

DIE KRAFTÜBERTRAGUNG ZWISCHEN SCHLEPPERREIFEN UND ACKERBODEN

Von W. Söhne

Ein Schlepper kann auf dem Acker bei günstigen Bodenverhältnissen bis zu 70 % seiner Motorleistung als Zughakenleistung abgeben. Ein solcher, relativ guter Wirkungsgrad kommt aber nur selten vor. Auch bei weniger günstigen Bodenverhältnissen, z.B. beim Pflügen auf einem etwas feuchten oder einem oberflächlich gelockerten Boden, darf der Wirkungsgrad nicht zu schlecht werden. Unter allen Verhältnissen soll ferner eine bestimmte Mindestzugkraft nicht unterschritten werden, z.B. beim Rübenabfahren im nassen Herbst. Dabei kommt es nur darauf an, dass der Rübenwagen überhaupt vom Acker kommt, und es ist praktisch gleichgültig, ob das bei 20 oder 40 % Wirkungsgrad, mit 60 oder 40 % Schlupf geschieht. Um alle diese Forderungen erfüllen zu können, muss man sich mit dem Problem der Kraftübertragung zwischen Reifen und Boden beschäftigen. Aus diesem Grunde wurden vom Institut für Schlepperforschung umfangreiche Zugkraft- und Schlupfmessungen [1] auf dem Acker durchgeführt, während im Institut für Landtechnische Grundlagenforschung – ausgehend von der Bodenmechanik – damit begonnen wurde, in Laboratoriumsversuchen und theoretischen Überlegungen dieses Problem weiter zu klären. Wir sind uns dabei bewusst, dass zwar gewisse Grundlagen der Kraftübertragung zwischen Reifen und Boden in Laboratoriumsversuchen erarbeitet werden können, dass jedoch die Vielfalt der Erscheinungen auf dem Acker bei verschiedenen Böden, verschiedener Feuchtigkeit und verschiedener Lagerungsdichte durch Laboratoriumsversuche allein nicht so schnell und nicht erschöpfend beantwortet werden kann. Die Messungen auf dem Acker und im Laboratorium müssen und sollen sich also ergänzen.

Die Aufgabe lautet, den Vorgang der Kraftübertragung in der Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden zu untersuchen, und zwar in vertikaler Richtung die durch das Schleppergewicht hervorgerufenen Druckkräfte wie in horizontaler Richtung die der Zugkraft äquivalenten Schubkräfte. Dazu gehört die Untersuchung der Verformungen des Reifens und des Bodens sowie das Gleiten in der Berührungsfläche.

Druckverteilung bei starrer Fahrbahn

Die Untersuchungen gingen von dem Vorgang der Kraftübertragung zwischen Reifen und starrer Fahrbahn aus, wobei auf die Erkenntnisse im Automobilbau zurückgegriffen werden konnte. Bild 1 gibt die Reifenabdrücke eines Ackerwagenreifens auf starrer Fahrbahn wieder, und zwar links im Bild bei konstan-

ter Radlast von 640 kg und veränderlichem Reifeninnendruck, rechts im Bild bei konstantem Reifeninnendruck von 3 atü und veränderlicher Radlast. Ein Ackerwagenreifen wurde gewählt, weil bei ihm die starke Beeinflussung durch Reifenstollen weg-

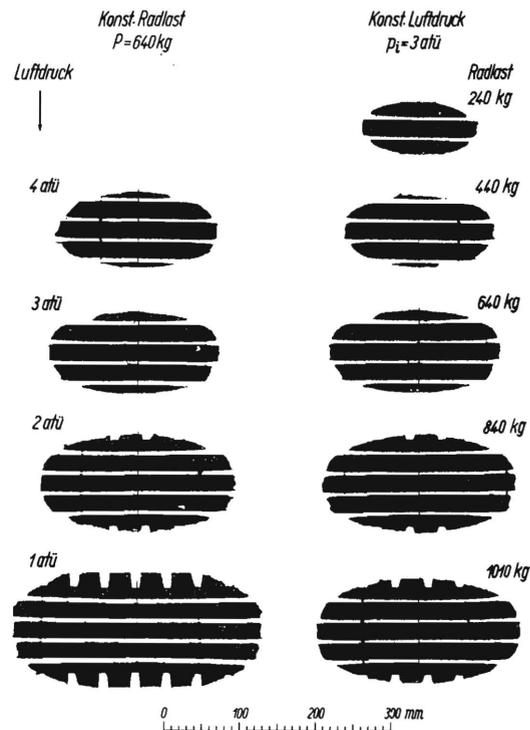


Bild 1. Abdrücke eines Ackerwagenreifens (Dunlop 170 – 20 AW) auf starrer, ebener Fahrbahn. links: bei konstanter Radlast und verändertem Luftdruck rechts: bei konstantem Luftdruck und veränderter Radlast.

fällt. Aus der Grösse der Berührungsfläche lässt sich der mittlere Flächendruck errechnen. Bild 2 zeigt den Flächendruck eines Ackerwagenreifens in Abhängigkeit von der Radlast und dem Reifeninnendruck. Danach ist bei dem untersuchten Reifen der mittlere Flächendruck bei 1 atü rund 50 % höher als der Reifeninnendruck, während bei 4 atü der mittlere Flächendruck etwa dem Reifeninnendruck entspricht, Bild 2 rechts. Die Steifigkeit der Karkasse wirkt sich also besonders bei niedrigem Reifeninnendruck in einer Erhöhung des mittleren Flächendrucks gegenüber dem jeweiligen Reifeninnendruck aus.

Wieweit nun die Druckverteilung in der Berührungsfläche von dem mittleren Flächendruck abweicht, wurde für einige Kraftfahrzeugreifen von Kraft [2] gemessen. Bild 3 zeigt die Druckverteilung für den Reifen 4.50–17 ohne Protaktor über der Berührungs-

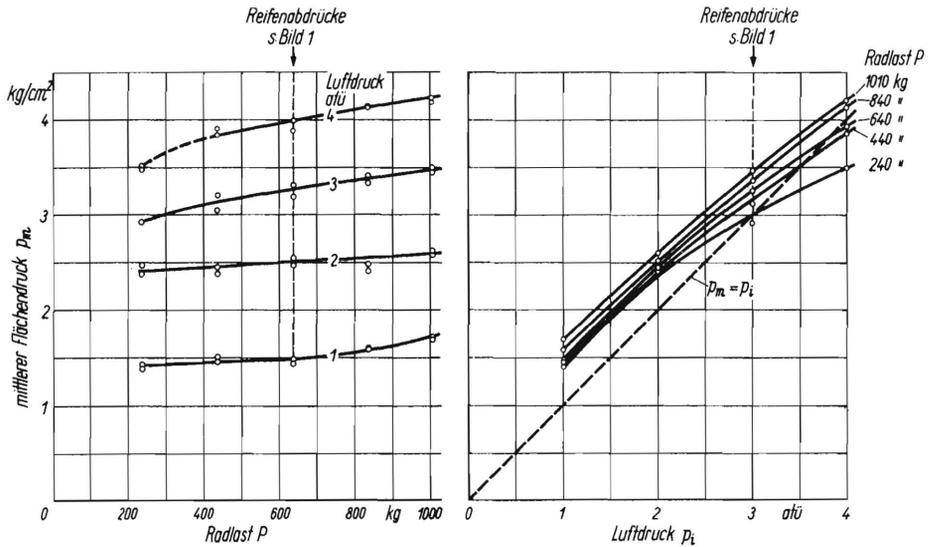


Bild 2. Mittlerer Flächendruck in der Berührungsfläche eines Ackerwagenreifens (Dunlop 170 – 20 AW) auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von der Radlast und dem Luftdruck.

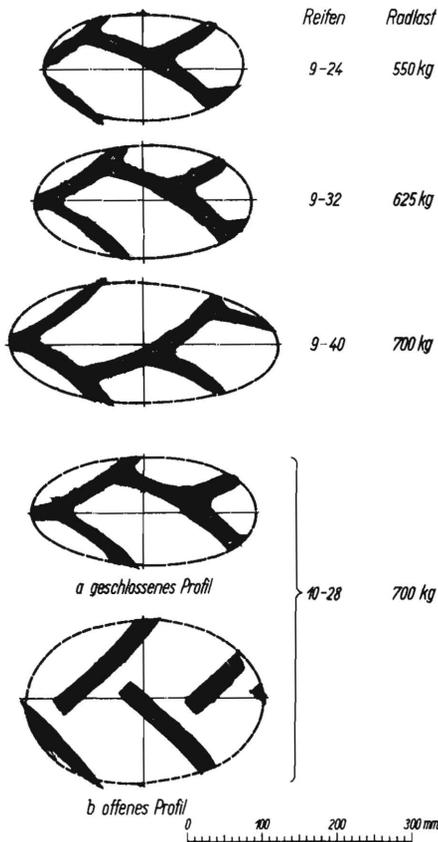


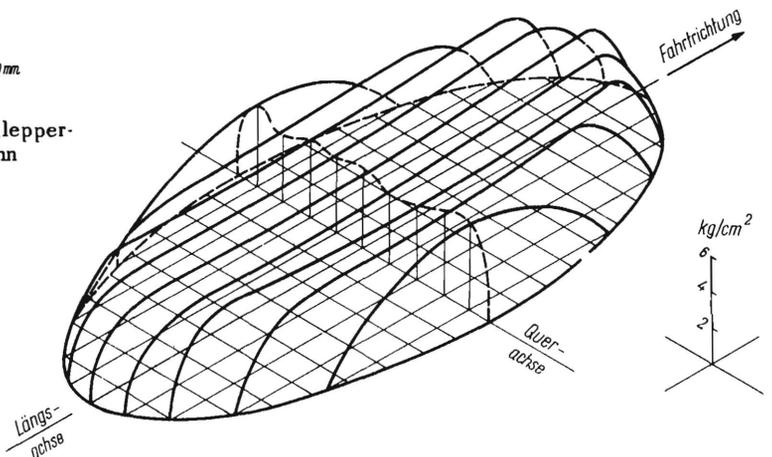
Bild 4. Abdrücke verschiedener Ackerschlepper-Reifen (Firestone) auf starrer Fahrbahn ($p_i = 0,84$ atü).

fläche. An den Seitenrändern der Ellipse ist der Flächendruck etwa 25% höher, im übrigen aber über die ganze Berührungsfläche ziemlich konstant. Für Reifen mit dünner Wandstärke, wie Ackerwagenreifen, kann man deshalb annehmen, dass der Flächendruck über der ganzen Berührungsfläche in erster Näherung gleich dem mittleren Flächendruck ist.

