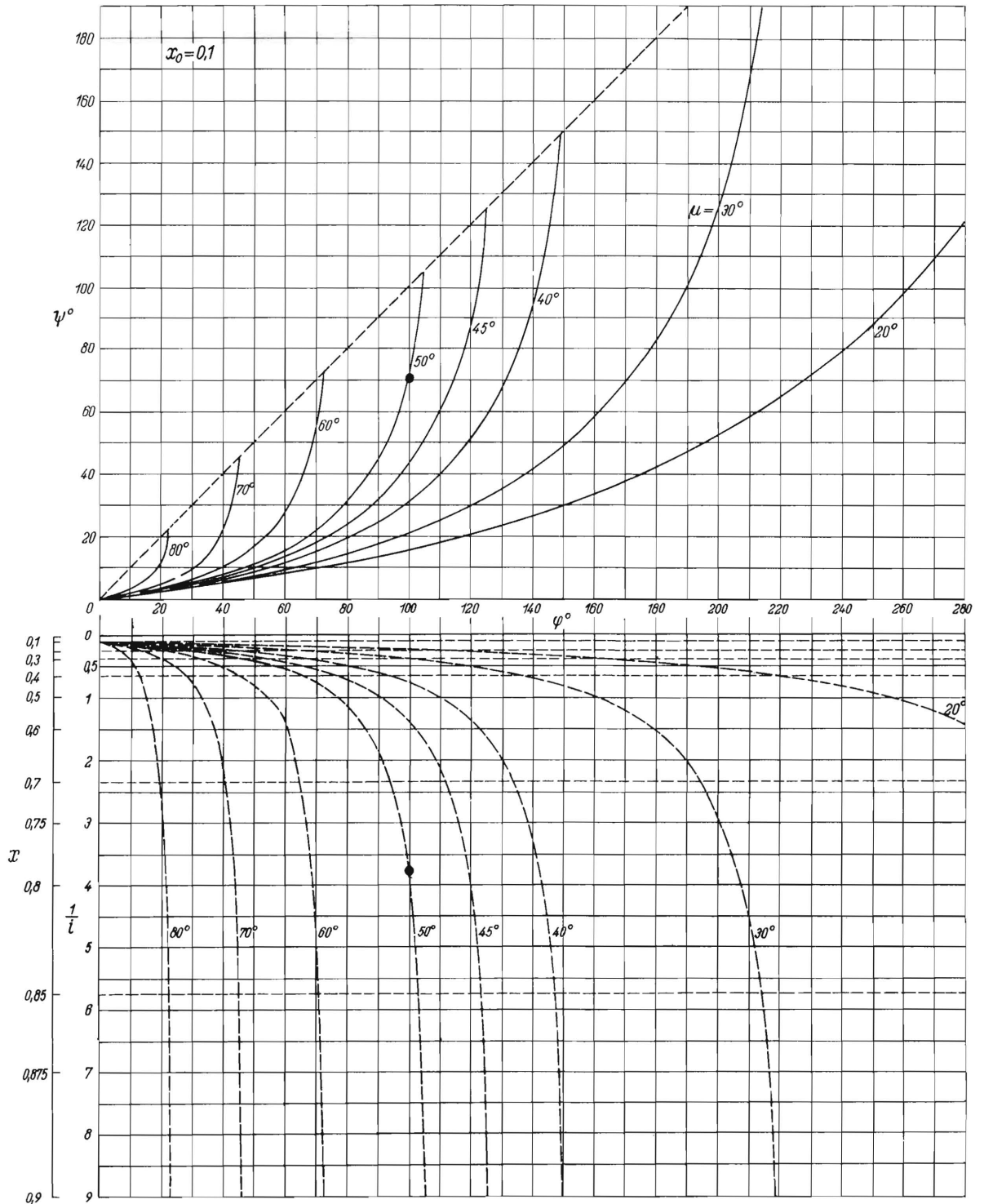


Bild 5. Kurventafel für gegenseitig übertragende Wälzhebelgetriebe für das Verhältnis $x_0 = 0,1$.

Das momentane Übersetzungsverhältnis i für eine beliebige Getriebestellung wird durch die Momentangröße der Winkelgeschwindigkeit ω beider Wälzhebel ausgedrückt:

$$i = \frac{\omega_{\varphi \text{ mom}}}{\omega_{\psi \text{ mom}}} = \frac{r'}{r}$$

oder
$$\frac{1}{i} = \frac{\omega_{\psi \text{ mom}}}{\omega_{\varphi \text{ mom}}} = \frac{r}{r'}$$
 (9)

Da aber für $r = r_0 e^{m\varphi}$ und $r' = a - r = a - r_0 e^{m\varphi}$

gesetzt werden kann, folgt für das Übersetzungsverhältnis auf den Achsabstand $a = 1$ bezogen

$$\frac{1}{i} = \frac{x_0 e^{m\varphi}}{1 - x_0 e^{m\varphi}} \quad (10)$$

Aus konstruktiven Gesichtspunkten interessieren für eine gegebene Winkelzuordnung die Wälzhebelgrößen des Getriebes.

