

# SICHTBAR GEMACHTE SPANNUNGSFELDER IN MASCHINENTEILEN

## Dargestellt an Knotenpunkten, Rohrausschnitten, Fachwerkrahmen und Speichenrädern

Von Walter Bergmann

*Spannungen in Maschinenteilen können wir mit unseren Sinnesorganen nicht unmittelbar wahrnehmen. Es fehlt also für den Konstrukteur eine Kontrollmöglichkeit, ob er beanspruchungsgerecht konstruiert hat. Dieser Mangel macht sich schon bei der Ausbildung des Nachwuchses bemerkbar. Umso wichtiger sind deshalb Verfahren, durch die man die Spannungsfelder sichtbar machen kann. Dadurch kann man bruchgefährdete Stellen erkennen, kann die Wirkung von Änderungen der Gestalt studieren und kann sich schliesslich ein Gefühl für die Zusammenhänge zwischen Spannung und Gestalt erwerben.*

Man kann unter Zulassung vereinfachender Annahmen bei einfachen Bauteilen Spannungen und Verformungen berechnen oder sich mit Hilfe der Anschauung etwa an Papiermodellen einen Überblick über den Verformungsmechanismus in einer Maschine verschaffen. Jedoch dürfte eine Vorausberechnung der zu erwartenden Spannungen auch bei einfachsten Bauelementen immer mit Fehlern behaftet sein. Bei verwickelten Bauteilen ist eine Berechnung nicht mehr möglich, so dass im allgemeinen nur Messungen eine Aussage über die Haltbarkeit der Bauteile zulassen. Man kann die Dehnungen punktweise messen und sich dann aus einer grösseren Zahl solcher Messungen einen Überblick über die Spannungsverteilung in dem ganzen Bauteil verschaffen. Diese punktweisen Messungen sollen hier aber nicht erörtert werden, sondern die Verfahren, mit denen man sich gleich einen Gesamtüberblick über das Spannungsfeld verschaffen kann; diese sind das Dehnungslinienverfahren und die Spannungsoptik [1, 2]. Beide Verfahren gestatten allein aus der Betrachtung der entstehenden und der entstandenen Linienzüge schnell und sicher ein Urteil über die Güte einer Konstruktion. Sie lassen ferner neben einer qualitativen Wertung des Bauwerkes eine genügend genaue quantitative Spannungsermittlung zu.

Im folgenden sollen die Möglichkeiten einer experimentellen Spannungsanalyse mittels Dehnungslinienverfahrens und Spannungsoptik anhand mehrerer Beispiele aufgezeigt werden. Beschreibung und Handhabung der Methoden werden hierbei nur soweit erwähnt, wie sie zum Verständnis der Auswertung der Messergebnisse notwendig sind [3, 4, 29, 30].

### I. Anwendungsbereich beider Verfahren

Das Dehnungslinienverfahren gestattet eine Darstellung und Messung des Spannungsfeldes an der fertigen Maschine. Allein aus der Betrachtung

des Dehnungslinienfeldes, welches auf der lackierten Oberfläche der Maschine bei der Belastung entsteht, kann jeder lineare und jeder ebene Spannungszustand erkannt und beurteilt werden. Es lassen sich ferner die Richtungen der ersten und zweiten Hauptspannung feststellen, und es kann mit genügender Genauigkeit die Grösse der Dehnung an der höchstbeanspruchten Stelle gemessen werden.

Beim spannungsoptischen Verfahren demonstriert und misst man Spannungen an durchsichtigen Kunststoffmodellen, welche der Grossausführung „ähnlich“ nachgebildet sind. Durch Betrachtung der Interferenzbilder lassen sich alle Spannungszustände beurteilen. Ferner können Normal- und Schubspannungen im Modell gemessen und die Richtungen der Hauptspannungen ermittelt werden.

Beide Verfahren, insbesondere das spannungsoptische, werden vorwiegend bei statischen Untersuchungen angewendet und arbeiten im Hinblick auf die Beurteilung der Haltbarkeit einer Maschine genügend genau. Beim Dehnungslinienverfahren kann man für eine zahlenmässige Auswertung der Messungen mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 10\%$  rechnen. Die Messergebnisse aus spannungsoptischen Versuchen lassen sich bei Auswertung der Isochromaten<sup>1)</sup> mit  $\pm 3\%$ , bei Auswertung der Isoklinen<sup>2)</sup> mit etwa  $\pm 10\%$  angeben.

### II. Dehnungslinienfelder mittels *Stresscoat*

Im wesentlichen gibt es zwei Dehnungslinienverfahren: das *Maybachsche* Verfahren [3 bis 5] und das amerikanische *Stresscoat*-Verfahren [4 bis 13]. Das *Stresscoat*-Verfahren eignet sich im Gegensatz zum *Maybachschen* Dehnungslinienverfahren ausser zur qualitativen Spannungsanalyse auch zur quantitativen, statischen Messung der Dehnungen [12]. Darüber hinaus lässt das *Stresscoat*-Verfahren die Bestimmung von Eigenspannungen und die Messung dynamischer Beanspruchungen zu [11 u. 15]. Aus amerikanischen Versuchsberichten geht hervor, dass der *Stresscoat*-Lack noch bis zu einer Frequenz von 200 Hertz anspricht [15].

#### a) Deutung des Dehnungslinienbildes

Wird ein Flachstab in Stablängsrichtung auf Zug beansprucht, so reisst der auf den Stab aufgebrachte, spröde Lack senkrecht zur Zugrichtung. Die Risse liegen parallel zueinander und sind über die ganze

1) d.h. Farbgliche.

2) d.h. Richtungsgliche.

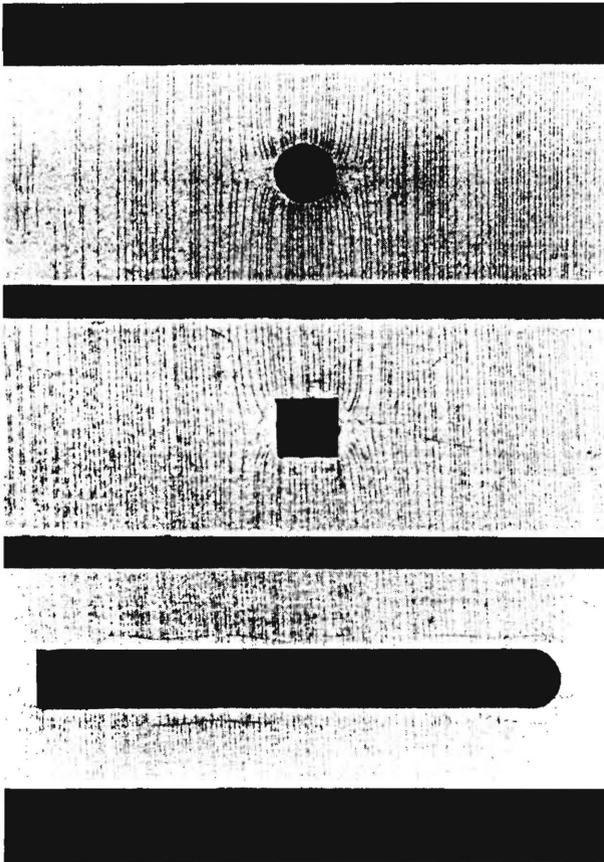


Bild 1. Dehnungslinien auf gelochten Flachstäben bei Biegebungsbeanspruchung.

Länge des Stabes gleichmässig verteilt. Das gleiche Dehnungslinienbild zeigt sich auf der zugbeanspruchten Seite eines auf reine Biegung beanspruchten Stabes. Befinden sich jedoch Ausschnitte in dem Stab, Bild 1, so ändert sich die Richtung der Dehnungslinien in der Nähe der Ausschnitte. Oberhalb und unterhalb der Ausschnitte sind dreieckähnliche Flächen zu erkennen, auf welchen keine Dehnungslinien erscheinen. Dies sind die für die gezogene Schicht des Biegestabes kennzeichnenden Druck-

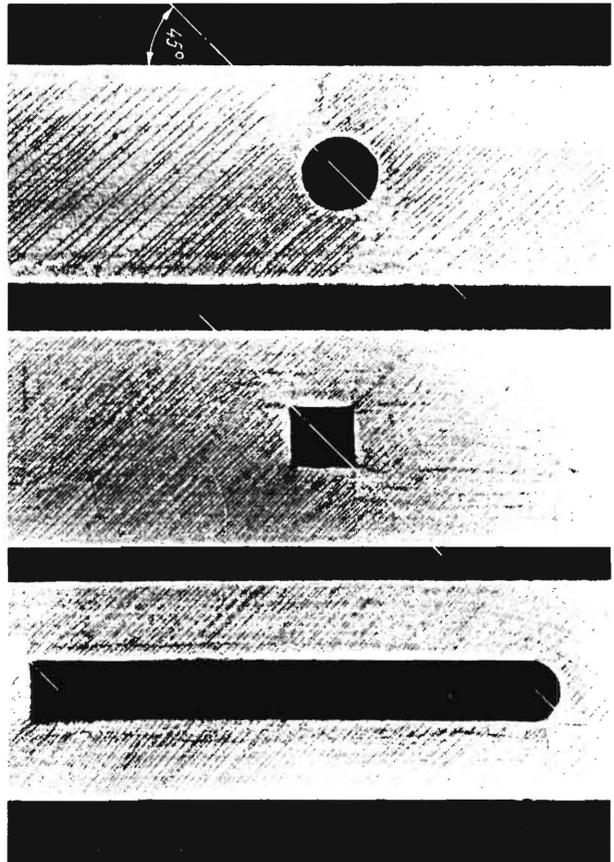


Bild 2. Dehnungslinien auf gelochten Flachstäben bei Torsionsbeanspruchung.

Die unter  $45^\circ$  zur Stablängsachse eingezeichneten weissen Linien sollen die Mittellinien der nicht gerissenen Lackflächen darstellen.

zonen. In der Umgebung der Ausschnitte herrscht ein mehrachsiger Spannungszustand.

Beim torsionsbeanspruchten Flachstab haben die Dehnungslinien eine Neigung von  $45^\circ$  zur Stablängsachse. Die Störung des Dehnungslinienfeldes durch die Ausschnitte, Bild 2, besteht bei diesem Belastungsfall nicht in einer Richtungsänderung der Risse, sondern in einer Unterbrechung des Linienfeldes an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen. Die in Bild 2 eingezeichneten weissen Linien sollen etwa die Mittellinien der nicht gerissenen Lackflächen darstellen. Man erkennt, dass diese Linien um  $45^\circ$  zur Stablängsachse geneigt sind, also senkrecht auf den Dehnungslinien stehen. Diese soeben beschriebenen Stellen weisen auf Druckspannungszonen bei gelochten und geschlitzten Torsionsstäben hin.

Wird ein gelochter Zugstab über die Streckgrenze hinaus beansprucht, so ergibt sich das in Bild 3 gezeigte Dehnungslinienfeld. Nach Überschreiten der zulässigen Festigkeitsgrenze zeigen sich in der Nähe des Loches Fließlinien. Belastet man den Zugstab so lange weiter, bis das ursprünglich kreisrunde Loch eine ovale Form annimmt, so platzt der Lack in vielen kleinen Stückchen längs der Fließlinien ab, bis zwei dreieckige lacklose Felder in

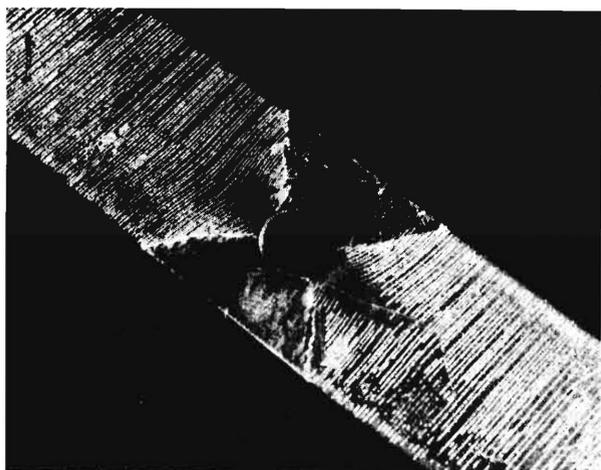


Bild 3. Spannungsfeld auf einem gelochten Zugstab nach Überschreiten der Streckgrenze.

Das ursprünglich kreisrunde Loch hat sich zu einem ovalen Loch verformt.

Höhe des Loches entstehen, wie sie in Bild 3 zu erkennen sind. Vor und hinter dem Loch erkennt man die nicht gerissenen, keilförmigen Zonen, welche die Druckspannungsgebiete kennzeichnen. Im ungestörten Bereich des Stabes bleibt das für Zugbeanspruchung charakteristische Dehnungslinienbild erhalten.

In Bauwerken, wie z.B. in Gestellen oder Rahmen, welche aus verschiedenen Profilstäben zusammengesetzt sind, ist eine Beurteilung des Spannungszustandes aus dem Dehnungslinienfeld nicht mehr einfach. Deshalb sei auf die in Bild 4 [6] schematisch dargestellten Dehnungslinien verwiesen. Am Beispiel des U-Profiles wird gezeigt, wie sich bei Änderung der Belastungsart und der Einspannung verschiedene

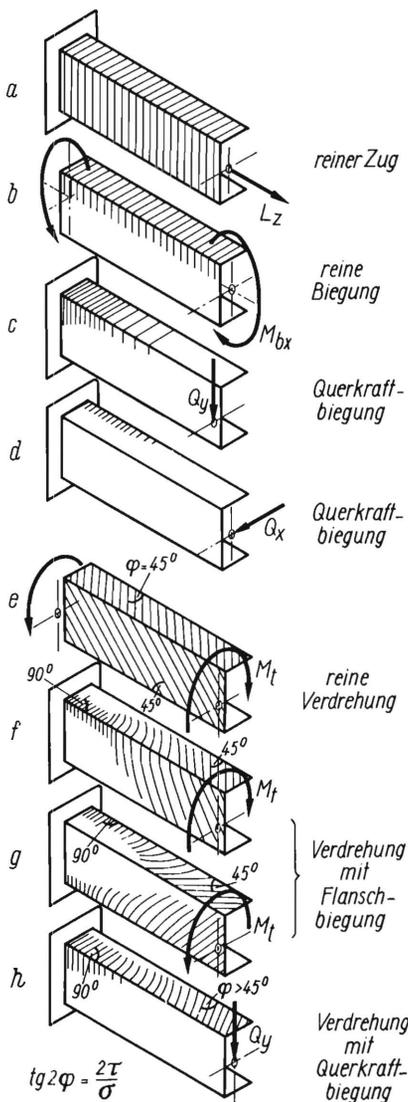


Bild 4. Beurteilung des Spannungszustandes aus dem Dehnungslinienfeld am Beispiel eines U-Profilstabes. a) reine Zugbeanspruchung, b) reine Biegebeanspruchung durch zwei Momente, c und d) Biegebeanspruchung durch Querkraft, e) reine Torsionsbeanspruchung durch zwei Momente, f und g) Torsionsbeanspruchung mit Biegebeanspruchung der Flansche infolge verhinderter Querschnittsverwölbung, h) Biegebeanspruchung durch Querkraft; zusätzliche Torsionsbeanspruchung mit Biegebeanspruchung der Flansche durch Belastung im Schwerpunkt des Profilquerschnittes (bei Belastung im Schubmittelpunkt, siehe Fall c).

und den Spannungszustand kennzeichnende Lackrisse ergeben. Bei Zug- und Biegebeanspruchung reißt der Lack senkrecht zur Stablängsachse, Bild 4a bis d. Zug und reine Biegung als einachsige Spannungszustände (Bild 4a und b) sind an einem gleichmässigen und gleichzeitigen Aufreißen des Lackes über der ganzen Stablänge zu erkennen. Erfolgt die Beanspruchung durch Querkraftbiegung (Bild 4c und d), so ist die Verteilung der Dehnungslinien nicht mehr gleichmässig. Das Dehnungslinienfeld erscheint zuerst mit einem Lackriss an der Stelle der höchsten Anstrengung des Bauteils und vergrössert sich mit steigender Beanspruchung in Richtung auf die weniger angestregten Bereiche, d.h., dass ständig neue Risse entstehen und dass die zuerst aufgetretenen Risse länger werden. Die lackierte Oberfläche eines untersuchten Bauteils ist also überall dort mit Dehnungslinien behaftet, wo die Zerreißeempfindlichkeit des Lackes überschritten wurde.