Bei den Schlepperreifen ergeben sich durch die hohen Stollen erhebliche Abweichungen gegenüber den Ackerwagenreifen. Bild 4 zeigt u.a. die Abdrücke der Stollen von drei Schlepperreifen von 9" Breite und verschiedenem Durchmesser bei der jeweiligen Nennlast. Um die Stollenabdrücke wurden Ellipsen gezeichnet und die mittleren Flächendrücke berechnet, indem man sie auf diese Ellipsen bezog. Der mittlere Flächendruck unter der Stollenfläche ist dagegen rund 4–5 mal so gross. Bild 5 (obere Reihe) zeigt den Flächendruck der 9" Reifen bei 0,84 atü Luftdruck¹⁾ in Abhängigkeit von der Radlast und Bild 5 (untere Reihe) den Flächendruck bei der jeweiligen Reifennennlast in Abhängigkeit vom Luft-

¹⁾ = 12 lbs/sq.in. Nenndruck nach Angaben des Reifenherstellers.

Bild 3. Druckverteilung in der Berührungsfläche eines Kraftwagenreifens auf starrer Fahrbahn beim Rollen (nach Kraft [2]).
PKW-Reifen 4.50 – 17 ohne Protektor
Radlast 300 kg
Luftdruck 2 atü



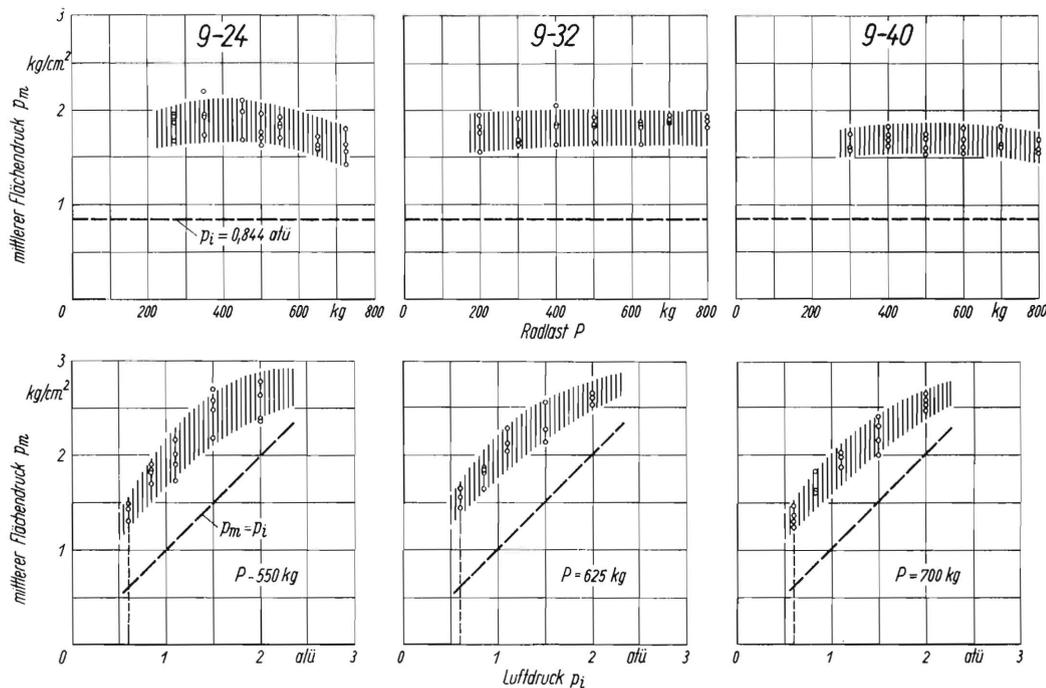


Bild 5. Mittlerer Flächendruck (auf die Ellipsenfläche bezogen) zwischen Ackerschlepperreifen und starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von Radlast und Luftdruck.
obere Reihe: Luftdruck $p_i = 0,844 \text{ atü} = \text{const}$
untere Reihe: Radlast P jeweils konstant

druck. Der mittlere Flächendruck der drei Reifen, der je nach der Abstützfläche der Stollen an verschiedenen Stellen des Reifenumfangs etwas streut (s. die Messpunkte), unterscheidet sich nur unerheblich; allen ist eines gemeinsam: bei 0,6 atü ist der Flächendruck mehr als doppelt so gross wie der Reifeninnendruck, während er bei 2 atü nur um 30% höher ist. Das ist auch hier eine Folge der Steifigkeit des Reifenaufbaus, die sich bei niedrigem Luftdruck besonders stark auswirkt.

Bild 4 zeigt auch die Abdrücke der Reifen 10-28 mit offenem und mit geschlossenem Profil. Die Abdruckfläche beim offenen Profil ist erheblich breiter als beim geschlossenen. Das rührt bei diesen Reifen nur zu einem geringen Teil daher, dass der Reifenaufbau des offenen Profils weicher ist, sondern vor allem daher, dass der Krümmungsradius der Stollenauflfläche im Reifenquerschnitt grösser ist als beim geschlossenen Profil.

Bild 6 gibt den Flächendruck der Reifen 10-28 mit geschlossenem und offenem Profil in Abhängigkeit von der Radlast bzw. dem Reifenluftdruck wieder. Während die mittleren Flächendrücke des geschlossenen Profils mehr als doppelt so hoch sind wie der Reifeninnendruck (linkes Bild), zeigen die mittleren Flächendrücke des offenen Profils eine geringere Streuung und liegen erheblich niedriger. Mit zunehmendem Reifeninnendruck nähern die Flächendrücke sich dem Wert des Reifeninnendrucks (rechtes Bild). Das hängt aber - wie gesagt - in erster Linie mit dem grösseren Krümmungsradius der Stollenauflfläche

des offenen Profils zusammen. Wollte man den Einfluss des offenen Profils auf die Federkennlinie mit dem des geschlossenen Profils exakt vergleichen, müsste man beide Reifen auf den gleichen Profilquerschnitt abdrehen.

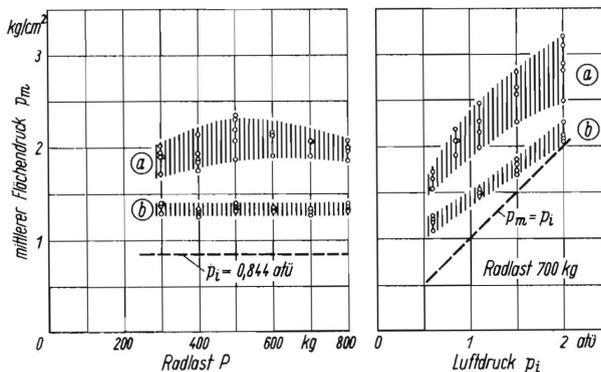


Bild 6. Mittlerer Flächendruck (auf die Ellipsenfläche bezogen) zweier Schlepperreifen (Firestone 10 - 28) auf starrer Fahrbahn in Abhängigkeit von Radlast und Luftdruck.
a geschlossenes Profil
b offenes Profil

Druckverteilung bei nachgiebigem Ackerboden

Während beim Befahren einer starren Fahrbahn nur der Reifen elastisch verformt wird, erfolgt beim Befahren eines nachgiebigen Ackerbodens gleichzeitig eine bleibende Verformung des Bodens. Durch die in den Boden eingedrückte Spur wird die Berührungsfläche grösser als auf starrer Bahn; der mittlere Flächendruck wird dabei umso kleiner, je nachgie-

biger der Boden, je tiefer also die Spur ist. Hierbei kann man den Flächendruck in der Berührungsfläche nicht mehr (auch nicht in erster Annäherung) als konstant annehmen. Der Boden verformt sich beim Überrollen in der in Bild 7 in Längsschnitten gezeigten Weise, d.h. längs der Berührungsfläche nimmt die Spurtiefe allmählich zu.

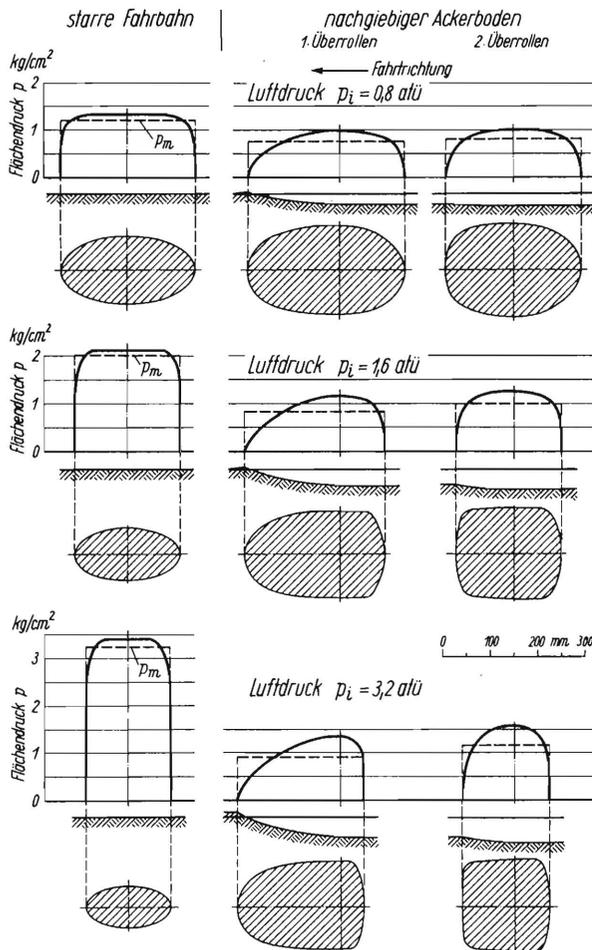


Bild 7. Berührungsfläche zwischen Reifen und Fahrbahn beim mehrmaligen Überrollen, Längsschnitt durch die Radspur sowie Druckverteilung längs der Mittellinie der Berührungsfläche beim Rollen.