Der maximale Radius am Antriebsglied wird bestimmt aus $r = r_0 e^{m\varphi}$

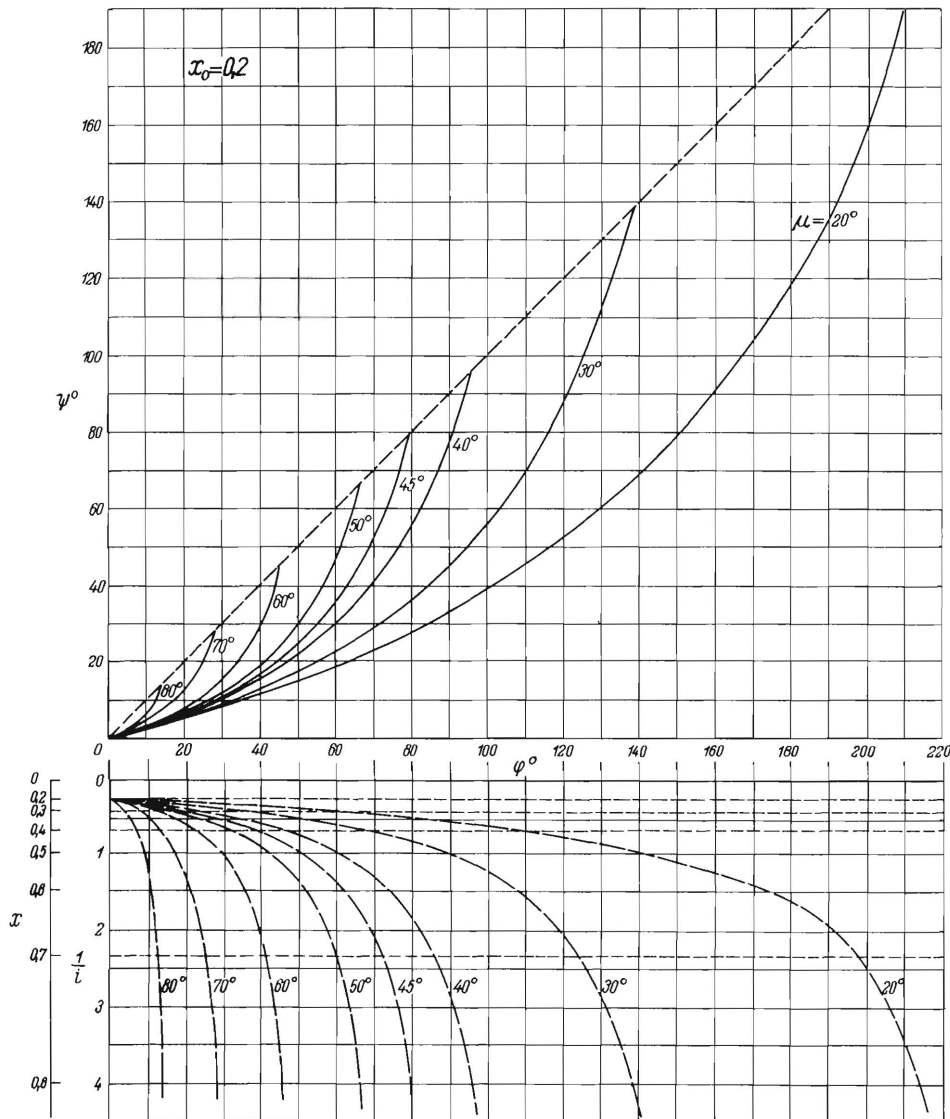


Bild 6. Kurventafel für gegenseitig übertragende Wälzhebelgetriebe für das Verhältnis $x_0 = 0,2$.

oder bezogen auf $a = 1$

$$x = x_0 e^{m\varphi}$$

und für das Abtriebsglied entsprechend

$$r' = a - r \text{ bzw. } x' = 1 - x$$

Aus den Tafeln (Bild 4 bis 6) kann der Wert x sofort abgelesen werden, damit lassen sich aus der genannten Gleichung $r = x a$ (11) für einen beliebigen Achsabstand die gesuchten Abmessungen einfach bestimmen.

Bild 4, 5 und 6 enthalten für die Werte $x_0 = 0,01, 0,1$ und $0,2$ Tafeln für gegenseitig übertragende Wälzhebelgetriebe, aus denen bei vorgegebenen Winkelgrößen φ und ψ der bestmögliche Übertragungswinkel μ , das momentane Übersetzungsverhältnis i und der größte Kurvenradius am Antriebsglied ersichtlich sind.

Die Benutzung der Kurventafel soll anhand eines Beispiels erläutert werden. Damit die gesuchten Getriebeabmessungen den größtmöglichen Übertra-

gungswinkel gewährleisten, sollte für x_0 unter Berücksichtigung obiger Angaben der kleinste Wert gewählt werden.

Sind die Winkel $\varphi = 100^\circ$ und $\psi = 70^\circ$ gegeben und wird $x_0 = 0,1$ gesetzt, so schneiden sich im Bild 5 die Senkrechte über $\varphi = 100^\circ$ und die Waagerechte $\psi = 70^\circ$ auf der Kurve $\mu = 50^\circ$. Im unteren Teil der Tafel ergibt die Waagerechte durch den Schnittpunkt der Senkrechten auf $\varphi = 100^\circ$ mit der gestrichelt dargestellten Kurve $\mu = 50^\circ$ die Größe des momentanen Übersetzungsverhältnisses $1 : i = 3,7$ und gleichzeitig den Wert $x = 0,78$, d.h. den größten Radius der Wälzkurve am Antriebsglied in Abhängigkeit vom Achsabstand $a = 1$.

Mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses $1/i = \omega_\psi/\omega_\varphi$, welches aus der Tafel ersichtlich ist, läßt sich die momentane Winkelgeschwindigkeit für das Abtriebsglied durch Multiplikation mit einer konstanten Antriebswinkelgeschwindigkeit errechnen

$$\omega_\psi = \frac{1}{i} \omega_\varphi \quad (12)$$

Soll für das Beispiel $\omega_\varphi = 10 \text{ 1/s} = \text{konst}$ angenommen sein, so wird $\omega_\psi_{\text{max}} = 3,7 \cdot 10 = 37 \text{ 1/s}$.

Die in den Tafeln unter 45° verlaufende Gerade begrenzt den Bewegungsverlauf des Getriebes. D.h., wenn die vorgegebenen Winkel φ und ψ gleiche Größen besitzen, so liegt der Schnittpunkt der auf den Koordinaten errichteten Senkrechten für den Übertragungswinkel μ auf dieser Geraden. Für die Getriebeabmessungen ist dann $r_0 = r'_{\text{min}}$ bzw. $x_0 = a - x_{\text{max}}$, d.h., wenn der Abtriebswinkel größer als der Antriebswinkel vorgegeben wird, so muß zur Verwendung der Tafeln für den Getriebeentwurf das Abtriebsglied als Antrieb betrachtet werden. Nach Bild 7 ist dann $(\varphi) = \psi$ und $(\psi) = \varphi$. Alle der Tafel entnommenen Größen für x und $1/i$ beziehen sich dann auf das Abtriebsglied (ψ).

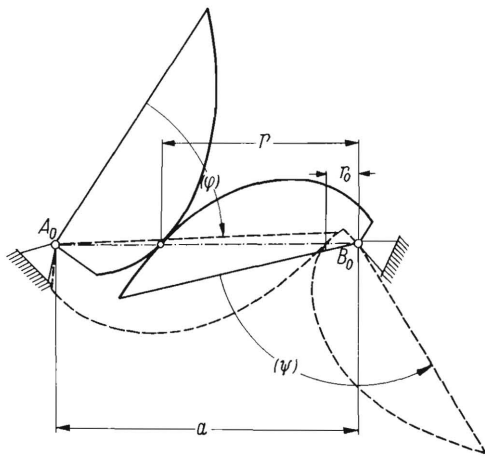


Bild 7. Wälzhebelpaare für gegensinnige Schwingrichtung mit großem Ab- und kleinem Antriebswinkel.

Sehr häufig sind aus konstruktiven Gründen große Achsabstände vorgegeben, so daß entsprechend der Winkelzuordnung φ und ψ die Wälzhebelabmessungen zu große Ausmaße annehmen, welche aus Platzgründen nicht immer untergebracht werden können. Für solche Fälle können nach Bild 8 und 9 die Wälzhebelabmessungen für einen zweckmäßig gewählten

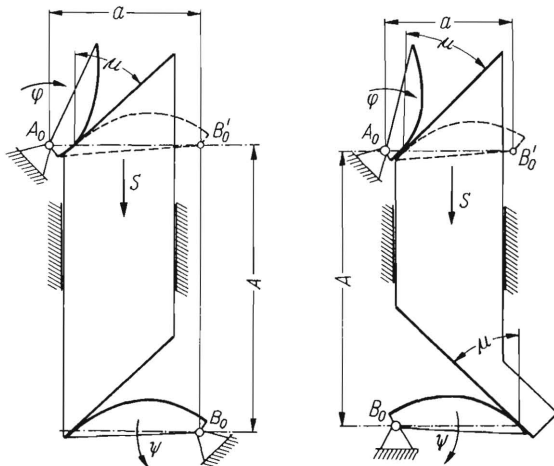


Bild 8 und 9. Wälzhebelpaare für gegensinnig übertragende Schwingbewegungen mit grossen Achsabständen.