Ein Dehnungslinienfeld bei reiner Torsionsbeanspruchung ist an Lackrissen, welche unter 45° zur Stablängsachse erscheinen, zu erkennen, Bild 4e. Bei gemischter Beanspruchung aus Biegung und Torsion sind Dehnungslinienfelder nach Art der in Bild 4f bis h gezeigten zu erwarten. Eine wesentliche Hilfe zur Entscheidung über den Anteil von Biegung und Torsion bei gemischter Beanspruchung ist durch die Messung des Winkels zwischen der Tangente an die Dehnungslinie und die Stablängsachse in jedem Punkt der lackierten Bauteiloberfläche gegeben [6].

Die hier beschriebenen Erkenntnisse genügen im allgemeinen, um den Spannungszustand in einem Bauwerk aus dem Dehnungslinienverlauf zu deuten. Die folgenden Abschnitte sollen zeigen, wie man von Fall zu Fall die Haltbarkeit einer Maschine mit Hilfe des Dehnungslinienverfahrens beurteilen kann.

b) Spannungsfelder in versteiften Knotenpunkten

Bei den Rahmen von verwindungsbeanspruchten Fahrzeugen ist man bestrebt, die in der Rahmenebene wirkenden Schubkräfte, welche beispielsweise durch Stoss gegen eines der vier Räder verursacht werden, durch Versteifungsbleche in den Rahmenecken aufzunehmen, und in den Ecken die vertikalen und horizontalen Schweissnähte zu entlasten. Für einen Rahmen, der nur in seiner Ebene beansprucht wird, mag diese Massnahme richtig sein. Bei verwindungsbeanspruchten Rahmen bedeutet das Einschweissen von Eckblechen jedoch nur eine Verlagerung der Stellen höchster Beanspruchung aus der Ecke heraus an den Auslauf der Eckbleche.

Bild 5 und 6 zeigen Dehnungslinienfelder in versteiften U-Profilecken. Die Anordnung der Versteifungen am Profilstab und die Art der Belastung sind aus Bild 9 und 11 zu ersehen. Zunächst ist aus Bild 5 zu erkennen, dass die Dehnungslinien nur an

Bild 5. Spannungsfeld um einen versteiften Knoten bei Torsionsbeanspruchung.

Die Konstruktion der Eckversteifung ist aus Bild 9 ersichtlich.

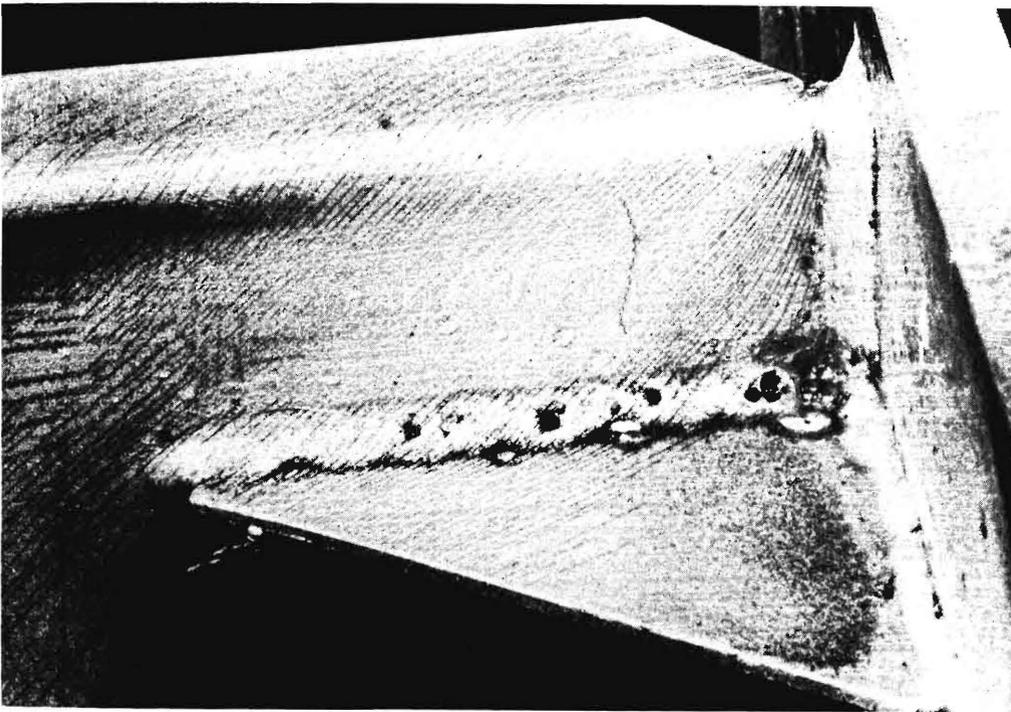
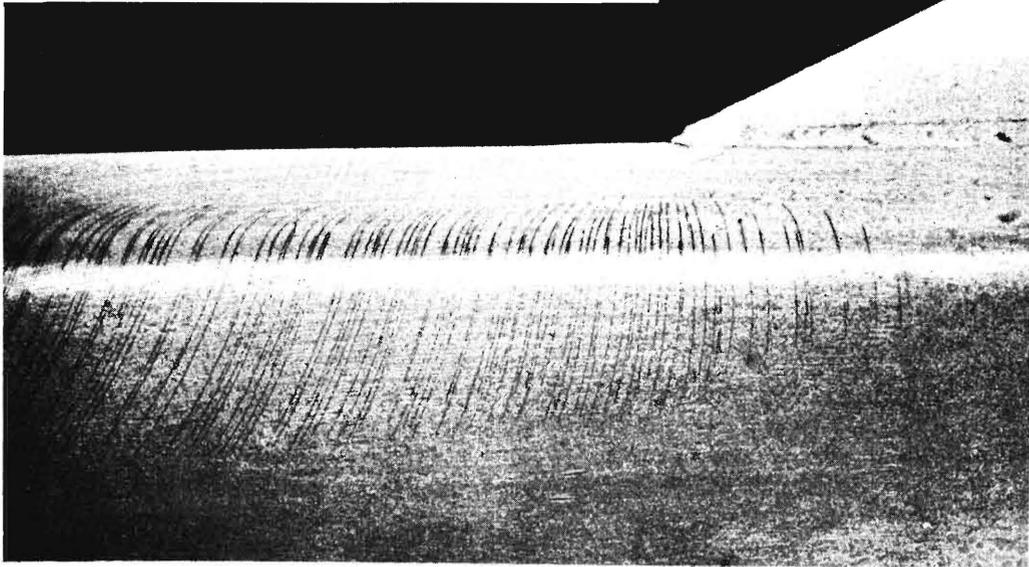


Bild 6. Spannungsfeld um einen versteiften Knoten bei Torsionsbeanspruchung (vergl. auch Bild 11).

der Kante zwischen Oberflansch und Steg entstanden sind. In Höhe des Auslaufes der Eckversteifung verlaufen die Lackrisse senkrecht zur Stablängsachse. Zur Kräfteinleitungsstelle hin ändert sich die Richtung der Risse stetig zu einer  $45^\circ$ -Neigung (Bild 5, linke Bildhälfte). Ausserdem ändert sich auch die Länge der Risse. Es kann aus der Betrachtung des Dehnungslinienfeldes folgende Erkenntnis über den Beanspruchungszustand gewonnen werden: In Höhe des Eckblechsauslaufes überwiegen die Normalspannungen (an der freien Kante Zug, an der Kante zwi-

schen Flansch und Steg Druck); allmählich klingen die Normalspannungen ab, so dass die Torsionsspannungen in Erscheinung treten können. Der Beanspruchungszustand entspricht dem in Bild 4f gezeigten, d.h. einer Verdrehung mit Flanschbiegung. Da die Normalspannungen als zusätzliche Materialanstrengung erheblich höher sind als die durch den Belastungsfall allein zu erwartenden Torsionsspannungen, ist diese Konstruktion einer Eckversteifung besonders für Dauerwechselbeanspruchungen sehr ungünstig. Eine Verbesserung ist nur durch Änderung

der Knotengestalt möglich, etwa wie sie in Bild 6 (vergleiche auch Bild 11) zu erkennen ist. Das Dehnungslinienfeld zeigt einen gleichmässigen Verlauf der Lackrisse unter  $45^\circ$  zur Stablängsachse, sogar auf dem Knotenblech und über der Schweissraupe. Lediglich im Bild 6, oben rechts ist an der

Stelle der Einbrandkerbe eine Spannungskonzentration zu vermuten, da hier die Dehnungslinien von ihrer  $45^\circ$ -Richtung abweichen und in der Einbrandkerbe zusammenlaufen.

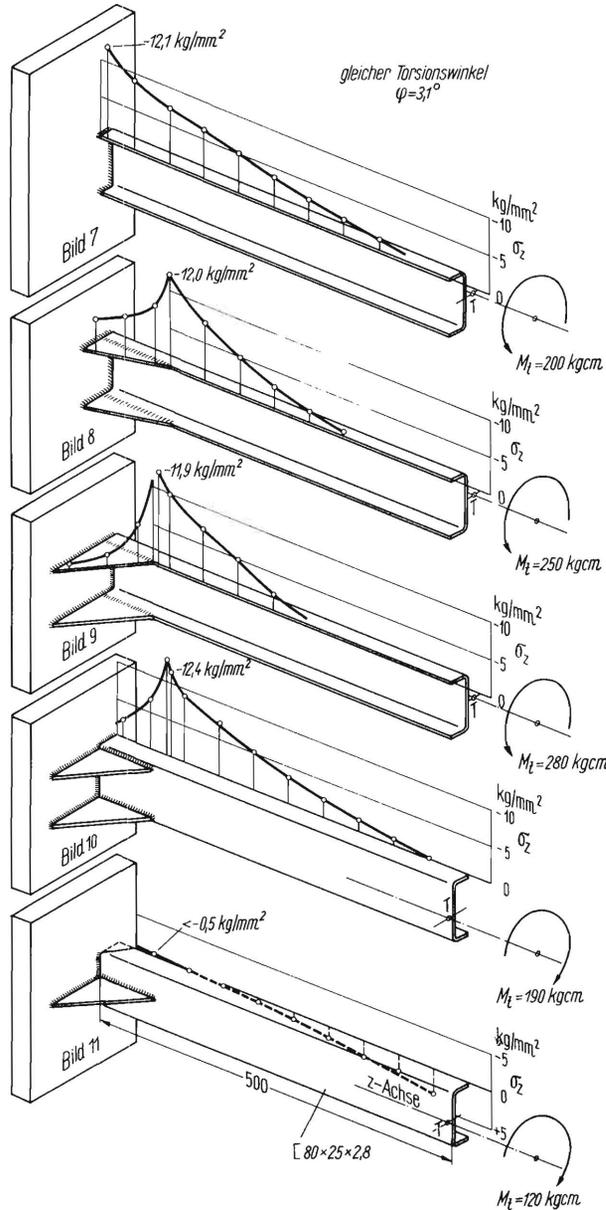


Bild 7 bis 11. Normalspannungsverteilungen auf der freien Flanschkante eines torsionsbeanspruchten U-Profilstabes bei unterschiedlicher Versteifung der Einspannstelle.

Bild 7. Profilstab stirnseitig gegen eine Platte geschweisst. Keine Eckversteifung.

Bild 8. Eckversteifung durch zwei Bleche  $100 \times 25 \times 2,8$  mit den freien Flanschkanten verschweisst.

Bild 9. Eckversteifung durch zwei Bleche  $75 \times 75 \times 2,8$  mit den freien Flanschkanten verschweisst.

Bild 10. Eckversteifung durch zwei Bleche  $75 \times 75 \times 2,8$  mit dem Steg des Profils in Höhe der Flanschen verschweisst.

Bild 11. Eckversteifung durch ein Blech  $75 \times 75 \times 2,8$  mit der Stegmitte des Profilstabes verschweisst. Die Flansche sind an der Einspannstelle schräg abgeschnitten, so dass der Profilstab nur mit dem Steg an der Platte angeschweisst ist.