Boden: milder Lehm, gefräst und gewalzt
Reifen 170-20 AW
Belastung 390 kg

Bild 8 zeigt einige Diagramme von Druckmessungen im Boden unter langsam darüberrollenden Rädern. Die Messung erfolgte durch eine ölgefüllte, flache, von einem offenen Stahlzylinder eingefasste Gummimessdose. Bei der Einbringung der Messdose in den Boden muss eine grosse Sorgfalt angewandt werden, um Messfehler zu vermeiden. Der Druck selbst wird mit einem Indikator gemessen. Nach Bild 9 beginnt in Stellung a der Reifen die Messdose zu überrollen; in Stellung b findet sich die Radmitte senkrecht über der Messdose, wobei der allmählich angestiegene Druck am grössten geworden ist. In Stellung c hat das Rad gerade wieder die Messdose verlassen, wobei durch die Verdichtung des Bodens eine Druckspannung auf der Messdose im Boden verbleibt.

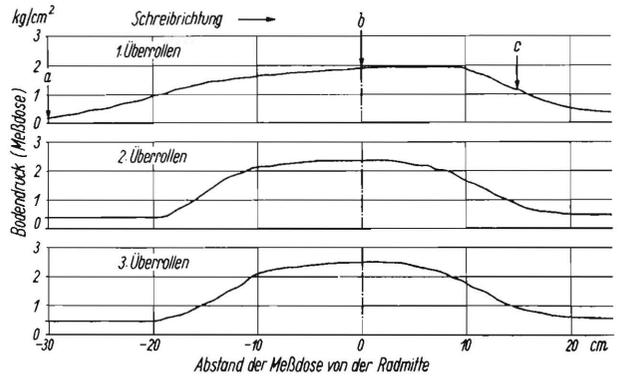


Bild 8. Druckmessungen in nachgiebigem Ackerboden unter einem Schlepperreifen.

Radlast 700 kg
Reifen Firestone 9-40
Luftdruck 2,5 atü

(Messanordnung und Stellung a, b und c siehe Bild 9)

Aus diesen Diagrammen und aus der Grösse der Berührungsfläche lässt sich die Druckverteilung längs der Mittellinie der Berührungsfläche des Rades während des Rollens rekonstruieren und, wie in Bild 7 geschehen, darstellen. Das Bild zeigt die Druckverteilungen beim ersten und zweiten Überrollen auf nachgiebigem Boden sowie auf starrem Boden bei verschiedenem Luftdruck. Beim ersten Überrollen verläuft der Anstieg des Druckes angenähert proportional der Bodenverformung. Beim zweiten Überrollen ist bereits eine Spur vorgedrückt; dadurch wird die Berührungsfläche kleiner und der Druck in der Berührungsfläche grösser. Ähnlich ist es beim Schlepperhinterrad, welches in der Spur des Vorderrades rollt. Bild 7 zeigt auch die Berührungsflächen des Reifens 170-20 AW bei verschiedenem Reifenluftdruck auf nachgiebigem Boden und zum Vergleich die Berührungsflächen auf starrer Fahrbahn. Je härter der Reifen ist, umso unsymmetrischer wird die Berührungsfläche und umso tiefer wird die Spur. Mit grösserer Spurtiefe wandert der Druckmittelpunkt immer weiter vor die Projektion der Radachse auf den

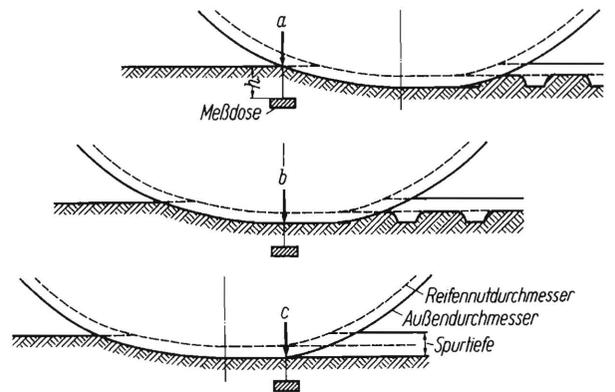


Bild 9. Druckmessungen unter rollenden Rädern mittels Messdose.

Messdose 60 mm ϕ
Tiefe $h = 80$ mm

Stellung a: Beginn des Überrollens der Messdose
" b: Radachse steht senkrecht über der Messdose
" c: Ende des Überrollens durch das Rad

Boden. Ein harter Reifen schiebt den nachgiebigen Boden wie ein Eisenrad vor sich her.

Bild 10 zeigt den Zusammenhang zwischen der Radlast und der Reifeneindrückung eines Reifens auf starrer Fahrbahn und nachgiebigem Boden. Durch die Nachgiebigkeit des Bodens, ausgedrückt in der Spurtiefe, wird die Reifeneindrückung kleiner als auf starrer Fahrbahn (s. die beiden linken Darstellungen).

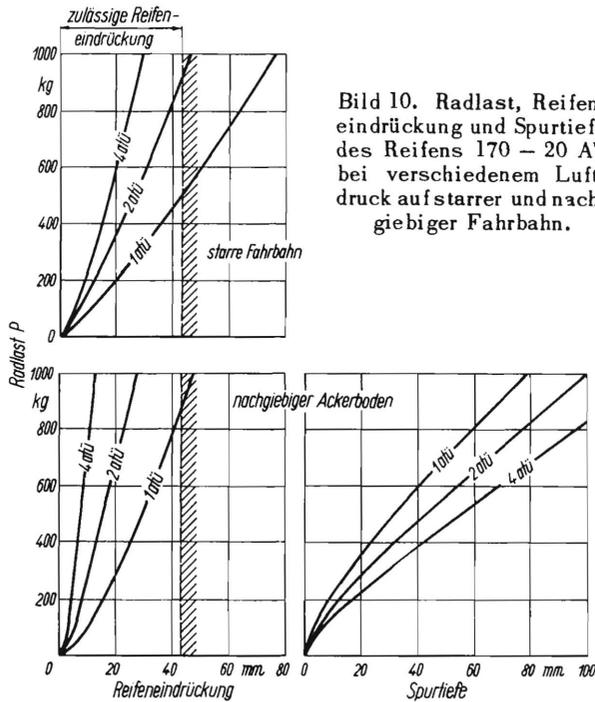


Bild 10. Radlast, Reifeneindrückung und Spurtiefe des Reifens 170 - 20 AW bei verschiedenem Luftdruck auf starrer und nachgiebiger Fahrbahn.

Je weicher der Boden ist, umso geringer kann der Reifenluftdruck sein, andererseits ist die Bodenverformung, d.h. die Spurtiefe, bei gleich festem Boden umso kleiner, je weicher der Reifen ist. Zwischen Reifen- und Bodenverformung bestehen zwei charakteristische Unterschiede. Der Reifen ist elastisch,

d.h. es geht, abgesehen von der Walkarbeit, keine Energie verloren. Die Walkarbeit selbst ist gemessen an der gesamten Verformungsarbeit gering. Die Bodenverformung dagegen ist im wesentlichen eine plastische Verformung, bei der die Verformungsenergie nicht zurückgewonnen wird. Man muss also anstreben, auf nachgiebigem Boden die elastische Verformung des Reifens durch Verringerung des Reifennendruckes gross zu machen, damit die plastische Verformung des Bodens, die Energie in Form von Rollwiderstand kostet, klein bleibt. Bild 11 zeigt Messungen von Meyer und Lengsfeld [3] über den Einfluss des Reifennendruckes auf den Rollwiderstand, wozu ein ganz charakteristischer Unterschied des optimalen Reifendruckes auf nachgiebiger Strasse und fester Fahrbahn besteht. Zur Erzielung eines niedrigen Rollwiderstandes muss der Reifennendruck auf fester Strasse möglichst hoch, auf nachgiebigem Boden jedoch umso niedriger sein, je nachgiebiger der Boden ist. Begrenzt wird der Reifennendruck nach oben durch die Reifenfestigkeit, nach unten durch einen Luftdruck, bei dem ein Rutschen des Reifens auf der Felge noch vermieden wird. Auf starrer Fahrbahn ist dieser niedrige Druck mit Rücksicht auf die grosse Reifeneindrückung (s. Bild 10) nicht zulässig.

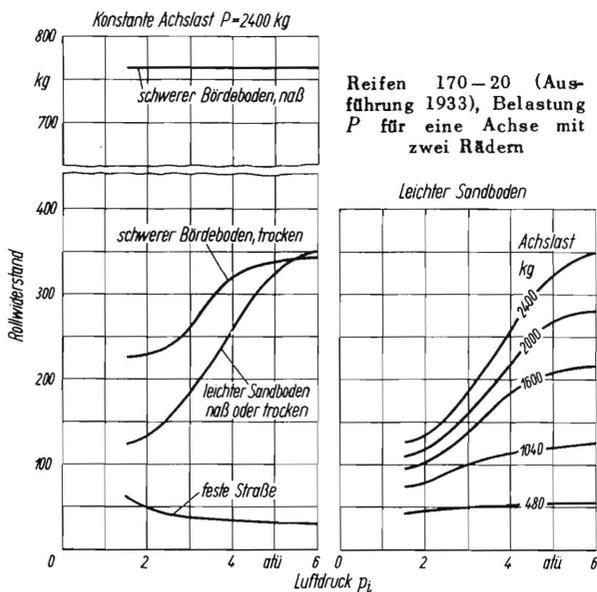
Schlupf und Bodenverformung infolge horizontaler Radkräfte

Neben der Übertragung der vertikalen Druckkräfte, die von der Radlast herrühren, ist es die besondere Aufgabe der Schlepperreifen, horizontale Kräfte, also Schubkräfte, auf den Boden zu übertragen. Ebenso wie die vertikalen Kräfte eine im wesentlichen vertikale Bodenverformung bewirken, die sich in der Spurtiefe ausdrückt, rufen die horizontalen Kräfte horizontale Bodenverformungen und bei steigenden Kräften ein immer grösser werdendes Gleiten in der Spurtiefe hervor. Die Bodenverformung und das Gleiten in der Berührungsfläche sind die Ursache des Radschlupfes. Der Schlupf wird durch die Formel

$$\sigma = \frac{s_0 - s}{s_0} \quad (1)$$

definiert. s_0 bezeichnet den schlupflosen Weg, der sich beim Abrollen eines Rades bei n Umdrehungen ergibt, wobei das Rad keine resultierende Horizontalkräfte auf den Boden ausübt und infolgedessen die horizontale Bodenverformung beim Übergang vom gezogenen zum angetriebenen Rad gleich Null wird und s den bei einer bestimmten Triebkraft und n Radumdrehungen wirklich zurückgelegten Weg. Es ist nun praktisch schwierig, den Weg s_0 für die Triebräder eines Schleppers genau zu ermitteln.