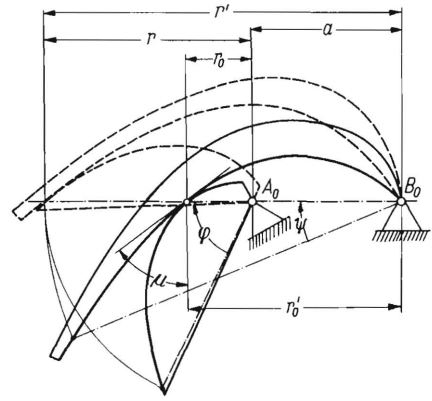


Bild 10. Wälzhebelpaare für gleichsinnig übertragende Schwingbewegungen.

Abstand a bestimmt werden; der gegebene Abstand A wird durch einen Schieber S überbrückt. Die Schubrichtung muß jedoch senkrecht zur Verbindungsgeraden $A_0 B'_0$ liegen; die Schieberlänge entspricht dem Abstand A und die Wälzgeraden am Schubglied sind um den Winkel μ gegenüber der Schubrichtung geneigt. Der Wirkungsgrad dieser Getriebe nach Bild 8 und 9 ist infolge des zusätzlichen Schubgliedes nicht so groß, wie bei der Verwendung von nur zwei Wälzhebeln.

b) Wälzhebelpaar mit gleichsinniger Schwingrichtung

Gemäß dem Getriebeaufbau in Bild 10 wird der Abstand beider Wälzhebeldrehachsen durch die Bezugsradien r_0 und r'_0 bestimmt.

Allgemein gilt: $a = r' - r$ (13)

Die Gleichungen der Wälzhebelkurven lauten für das Antriebsglied:

$$r = r_0 e^{m\varphi} \quad (\text{s. Gl. 1})$$

und für das Abtriebsglied

$$r' = r'_0 e^{m\psi} \quad (14)$$

Damit wird der Achsabstand

$$a = r'_0 e^{m\psi} - r_0 e^{m\varphi}$$

bzw. $a = (r_0 + a) e^{m\psi} - r_0 e^{m\varphi}$ und es folgt für den Abtriebswinkel

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{a + r_0 e^{m\varphi}}{r_0 + a} \quad (15)$$

Setzt man auch hier

$$\frac{r_0}{a} = x_0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{r}{a} = x$$

so ergibt die Endgleichung

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 + x_0 e^{m\varphi}}{1 + x_0} \quad (16)$$

Es läßt sich damit bei einem vorgegebenen Antriebswinkel φ , festgelegtem Übertragungswinkel μ und einem Wert x_0 , der unter den gleichen Gesichtspunkten gewählt wird wie bei a) beschrieben, der Abtriebswinkel ψ bestimmen.

Das momentane Übersetzungsverhältnis eines Wälzhebelpaares für gleichsinnige Schwingrichtung

errechnet sich ebenfalls aus

$$i = \frac{\omega_{\varphi \text{ mom}}}{\omega_{\psi \text{ mom}}} = \frac{r'}{r}$$

bzw. $\frac{1}{i} = \frac{\omega_{\psi \text{ mom}}}{\omega_{\varphi \text{ mom}}} = \frac{r}{r'}$ (s. Gl. 9)

Wird für $r = r_0 e^{m\varphi}$ und $r' = r'_0 e^{m\psi}$ gesetzt, so ergibt das Übersetzungsverhältnis mit dem Wert x_0 ausgedrückt:

$$\frac{1}{i} = \frac{x_0 e^{m\varphi}}{1 + x_0 e^{m\varphi}} \quad (17)$$

Wenn die Antriebswinkelgeschwindigkeit konstant gehalten wird, so läßt sich durch Multiplikation mit dem Übersetzungsverhältnis $1/i$ die Winkelgeschwindigkeit des Abtriebsgliedes errechnen:

$$\omega_{\psi} = \frac{1}{i} \omega_{\varphi} \quad (\text{s. Gl. 12})$$

Die Wälzhebelgrößen bei vorgegebener Winkelanordnung errechnen sich für das Antriebsglied:

$$r_{\text{max}} = r_0 e^{m\varphi} \quad \text{bzw.} \quad x = x_0 e^{m\varphi}$$

und für das Abtriebsglied:

$$r' = r'_0 e^{m\psi} \quad \text{oder} \quad r' = a + r \quad \text{bzw.} \quad x' = 1 + x$$

Für den Getriebeentwurf ist der Wert x aus den Tafeln (Bild 11 bis 13) ersichtlich. Die wirklichen Abmessungen, bezogen auf den konstruktiv vorgegebenen Achsabstand beider Wälzhebelrehachsen, werden durch die Gleichung $r = x a$ (s. Gl. 11) festgelegt.

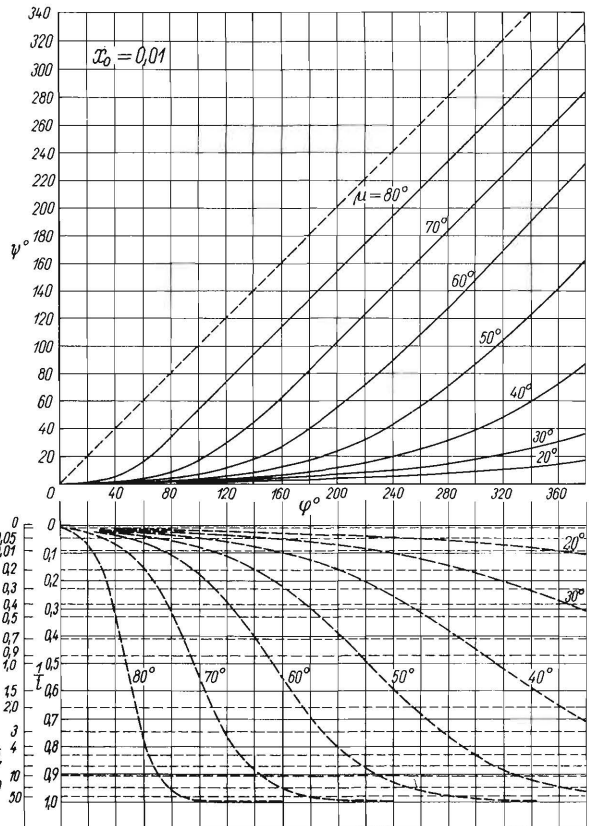


Bild 11. Kurventafeln für gleichsinnig übertragende Wälzhebelgetriebe für das Verhältnis $x_0 = 0,01$.

Bild 11, 12 und 13 enthalten Tafeln mit den Werten $x_0 = 0,01, 0,1$ und $0,2$ für gleichsinnig übertra-