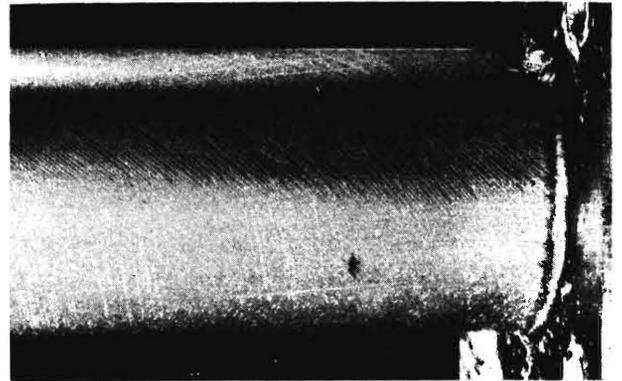


Bild 12. Dehnungslinien auf einem kreisrunden Rohr bei Torsionsbeanspruchung.  
Aussendurchmesser  $D = 84$  mm  
Wandstärke  $s = 2$  mm

Um die aus der Betrachtung des Dehnungslinienfeldes gemachten Aussagen zu bestätigen, sind Messungen mit statischen Feindehnungsmessern an diesen eckversteiften Profilstäben durchgeführt worden. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in den Bildern 7 bis 11 zusammengestellt [6]. Die Spannungsverteilungskurven über den freien Kanten der U-Profilflanschen verdeutlichen die Normalspannungen bei Torsionsbeanspruchung, welche durch Verhinderung der Querschnittsverwölbung entstehen. Man erkennt, dass die höchste Normalspannung  $\sigma_{z \max}$  von  $\sim 12$  kg/mm<sup>2</sup> durch die Verschiedenheit der Versteifung (Bild 8 und 9) nicht beeinflusst wird, auch dann nicht, wenn man die Eckbleche am Profilrücken (Bild 10) anschweisst. Bei verschiedener Knotengestalt ändert sich lediglich das Spannungsgefälle über der Profilstablänge. Die Konstruktion einer solchen Eckverbindung erfährt erst dann eine wesentliche Verbesserung, wenn man das Knotenblech in der Mitte des Profilrückens anbringt und die Flanschen des U-Profilstabes im Einspannquerschnitt schräg abschneidet, so dass der Träger nur noch mit dem Steg an der Stirnplatte angeschweisst ist (Bild 11). Die Spannungsverteilungskurve zeigt Normalspannungswerte, welche besonders in der Nähe der Einspannstelle kaum von Null verschieden sind.

c) Spannungsfelder an teilweise geschlitzten Rohren

Die Gehäuse von Schlepperrümpfen müssen aus vielerlei Gründen mit mehr oder weniger grossen Ausschnitten versehen sein, und es ist bekannt, dass solche Ausschnitte erhebliche Spannungserhöhungen am Lochrand gegenüber den Spannungsmittelwerten im ungelochten Bauteil verursachen [17 bis 19]. Bei der Untersuchung der Haltbarkeit von ausgeführten Schlepperrümpfen [16] mit Ausschnitten verschiede-

ner Grösse und Form blieben Fragen offen, welche nur systematisch an vereinfachten Modellkörpern geklärt werden konnten. Zu diesem Zweck wurden geschweisste Rohre der Abmessungen  $84 \times 2$  in Längen von je 500 mm mit verschiedenen Ausschnitten versehen und bei Biege- und besonders bei Torsionsbeanspruchung untersucht. In Bild 12 ist die rechte Hälfte eines derartigen Versuchskörpers ohne Schlitz gezeigt. Die auf dem Rohr erkennbaren Dehnungslinien laufen unter  $45^\circ$  zur Stablängsachse und veranschaulichen den Fall reiner Torsionsbeanspruchung<sup>3)</sup>

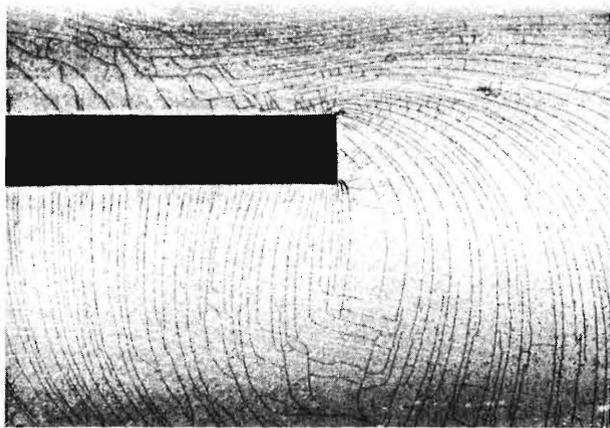


Bild 13. Geschlitztes Rohr bei Torsion.  
Die Dehnungslinien zeigen das Spannungsfeld (Massstab 1 : 1) in der Umgebung eines Schlitzendes.  
Rohr  $84 \times 2$  mm  
Rohrlänge 500 mm  
Schlitzlänge 300 mm  
Schlitzbreite 10 mm

(vergl. auch Bild 4 e). In das gleiche Rohr wurde ein 300 mm langer Schlitz von 10 mm Breite gefräst, so dass an den Rohrenden jeweils eine ungeschlitzte Länge von 100 mm übrig blieb. Das Spannungsfeld um das rechte Schlitzende (nahe der Einspannebene) bei reiner Torsionsbeanspruchung ist in Bild 13 gezeigt. Eine ausgeprägte  $45^\circ$ -Richtung der Lackrisse ist nicht mehr zu erkennen. Dagegen stellt man fest, dass die Dehnungslinien an der unteren Kante des Schlitzes nahezu senkrecht in die Kante einmünden. Hier überwiegen offensichtlich Zugspannungen in Längsrichtung des Schlitzes. Die auf dem gegenüberliegenden Schlitzrand erkennbaren Lackrisse sind Wärmespannungsrisse ohne spannungstechnische Bedeutung. Aus dem Nicht-Erscheinen geordneter Dehnungslinien ist an dieser Schlitzkante auf das Überwiegen von Druckspannungen zu schliessen. Man sieht ausserdem, dass sich der Einfluss des Schlitzes auf den veränderten Spannungszustand auch ausserhalb des ungeschlitzten Bereiches des Rohres noch bis zur Einspannung hin auswirkt. Der Schlitz stört also den Spannungszustand, der bei reiner Torsionsbeanspruchung zu erwarten wäre. Die

3) Trotz stümseitiger Verschweissung des Rohres mit einer dicken Platte bleibt die  $45^\circ$ -Richtung der Dehnungslinien erhalten, weil beim torsionsbeanspruchten Kreisrohr alle Querschnitte eben bleiben.

Schlitzenden sind hierbei die Unstetigkeitsstellen in der Steifigkeits- und Spannungsverteilung, da ein Übergang vom torsionsweichen Schlitzrohr zum starren Rohr fehlt. Der Verformungsmechanismus des Schlitzes ist etwa mit einer durch Schubkräfte hervorgerufenen Gestaltänderung des Rechteckschlitzes in einen parallelogrammartigen Schlitz zu vergleichen. Die Schlitzecken sind die Stellen höchster Spannungen. An diesen Ecken wurden während der Belastung auch die ersten Lackrisse beobachtet. Die gemessenen Dehnungswerte sind etwa 8 mal so gross wie die Torsionsspannungen im ungestörten Rohr.

Wird dasselbe geschlitzte Rohr auf Biegung beansprucht, wobei der Schlitz in der neutralen Biegezone liegt und eine Querkraft am Ende des Rohres eingeleitet wird, so ergibt sich ein Dehnungslinienfeld nach Bild 14. Der Dehnungslinienverlauf um das Schlitzende zeigt trotz des andersartigen Belastungsfalles viel Ähnlichkeit mit dem des Bildes 13. Auf dem oberen Teil des Rohres sind Dehnungslinien senkrecht zur Rohrlängsachse zu erkennen. Diese Linien waren als kennzeichnende Risse für die Zugzone eines Biegeträgers (vergleiche Bild 4 b) zu erwarten. In der neutralen Zone und im gedrückten Bereich des Rohres würden beim unausgeschnittenen Rohr keine Dehnungslinien erscheinen. Wie Bild 14 aber zeigt, ändert der Schlitz den Spannungszustand erheblich. Der untere Schlitzrand zeigt senkrecht in die Schlitzkante einlaufende Dehnungslinien, als



Bild 14. Geschlitztes Rohr bei Biegung. Der Schlitz liegt bei dieser Versuchsanordnung in der neutralen Biegezone des Rohres.

Die Dehnungslinien zeigen durch das Spannungsfeld (Massstab 1 : 1) in der Umgebung des Schlitzendes an, dass erhebliche Normalspannungen in der neutralen Biegezone entstehen.  
Abmessungen wie bei Bild 13

Zugspannung in Schlitzrichtung. Der obere Schlitzrand bleibt frei von Dehnungslinien; hier herrschen Druckspannungen. Das Einlaufen vieler Risse aus dem ungeschlitzten Bereich in die Schlitzecken lassen auf grosse Spannungskonzentrationen an diesen Stellen schliessen. Während der Biegebelastung des Rohres entstanden an diesen Stellen (wie bei der

Torsionsbelastung, Bild 13) die ersten Risse, woraus zu erkennen ist, dass die Zusatzspannungen am Schlitz höher sind als die Spannungen in der äussersten Biegefasern des Rohres. Aus der Verteilung der Normalspannungen (Schlitz-

eine quantitative Messung neben der üblichen qualitativen erfolgen. Nach Belastung des Rohres wurde der erste Riss am rechten Schlitzende, dort wo die Ausrundung beginnt, beobachtet. Die Risslänge betrug 1 mm. Bei Steigerung der Torsionsbelastung

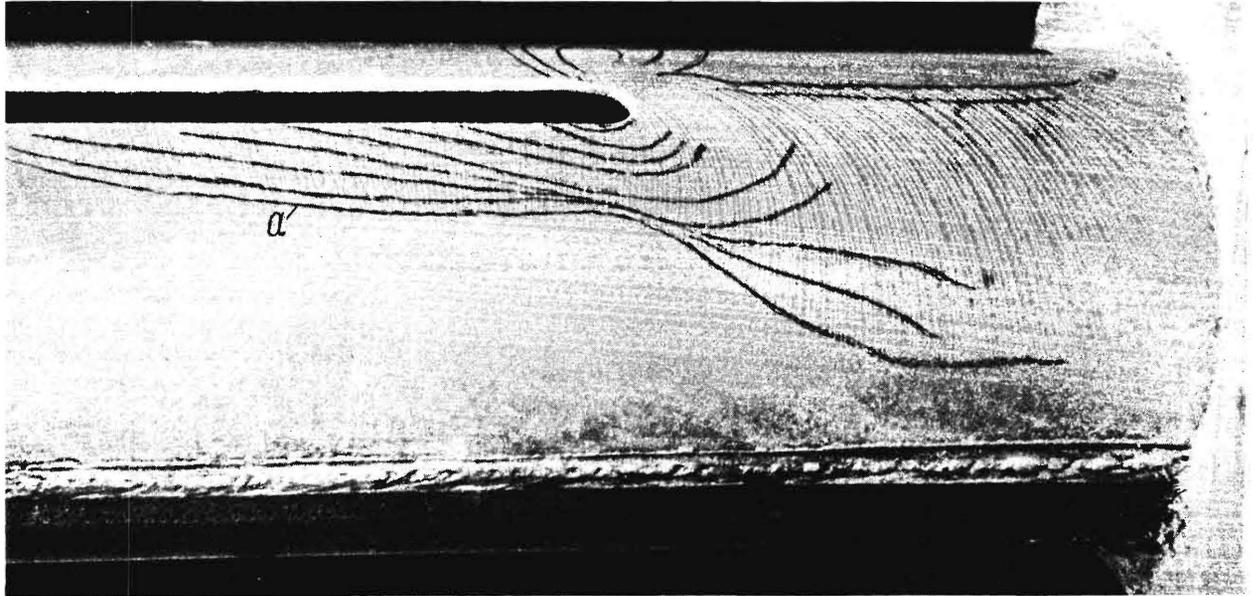


Bild 15. Dehnungslinien und isoentatische Linien auf einem torsionsbeanspruchten, geschlitzten Rohr. Die Schlitzenden sind im Gegensatz zu den in Bild 13 und 14 gezeigten ausgerundet; Schlitzbreite 10 mm. a Isoentatische Linie bei einem Torsionsmoment von  $M_t = 5750 \text{ kgcm}$  für die letzte Laststufe

oberkante Druck-, Schlitzunterkante Zugspannungen) kann man auch hier feststellen, dass sich der ursprünglich rechteckige Ausschnitt zu einem Parallelogramm verformen will, dass aber die starren Rohre den Schlitz an der Gestaltänderung hindern. Würde man sich also auf die Rechnung nach der klassischen Festigkeitslehre verlassen, wonach der Werkstoff in der neutralen Biegezone nicht beansprucht wird, so würde man beim Schlitz des Rohres gemäss der in Bild 14 gezeigten Weise sehr leicht eine Bruchgefahr heraufbeschwören.

Eine erweiterte Methode zur Klärung des Spannungszustandes mit Hilfe des Dehnungslinienverfahrens ist in Bild 15 gezeigt. Der Prüfkörper unterscheidet sich von den beiden vorhergezeigten nur durch die Ausrundung der Schlitzenden. Das Rohr wurde auf reine Torsion beansprucht. Dabei ergaben sich Dehnungen an den ausgerundeten Schlitzenden, die fast ebenso gross waren wie an den Schlitzenden des Rohres mit den rechteckigen Schlitzenden. Die Ausrundungen des Schlitzes haben nur zur Folge, dass die Stellen höchster Normalspannungen vom Schlitzende weg zum Beginn der Krümmung der Ausrundung verlagert werden [17]. Die Dehnungslinien, welche den in Bild 13 gezeigten sehr ähnlich sind, wurden in ihren Entstehungsphasen durch Markierung nach jeder Laststufe gekennzeichnet. Nachdem die Reissenspfandigkeit des Lackes am Probestab ermittelt und in Dehnungen geeicht worden war, konnte

traten weitere Risse auf, wobei der erste Riss und ebenso alle neu entstandenen Risse länger wurden. Nach jeder Laststufe wurden die Enden der Risse durch Farbstiftstriche miteinander verbunden, so dass am Schluss des Versuches (nach 10 Laststufen) sich die in Bild 15 gezeigten schwarzen Linienscharen ergaben. Diese Linien, welche von den Amerikanern als „isoentatische Linien“ bezeichnet werden, sind Linien gleicher Dehnung. Man kann also mit Hilfe solcher Messungen einen guten Überblick über das Spannungsgefälle an jeder Stelle der Bauteiloberfläche gewinnen, indem man – wie bei der Betrachtung von Höhenschichtlinien – die Steilheit des Spannungsgebirges durch die Dichte der Linien beurteilt. Das grösste Spannungsgefälle dürfte demnach in Bild 15 auf einer Umfangslinie des Rohres in Höhe des Rundungsbeginns des Schlitzendes zu finden sein. Es sei besonders bemerkt, dass diese isoentatischen Linien nicht senkrecht auf den dazwischen sichtbaren Dehnungslinien zu stehen brauchen.