Bei einem mit fremder Kraft gezogenen Schlepper sind die Horizontalkräfte der Räder auf den Boden entgegengesetzt gleich dem Rollwiderstand (Bild



Reifen 170-20 (Ausführung 1933), Belastung P für eine Achse mit zwei Rädern

Bild 11. Einfluss des Reifendruckes auf den Rollwiderstand einer luftbereiften Achse (nach Meyer und Lengsfeld [3]).

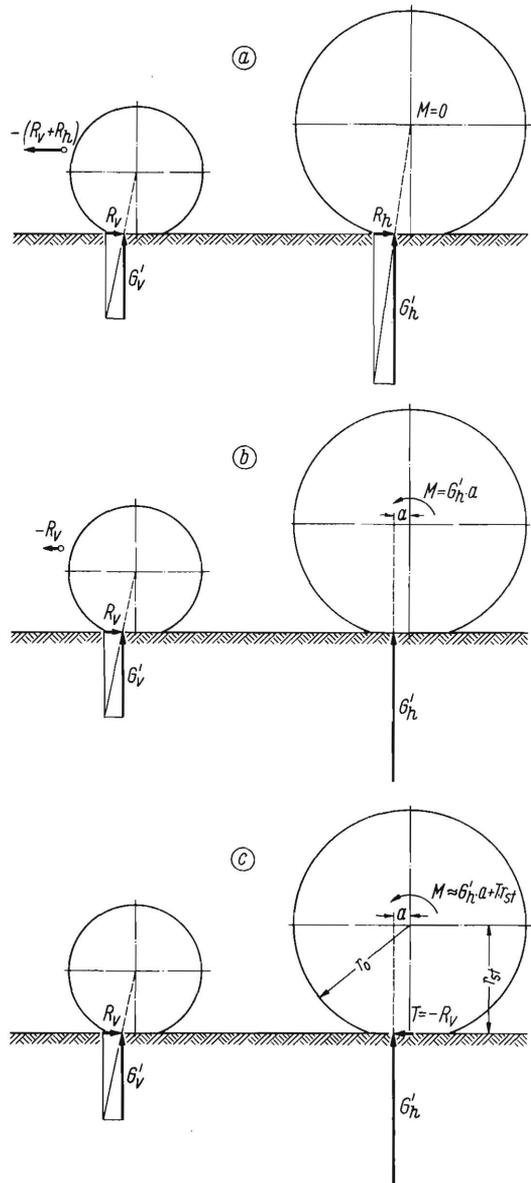


Bild 12. Kräfte und Momente am Schlepper.

- a) mit fremder Kraft gezogener Schlepper
- b) Schlepper im schlupflosen Zustand, bei dem die Hinterräder keine Horizontalkraft auf den Boden ausüben.
- c) mit eigener Kraft leertahrender Schlepper.

12a). Sie ergeben nach der obigen Definition einen geringen negativen Schlupf. Dabei sei der bei n Radumdrehungen zurückgelegte Weg s_1 .

Bei dem mit eigener Kraft leertahrenden Schlepper müssen die Triebräder den Rollwiderstand der Vorderräder überwinden (Bild 12c); es ergibt sich ein geringer positiver Schlupf. Dabei ist der bei n Radumdrehungen zurückgelegte Weg s_2 . Dazwischen muss der schlupflose Weg s_0 bzw. der Schlupf Null liegen, bei dem also die treibenden Hinterräder keine horizontalen Kräfte auf den Boden ausüben. Bei dem mit eigener Kraft leertahrenden Schlepper müsste also entweder der Rollwiderstand der Vorderräder gleich Null sein, oder es müsste eine äussere Zugkraft am Schlepper angreifen, die genau gleich dem Rollwiderstand der Vorderräder wäre (Bild 12 b). Das ist aber

versuchstechnisch auf dem Acker nicht auszuführen. Aus diesem Grunde wurde von Bock [1] folgende Definition getroffen: Der schlupflose Weg s_0 für n Radumdrehungen liegt in der Mitte zwischen dem Weg s_1 des mit fremder Kraft gezogenen Schleppers und dem Weg s_2 des mit eigener Kraft leertahrenden Schleppers, bei dem die Schlepperhinterräder nur den Rollwiderstand der Vorderräder zu überwinden haben. Der „schlupflose“ Weg ist also nach Bock

$$s_0 = \frac{s_1 + s_2}{2} \tag{2}$$

Der so definierte „schlupflose“ Weg hat den Vorzug, dass er bei Versuchen einfach bestimmt werden kann.

Wie genau diese Definition den wirklichen schlupflosen Weg s_0 ergibt, geht aus folgender Rechnung hervor. Im allgemeinen liegt die Radlast der Vorderräder eines Schleppers zwischen 40 und 33 1/3 % der Gesamtlast eines Schleppers. Bei dieser Lastverteilung ergeben sich für einen 2000 kg schweren Schlepper folgende beiden Zahlenbeispiele:

Beispiel I	Beispiel II
$G'_v \approx 0,4 G = 800 \text{ kg}$	$G'_v \approx 0,333 G = 667 \text{ kg}$
$G'_h \approx 0,6 G = 1200 \text{ kg}$	$G'_h \approx 0,667 G = 1333 \text{ kg}$

Der Rollwiderstandsbeiwert sei bei den Schleppervorderrädern $\mu_v = -0,12$ und bei den Schlepperhinterrädern $\mu_h = -0,08$. Die Horizontalkräfte des Bodens auf die Räder werden, wenn sie in Fahrtrichtung zeigen, als positiv, gegen die Fahrtrichtung als negativ angesehen. Damit sind die Triebkräfte T positiv, der Rollwiderstand R der Räder negativ. Der Unterschied der Beiwerte rührt daher, dass der Raddurchmesser beim Vorderrad kleiner ist und ferner die Hinterräder in der schon verfestigten Spur der Vorderräder laufen.

Im Falle 12a beträgt die Horizontalkraft an den Triebrädern

$$R_h = \mu_h \cdot G'_h = -96 \text{ kg} \quad R_h = -107 \text{ kg}$$

Im Falle 12c des leertahrenden Schleppers beträgt die erforderliche Triebkraft der Hinterräder

$$T = -R_v = -\mu_v \cdot G'_v = 96 \text{ kg} \quad T = 80 \text{ kg}$$

Der nach der Definition von Bock gewählte Zustand des schlupflosen Rades liegt in der Mitte zwischen Fall 12a und 12c:

$$\begin{array}{ll} R_h & = -96 \text{ kg} & R_h & = -107 \text{ kg} \\ T & = -R_v = 96 \text{ kg} & T & = -R_v = 80 \text{ kg} \end{array}$$

$$\text{also bei } (R_h + T)/2 = 0 \quad (R_h + T)/2 = -13,5 \text{ kg}$$

Im Beispiel I tritt also in dem Fall, der in der Mitte zwischen dem mit fremder Kraft gezogenen und dem mit eigener Kraft leertahrenden Schlepper liegt, keine Horizontalkraft an den Hinterrädern auf. Hierbei stimmt also der von Bock gewählte „schlupflose“ Weg s_0 mit dem wirklichen schlupflosen Weg, bei dem keine Horizontalkräfte durch die Hinterräder ausgeübt werden, genau überein. Im Zahlenbeispiel II tritt eine geringfügige Horizontalkraft von $-13,5 \text{ kg}$ auf. Der dadurch hervorgerufene Unterschied zwischen dem „schlupflosen“ Weg s_0 von Bock und dem wirklichen schlupflosen Weg ist vernachlässigbar klein.

Beim Reifen 9-40 mit 1440 mm \varnothing wurde bei 10 Radumdrehungen beim mit fremder Kraft gezogenen Schlepper (Bild 12a) ein Weg $s_1 = 44,00 \text{ m}$ zurückge-

legt, beim mit eigener Kraft leertahenden Schlepper (Bild 12 b) $s_2 = 41,90$ m. Dann beträgt der schlupflose Weg $s_0 = \frac{44,00 + 41,90}{2} = 42,95$ m. Damit beträgt der Schlupf bei dem mit fremder Kraft gezogenen Schlepper $\sigma = \frac{42,95 - 44,0}{42,95} = -2,4\%$

und bei dem mit eigener Kraft fahrenden Schlepper $\sigma = \frac{42,95 - 41,90}{42,95} = +2,4\%$

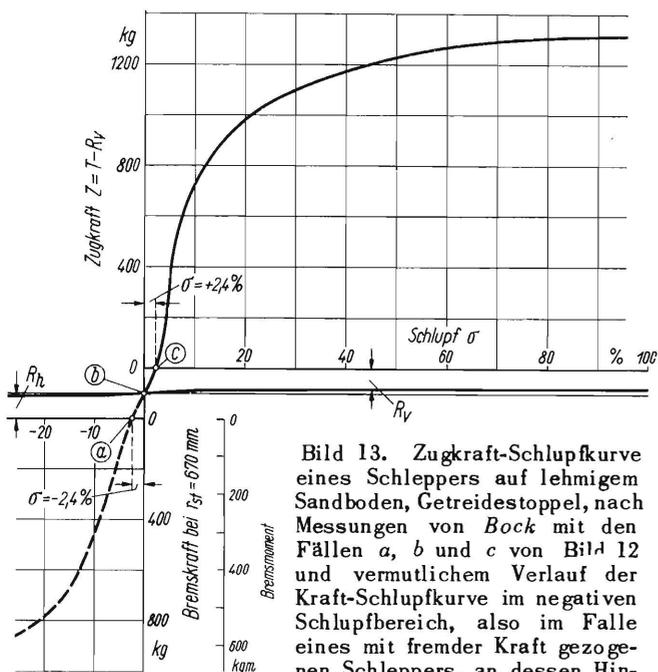


Bild 13. Zugkraft-Schlupf-Kurve eines Schleppers auf lehmigem Sandboden, Getreidestoppel, nach Messungen von Bock mit den Fällen a, b und c von Bild 12 und vermutlichem Verlauf der Kraft-Schlupf-Kurve im negativen Schlupfbereich, also im Falle eines mit fremder Kraft gezogenen Schleppers, an dessen Hinterachse ein Drehmoment abgenommen würde. Statische Hinterachslast 1400 kg, Reifen 9-40.