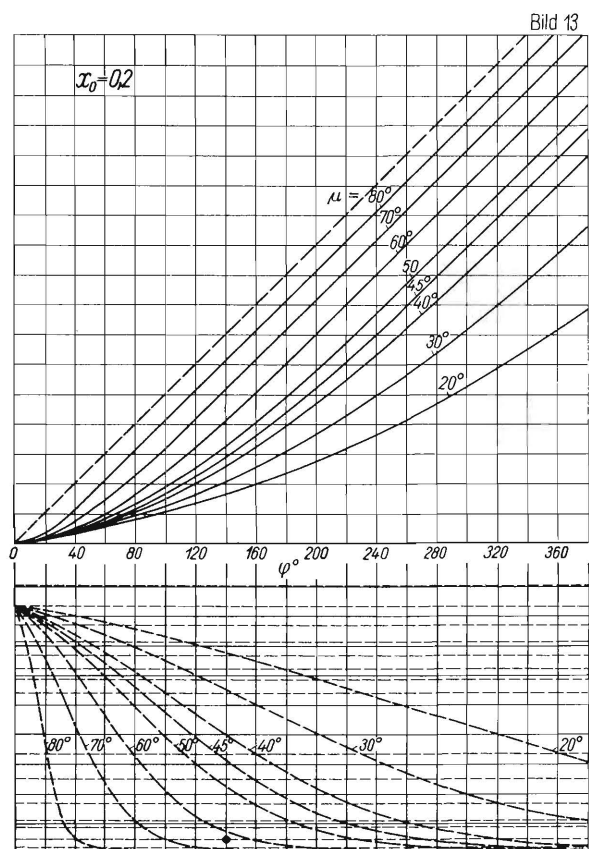
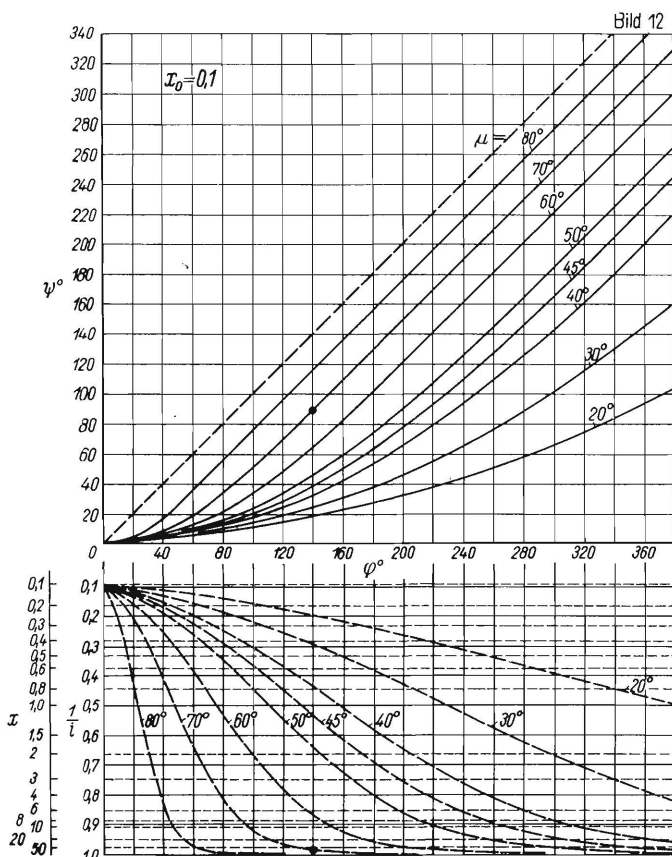


Bild 12 und 13. Kurventafeln für gleichsinnig übertragende Wälzhebelgetriebe für das Verhältnis $x_0 = 0,1$ und $0,2$.

gende Wälzhebelgetriebe, aus denen, wie unter a) beschrieben, bei gegebenen Größen φ und ψ der günstigste Übertragungswinkel μ , das momentane Übersetzungsverhältnis $1/i$ und für den größten Kurvenradius der Wert x ersichtlich sind.

Während bei gegensinnig schwingendem Getriebe das momentane Übersetzungsverhältnis jeden beliebigen Wert annehmen kann (vorausgesetzt sei ein sehr kleiner Wert x_0), erreicht das gleichsinnig schwingende Getriebe nur bei sehr großen Wälzhebelgrößen und kleinen Achsabständen annähernd den Wert 1; die Tafeln lassen die asymptotische Anschmiegung der Kurven an den Wert $i = 1$ erkennen. Diese Betrachtungen gelten nur für zweigliedrige Wälzhebelgetriebe.

Als Beispiel sei ein Antriebswinkel $\varphi = 140^\circ$ und ein Abtriebswinkel $\psi = 90^\circ$ gegeben. Nach Bild 12 für den Wert $x_0 = 0,1$ ergibt sich als Schnittpunkt der auf $\varphi = 140^\circ$ und $\psi = 90^\circ$ errichteten Senkrechten ein Übertragungswinkel $\mu = 70^\circ$; im unteren Teil der Tafel schneidet die Senkrechte auf φ die Kurve 70° bei einem Wert $x \approx 70$ und einem maximalen Übersetzungsverhältnis $i = 1/0,99$. Das heißt, dieses Getriebe würde sehr große Abmessungen ergeben; man wird um kleinere Abmessungen zu erhalten einen größeren Wert x_0 wählen müssen.

Aus Bild 13 mit $x_0 = 0,2$ ergibt sich für das gleiche Beispiel ein Übertragungswinkel $\mu \approx 65^\circ$, damit erhält man für die Gliedabmessungen $x \approx 20$ und ein maximales Übersetzungsverhältnis $i = 1/0,96$. An diesem Beispiel erkennt man die Wichtigkeit der Bereitstellung von Kurventafeln für den Getriebeentwurf. Der Konstrukteur kann anhand mehrerer Tafeln der verschiedensten Werte x_0 sehr schnell die für ihn brauchbaren Getriebegrößen ermitteln.

Wenn für ein gleichsinnig schwingendes Wälzhebelpaar ein großer Abtriebs- und kleiner Antriebswinkel gefordert wird, so muß, wie unter Absatz a) beschrieben, für den Getriebeentwurf das Abtriebsglied als Antrieb betrachtet werden. Nach Bild 14

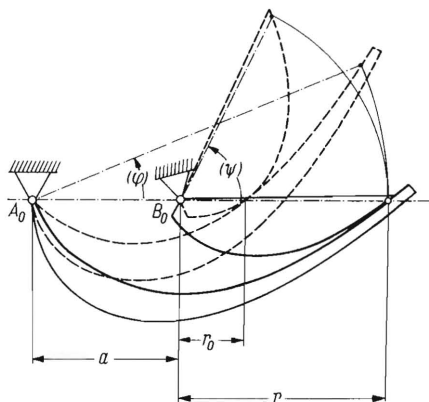


Bild 14. Wälzhebelgetriebe für gleichsinnige Schwingrichtung mit grossem Ab- und kleinem Antriebswinkel.

wird dann für die Verwendung der Kurventafeln $(\varphi) = \psi$ und $(\psi) = \varphi$. Alle Getriebegrößen beziehen sich nun auf das Abtriebsglied (φ).

Wälzhebelgetriebe zur Übertragung von Drehung in Schiebung

Wenn an einem Wälzhebelpaar zur Übertragung schwingender Bewegungen das Abtriebsglied einen unendlich großen Ausgangsradius r_0 erhält, so tritt statt der Drehung eine Schiebung auf. Die Wälzkurve des Schubgliedes für den Abtrieb bei einer eingeleiteten Schwingbewegung wird demzufolge eine Gerade. Nach Bild 15 wird der Übertragungswinkel μ gebildet von der Senkrechten auf der Schubbewegungsrichtung und der Wälzgeraden am Schubglied.

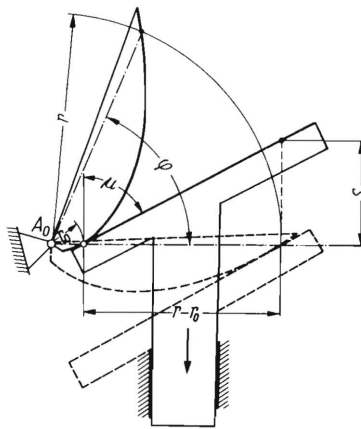


Bild 15. Wälzhebelgetriebe zur Umwandlung von Drehung in Schiebung.