#### d) Spannungsfelder um Rohrausschnitte verschiedener Grösse und Form

Soweit es sich um teilweise geschlitzte Rohre bei Torsionsbeanspruchung handelt, sind die Probleme des Verformungsvorganges und der Spannungsverteilung durch eigene eingehende Versuche bis zu einem gewissen Grade geklärt. Weniger aufgeschlossen sind die Erkenntnisse über den Grösseneinfluss von

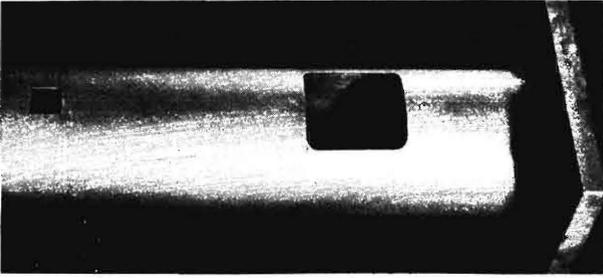


Bild 16. Kreisrohr mit quadratischen Ausschnitten verschiedener Grösse.

sind. Weiterhin ist erkennbar, dass diametral gegenüberliegende Ecken bei beiden Ausschnitten den gleichen Dehnungslinienverlauf zeigen und dass die Dehnungslinien im mittleren Bereich der Ausschnittsränder unter einem Winkel von  $45^\circ$  in die Ränder einmünden. Diese beiden Feststellungen kennzeichnen, wie schon eingangs am gelochten Flacheisen erwähnt, den Beanspruchungsfall bei reiner Torsion. Ein Teil der Abweichungen der Dehnungslinien von der  $45^\circ$ -Richtung, insbesondere in den Ecken, ist auf Zug- und Druckspannungen zurückzuführen, wel-

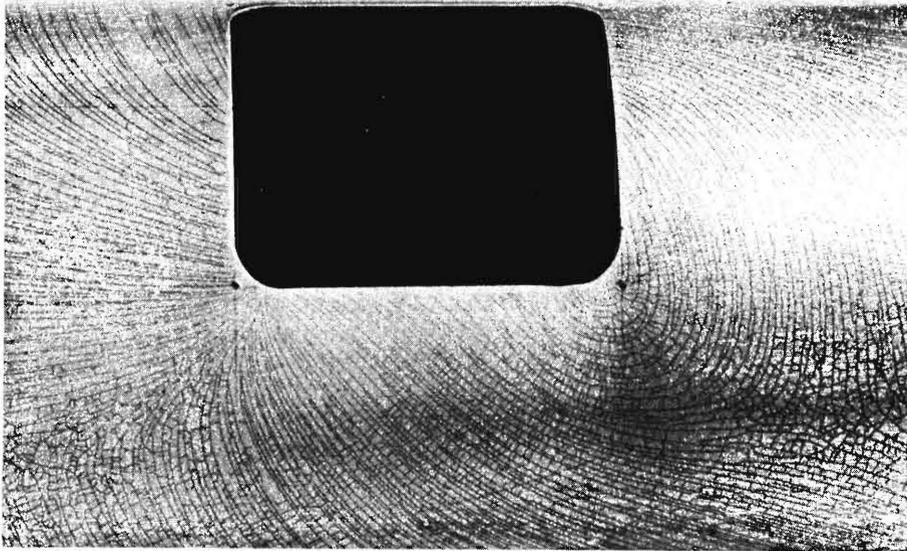


Bild 17. Dehnungslinien um einen quadratischen Ausschnitt bei Torsionsbeanspruchung des Rohres (Massstab 1 : 1).

Der Ausschnitt ist im Verhältnis zum Rohrdurchmesser gross, seine Ecken sind ausgerundet.

kreisförmigen und rechteckigen Ausschnitten auf die Spannungsverteilung in torsionsbeanspruchten Rohren. Theoretische Untersuchungen über Spannungen und Formänderungen bei tordierten, dünnwandigen Hohlzylindern mit kreisförmigem Ausschnitt brachten zwar grundlegende Erkenntnisse über den Verformungsvorgang am Ausschnittsrand [17, 18], liessen aber nur eine Abschätzung der Spannungen unter vereinfachten Annahmen zu. Bild 16 zeigt die Anordnung der mit dem *Stresscoat*-Verfahren untersuchten Ausschnitte auf dem Rohr. Das Rohr wurde an der im Bild erkennbaren rechten Stirnplatte eingespannt und im Sinne einer Rechtsschraube auf reine Verdrehung beansprucht. Der grosse Ausschnitt hatte die über dem Rohrumfang gemessene lichte Weite von  $50 \times 50$  mm. Der Ausrundungsradius der Ausschnittsecken betrug 5 mm. Der kleine Ausschnitt mit den scharfen Ecken hatte eine lichte Weite von  $15 \times 15$  mm. Die Spannungsfelder beider Ausschnitte sind in den Bildern 17 und 18 dargestellt. Ein erster Vergleich beider Dehnungslinienbilder zeigt, dass der grosse Ausschnitt wesentlich grössere Bereiche des Rohres spannungsmässig beeinflusst als der kleine Ausschnitt, trotzdem die Ecken des grossen Ausschnittes abgerundet

che von der Schubverformung in der gewölbten Ebene der Rohroberfläche herrühren; der andere Teil der Abweichungen der Dehnungslinien dürfte aber aus Biegeverformungen senkrecht zur Rohroberfläche zu erklären sein. *Thoma* und *Schilhansl* [18] haben auf rechnerischem Wege mit Hilfe der Plattentheorie nachgewiesen, dass an kreisrunden Ausschnitten

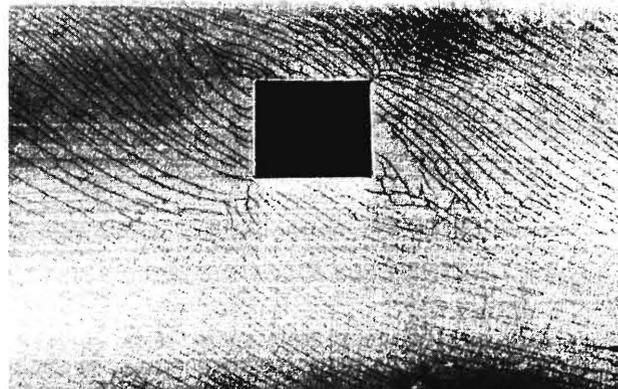


Bild 18. Dehnungslinien um einen quadratischen Ausschnitt bei Torsionsbeanspruchung (Massstab 1 : 1).

Dieser Ausschnitt ist klein gegenüber dem Rohrdurchmesser, seine Ecken sind nicht ausgerundet.

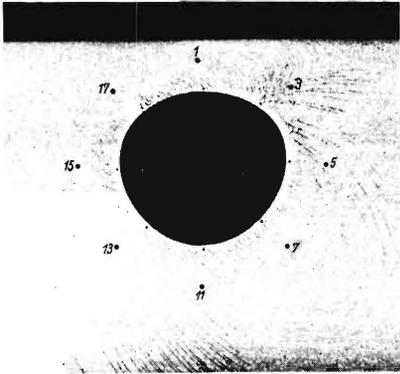


Bild 19

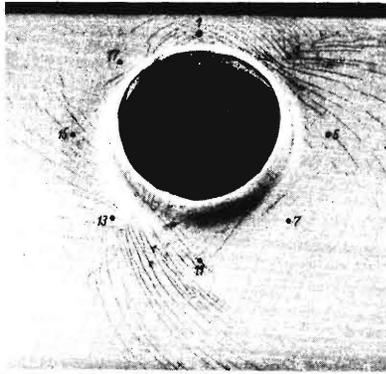


Bild 20

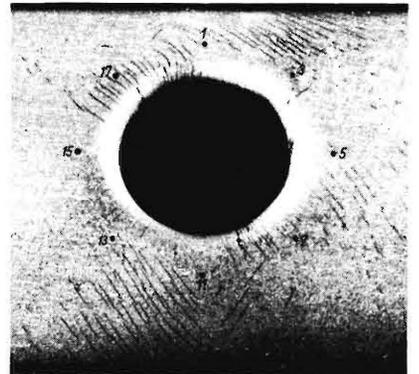


Bild 21

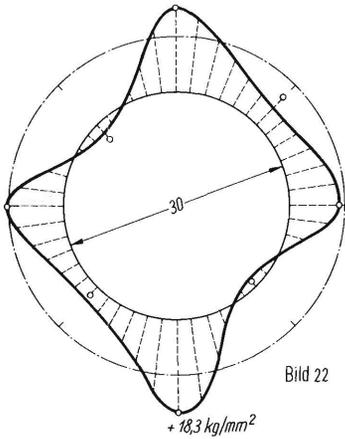


Bild 22

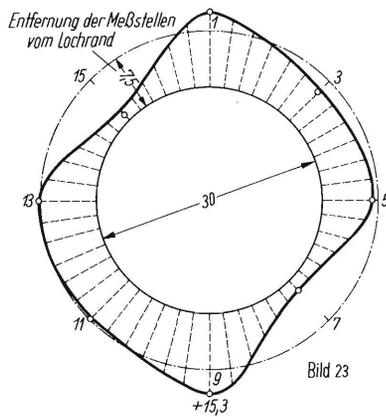


Bild 23

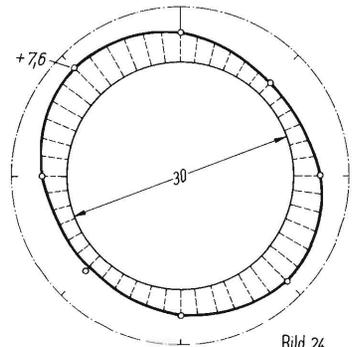


Bild 24

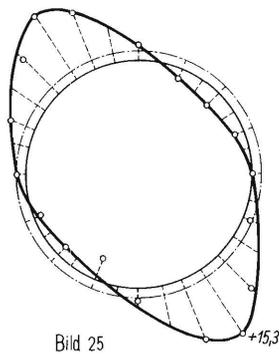


Bild 25

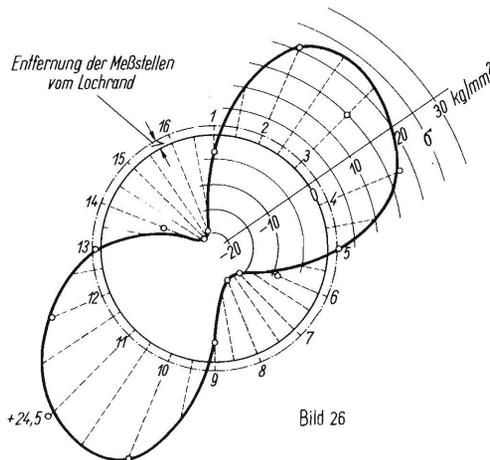


Bild 26

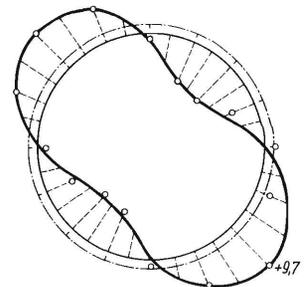


Bild 27

Bild 19 bis 27. Spannungsfelder und Spannungsverteilungen um ungeschützte und geschützte, kreisrunde Rohrausschnitte bei Torsionsbeanspruchung des Rohres.

Die Skizze (links) zeigt die Versuchsanordnung.

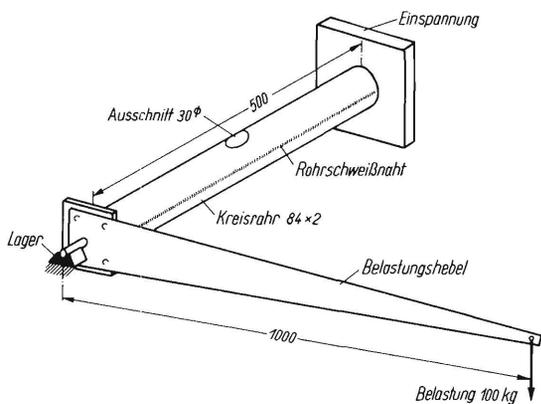


Bild 19 bis 21. Dehnungslinien auf dem Rohr bei nicht gebördeltem und nach aussen bzw. nach innen gebördeltem Lochrand. Bild 22 bis 24. Spannungsverteilungen auf den Rohren in 7,5 mm Abstand vom Lochrand.

Die Dehnungsmessgeräte (induktive Dehnungsmesser mit 2 mm Messlänge, Bauart Thum, Hersteller Askania) waren senkrecht zu den Dehnungslinien aufgespannt. Die Messergebnisse stellen also die Grösse der ersten Hauptspannung dar.

Bild 25 bis 27. Spannungsverteilungen in 1 mm Abstand vom Lochrand bzw. vom Rande der Stülpung.

Hierbei waren die Dehnungsmessgeräte aus aufspanntechnischen Gründen parallel zum Rande aufgespannt. Da unmittelbar am lastfreien Rand die eine der beiden Hauptspannungen Null wird, kann auch für 1 mm Entfernung vom Lochrand näherungsweise angenommen werden, dass die erste Hauptspannung durch die Messung erfasst wurde.

auf Rohren derartige Verwölbungen senkrecht zur Rohroberfläche entstehen und zusätzliche Biegespannungen hervorrufen, welche die Randspannungen verdoppeln. Bei quantitativer Dehnungsmessung mit dem *Stresscoat*-Verfahren wurden die grössten Spannungen am Beginn der Ausrundungen gemessen. Sie waren etwa 9 mal so gross wie die Torsionsspannungen im ungestörten Rohrbereich. Dieses Messergebnis stimmt mit Messungen von *Thum* und *Petri* [17] gut überein. Eine Analyse dieser Spannungen, welche ebenfalls von *Schilhansl* [18] auf rechnerischem Wege durchgeführt wurde, hat ergeben, dass die über die Wandstärke gleichmässig verteilte Tangentialspannung am Lochrand in der Umfangsrichtung etwa den 4 fachen Wert der Torsionsspannung im ungestörten Bereich erreicht und dass die Biegespannungen durch Verformung der Lochränder senkrecht zur Rohroberfläche nochmals eine Verdoppelung dieses Wertes bringen. Die Spannungserhöhung durch Lochrandverwölbung ist aber in grossem Masse von dem Verhältnis der Ausschnittsgrösse zum Umfang des Rohrquerschnitts abhängig. Je kleiner dieses Verhältnis ist, desto kleiner sind die Verwölbungen. Die Dehnungslinien um den kleineren Ausschnitt in Bild 18 zeigen diese Abhängigkeit deutlich. Die Spannungen an den Ecken dieses Ausschnittes waren wesentlich kleiner als diejenigen am grossen Ausschnitt. Das Dehnungslinienfeld zeigt den Torsionsspannungszustand schon in geringerer Entfernung vom Ausschnitt durch gleichmässige Dehnungslinienrichtung unter  $45^\circ$  zur Rohrlängsachse an.