Bild 13 zeigt eine von Bock gemessene Zugkraft-schlupf-Kurve eines Schleppers mit der Hinterradbereifung 9-40 und einer statischen Hinterachslast von 1400 kg. In dieses Bild sind die drei Fälle a, b, c von Bild 12 übertragen. Weiterhin wurde der vermutliche Verlauf der Kurve im negativen Bereich eingezeichnet. Dieser Bereich gilt für das gezogene, antreibende (bzw. gebremste) Rad, wie es z.B. bei Gespannmähmaschinen vorkommt. Man erkennt, dass die Zugkraft-Schlupf-Kurve nicht durch den Nullpunkt geht, sondern infolge des zu überwindenden Rollwiderstandes R_v der Vorderräder mit einem bestimmten Schlupf (in diesem Beispiel $\sigma = +2,4\%$) bei der Zugkraft Null beginnt. Für die Triebkraft $T = 0$ würde die Triebkraft-Schlupf-Kurve durch den Nullpunkt gehen. Der Rollwiderstand R_v wird mit grösser werdender Zugkraft deswegen kleiner, weil die dynamische Vorderachslast G'_v kleiner wird.

Der Schlupf wird, wie oben gesagt, dadurch hervorgerufen, dass die horizontalen Bodenkräfte Bodenverformungen und bei steigenden Kräften ein Gleiten in der Berührungsfläche zwischen Reifen und

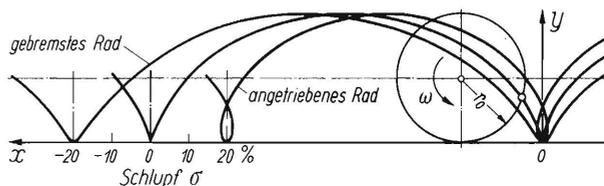


Bild 14. Zykliden eines starren Rades auf starrer Fahrbahn ohne und mit $\pm 20\%$ Schlupf.

Boden hervorrufen. Für einen bestimmten Schlupf ist der Verlauf der Bodenverformungen und des Gleitens in der Berührungsfläche durch die Zyklode des Rades vorgeschrieben. Die Zyklode ist die Bahnkurve, die ein Punkt am Aussendurchmesser des Rades während des Abrollens in der Radebene beschreibt. Bild 14 zeigt die Zykliden eines Rades, welches ohne Schlupf und mit positivem bzw. negativem Schlupf von 20% abrollt. Betrachtet man zuerst die Zyklode eines starren Rades auf starrer Fahrbahn, das ohne Schlupf abrollt, so lautet deren Gleichung in Parameterdarstellung (Bild 14)

$$\begin{aligned} x &= r_0(\omega t - \sin \omega t), \\ x &= r_0(1 - \cos \omega t). \end{aligned} \quad (3)$$

Dabei bedeutet r_0 den Radhalbmesser, ω die Winkelgeschwindigkeit des sich drehenden Rades, t die Zeit und ωt den zurückgelegten Winkel. $r_0 \cdot \omega t$ ist der zurückgelegte Weg der Radachse.

Hat das starre Rad auf starrer Fahrbahn einen bestimmten Schlupf σ , so lautet die Gleichung der Zyklode
$$\begin{aligned} x &= r_0 [(1 - \sigma) \omega t - \sin \omega t], \\ y &= r_0 (1 - \cos \omega t). \end{aligned} \quad (4)$$

Der von der Radachse zurückgelegte Weg ist $r_0(1 - \sigma) \omega t$.

Hierbei bildet sich bei positivem Schlupf, also bei einem ziehenden Rade, anstelle der Zyklodenspitze eine Schleife aus und bei negativem Schlupf ein offener gekrümmter Kurvenverlauf (Bild 14).

Bei einem Luftreifen ändert sich der Reifenhalmmesser über der Berührungsfläche auf starrer Fahrbahn etwa bis zum Standhalbmesser, auf nachgiebiger Fahrbahn etwas weniger und zwar in der in Bild 15 (links) gezeigten Weise. Es ist $r = r_0 - \Delta r$. Dabei bedeutet Δr die sich in der Berührungsfläche ändernde Reifeneindrückung und r den entsprechenden Reifenhalmmesser. Reifeneindrückung und Bodenverformung haben zur Folge, dass der bei einer Umdrehung zurückgelegte Weg auch ohne Übertragung von Triebkräften kleiner wird als der eines starren Rades auf starrer Fahrbahn. Mathematisch wirkt sich das so aus, als ob ein zusätzlicher Schlupf stattfindet. Wir definieren daher neben dem oben näher bestimmten wirklichen Schlupf σ , der sich auf den von Bock definierten Weg s_0 bezieht, einen theoretischen Schlupf σ_{th} , der sich auf den von einem starren Rade auf starrer Fahrbahn ohne Schlupf zurückgelegten Weg
$$s_{th} = 2 \pi \cdot r_0 \cdot n \quad (5)$$

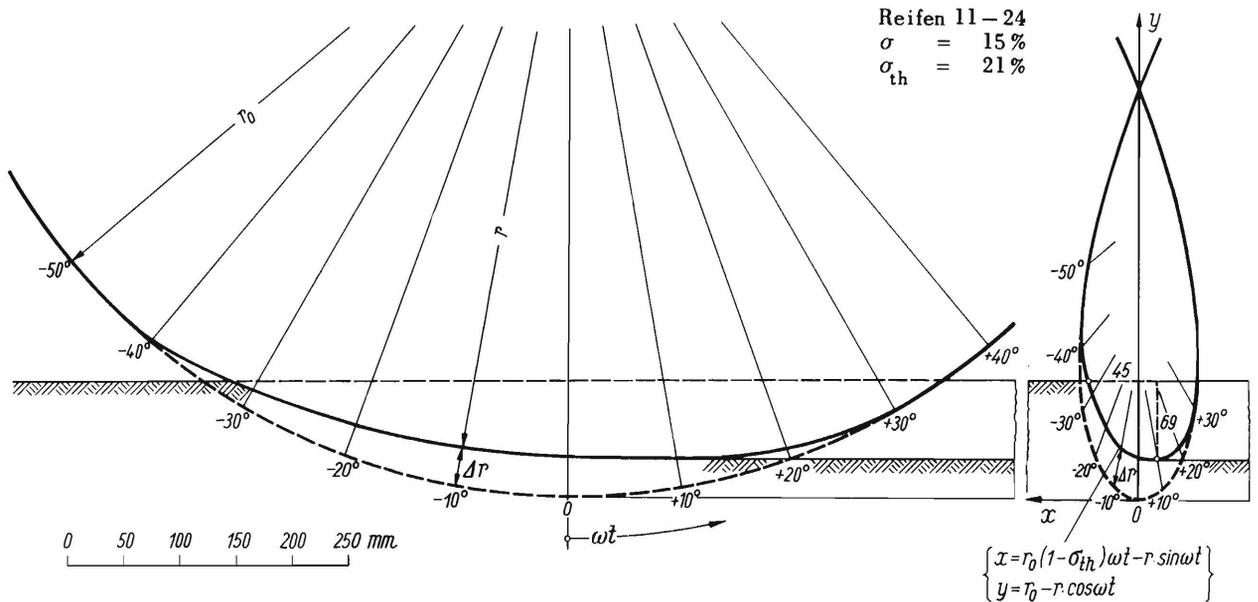


Bild 15. Bodenverformung und Reifeneindrückung auf nachgiebigem Boden nach Messungen in der Bodenrinne sowie Zykloidschleife zur Bestimmung der horizontalen und vertikalen Bodenverformung.

bezieht, wobei n wiederum die Zahl der Radumdrehungen beträgt. Die Formel für die Bestimmung dieses theoretischen Schlupfes lautet entsprechend Gleichung (2)

$$\sigma_{th} = \frac{s_{th} - s}{s_{th}} \quad (6)$$

Weiterhin wird angenommen, dass die tangentielle Reifenverformung eines ziehenden Rades gegenüber der radialen Reifenverformung durch die Eindrückung klein ist und in erster Näherung vernachlässigt werden kann, d.h. es wird angenommen, dass der Reifen der Triebräder sich nur in radialer Richtung verforme. Dann lautet die Gleichung der Zykloide des mit Schlupf rollenden, sich verformenden Reifens (Bild 15)

$$\begin{aligned} x &= r_0 (1 - \sigma_{th}) \omega t - r \sin \omega t \\ y &= r_0 - r \cos \omega t \end{aligned} \quad (7)$$

Aus dem Teil der Zykloidschleife, der mit dem Boden in Berührung steht (Bild 15 rechts), kann man nun für jeden Winkel ωt die vertikale Bodenverformung und die horizontale Bodenverformung + Gleitweg in der Berührungsfläche entnehmen. Beispielsweise beträgt für den Winkel $\omega t = 10^\circ$ im vorliegenden Falle die vertikale Bodenverformung 69 mm, die horizontale Bodenverformung + Gleitweg 45 mm.

Bild 16 zeigt die Zykloidschleifen der Reifen 11-24 (obere Reihe) und 9-40 (untere Reihe) bei verschiedenem Schlupf. Die gestrichelten Kurven (I) sind die Zykloiden eines starren Rades. Die ausgezogenen äusseren Kurven (II) sind die Zykloiden des sich verformenden Reifenumfanges und die inneren Kurven die Zykloiden der Reifennut (III). In Bild 16 sind a die Zykloiden der gezogenen Räder, c die Zykloiden der Räder bei leerfahrendem Schlepper und

d, e, f die Zykloiden der angetriebenen Räder bei verschiedener Zugkraft. Vergleicht man die Zykloidschleifen der Reifen 11-24 und 9-40, so sieht man, dass bei dem Reifen 9-40 mit grösserem Durchmesser die Zykloidschleifen breiter sind. Bei gleichem Schlupf sind also die auftretenden Bodenverformungen beim grösseren Reifen grösser. Da die

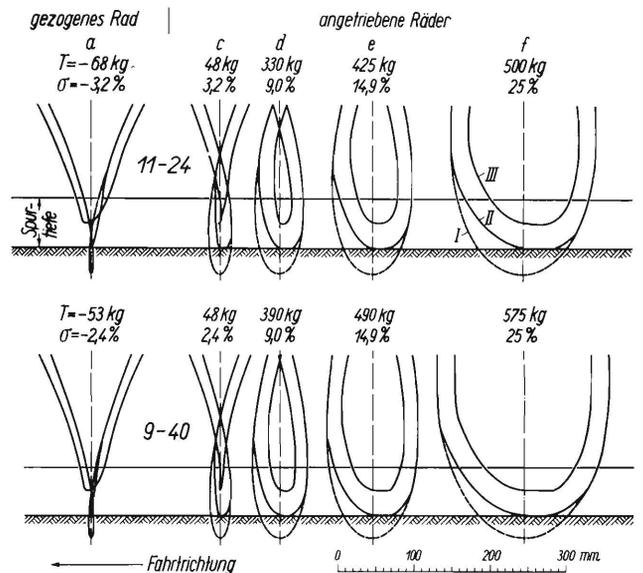


Bild 16. Zykloidschleifen von Schlepperreifen bei verschiedenem Schlupf.