Die Gleichung der Wälzkurve des schwingenden Gliedes lautet wie bisher

$$r = r_0 e^{m\varphi} \quad (\text{s. Gl. 1})$$

Der Steigungsfaktor m ist nach Gleichung (2)

$$m = \operatorname{tg} \mu$$

Für die graphische Auftragung wird die Schubstrecke S in Abhängigkeit vom Ausgangsradius r_0 durch einen Verhältnisswert \bar{x} ausgedrückt:

$$\bar{x} = \frac{S}{r_0} \quad (18)$$

Die Ableitung der Gleichung für \bar{x} bezogen auf den Übertragungswinkel μ und den Drehwinkel φ ergibt:

$$m = \frac{r - r_0}{S} \quad (19)$$

umgeformt wird $r = mS + r_0$

Wenn für m und S die Gleichungen (18) und (19) eingesetzt werden, folgt:

$$r_0 e^{m\varphi} = m \bar{x} r_0 + r_0$$

Nach \bar{x} aufgelöst ergibt sich dann

$$\bar{x} = \frac{1}{m} (e^{m\varphi} - 1) \quad (20)$$

Da bei einem derartigen Getriebe von einem Übersetzungsverhältnis in bekannter Weise nicht gesprochen werden kann, wurde für die folgende Be-

trachtung eine Größe K in Abhängigkeit der Wälzhebelpaare eingeführt:

$$K = \frac{r}{r_0} \quad (21)$$

oder unter Verwendung von Gleichung (19)

$$K = \frac{m s + r_0}{r_0}$$

Wie für das schwingende Wälzhebelpaar das momentane Übersetzungsverhältnis vom augenblicklichen Wälzpunktradius um A_0 abhängig ist, so gilt hier das gleiche für die Momentangröße K . Damit läßt sich die Momentangeschwindigkeit v des Schubgliedes nach der bekannten Gleichung

$$v = r \omega \quad (22)$$

berechnen.

Wird K und r_0 für den Radius r eingesetzt, so folgt:

$$v = r_0 \omega K \quad (23)$$

Es kann damit bei einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω und einem vorgegebenen Radius r_0 durch den errechneten Wert K die augenblickliche Schubgeschwindigkeit v bestimmt werden.

Die Benutzung der in Bild 16 dargestellten Kurventafel wird an einem Beispiel gezeigt. Soll bei einem Drehwinkel $\varphi = 190^\circ$ eine Verschiebung von $s = 100\text{ mm}$ erfolgen und wird für $r_0 = 5\text{ mm}$ gewählt, so ergibt sich für \bar{x} aus Gleichung (18):

$$\bar{x} = \frac{100}{5} = 20$$

Damit folgt für den Übertragungswinkel als Schnittpunkt der auf den Koordinaten errichteten Senkrechten $\mu = 41^\circ$, entsprechend ist aus der unteren Tafel als Schnittpunkt der auf $\varphi = 190^\circ$ errichteten Senkrechten mit der Kurve 41° ein Wert $K = 17$ ablesbar.

Bei der Annahme von $\omega = 2\text{ 1/s}$ hat die maximale Schubgeschwindigkeit v eine Größe

$$v = 5 \cdot 2 \cdot 17 = 170\text{ mm/s}$$

Für beliebige Winkelwerte φ läßt sich mit dem aus der Tafel ersichtlichen Wert K die jeweilige Schubgeschwindigkeit bestimmen.

Hintereinander geschaltete Wälzhebelpaare

Sehr häufig sind die vorgegebenen Bewegungsgrößen mit einem Wälzhebelpaar schlecht zu erfüllen. Ist z. B. gegenüber einem Antriebswinkel φ ein relativ großer bzw. kleiner Abtriebswinkel ψ gefordert, so würde bei der Verwendung von nur einem Wälzhebelpaar der Übertragungswinkel einen sehr kleinen Wert annehmen. Da Wälzhebelpaare eine formschlüssige Bewegungsübertragung garantieren sollen, würde das bedeuten, daß bei kleinem Übertragungswinkel Klemmungen eintreten, die wiederum sehr große Lagerdrücke verursachen und damit den Wirkungsgrad des Getriebes entscheidend negativ beeinflussen. Für allgemeine Fälle soll der Übertragungswinkel μ nicht kleiner als 20° sein.

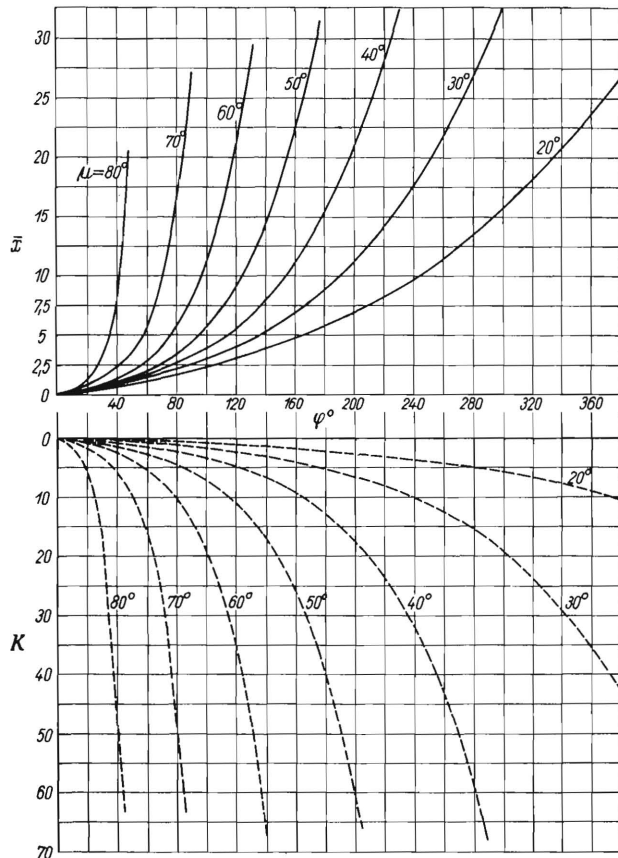


Bild 16. Kurventafel für Wälzhebelpaare zur Umwandlung von Drehung in Schiebung.

Besitzt also eine Winkelzuordnung sehr unterschiedliche Größen, so ergibt sich mit zwei hintereinandergeschalteten Wälzhebelpaaren ein wesentlich größerer Übertragungswinkel und damit ein guter Wirkungsgrad des Getriebes.

Werden zwei Wälzhebelpaare gleicher Abmessungen für derartige Getriebe verwendet, so lassen sich mit Hilfe abgeleiteter Gleichungen Kurventafeln herstellen, aus denen für das Getriebe der günstigste Übertragungswinkel μ ersichtlich ist.

Die Ausgangsradien der Wälzkurven r_0 und r_0' sind auf den Achsabstand $a = 1$ eines Wälzhebelpaares bezogen.