e) Spannungsfelder um versteifte Rohrausschnitte

Die Tatsache, dass an ungeschützten Ausschnitten verdrehbeanspruchter Rohre sehr hohe Spannungen entstehen können, führt den Konstrukteur zwangsläufig zur Versteifung des Lochrandes. Wie weit eine Bördelung gegen die hohen Randspannungen schützen kann, wurde an einem Rohr mit kreisrundem Ausschnitt von 30 mm lichter Weite untersucht. Die Ergebnisse von Dehnungsmessungen an einem nach aussen und einem nach innen gestülpten Lochrand mittels *Stresscoat*-Verfahren sind in den Bildern 20 und 21 dargestellt. Zum Vergleich wurden Messungen um einen ungeschützten Lochrand durchgeführt (Bild 19). Bei Betrachtung der Dehnungslinienfelder stellt man fest, dass sich um alle drei Ausschnitte ähnliche Rissfiguren gebildet haben, dass aber in unmittelbarer Nähe der Lochränder und auf den gestülpten Kragen wesentliche Unterschiede erkennbar sind. Zunächst haben alle drei Dehnungslinienbilder eine unter  $45^\circ$  zur Rohrlängsachse geneigte und mehr oder weniger stark ausgeprägte Scheitellinie gemeinsam. Sie zeigt die Symmetrielinie der Spannungsverteilungen an. Unterhalb und oberhalb des Loches ist sehr deutlich die  $45^\circ$ -Richtung der Dehnungslinien zu sehen, welche auf das Überwie-

gen von Torsionsspannungen schliessen lässt. Senkrecht zu diesen Dehnungslinien sind Zugspannungen zu erwarten. Die druckbeanspruchten Gebiete sind durch die lackrissfreien Zonen gekennzeichnet. Beim ungeschützten Ausschnitt (Bild 19) sind Dehnungslinien rings um den Rand in seiner unmittelbaren Nähe zu erkennen; hier überwiegen die Zugspannungen. Beim nach aussen gestülpten Lochrand (Bild 20) zeigen sich nur am linken unteren und am rechten oberen Kragenteil Dehnungslinien. Hier wechseln also die Spannungen über den Umfang des Randes von Zug in Druck. Beim nach innen gestülpten Ausschnitt (Bild 21) liegen die Lackrissstellen um  $90^\circ$  verschoben gegenüber dem nach aussen gestülpten Rand. Ausserdem ist bei dieser Art der Ausschnittsversteifung kaum ein Abbiegen der Dehnungslinien aus der allgemeinen  $45^\circ$ -Richtung zu erkennen, auch nicht am Ausschnittskragen. Zur weiteren Beurteilung des Einflusses der Bördelung wurde das Torsionsmoment während des Belastens fixiert, bei dem der erste Lackriss auf dem Rohr (nicht am unmittelbaren Lochrand) entstand. Es zeigte sich, dass am Rohr mit ungeschütztem Lochrand der erste Riss bereits bei kleiner Torsionsbelastung auftrat. Zum Reißen des Lackes auf dem Rohr mit nach aussen gestülptem Loch war schon ein grösseres Moment erforderlich, und noch wesentlich grösser war das Drehmoment, um den ersten Riss auf dem nach innen gestülpten Rand zu erzeugen. Diese Beobachtung beweist, dass die grössten Spannungen auf dem Rohr mit dem ungeschützten Rand, die niedrigsten am Rohr mit nach innen gestülptem Lochrand entstanden. Allein aus dieser Betrachtung des Dehnungslinienverlaufes und der Beobachtung des Reißen der Lackschicht kann man bereits ersehen, dass das Rohr mit dem nach innen gebördelten Lochrand die niedrigsten Spannungen aufweist und somit die bessere konstruktive Lösung darstellt. Zur Bekräftigung dieses Messergebnisses wurden anschliessend Dehnungsmessungen um die Lochränder mit statischen Feindehnungsmessern von 2 mm Messlänge sowohl in 7,5 mm Entfernung als auch in 1 mm Entfernung vom Lochrand durchgeführt, deren Ergebnisse als Spannungsverteilungskurven in den Bildern 22 bis 27 dargestellt sind.

Zur Bestätigung der mit dem *Stresscoat*-Verfahren gewonnenen Ergebnisse dienen die Bilder 22 bis 24. Bei dieser Messreihe wurden die Messgeräte im Abstände von 7,5 mm vom Lochrand senkrecht zu den Dehnungslinien aufgespannt, so dass an jeder Messstelle der Wert der ersten Hauptspannung ermittelt wurde. Bei der Dehnungsmessung in 1 mm Abstand vom Lochrand wurden die Messgeräte aus aufspanntechnischen Gründen parallel zum Lochrand ange-  
setzt, Bild 25 bis 27.

Die höchsten Spannungen im Rohr in 7,5 mm Abstand vom Lochrand betragen:

- beim ungeschützten Lochrand 18,5 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 22)
- beim nach aussen gestülpten Lochrand 15,3 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 23)
- beim nach innen gestülpten Lochrand 7,6 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 24)

Die in den Bildern 22 bis 24 gezeigten Spannungsverteilungskurven geben deutlich die Abstufung der Güte des Randschutzes wieder.

Die höchsten Spannungen in jeweils 1 mm Entfernung von der freien Ausschnittskante betragen:

- beim ungeschützten Lochrand 15,3 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 25)
- beim nach aussen gestülpten Lochrand 24,5 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 26)
- beim nach innen gestülpten Lochrand 9,7 kg/mm<sup>2</sup> (Bild 27)

Es kann gesagt werden, dass die niedrigsten Spannungen sowohl in 7,5 als auch in 1 mm Entfernung vom Lochrand am nach innen gestülpten Kragenrand gemessen wurden. Die hohen Spannungen am nach aussen gestülpten Kragen in 1 mm Entfernung vom Rand können mit dem grösseren Abstand des Kragenrandes von der neutralen Zone (Rohrachse) zusammenhängen. Vielleicht ist dies auch ein Grund für die niedrigen Spannungen am Kragenrand des nach innen gestülpten Ausschnittes, da hier der Abstand zwischen Rohrachse und Kragenrand kleiner ist.

f) Spannungsfelder durch Eigenspannungen

Bei der üblichen statischen und dynamischen Dehnungsmessung erfasst man die Anstrengungen, welche während der Belastung des Bauteils auf-

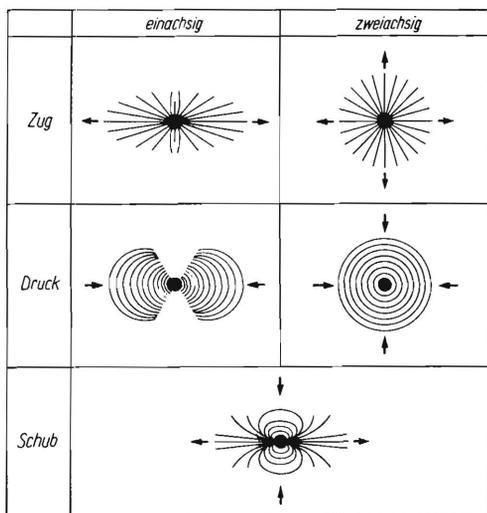


Bild 28. Schematische Darstellung von Dehnungslinienfeldern nach der Auslösung von Eigenspannungen (nach Tokarzik und Polzin [25]).

Die schwarzen Punkte in der Mitte der Lackrissfiguren stellen die Bohrungen dar, welche die Spannungen auslösen.

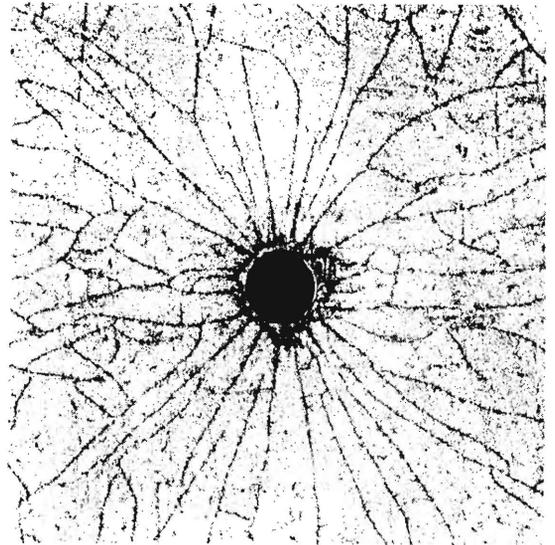


Bild 29. Dehnungslinienfeld auf der Oberfläche eines Bauteils bei Zugeigenspannungen. Die strahlenförmige Ausbreitung der Lackrisse nach allen Seiten deutet auf die Zweiachsigkeit des Spannungszustandes hin.

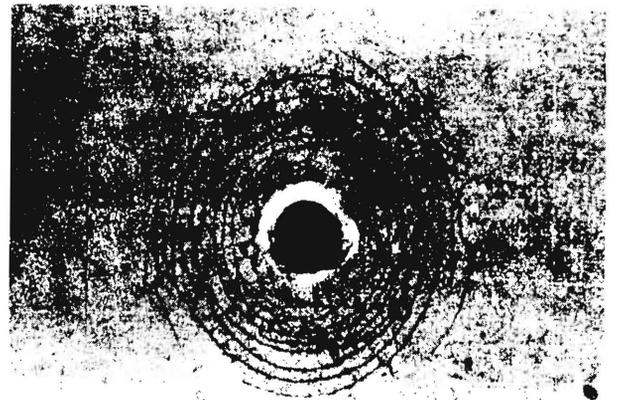


Bild 30. Dehnungslinienfeld bei Druckeigenspannungen auf der Oberfläche eines gehärteten Bauteils. Die konzentrischen und nach allen Seiten gleich deutlich erscheinenden Dehnungslinien zeigen Druckeigenspannungen bei zweiachsigem Spannungszustand an (nach Gadd [24]).

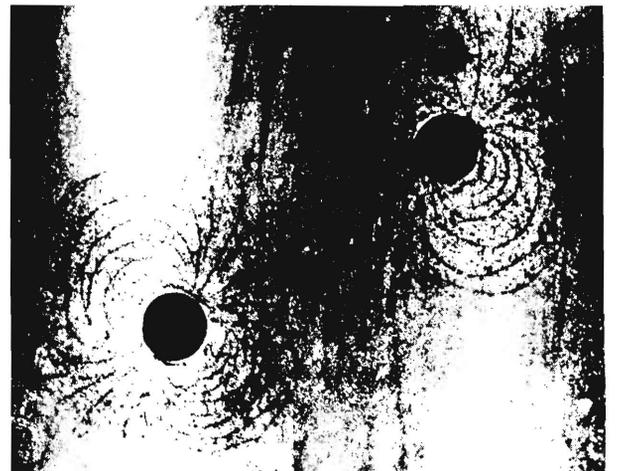


Bild 31. Dehnungslinienfeld bei Torsioneigenspannungen auf der Oberfläche eines Rohres (nach Gadd [24]).

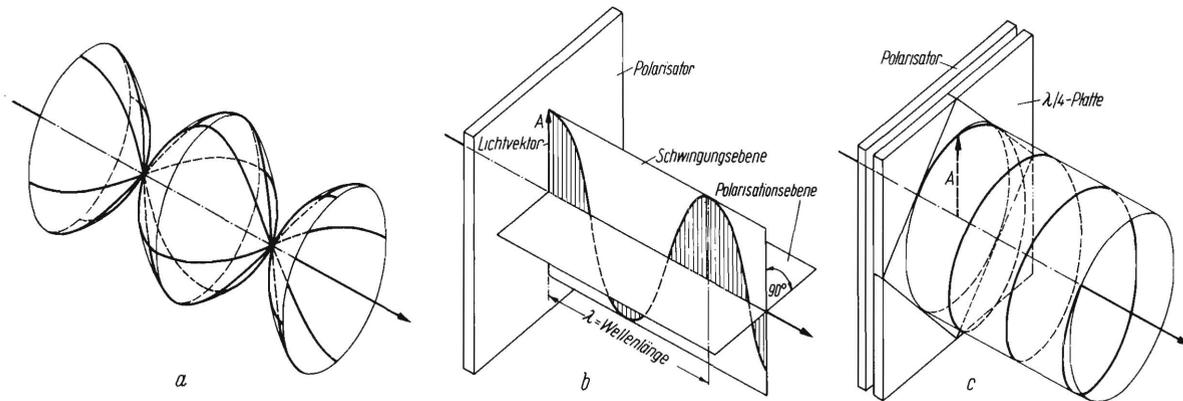


Bild 32. Vektorielle Darstellung des polarisierten Lichtes.

- Nicht polarisiertes Licht. Die Lichtteilchen schwingen in allen Ebenen um den Pfeil der Fortpflanzungsrichtung.
- Eben polarisiertes Licht. Hierbei schwingen die Lichtteilchen sinusförmig nur in einer Ebene, welche senkrecht auf der Polarisationssebene steht.
- Circular polarisiertes Licht. Die Lichtteilchen rotieren mit konstanter Amplitude um den Pfeil der Fortpflanzungsrichtung.

treten. Man kann aber deshalb noch keine sichere Aussagen über die Haltbarkeit der Maschine machen. Durch mechanische Bearbeitung, Schweißung oder durch Härtung können schon während des Baues einer Maschine oder eines Bauwerkes hohe Eigenspannungen in den Bauteilen entstehen, welche nur durch eine zerstörende Prüfung ermittelt werden können. Eine einfache Erfassung der Eigenspannungen an der Oberfläche eines Bauteils ist mit dem *Stresscoat*-Verfahren möglich, indem man die Eigenspannungen auf mechanischem Wege, z.B. durch Ausbohren auslöst [20 bis 24]. Der Lack wird auf das unbelastete Bauteil aufgespritzt. Nachdem das Lacklösungsmittel verdunstet ist, wird ein Loch von 3 mm Durchmesser und etwa 3 mm Tiefe gebohrt, wonach unmittelbar die Lackrisse entstehen. Bild 28 zeigt eine schematische Darstellung der bei ein- und zweiachsigem Spannungszustand erscheinenden Dehnungslinien. Bei Zugeigenspannungen erscheint ein strahlenförmiges Dehnungslinienbündel, während bei Druckeigenspannungen der Lack in konzentrischen Ringen aufspringt. Das Dehnungslinienfeld für Torsionsspannungen stellt eine Mischung der für Zug- und Druckeigenspannungen charakteristischen Linien dar. In den folgenden Bildern 29 bis 31 sind die Versuchsergebnisse für jeden Typ von Eigenspannungen zu erkennen. Eine derartige qualitative Messung gestattet bereits sehr wertvolle Aussagen darüber, ob sich die Betriebsspannung und Eigenspannung an der untersuchten Bauteilstelle addieren oder subtrahieren. Von den Amerikanern [25] wird auch die Möglichkeit einer quantitativen Messung vorgeschlagen, bei welcher immerhin Genauigkeiten von  $\pm 25\%$  zu erwarten sein sollen. Die Aussagen über die Genauigkeit der Messung sind aber sehr subjektiv, da die Grenze zwischen dem gerichteten und dem ungeordneten Lackrissfeld, auf deren Bestimmung es bei quantitativer Messung im wesentlichen ankommt, nicht immer deutlich zu erkennen ist, Bild 29.

### III. Experimentelle Spannungsanalyse mittels Spannungsoptik

#### a) Das spannungsoptische Verfahren

Zur Erleichterung der Wertung spannungsoptischer Versuchsergebnisse soll eingangs ein Überblick über die Grundgesetze der Spannungsoptik gegeben werden. Das optische Verfahren zur Spannungsbestimmung beruht darauf, dass sich bei der Belastung homogener, geradlinig elastischer, ursprünglich isotroper<sup>4)</sup> und durchsichtiger Kunststoffe, z.B. Plexiglas, Trolon, Dekorit oder VP 1527, durch die Wirkung der Spannungsdoppelbrechung im polarisierten Licht ein Bild des Spannungszustandes abzeichnet. Dieses Bild, welches die Konturen des Modells, die Interferenzstreifen und die Belastungsart erkennen lässt, kann man vor der spannungsoptischen Apparatur unmittelbar sehen [26 bis 30, darin umfangreiche Literaturverzeichnisse].