Obere Reihe: Reifen 11 - 24
Untere Reihe: Reifen 9 - 40

Radlast $P = 700$ kg. Boden: lehmiger Sand.

T horizontale Schubkräfte in der Berührungsfläche (bei angetriebenem Rad ist T die Triebkraft und bei gezogenem, nicht gebremstem Rad ist T negativ und identisch dem Rollwiderstand).
 σ Schlupf

- I Zykloide des starren Rades
- II " " sich verformenden Reifens am Umfang
- III " " " " " in der Reifennut.

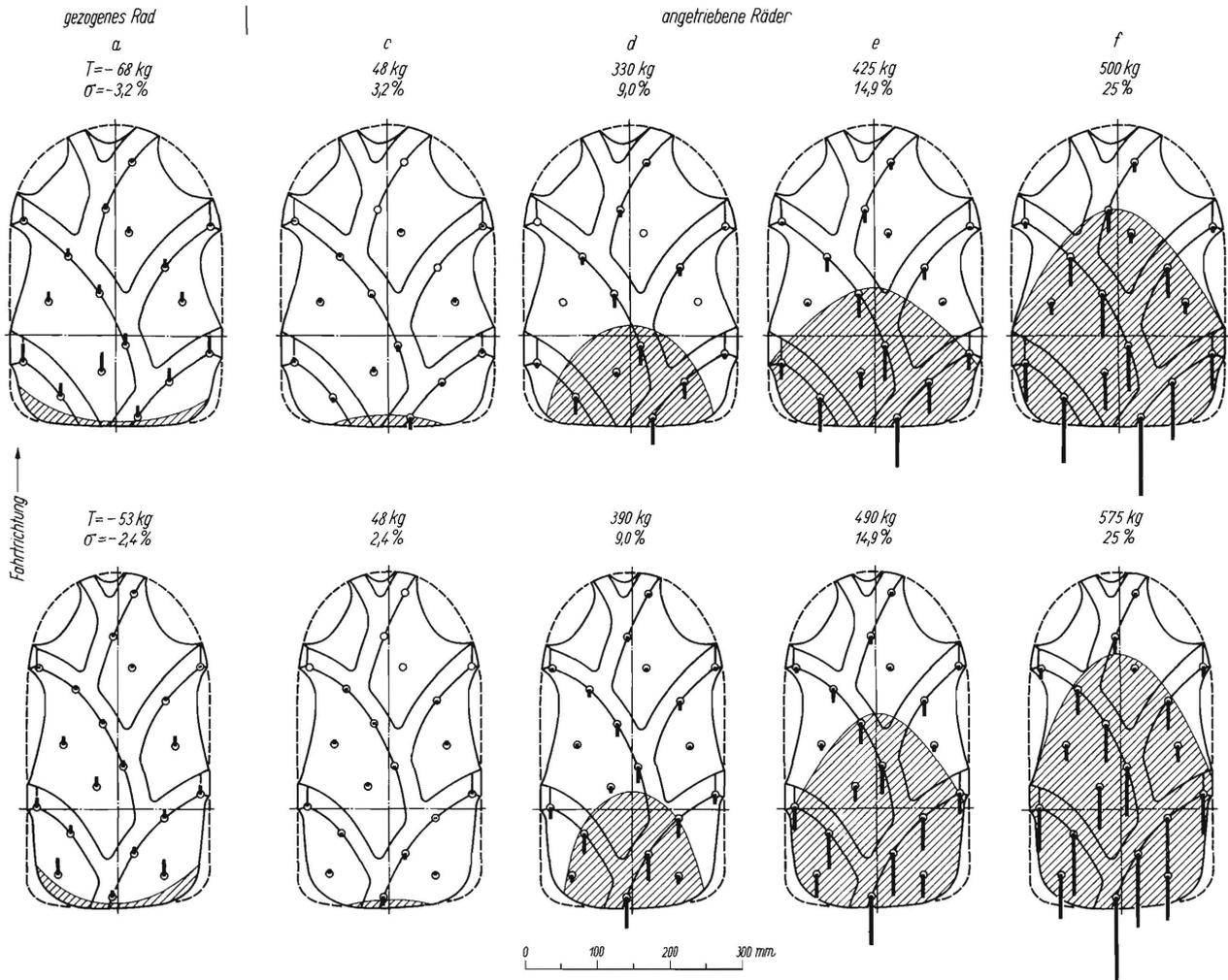


Bild 17. Relativwege zwischen Reifen und Boden in der Berührungsfläche bei verschiedenem Schlupf (s. a. Bild 13).
Schräffiertes Gebiet: Gleitzzone der Berührungsfläche Obere Reihe: Reifen 11-24. Untere Reihe: Reifen 9-40

Grösse der Schubkräfte aber von der Grösse der Verformungen abhängt, sind somit bei grösserem Durchmesser die erreichbaren Zugkräfte grösser; bei gleicher Zugkraft dagegen ist bei grösserem Durchmesser der Schlupf kleiner.

Bild 17 zeigt die geometrisch aus den Zykloiden ermittelten Relativwege zwischen Reifen und Boden in der Berührungsfläche. Solange diese Relativwege klein sind, werden sie durch die Verformung des Bodens und der Gummistollen aufgenommen. Erst bei grösseren Relativwegen tritt ein Gleiten zwischen Reifen und Boden auf. Dabei wird die in der Stollenmitte befindliche Bodenmasse abgeschert und gleitet wie die Gummistollenoberfläche in der sich bildenden Gleitfläche. Nach den in Bild 18 dargestellten Versuchen, bei denen die Bodenverformung und das Gleiten der Gummistollen auf dem Boden durch die Verformung vertikaler Gipsstränge sichtbar gemacht wurde, ergibt sich bei 9% Schlupf nur am Ende des Reifens eine kleine Gleitzone. Bei 15% Schlupf ist diese Gleitzone schon grösser geworden und bei 25% Schlupf umfasst sie schon den grössten Teil der Berührungsfläche (Bild 17).

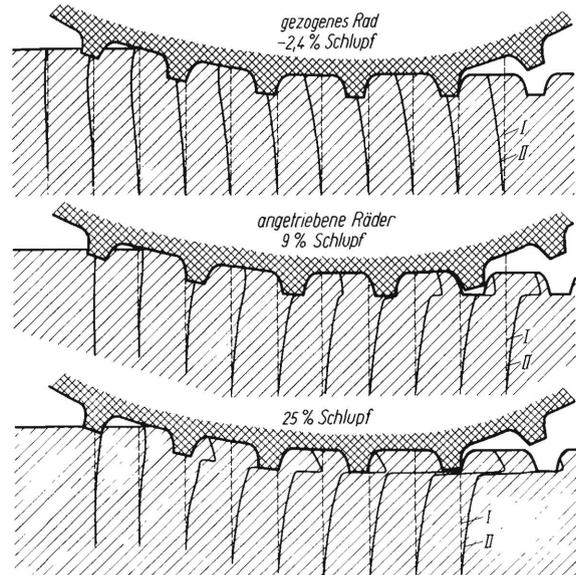


Bild 18. Bodenverformung und Gleiten in der Berührungsfläche eines Schlepperrades (9-40) bei verschiedenem Schlupf.
I Lage der Gipsstränge vor dem Überrollen
II „ „ „ beim Überrollen.

Bodenverformung und Kraftübertragung

Nachdem mit Hilfe der Zykloiden die Art und Grösse der Bodenverformung, der Stollenverformung und des Gleitweges der Reifen auf dem Boden bestimmt sind, muss die Frage untersucht werden, in welcher Beziehung die Schubspannung, deren Integral über die Berührungsfläche die Triebkraft T ist, zur Verformung stehen. Diese Beziehung kann im Prinzip durch Abscherversuche mit Bodenproben gewonnen werden.

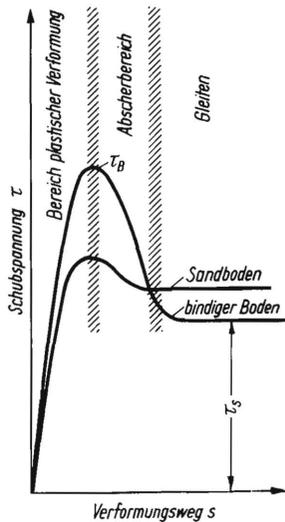


Bild 19. Abscherer Spannungen in Abhängigkeit vom Verformungsweg.