Es gilt hier
$$x_0 = \frac{r_0}{a} \quad (\text{s. Gl. 6})$$

Gleichsinnig schwingende Getriebe

Wenn in Bild 17 der Drehwinkel des Zwischengliedes α angenommen wird, so folgt aus der Gleichung (8) für Wälzhebelpaar II die Gleichung

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 - x_0}{1 - x_0 e^{m\alpha}} \quad (24)$$

und entsprechend für Wälzhebelpaar I

$$\alpha = \frac{1}{m} \ln \frac{1 - x_0}{1 - x_0 e^{m\varphi}} \quad \text{oder} \quad e^{m\alpha} = \frac{1 - x_0}{1 - x_0 e^{m\varphi}}$$

$e^{m\alpha}$ in Gleichung (24) eingesetzt, ergibt für den Abtriebswinkel ψ des Getriebes in Bild 17:

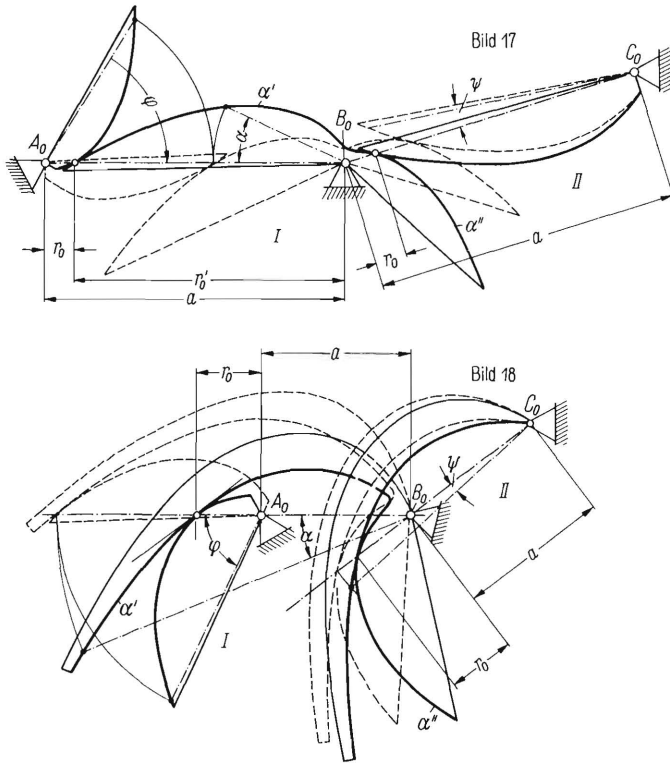


Bild 17 und 18. Dreigliedriges Wälzhebelgetriebe für gleichsinnig übertragende Schwingbewegungen.

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{(1 - x_0) (1 - x_0 e^{m\varphi})}{1 - x_0 e^{m\psi} - x_0 (1 - x_0)} \quad (25)$$

Diese Gleichung ist mit einem Wert $x_0 = 0,1$ und verschiedenen Steigungsfaktoren über den Winkelwerten φ und ψ in Bild 19 graphisch aufgetragen. Es kann damit für vorgegebene Winkelzuordnungen der beste, für beide Wälzhebelpaare gleich große Übertragungswinkel μ ermittelt werden. Nunmehr läßt sich mit Hilfe des bekannten Übertragungswinkels aus Bild 5 der Drehwinkel α des Zwischen­gliedes bestimmen und damit die Größe der einzelnen Wälzhebel festlegen.

Als Beispiel sollen der Winkel $\varphi = 200^\circ$ und $\psi = 10^\circ$ vorgegeben und ein Wert $x_0 = 0,1$ angenommen sein. Aus Bild 19 ergibt sich als Schnittpunkt der Senkrechten auf den Koordinaten, ein Übertragungswinkel $\mu = 23^\circ$. Für weitere Ermittlung der Getriebeabmessungen verwende man die für ein Wälzhebelpaar entsprechend dem Wert x_0 gültige Kurventafel; in diesem Falle ergibt sich aus Bild 5, wenn das I. Wälzhebelpaar betrachtet wird, für den Winkel $\varphi = 200^\circ$ und dem Übertragungswinkel $\mu = 23^\circ$ ein Zwischenwinkel $\alpha = 70^\circ$ (für das I. Wälzhebelpaar ist der Winkel α dem Abtriebswinkel ψ in Bild 5 identisch).

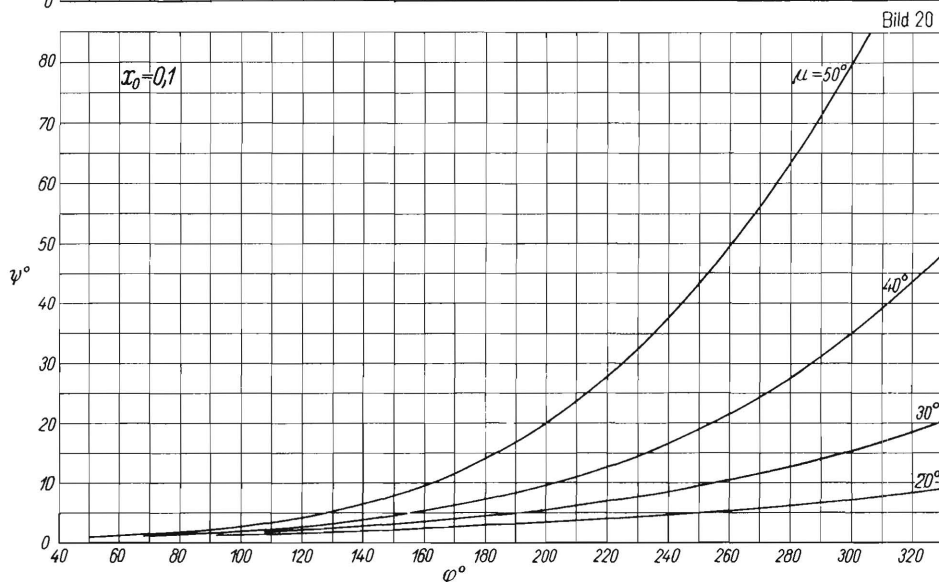
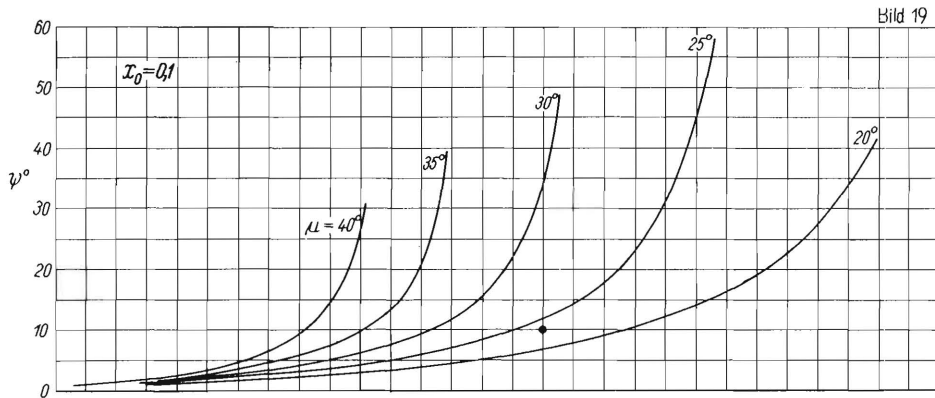


Bild 19 und 20. Kurventafeln für dreigliedrige gleichsinnig schwingende Wälzhebelgetriebe. Bild 19 für Getriebe nach Bild 17, Bild 20 für Getriebe nach Bild 18

Als größter Radius wird für die Kurve am Antriebsglied $x = 0,5$ und für die Kurve α' am Zwischenglied $x'_0 = 0,9$ bestimmt.