Bei der Spannungsoptik arbeitet man im eben- oder circularpolarisierten Licht. Bild 32 zeigt die in der Spannungsoptik interessierenden Lichtbewegungen in vektorieller Darstellung. Im nicht polarisierten, einfarbigen Licht (Bild 32a) schwingen die Lichtteilchen um ihre Fortpflanzungsrichtung in allen Ebenen. Nach Durcheilen eines Polarisationsfilters schwingt das Licht nur in einer Ebene (Bild 32b), welche senkrecht auf der Polarisationssebene steht. Schaltet man hinter das Polarisationsfilter noch eine doppelbrechende Folie, etwa aus Cellophan, so wird das Licht circular polarisiert (Bild 32c). Die Lichtteilchen laufen nun mit konstanter Amplitude in einer Schraubenlinie um den Pfeil der Fortpflanzungsrichtung.

Die physikalische Grundlage für die Spannungsoptik bildet das *Brewster-Neumannsche* Gesetz:

Eben polarisiertes Licht wird beim Durcheilen eines belasteten oder mit Eigenspan-

4) gleich dehnbar

nungen behafteten, ebenen Kunststoff-Modells in zwei Teilstrahlen, die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , zerlegt, Bild 33, welche mit verschiedenen Geschwindigkeiten, proportional den zugehörigen Hauptspannungen, das Modell passieren. Die Vorgänge des Zerlegens des ankommenden Lichtstrahles und des Verzögerns der Teilstrahlen im Modell sind die Ursache für die zu beobachtenden Interferenzerscheinungen, d.h. für den sogenannten „spannungsoptischen Effekt“.

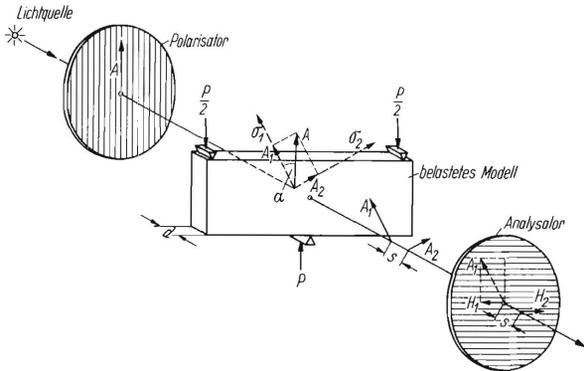


Bild 33. Lichtstrahl im eben polarisierten Licht beim Durchgang durch ein doppelbrechendes, belastetes Modell. Die Doppelbrechung bewirkt eine Zerlegung des polarisierten Lichtes (Vektor  $A$ ) in zwei Teilstrahlen, deren Vektoren  $A_1$  und  $A_2$  mit den Hauptspannungsrichtungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  zusammenfallen. Ausserdem erleiden die Geschwindigkeiten der Teilstrahlen eine relative Verzögerung (Gangunterschied  $s$ ).

Für die Grösse der relativen Verzögerung der beiden Teilstrahlen hinter dem Modell gilt die Hauptgleichung der Spannungsoptik

$$\delta = C \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot \frac{d}{\lambda}$$

hierin bedeuten:

- |   |  |
|---|--|
| $\delta = \frac{s}{\lambda}$                | Phasenverschiebung,                                |
| $s = C \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot d$ | Gangunterschied in [mm],                           |
| $\sigma_1$ [kg/mm <sup>2</sup> ]            | 1. Hauptspannung,                                  |
| $\sigma_2$ [kg/mm <sup>2</sup> ]            | 2. Hauptspannung,                                  |
| $d$ [mm]                                    | Wandstärke des Modells,                            |
| $C = \frac{c_1 - c_2}{v_0}$                 | Konstante (aus Tabellen zu entnehmen),             |
| $c_1, c_2$ [mm <sup>3</sup> /s · kg]        | Konstanten im wesentlichen abhängig vom Werkstoff, |
| $v_0$ [mm/s]                                | Geschwindigkeit des ankommenden Lichtes.           |

Steht das Modell zwischen zwei gekreuzten Polarisationsfiltern, von denen der Polarisator vertikal, der Analysator horizontal schwingendes Licht durchlässt, so herrscht im unbelasteten, eigenspannungsfreien Modell Dunkelheit. Bei Belastung dagegen tritt Aufhellung ein, weil infolge der Zerlegung des Licht-

es im Modell horizontale Komponenten  $H_1$  und  $H_2$  der Teilstrahlen  $A_1$  und  $A_2$  vom Analysator durchgelassen werden. Für die Lichtwirkung, die man beobachtet, ist die Überlagerung dieser beiden horizontalen Wellenbewegungen massgebend, Bild 33.

Dunkelheit herrscht an jenen Punkten oder längs jener Linien, – die man *Isochromaten*, d.h. Farbgleiche nennt, – für welche der Gangunterschied  $s$  den Wert  $\lambda$  oder ein ganzzahliges Vielfaches von  $\lambda$  annimmt. Bei weissem Licht erfolgt Aufspaltung in die verschiedenen Grundfarben. Dunkelheit herrscht auch an solchen Punkten, wo die Hauptspannungsrichtungen mit den Polarisationsrichtungen zusammenfallen. Diese Punkte bilden ebenfalls geschlossene Linien, die sogenannten *Isoklinen*, d.h. Richtungsgleiche, und geben die Richtung der Hauptspannungen an. Im circular polarisierten Licht besteht keine bevorzugte Schwingungsebene des Lichtes (Bild 32c und 34), wodurch bei Belastung des Modelles nur *Isochromaten*, nicht aber *Isoklinen* sichtbar werden. Die beim circular polarisierten Licht erscheinenden dunklen Stellen können also nur Stellen ohne Spannung sein, während sie im eben polarisierten Licht auch solche Orte kennzeichnen,

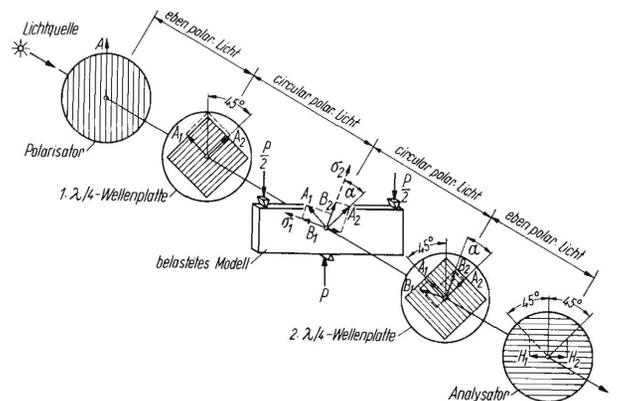


Bild 34. Lichtstrahl im circular polarisierten Licht beim Durchgang durch ein doppelbrechendes, belastetes Modell. Die circulare Polarisation wird dadurch hervorgerufen, dass zwei  $\lambda/4$ -Wellenplatten in den Strahlengang vor und hinter dem Modell gestellt werden. Die in der ersten  $\lambda/4$ -Wellenplatte vorgenommene Zerlegung des Lichtstrahles  $A$  in zwei Teilstrahlen  $A_1$  und  $A_2$  wird in der zweiten  $\lambda/4$ -Wellenplatte wieder rückgängig gemacht, so dass der Lichtstrahl den Analysator in ebener Polarisation erreicht. Der Übersichtlichkeit halber wurde auf die Darstellung des Gangunterschiedes  $s$  der Teilstrahlen  $A_1, A_2, B_1, B_2$  und  $H_1, H_2$  verzichtet.

an welchen die Hauptspannungsrichtung mit der Schwingungsebene des polarisierten Lichtstrahles zusammenfällt. Man bekommt im circular polarisierten Licht, in dem die nachfolgend gezeigten Spannungsfelder aufgenommen wurden, ein ungestörtes und eindeutiges *Isochromatenbild*.

#### b) Auswertung des Isochromatenbildes

Als wichtigstes Ergebnis bei der Auswertung spannungsoptischer Versuche erscheinen die *Isochromaten*, welche nach der Reihenfolge ihrer Entstehung während zunehmender Belastung Ordnungs-

zahlen erhalten. Von jeder Isochromate zur nächsthöheren steigt der Wert dieser Spannungsdifferenz ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) um den gleichen Betrag, der durch einen Eichversuch am Probestab bestimmt werden kann. Bei Dekorit zum Beispiel beträgt der Spannungssprung von einer Isochromate zur nächsthöheren bei 1 cm Plattendicke etwa  $0,13 \text{ kg/mm}^2$ .

Man kann demnach allein durch Abzählen der Ordnungen  $\delta$  der Isochromaten an jeder Stelle im Innern des Modells die maximale Schubspannung  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$  und am lastfreien Rand wegen  $\sigma_2 = 0$  sofort die grösste Hauptspannung (Randspannung) angeben.

Löst man die Hauptgleichung der Spannungsoptik nach der Hauptspannungsdifferenz auf und fasst man  $\lambda/C$  zu einer einzigen Werkstoffkonstanten  $S$  zusammen, welche als „spannungsoptische Konstante“ bezeichnet wird, so ergibt sich:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{S}{d} \cdot \delta \text{ [kg/mm}^2\text{]}$$

Diese aus einem Eichversuch zu bestimmende spannungsoptische Konstante  $S$  hat die Dimension  $\left[ \frac{\text{kg/mm}^2}{\text{mm}} \right]$  und gilt für die Lichtwellenlänge, mit der gearbeitet wird.

Die Isochromaten-Ordnung  $\delta$  (= Phasenverschiebung) erhält man durch Abzählen der Isochromaten, wobei man die erste schwarze Isochromate als Nullisochromate (Isochromate nullter Ordnung) bezeichnet. Damit lässt sich für jede Stelle des Modells die Hauptspannungsdifferenz und folglich auch die Hauptschubspannung

$$\tau_H = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ [kg/mm}^2\text{]}$$

aus dem Isochromatenbild entnehmen. Mit Hilfe der

Gesetze der statischen Modellähnlichkeit [29] können die am Modell gewonnenen Ergebnisse durch einfache Rechnung auf die Grossausführung übertragen werden.

c) Beispiele zur Deutung des Spannungszustandes aus dem Isochromatenbild bei ebener Spannungsoptik

In einigen Beispielen aus der klassischen Festigkeitslehre, aus der Kerbspannungslehre und aus der Theorie der stark gekrümmten Träger soll gezeigt werden, wie man allein aus der Betrachtung eines Isochromatenbildes auf den Spannungszustand im Modell schliessen kann und wie man die Grösse der Spannungen am unbelasteten Rand der Modelle durch Auszählen der Interferenzstreifen ermitteln kann [2].

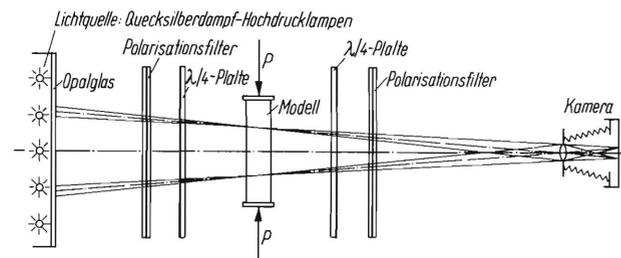


Bild 35. Schema einer einfachen spannungsoptischen Apparatur.

Alle hier gezeigten Modelle wurden aus dem Werkstoff VP 1527<sup>5)</sup> hergestellt [32]. Der Vorzug dieses Werkstoffes gegenüber den früher gebräuchlichen besteht in der grossen Unempfindlichkeit gegenüber klimatischen Einflüssen bei seiner Lagerung.

Die fotografischen Aufnahmen wurden bei monochromatischem, circular polarisiertem Licht gemacht. Eine schematische Darstellung der bei den Versuchen verwendeten spannungsoptischen Apparatur zeigt Bild 35.

5) Hersteller: Dynamit AG., Troisdorf, Abt. Venditor.

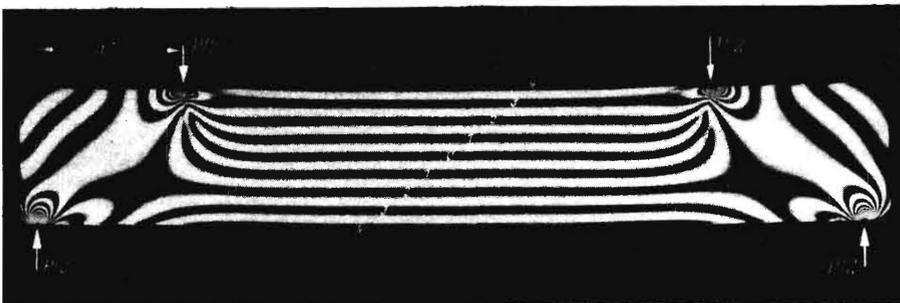


Bild 36. Isochromaten in einem rechteckigen Stab bei reiner Biegebeanspruchung. Das Biegemoment wurde durch zwei Kräftepaare ( $P \cdot a$ )/2 am rechten und linken Stabende eingeleitet.

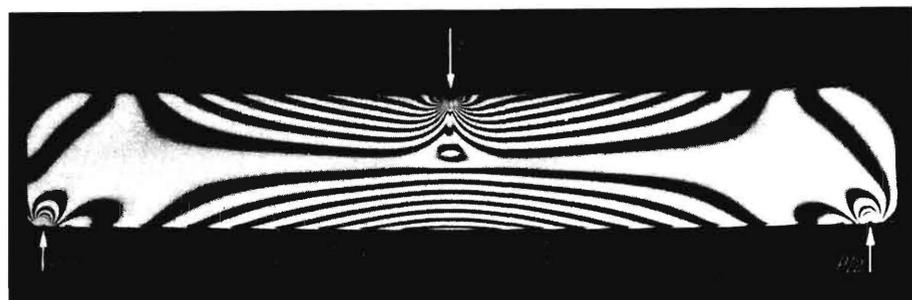


Bild 37. Isochromaten in einem rechteckigen Stab bei Querkraftbiegung.

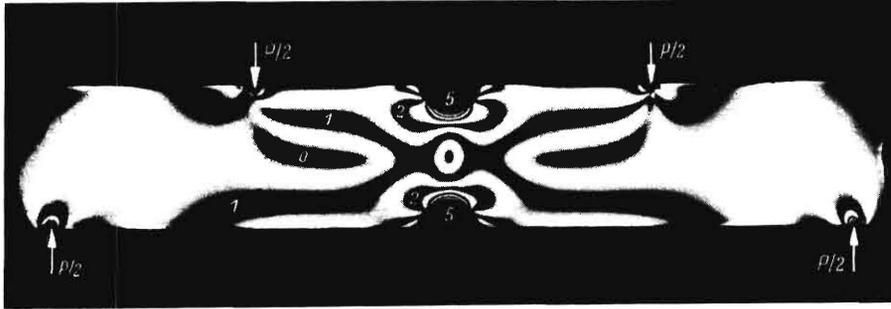
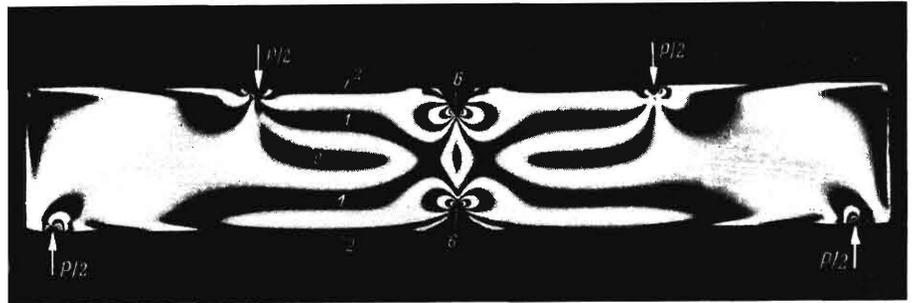


Bild 38. Isochromaten in einem gebogenen Stab mit zwei Rundkerben. Der Belastungsfall entspricht dem in Bild 36.