τ_B Abscherfestigkeit (max. Schubspannung)
 τ_s Schubspannung beim reinen Gleiten
 $c = \tau_B - \tau_s$ Kohäsion in kg/cm^2

Bild 19 zeigt zwei Abscherdiagramme. Die Schubspannung τ steigt zunächst im Bereich der elastischen und plastischen Verformung über dem Verformungsweg steil an und durchschreitet dann ein Maximum τ_B , wobei der eigentliche Abschervorgang einsetzt. Die Grösse des Verformungsweges hängt ausser von der Schubspannung τ auch von der Grösse der Scherfläche und der Druckspannung σ_d ab. Je grösser Scherfläche und Druckspannung sind, umso grösser ist zur Tiefe und Seite hin der Bodenbereich, in dem eine Verformung infolge der Schubspannung stattfindet und umso grösser wird der Verformungsweg bis zum Einsetzen des Abschervorganges. Während des Abscherens fällt die Schubspannung mit der Verminderung der Kohäsion allmählich ab, um dann im Gebiet des reinen Gleitens von Boden auf Boden einen annähernd konstanten Wert τ_s anzunehmen. Im Gebiet des reinen Gleitens gilt das Coulombsche Reibungsgesetz, wonach die Reibungskraft bzw. die Schubspannung τ_s proportional der Normalspannung σ_d (\equiv Flächendruck $p_m = P/F$) ist: $\tau_s = \mu \cdot \sigma_d$. Die maximale Schubspannung beim Abscheren wird üblicherweise durch die Formel

$$\tau_B = c + \tau_s = c + \mu \cdot \sigma_d$$

wiedergegeben, worin c die Kohäsion in kg/cm^2 und μ den Reibungsbeiwert bedeuten. Für eine bestimmte Scherfläche F ergibt sich die Abscherkraft:

$$T_{max} = c \cdot F + \mu \cdot N.$$

Um nun die Verhältnisse beim Abscheren und Gleiten von Böden untersuchen zu können, wurde ein Ring-

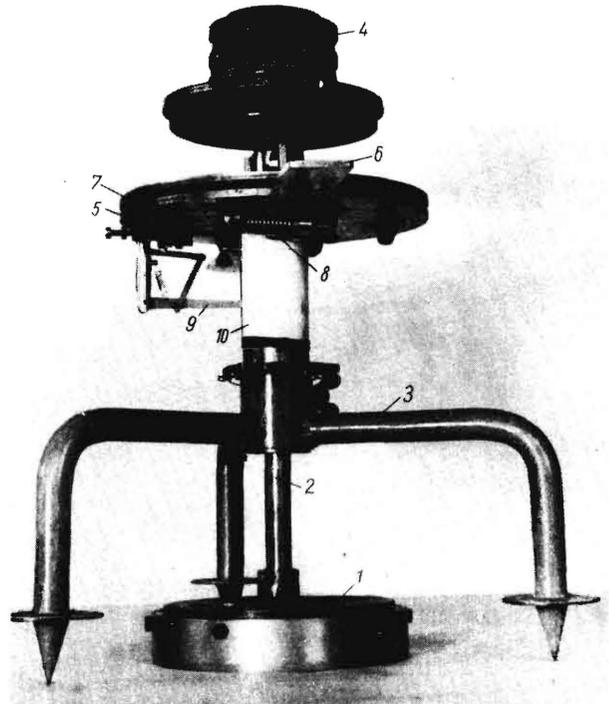


Bild 20. Ringschergerät zum Messen der Abscherfestigkeit und des Reibungsbeiwertes von Ackerböden.

- 1 Scherring
- 2 Achse zur Übertragung des Scherdrehmomentes
- 3 Gerätegestell
- 4 Belastungsgewichte
- 5 Scheibe mit Handgriffen 6 zum Einleiten des Scherdrehmomentes
- 7 Scheibe auf der Scherringachse
- 8 Messfeder zwischen Scheibe 5 und 7
- 9 Schreibhebel, der die Federdehnung übersetzt und auf der feststehenden Schreibtrommel 10 aufschreibt.



Bild 21. Scherring mit in der Höhe verstellbaren Messerstellen, zwischen denen der Boden abgescherert wird.

Aussendurchmesser der Scherfläche	190 mm
Innen " " "	130 mm
Scherfläche	151 cm ²

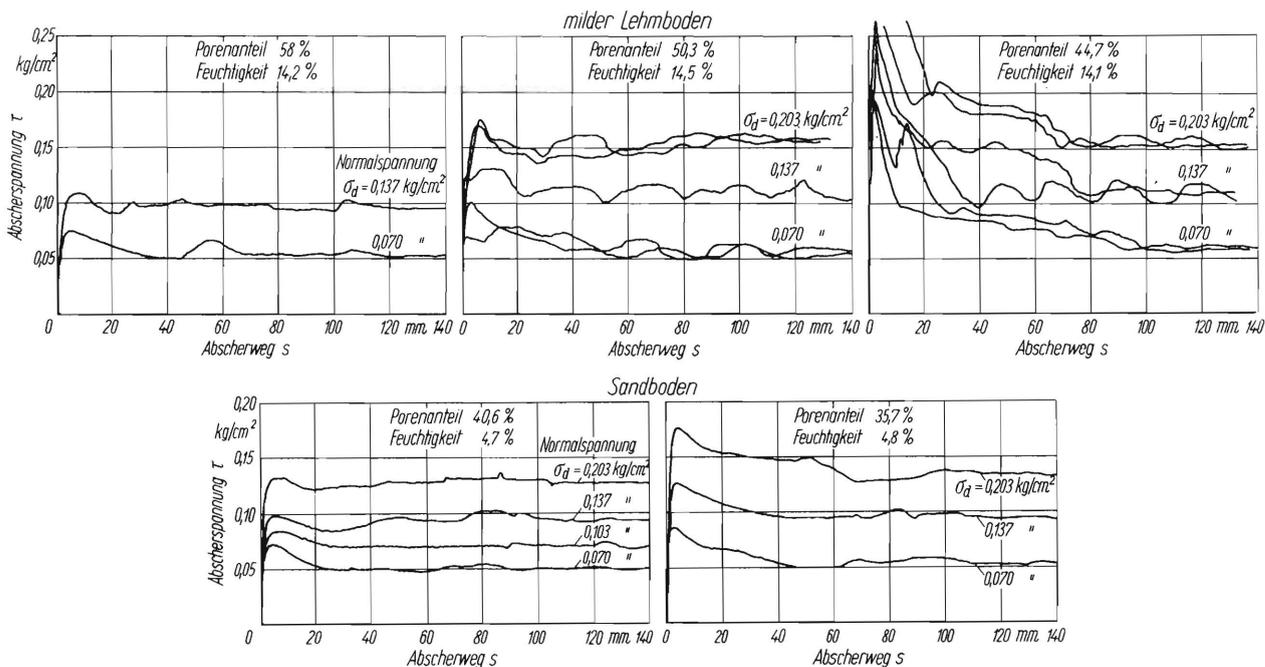


Bild 22 bis 26. Abscherdiagramme von Lehm und Sand bei verschiedener Bodendichte und Feuchtigkeit (s. a. Zahlentafel 1).

schengerät (Bild 20 und 21) nach Vorschlägen von Kloth gebaut und Abscherversuche mit verschiedenen Böden durchgeführt. Mit diesem Gerät kann auch die Reibung von Stahl oder Gummi auf Boden untersucht werden.

Bild 22 bis 24 zeigt die Schubspannungen beim Abscheren von mildem Lehm (Broitzem) und zwar bei Proben verschiedener Lagerungsdichte. Die Mittelwerte der Schubspannungen τ_s beim reinen Gleiten bleiben mit zunehmender Bodendichte etwa gleich, während die Kohäsion mit zunehmender Dichte ganz erheblich ansteigt. Der Reibungsbeiwert $\mu = \tau_s / \sigma_d$ kann als eine dem Material zugehörige Grösse angesehen werden, die erfahrungsgemäss mit zunehmender Feuchtigkeit etwas abnimmt. Die Kohäsion hingegen ist keine dem Material eigene Konstante. Sie ändert sich ganz erheblich mit dem Porenanteil und der Feuchtigkeit (s.a. Zahlentafel 1). Bild 25 und 26 zeigt die Schubspannungen beim Abscheren von Sandböden verschiedener Dichte aus dem Untergrund von Völkenrode, der auch noch eine geringe Kohäsion aufweist.

Im allgemeinen ist Sand fast kohäsionslos, während Lehm beträchtliche Kohäsionswerte haben kann. Die Scherkraft in der Berührungsfläche ist für kohäsionslose Böden nur abhängig von der aufgebrachten Normalkraft, während für kohäsive Böden auch die Grösse der Berührungsfläche eine erhebliche Rolle spielt. Mit einer Raupenkette, die messerscharfe Stollen hat, kann man bei bindigem, d.h. kohäsivem Boden theoretisch ohne Gewicht erhebliche Zugkräfte erzielen.

In Zahlentafel 1 sind die den Kurven entnommenen Reibungsbeiwerte und Kohäsionswerte der beiden Böden von Broitzem und Völkenrode wiedergegeben. Systematische Untersuchungen der Reibungsbeiwerte

und der Kohäsion in Abhängigkeit von der Bodendichte (Porenvolumen) und der Feuchtigkeit werden z.Zt. durchgeführt.

Zahlentafel 1

Reibungsbeiwerte und Kohäsion von zwei verschiedenen Böden

Bodenart	Porenanteil %	Feuchtigkeit Gew. %	Normalspannung σ_d kg/cm ²	Reibungsbeiwert μ	Kohäsion c kg/cm ²
feinsandiger Lehm (Broitzem)	58	14,2	0,203	—	—
			0,137	0,70	0,001
			0,070	0,72	0,025
	50,3	14,5	0,203	0,74	0,021
			0,137	0,72	0,024
			0,070	0,82	0,042
44,7	13,1	0,203	0,74	—	
		0,137	0,72	0,150	
		0,070	0,86	0,136	
Sand (Untergrund Völkenrode)	40,6	4,7	0,203	0,63	0,005
			0,137	0,69	0,0006
			0,103	0,68	0,014
	35,7	4,8	0,070	0,71	0,023
			0,203	0,66	0,040
			0,137	0,70	0,030
			0,103	—	—
			0,070	0,76	0,032

Es sind schon früher eine Reihe von Messungen der Abscherfestigkeit und Reibungsbeiwerte von Ackerböden gemacht worden [6]. Die dort angegebenen Werte sind aber mit Vorsicht anzuwenden, da die Versuchsausführung meistens keine klare Trennung von Reibung und Kohäsion ermöglicht. Erst in

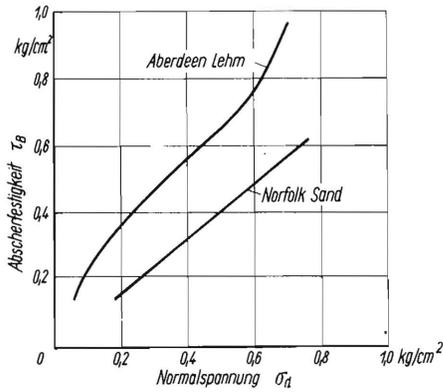


Bild 27. Abscherfestigkeit von Sand und Lehm (nach Gross und Elliott [5]).

jüngster Zeit wurden in England [7] mit Hilfe eines Kreisschergerätes und eines normalen Scherkastens Scherversuche auf verschiedenen Ackerböden gemacht, deren Ergebnisse in Zahlentafel 2 wiedergegeben sind. Die Messungen von Gross und Elliott [5] in Bild 27 zeigen bei Lehm Böden und einer Normalspannung von 0,6 kg/cm² einen erheblichen Anstieg der Abscherspannung. Das ist vielleicht nur so zu erklären, dass der Boden mit zunehmender Belastung noch verdichtet wurde und dabei die Kohäsion anstieg.