Bei der Betrachtung des II. Wälzhebelpaares wird ebenfalls für den Winkel $\psi = 10^\circ$ und dem Übertragungswinkel $\mu = 23^\circ$ ein Zwischenwinkel $\alpha = 70^\circ$ abgelesen. (Für das II. Wälzhebelpaar ist der Winkel α dem Antriebswinkel φ in der Tafel identisch.)

Der größte Radius der Kurve α'' am Zwischenglied ist aus der Tafel mit $x = 0,18$ ablesbar; für das Abtriebsglied wird dann $x'_0 = 0,9$.

Ein anderer Getriebeaufbau zur Übertragung schwingender Bewegungen ist in **Bild 18** dargestellt. Gegenüber dem Getriebe in **Bild 17** zeichnet sich dieser Aufbau durch besonders große Übertragungswinkel aus; als Nachteil wäre der infolge der größeren Wälzhebelabmessungen erforderliche Platzbedarf zu nennen. Für eine vorgegebene Winkelzuordnung φ und ψ läßt sich aus der Gleichung

$$\psi = \frac{1}{m} \frac{1 + x_0 e^{m\varphi}}{1 - x_0} \quad (\text{s. Gl. 16})$$

unter Berücksichtigung des Zwischenwinkels α für das Abtriebsglied folgende Gleichung ableiten:

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 + x_0 (2 + x_0 e^{m\varphi})}{(1 + x_0)^2} \quad (26)$$

Für den Getriebeentwurf ist in **Bild 20** mit einem Wert $x_0 = 0,1$ der Übertragungswinkel μ in Abhängigkeit der Winkelwerte φ und ψ aufgetragen.

Es sollen als Beispiel die Winkel $\varphi = 200^\circ$ und $\psi = 20^\circ$ vorgegeben sein. Aus **Bild 20** ergibt sich für diesen Getriebeaufbau ein Übertragungswinkel $\mu = 50^\circ$. Die weiteren Getriebeabmessungen und die Größe des Zwischenwinkels kann in gleicher Weise, wie im Beispiel der Getriebeanordnung nach **Bild 17**, der Tafel in **Bild 12** entnommen werden.

Gegensinnig schwingendes Getriebe

Das in **Bild 21** dargestellte, aus zwei verschiedenen Wälzhebelpaaren zusammengesetzte Getriebe überträgt große schwingende Bewegungen in kleine gegensinnig schwingende Bewegungen. Wenn der Zwischenwinkel α angenommen wird, so läßt sich

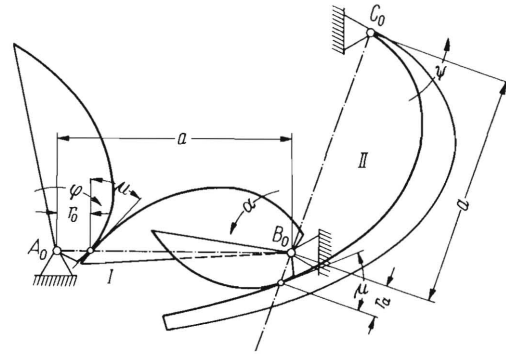


Bild 21. Dreigliedriges Wälzhebelgetriebe für gegensinnig übertragende Schwingbewegungen.

für Wälzhebelpaar I unter Berücksichtigung der Verhältnisgröße $x_0 = r_0/a$, analog der Gleichung (8), der Zwischenwinkel α ausdrücken.

$$\alpha = \frac{1}{m} \ln \frac{1 - x_0}{1 - x_0 e^{m\varphi}}$$

Bei der Betrachtung des II. Wälzhebelpaares folgt, analog der Gleichung (16), für den Abtriebswinkel ψ :

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 + x_0 e^{m\alpha}}{1 + x_0}$$

Wird für $e^{m\alpha}$ obige Gleichung eingesetzt, so wird für diese dreigliedrige Getriebeanordnung der Winkel ψ in Abhängigkeit von φ ausgedrückt. Es wird dann

$$\psi = \frac{1}{m} \ln \frac{1 - x_0 e^{m\varphi} + x_0 (1 - x_0)}{(1 + x_0) (1 - x_0 e^{m\varphi})} \quad (27)$$

Der in **Bild 22** dargestellten Kurventafel mit einem Wert $x_0 = 0,1$ kann für geforderte Winkelwerte φ und ψ , entsprechend obiger Gleichung, der für das Getriebe bestmögliche Übertragungswinkel μ entnommen werden. Beide Wälzpaare besitzen den gleichen Übertragungswinkel und damit die gleichen logarithmischen Spiralen als Wälzkurven.

Für die als Beispiel gewählten Winkelgrößen $\varphi = 250^\circ$ und $\psi = 10^\circ$ ergibt sich ein Übertragungswinkel $\mu = 20^\circ$. Mit diesen bekannten Größen φ , ψ und μ lassen sich aus den für die einzelnen Wälzhebelpaare gültigen Kurventafeln mit einem Wert $x_0 = 0,1$ die weiteren Getriebeabmessungen ermitteln.

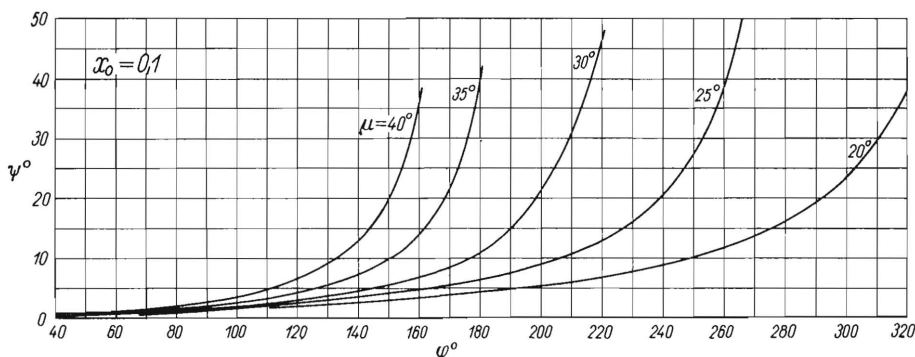


Bild 22. Kurventafel für dreigliedriges gegensinnig schwingendes Wälzhebelgetriebe.

Wälzhebelgetriebe zur Übertragung von Schubbewegungen

Wenn zwei Schubbewegungen verschiedener Größe und Bewegungsrichtung vorgegeben sind, so kann diese Zuordnung durch einen zwischen den Schubgliedern angeordneten Wälzhebel erfüllt werden. Es ist jedoch aus **Bild 23** ersichtlich, daß für derartige Bewegungsverhältnisse eine Bestimmung des besten Übertragungswinkels nicht möglich ist, da der vom Zwischenglied zu durchlaufende Winkel unbestimmt bleibt. Die unterschiedlichen Wegstrecken der Schubglieder können, bei gleich großen Werten r_0 nach Festlegung des vom Zwischenglied zu durchlaufenden Winkels durch gegenseitig unterschiedliche Übertragungswinkel μ vom Getriebe erfüllt werden. Für jedes Schubglied kann nach Annahme des Winkels φ der Übertragungswinkel μ der in **Bild 16** gezeigten Kurventafel entnommen werden. Sollen beide Übertragungswinkel gleich groß sein, so sind unterschiedliche Wegstrecken der Schubglieder nur durch unterschiedliche Werte r_0 erhältlich.