Bild 39. Isochromaten in einem gebogenen Stab mit zwei Spitzkerben. Belastungsfall wie in Bild 36 und 38.



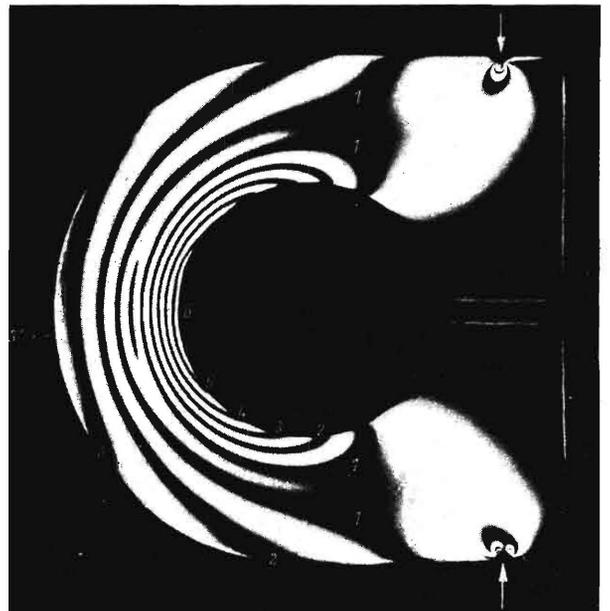
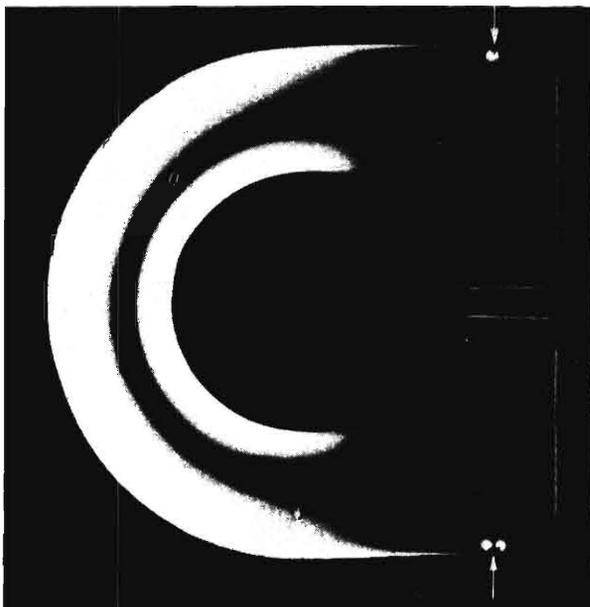
Wie bei der Beurteilung des Spannungszustandes aus Dehnungslinienfeldern kann man auch in der Spannungsoptik Spannungsfelder aus den Isochromatenbildern deuten. Bei reiner Biegung entsteht ein Spannungsfeld nach Bild 36. Infolge der linearen

Bild 40 bis 42. Isochromaten in einem stark gekrümmten Träger (geschlitzter Kreisring).

Bild 40. Photographische Aufnahme des geschlitzten Kreisrings im unbelasteten Zustand, sog. Null-Aufnahme. Durch die Dunkelheit der ganzen Modellfläche wird angezeigt, dass das Modell eigenspannungsfrei ist.

Bild 41. Bei kleiner Belastung tritt Aufhellung an denjenigen Stellen ein, wo das Material durch die Belastung angestrengt wird. Dadurch hebt sich die neutrale Biegefaser als schwarze Linie in Form einer Isochromate nullter Ordnung deutlich ab.

Bild 42. Bei höherer Belastung des geschlitzten Kreisrings treten dann, der Lastgröße entsprechend, Isochromaten höherer Ordnung auf. Die Isochromate nullter Ordnung wird dünner, behält aber ihre Lage als Markierung für die neutrale Faser bei.



Verteilung der Biegespannungen im Querschnitt zeigen sich Isochromaten im gleichen Abstand von nach dem oberen und unteren Rand ansteigender Ordnung. Da das Biegemoment längs des Stabes bis zu den ersten Auflagern der beiden Kräftepaare gleich bleibt, bilden die Isochromaten parallele Gerade. Die Dichte der Geraden ist von der Grösse des Biegemomentes abhängig. Die Isochromate nullter Ordnung liegt in der Mitte des Stabes (neutrale Biegefaser!). Bei Querkraftbiegung durch eine Einzellast in der Mitte des Stabes und Stützung an den Stabenden, Bild 37, überlagert sich den linear über den Querschnitt verteilten Biegespannungen eine Schubspannung, welche in der Mitte des Stabes ihren Grösstwert erreicht und zum oberen und unteren Rand hin allmählich verschwindet. Da das Biegemoment längs des Stabes infolge der Einwirkung der Querkraft nicht gleich ist, ändert sich die Dichte der Isochromaten längs des Stabes.

zeigen bei gleichgrossen Biegemoment die Isochromatenfelder um einen Rundkerb und einen Spitzkerb. Während in unmittelbarer Nähe der Kerben die Isochromaten um den Kerbgrund herum in grosser Dichte erscheinen, zeigt der ungestörte Bereich des auf reine Biegung beanspruchten Stabteils in der oberen und unteren Hälfte nur die erste Ordnung an. Besonders bemerkenswert ist, dass beim Spitzkerb, Bild 39, zwei Stellen von Spannungskonzentrationen zu sehen sind, während beim Rundkerb nur eine zur Kerbrundung konzentrische Isochromatenschar zu erkennen ist. In beiden Fällen wird aber die Nullisochromate im Störbereich durch Vereinigung der oberen und unteren ersten Isochromate in Stablängsrichtung unterbrochen.

Zur Veranschaulichung des Spannungsfeldes in einem stark gekrümmten Biegeträger sollen die Isochromatenaufnahmen eines geschlitzten Kreisringes

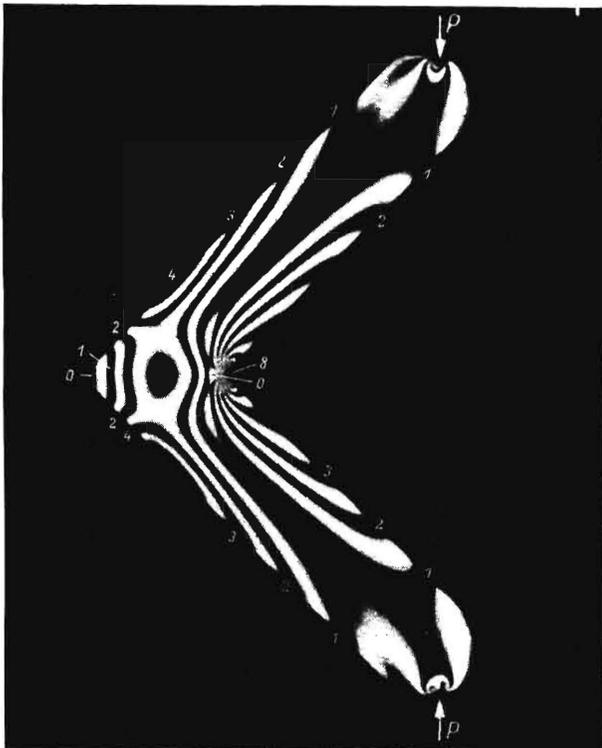


Bild 43. Biegebeanspruchter Winkel mit scharfer Innenkante. Die Isochromate nullter Ordnung ist bei dieser Belastung auf den Punkt in der Nähe der inneren Ecke zusammengeschrunft.

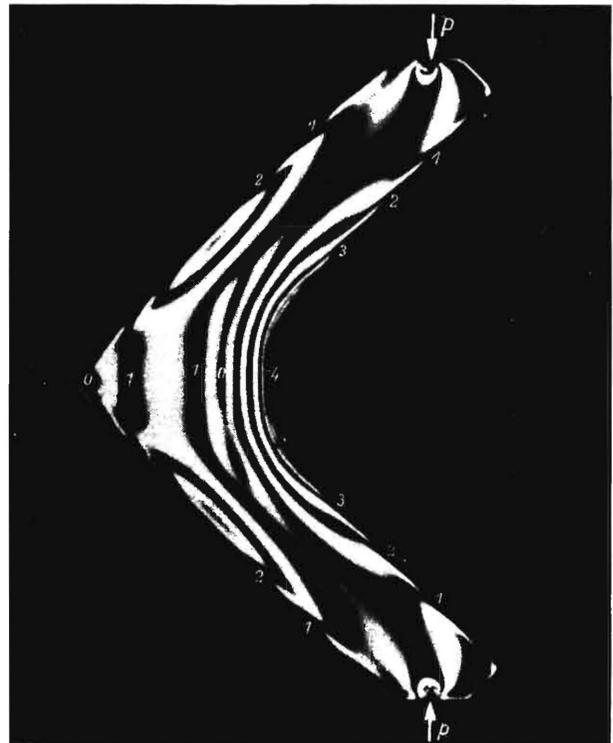


Bild 44. Biegebeanspruchter Winkel mit ausgerundeter Innenkante. Die Isochromate nullter Ordnung ist noch als schwach gekrümmte Linie zu erkennen.

Leitet man in einen solchen Modellstab reinen Zug oder reinen Druck ein, so erscheint je nach Grösse der Kraft ein gleichmässig dunkles oder gleichmässig aufgehelltes Bild. Wegen des gleichmässiger Spannungszustandes herrscht überall dieselbe Ordnung.

Erhöhte Spannungen an Kerben, Löchern und Querschnittsübergängen werden in der Spannungsoptik durch Anhäufung von Isochromaten angezeigt. Die Grösse des Spannungsgradienten wird von der Dichte der Isochromaten angegeben. Die Bilder 38 und 39

dienen, Bild 40 bis 42. Um sich bei einer spannungsoptischen Untersuchung davon zu überzeugen, dass das Modell vorspannungsfrei ist, macht man eine fotografische Aufnahme im unbelasteten Zustand des Modells, eine sogenannte Nullaufnahme, Bild 40. In ihr erscheint das Modell bis auf die Kontur dunkel. Die erste Laststufe, in diesem Falle 2,5 kg, lässt als breiten Schatten die Nullisochromate erscheinen, welche gleichzeitig die Lage der neutralen Faser anzeigt. Aus Bild 41 ist in Übereinstimmung mit der Theorie der stark gekrümmten Biegeträger zu ersehen,

dass die neutrale Faser nicht in der Mitte des Stabes liegt, sondern zum inneren Rand verschoben ist. Bei höheren Laststufen erscheinen dann Isochromaten höherer Ordnung, welche zur neutralen Faser unsymmetrisch verteilt sind, Bild 42. Während am Innenrand (Druckzone) eine Isochromate 6ter Ordnung zu erkennen ist, erreicht der Aussenrand (Zugzone) nur die Ordnungszahl 3,5. Die Spannungen am Innenrand sind also etwa 2 mal so gross wie am Aussenrand.

#### d) Einfache Konstruktionsbeispiele

An den folgenden ebenen Modellen soll gezeigt werden, wie man mit Hilfe der oben beschriebenen Erkenntnisse das Spannungsfeld in komplizierteren Konstruktionen allein aus der Betrachtung der Isochromaten deuten und bei Gegenüberstellung unterschiedlicher Eckverbindungen eines Konstruktions-typs zu einer Wertung der Konstruktion kommen kann.

Die Bilder 43 und 44 veranschaulichen den Unterschied von Spannungsfeldern in einem Winkel mit scharfer und einem Winkel mit ausgerundeter Innenkante. Die Belastung erfolgte in vertikaler Richtung an den Schenkelenden. In beiden Winkeln setzt sich der Spannungszustand aus der Beanspruchung eines stark gekrümmten Trägers (Bild 42) und der Beanspruchung eines gekerbten Stabes (Bild 38 und 39) zusammen. Die Nullisochromate erscheint in beiden Modellen zur Innenkante hin verschoben. Dies ist die Auswirkung der starken Krümmung. Während beim Winkel mit ausgerundeter Ecke die Isochromaten sich der Rundung anschmiegen, ist beim scharfen Winkel

eine starke Kerbwirkung zu erkennen, welche sich im spannungsoptischen Bild in zwei konzentrierten Isochromatenscharen äussert.

Die Berechnung ebener, auf Biegung beanspruchter Rahmen oder ganzer Rahmenfachwerke ist wegen der mehrfachen statischen Unbestimmtheit ihrer Systeme nur mit grösserem Zeitaufwand möglich. Um zu einer schnellen Lösung konstruktiver Probleme in der ebenen Fachwerkstatik zu kommen, erkannte man frühzeitig Vorteile und Nutzen der Spannungsoptik [2 und 31 bis 35]. Die Bilder 45 und 46 zeigen zwei quadratische Rahmen, deren Ecken einmal scharfkantig, zum anderen abgerundet sind. Die Rahmen haben beide die gleichen Abmessungen und wurden beide mit der gleichen Einzellast von 20 kg in der Mitte des Obergurttes belastet. Die Stützung erfolgte beim scharfkantigen Rahmen, Bild 45, unter der Mitte der Vertikalstreben, beim abgerundeten Rahmen, Bild 46, etwa am Auslauf der äusseren Rundung. Die Stützweiten im Untergurt sind also nicht gleich. Die Isochromatenbilder im Obergurt sind bis zu den durch  $x-x$  gekennzeichneten Momentennullpunkten nahezu gleich, so dass hieraus geschlossen werden kann, dass die Stützweite im Untergurt nur einen verschwindend geringen Einfluss auf die Spannungsverteilung im Obergurt hat. Wesentliche Unterschiede sind dagegen an den inneren Ecken zwischen Obergurt und Vertikalstreben zu erkennen. Während es an den scharfen Ecken des Rahmens Bild 45 zu deutlichen Isochromaten-Konzentrationen kommt, verlaufen die Isochromaten im Rahmen Bild 46 nahezu konzentrisch zur Ausrundung. Die auf dem Innenrand der Vertikal-

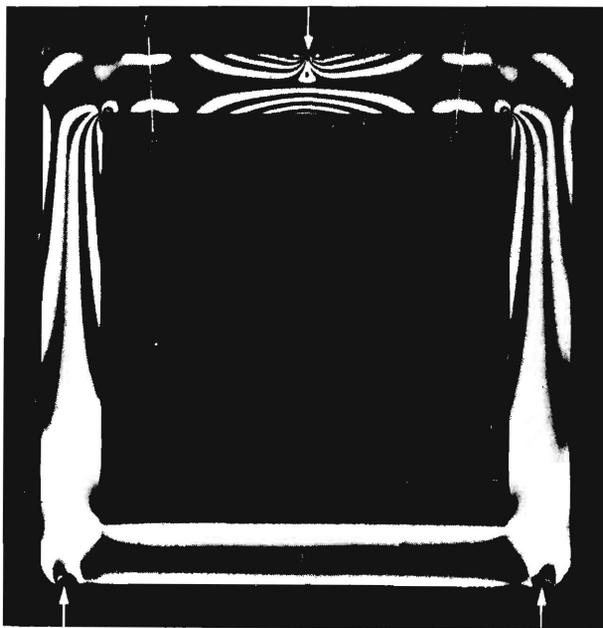


Bild 45. Quadratischer Rahmen mit scharfen Ecken bei Biegebeanspruchung durch eine Einzellast in der Mitte des Obergurttes.