Zahlentafel 2
Reibungsbeiwerte und Kohäsion
nach Messungen mit Schergerät [7]

Bodenart	Feuchtigkeit Vol. %	Reibungs- beiwert μ	Kohäsion c kg/cm ²
Ton (Boxtton)	—	0,713	0,197
Mittlerer Lehm (Upberry)	39	0,700	0,127
Sandiger Ton (Silsoe)	34	0,589	0,140
Toniger Lehm (Hastingfield)	27	0,510	0,134
Sandiger Lehm (Silsoe)	29	0,466	0,120
Mittlerer Lehm, hochorganisch (Greenhouse)	—	0,380	0,130
Angewehrter Sand (Amphill)	18,7	0,404	0,070

Zahlreiche Messungen wurden auch von Bauingenieuren gemacht [4]. Die Messungen der Bauingenieure werden aber im allgemeinen im wassergesättigten Zustand angestellt, um die sich aus der Kapillarwirkung des Wassers ergebende sogenannte scheinbare Kohäsion zu eliminieren. Sie sind also auf Ackerböden nicht ohne weiteres zu übertragen, bei denen ja diese scheinbare Kohäsion einen wesentlichen Anteil der Kohäsion ausmacht und mit berücksichtigt werden muss.

Leider ist es auf Grund der bisherigen Untersuchungen nicht möglich gewesen, die Zugkraft-Schlupfkurven eines Schleppers und den Einfluss einzelner Reifenfaktoren, wie z.B. der Stollenform, zu bestimmen, wie es das Ziel solcher Arbeiten sein müsste. Es ist aber nützlich, den gegenwärtigen Stand der Erkenntnisse und auch die vorhandenen Lücken kurz darzulegen.

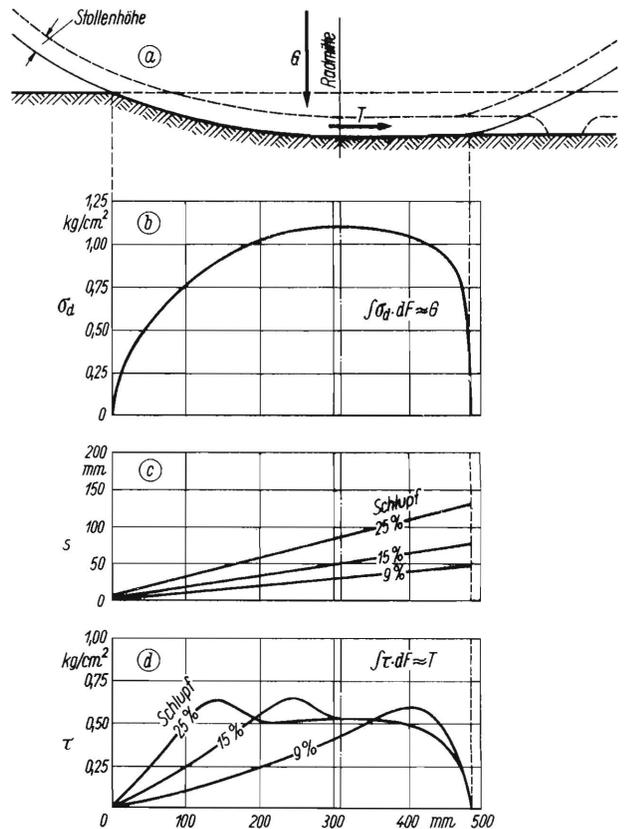


Bild 28. Schematische Darstellung der Beziehung zwischen den Schubspannungen der Abscherdiagramme und der Triebkraft eines Reifens.

- G Radlast
- T Triebkraft
- F Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden
- σ_d Druckspannung in der Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden
- s Verformungswege im Längsschnitt der Berührungsfläche aus den Zykloiden bei 9, 15 und 25 % Schlupf ermittelt.
- τ vermutliche Schubspannung im Längsschnitt der Berührungsfläche bei 9, 15 und 25 % Schlupf.

Aus Bild 17 ging hervor, dass in den einzelnen Punkten der Berührungsfläche des Reifens mit dem Boden sehr verschieden grosse Verformungswege auftreten. Jedem zurückgelegten Verformungsweg ist nach dem Abscherdiagramm eine bestimmte Schubspannung zuzuordnen. Durch Integration dieser Schubspannungen über die Berührungsfläche ergibt sich die Triebkraft des Reifens. In Bild 28 ist dies näher ausgeführt. Bild 28 a und b zeigen die schon bekannten Bilder des Längsschnittes einer Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden und den Verlauf der vertikalen Druckspannungen in diesem Schnitt. In 28 c sind die Verformungswege s im mittleren Längsschnitt für drei Schlupfwerte angegeben, wie sie aus den

Zykloiden zu entnehmen sind. Danach bekommt man in der Berührungsfläche, bezogen auf den äusseren Stollendurchmesser, einen angenähert linearen Anstieg der Verformungswege von vorn nach hinten. Aus der allgemeinen Form eines Abscherdiagramms eines leicht kohäsiven Bodens (Bild 19) und der Normaldruckverteilung (Bild 28 b) wurde nun die vermutliche Schubspannungsverteilung in diesem Längsschnitt für die drei Schlupfwerte konstruiert (Bild 28 d). Für das Abscherdiagramm, insbesondere für die Grösse der Verformungswege liegen jedoch noch nicht genügend Unterlagen vor. Denn die Grösse der Verformungswege bis zum Abscheren ist unter Reifen und dem Ringschergerät verschieden. Ferner hängt die Schubspannungsverteilung neben dem Verformungsweg auch vom jeweiligen Normaldruck ab, dessen Verteilung durch den Einfluss der Stollen nicht so genau angegeben werden kann. Schliesslich wird ein erheblicher, aber nicht genau bekannter Teil der Triebkraft durch die Reibung der Gummistollen auf den Boden übertragen.

Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass für einen einzigen Schlupfwert der Zugkraft-Schlupfkurve in der Berührungsfläche das gesamte Abscherdiagramm mehr oder weniger durchlaufen wird und dass die maximale Abscherspannung τ_B bei kleiner Triebkraft vielleicht gar nicht, sonst nur in einem schmalen Bereich der Berührungsfläche vorhanden ist, sich im übrigen aber je nach dem Verformungsweg die entsprechenden Werte des Abscherdiagramms ergeben, insbesondere im Gleitbereich die Schubspannungen τ_S des reinen Gleitens Boden auf Boden.

Zusammenfassung

Ausgehend von der Druckverteilung zwischen Reifen und starrer Fahrbahn wurden die entsprechenden Verhältnisse auf nachgiebigem Ackerboden untersucht. Die Verformbarkeit des Ackerbodens, die sich in der Spurtiefe ausdrückt, bewirkt in Verbindung mit der Reifenverformung eine grössere Auflagefläche und damit einen Abbau der Druckspannungen in der Berührungsfläche. Da damit auch die Reifen-

eindrückung kleiner wird als auf starrer Fahrbahn, kann man auf nachgiebigem Boden ohne Gefahr für den Reifen den Luftdruck umso niedriger wählen, je weicher der Boden ist. Durch die Verringerung des Luftdruckes kann man die Bodenverformung und damit auch den Rollwiderstand klein halten. Allerdings darf man den Luftdruck nur soweit vermindern, dass der Reifen bei den verlangten Triebkräften nicht auf der Felge rutscht.

Ferner wurden neben der Übertragung der horizontalen Schubkräfte der Schlepperreifen auch die von ihnen herrührenden Bodenverformungen und Gleitwege zwischen Reifen und Boden untersucht. Mit Hilfe der Zykloiden der rollenden Räder ist es möglich, eine Beziehung zwischen der Grösse des Schlupfes, den dazugehörigen Bodenverformungen und den Gleitwegen in der Berührungsfläche zwischen Reifen und Boden zu finden.

Schliesslich wurden mit einem Ringschergerät die Abscherspannungen in Abhängigkeit vom Verformungsweg für verschiedene Böden gemessen und den Ergebnissen anderer Autoren gegenübergestellt. Eine eindeutige Beziehung zwischen diesen Abscherdiagrammen und den Zugkraft-Schlupfkurven der Schleppertriebräder konnte noch nicht hergestellt werden.

Schrifttum

- [1] Bock, G.: Feldversuche über die Zugfähigkeit von Schlepper-Luftreifen. In diesem Heft.
- [2] Kraft, P.: Untersuchungen über die Grösse der Berührungsfläche, der Bodendrucke und Horizontalkräfte an rollenden Luftreifen. Diss. T.H. Stuttgart 1947.
- [3] Meyer, H. u. J. Lengsfeld: Untersuchungen der Fahrwiderstände von neuen Laufwerken für Ackerwagen. Techn. i. d. Landw. 14 (1933) S. 203/207, 230/231 und 261.
- [4] Kögler, F. u. A. Scheidig: Baugrund und Bauwerk. 4. Auflage. Berlin 1944.
- [5] Gross, W.A. u. A.D. Elliott: Traction as influenced by soils and their condition. SAE National Tractor Meeting, Sept. 1946.
- [6] Gologurski, T.M.: Die technologischen Prozesse bei der Bodenbearbeitung. Krakau 1913 (s.a. Mitt. VIMPA 1913, S. 170).
- [7] The shear strength of top soils. NIAE Techn. Memorandum 1942.

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung
der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode
Direktor: Prof. Dr. Ing. W. Kloth

Anschrift des Verfassers: Dr.-Ing. Walter Söhne, (20b) Braunschweig, Forschungsanstalt für Landwirtschaft