Wälzhebelgetriebe für $i = 1 = \text{const}$

Werden zwei Wälzhebelpaare nach **Bild 24** und **25** so angeordnet, daß für das Antriebs- und Abtriebsglied gleiche Wälzhebel als auch für das Zwischenglied gleiche Wälzkurven verwendet werden, und

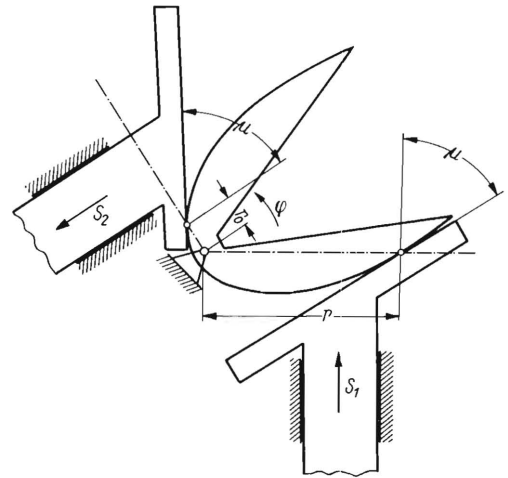


Bild 23. Wälzhebelgetriebe zur Übertragung von Schubbewegungen.

Verbindung zweier Wälzhebel angeordnete Feder F entsprechend dem zu übertragenden Drehmoment dimensioniert sein. Für einen guten Bewegungsablauf ist es zweckmäßig die Feder so aufzuhängen, daß am Getriebe kein äußeres Moment zusätzlich entsteht. In diesem Zusammenhang sei auf die Untersuchung von *Hain* [2] hingewiesen.

Für den Getriebeentwurf ist der größtmögliche Übertragungswinkel von den konstruktiv gegebenen Platzverhältnissen und der zu übertragenden

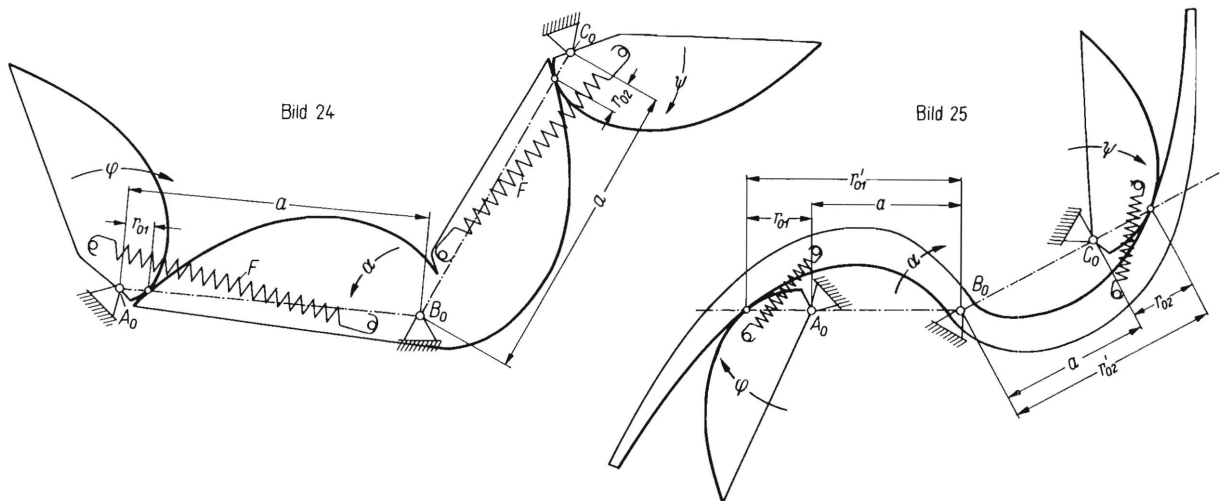


Bild 24 und 25. Wälzhebelgetriebe zur Übertragung eines konstanten Übersetzungsverhältnisses $i = 1 : 1$.

besitzen die Ausgangsradien r_{01} und r_{02} gleiche Größen, so eignen sich diese Getriebe als Sonderfall zur Übertragung eines konstanten Übersetzungsverhältnisses $i = 1$. Ein konstantes, größeres oder kleineres Übersetzungsverhältnis läßt sich auch durch die Anordnung unterschiedlicher Wälzhebelpaare nicht erfüllen.

Für diesen Sonderfall muß beachtet werden, daß nicht wie bei bisher behandelten Getrieben eine formschlüssige, sondern kraftschlüssige Bewegungsübertragung stattfindet; es muß also die zur

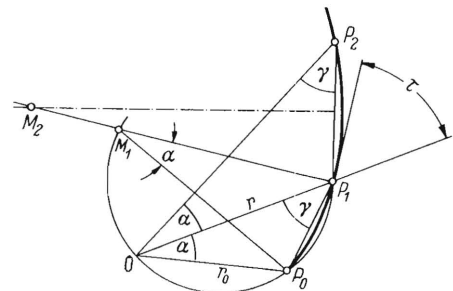


Bild 26. Vereinfachte Konstruktion einer angenäherten logarithmischen Spirale nach *Meinke* [3].

Schwingbewegung abhängig. Nach Festlegung des Zwischendrehpunktes und Annahme eines noch konstruktiv durchführbaren, größten Übertragungswinkels, können der Zwischenwinkel α und die weiteren Wälzhebelgrößen aus der für das Kurvenpaar gültigen Tafel, entsprechend dem Wert x_0 , bestimmt werden. Die Größe x_0 wird wiederum aus Gleichung (6) ermittelt.

Konstruktion der Wälzkurve

Die Konstruktion der Wälzkurve kann, nachdem der Übertragungswinkel festgelegt ist, einmal durch punktweises Berechnen der einzelnen Kurvenpunkte nach Gleichung (1) erfolgen. Eine vereinfachte zeichnerische Konstruktion durch Kreisbogen (Bild 26) mit genügender Genauigkeit wird von Meinke [3] angegeben.

Für die zeichnerische Konstruktion werden alle Dreieckswinkel nach der Gleichung

$$\tau = \gamma + \frac{\alpha}{2} \quad (\tau = 90^\circ - \mu)$$

angetragen, wodurch die Kurvenpunkte P_0 , P_1 und P_2 entstehen. Der dem Dreieck $O P_0 P_1$ umschriebene Kreisbogen schneidet die auf $P_0 P_1$ errichtete Mittelsenkrechte im Punkt M_1 . Der Kreis um M_1 mit $M_1 P_0$ als Radius wird als Näherung der Spirale zwischen P_0 und P_1 benutzt. Die Verlängerung von $P_1 M_1$ schneidet die Mittelsenkrechte von $P_1 P_2$ im Punkt M_2 . Die Genauigkeit dieser Konstruktion ist, wenn für $\alpha = \frac{1}{2} \tau$ gesetzt wird, für die Praxis noch ausreichend. Mit kleiner werdendem Winkel α wird die Genauigkeit entschieden gesteigert.

Schrifttum

- [1] Hain, Kurt: Wälzhebelgetriebe.
In: Grundlagen d. Landtechn. Heft 9, VDI-Verlag Düsseldorf 1957, S. 119/124.
- [2] Hain, Kurt: Federn in schwingenden Getrieben.
Z. VDI 96 (1954) Nr. 8 S. 250/254.
- [3] Meinke, H.: Annäherung einer logarithmischen Spirale durch Kreisbogen.
Z. angew. Math. u. Mech. 22 (1942) Nr. 3.

Eingegangen am 6. 6. 56

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung
der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode
Direktor: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. W. Kloth