Die mit  $x-x$  bezeichneten Stellen geben die Lage der Momentennullstellen an. Im Obergurt: Querkraftbiegung. Im Untergurt: geringe, reine Biegung.

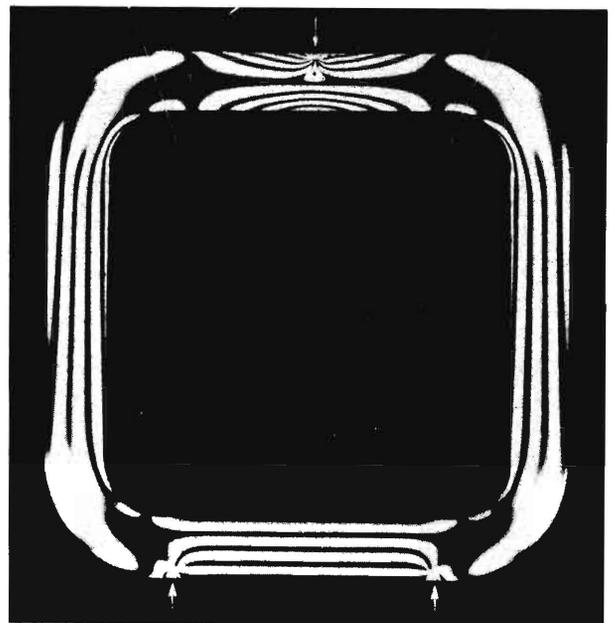


Bild 46. Quadratischer Rahmen mit ausgerundeten Ecken bei Biegebeanspruchung durch eine Einzellast in der Mitte des Obergurttes.

Die Stützweite ist gegenüber der in Bild 45 angegebenen wegen der grossen Abrundung verkleinert. Daher ist die reine Biegebeanspruchung im Untergurt grösser als in Bild 45 (mehr Isochromaten!).

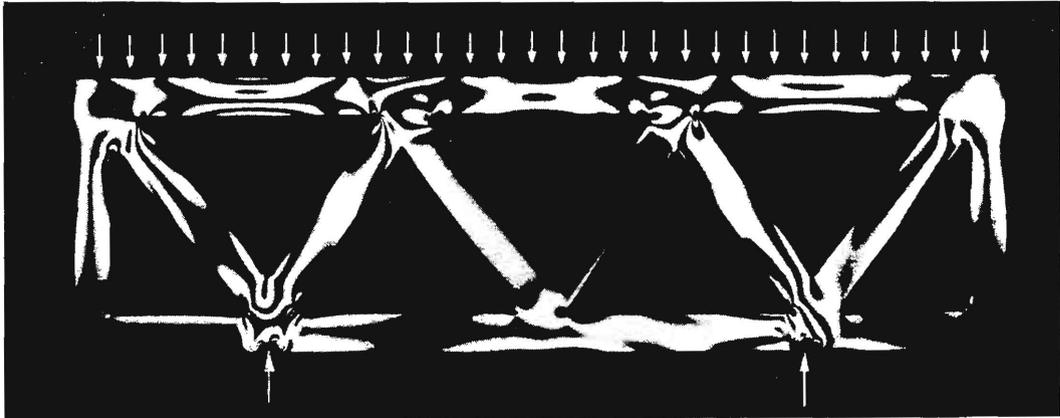


Bild 47. Fachwerkrahmen mit schrägen Stützen bei Biegebeanspruchung durch eine gleichmässig verteilte Belastung auf dem Obergurt.

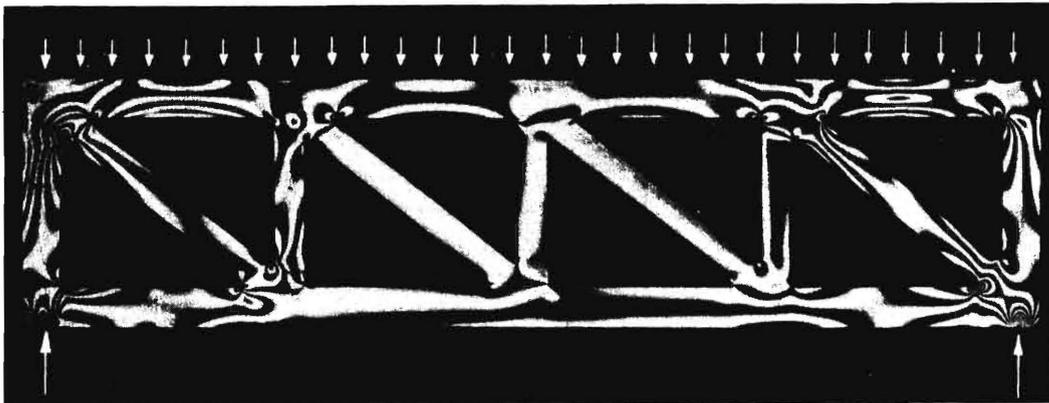


Bild 48. Fachwerkrahmen mit Vertikal- und Schrägstützen bei Biegebeanspruchung durch eine gleichmässig verteilte Belastung auf dem Obergurt.

streben zu erkennende zweite Ordnung, Bild 46, gegenüber der ersten Ordnung am Aussenrand zeigt, dass trotz der Ausrundung grössere Spannungen auf der Innenseite entstehen. Die Untergurte beider Rahmen verhalten sich spannungsmässig wie Träger, welche auf reine Biegung beansprucht sind. Dies geht aus einem Vergleich mit Bild 36 hervor. Würde man die Stützweite des scharfkantigen Rahmens, Bild 45, auf das Mass der Stützung des Rahmens in Bild 46 verkleinern, so entstünden auch in den Vertikalstreben und im Untergurt Isochromaten höherer Ordnung.

#### e) Isochromatenbilder in komplizierteren Konstruktionen

Die bisherigen Beispiele erschienen geeignet, um an ihnen die aus der Statik und der Festigkeitslehre bekannten Theorien zu bestätigen und um das Auge des Betrachters für die Deutung solcher Isochromatenbilder vorzubereiten. In den folgenden Beispielen sollen Spannungsfelder in ebenen Gitterträgern und in Speichenrädern gezeigt und gedeutet werden.

In den Bildern 47 und 48 sind zwei biegebeanspruchte Gitterträger dargestellt. Beide Träger wurden durch eine gleichmässig verteilte Last auf dem Obergurt (mittels Gummistreifen) belastet und an zwei Auflagern im Untergurt gestützt. Beiden Bildern ist zu entnehmen, dass in den Gitterstäben und

Gurten ausser Zug- und Druckspannungen erhebliche Biegespannungen auftreten. Die üblichen Verfahren der Fachwerkstatik, welche zur Bestimmung der inneren Kräfte in statisch bestimmten Fachwerken angewendet werden, setzen Gelenke an den Knotenpunkten voraus. Diese Voraussetzung würde mit einiger Näherung für genietete Gitterträger noch gelten, nicht aber für geschweisste. Die beiden Träger in den Bildern 47 und 48 haben starre Knoten. Infolgedessen werden nicht nur Längskräfte, sondern auch Querkräfte übertragen, so dass die Biegespannungen besonders in der Nähe der Knoten in erster Linie zu berücksichtigen sind. Selbst die nach den üblichen Berechnungsmethoden als spannungslos zu betrachtenden Stäbe der unteren Eckknoten des Trägers in Bild 47 sind im spannungsoptischen Bild als biegebeansprucht anzusehen, zum mindesten in den Anschlüssen an die Nachbarknoten. Ferner ist an der Anhäufung von Isochromaten zu erkennen, dass die höchsten Spannungen in den Knotenpunkten entstehen. Dies wird deutlich sichtbar in den Bildern 49 und 50, welche vergrösserte Ausschnitte der linken oberen und der rechten unteren Ecke des Rahmens Bild 48 zeigen. Die Bilder 47 und 48 lassen ausserdem erkennen, dass die in der Mitte gelegenen Vertikal- und Schrägstützen des Fachwerkes wesentlich weniger beansprucht werden als die äusseren. Selbst



Bild 49 und 50. Vergrößerung der Isochromatenbilder zweier Ecken aus dem Rahmen Bild 48.

Bild 49. Linke, obere Rahmenecke.  
Bild 50. Rechte, untere Rahmenecke.



die durchlaufenden Ober- und Untergurte zeigen, dass zwischen ihnen wesentliche Unterschiede in Grösse und Art ihrer Spannungen bestehen.

Angeregt durch die Untersuchungen von Müller [38] über die Spannungen in Speichenrädern, wurden die Spannungsfelder ebener Speichenräder mit verschiedener Speichenzahl und unterschiedlichem Übergang von Speiche zu Kranz in der spannungsoptischen Apparatur beim Rollen des Rades über eine glatte Bahn beobachtet. Die Radlast wurde dabei, der Wirklichkeit entsprechend, in der Radnabe eingeleitet. Während des Rollens wurden drei Phasen der Radkranzaufgabe auf der Fahrbahn fotografiert:

- Erste Phase: Radkranz liegt in der Fortsetzung einer Speiche auf, Bild 51 und 54.
- Zweite Phase: Radkranz liegt auf etwa  $\frac{1}{4}$  des Radkranzabschnittes zwischen zwei Speichen auf, Bild 52 und 55.
- Dritte Phase: Radkranz liegt auf der Hälfte des Radkranzabschnittes zwischen zwei Speichen auf, Bild 53 und 56.

Die Belastung des Rades änderte sich beim Rollen nicht. Bei der Deutung der Isochromatenbilder ist es zweckmässig, das ebene Stabsystem aus Speichen und Radkranz als ebenes Fachwerk aufzufassen, welches durch Einzellasten beansprucht wird. Steht das Rad genau über einer Speiche (Erste Phase), so erscheint die allein auf Druck beanspruchte Speiche im spannungsoptischen Bild hell. Es zeigte sich, dass in diesem speziellen Belastungsfall alle anderen Teile des Rades spannungsfrei bleiben und dass eine Änderung der Speichenzahl keine Änderung des

Spannungsfeldes zur Folge hat. In der zweiten Phase jedoch, wo der Auflagepunkt des Rades sich um  $\frac{1}{4}$  des Kranzsegmentes verschoben hat, erkennt man, dass sich bei kleiner Speichenzahl grössere Teile des Rades an der Aufnahme der Beanspruchung beteiligen müssen, als bei grösserer Speichenzahl. Das 6-Speichenrad zeigt im wesentlichen nur Spannungen im Bereich zweier benachbarter Speichen. Die gleiche Tendenz unterschiedlicher Spannungsfelder wird noch deutlicher bei der Betrachtung der Bilder 53 und 56 (Dritte Phase). Während beim 4-Speichenrad die Biegebeanspruchungen auch noch in der oberen Hälfte des Rades erkennbar sind, bleiben beim 6-Speichenrad alle Beanspruchungen auf die untere Hälfte des Rades beschränkt. Die Bilder 57 und 58 zeigen Ausschnitte aus zwei 4-Speichenrädern mit verschiedenem Übergang von der Speiche zum Radkranz bei hoher Radlast in der dritten Bewegungsphase. Zunächst ist deutlich zu erkennen, dass die Ausrundung am Anschluss der Speiche an den Radkranz nicht nur in der Ausrundung selbst, sondern auch in weiterer Entfernung von ihr die Spannungsverteilung günstiger beeinflusst als der rechtwinkelige Übergang. In der scharfen Ecke erscheint die 6. Isochromatenordnung, am Rande der Ausrundung wird nur die 4. Ordnung erreicht. Auch am Übergang der Speichen zur Nabe erscheint bei spitzwinkeligem Anschluss die 3. Ordnung, während bei gerundetem Übergang gerade die 2. Ordnung überschritten ist.

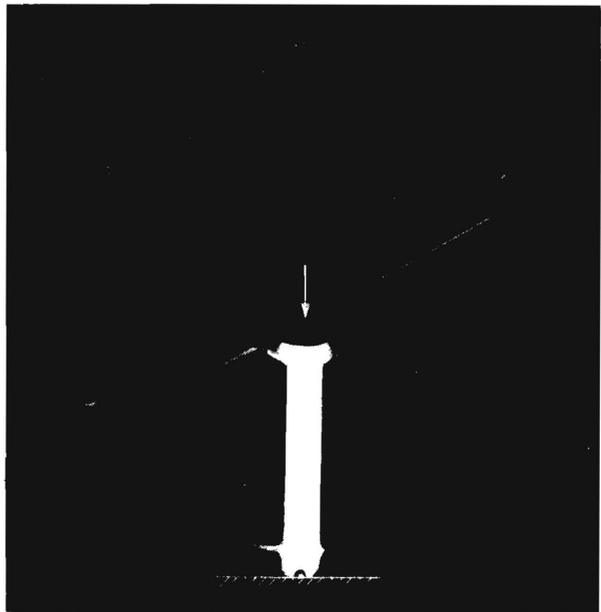
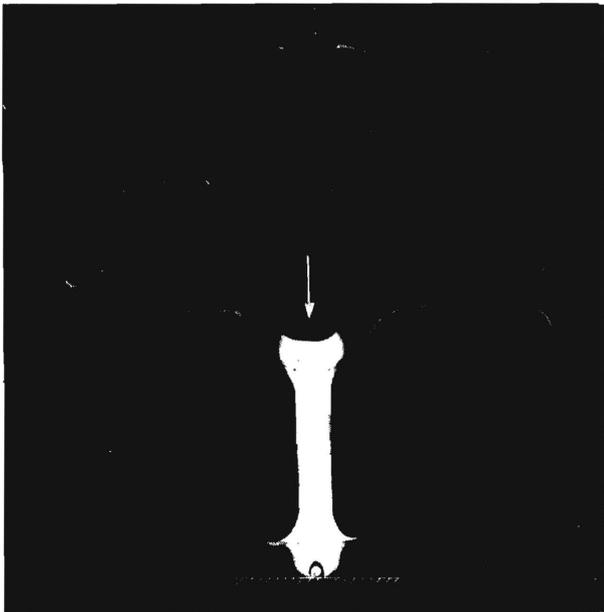


Bild 51 bis 53. Rad mit 4 Speichen in drei Bewegungsphasen bei gleicher Belastung.

Bild 54 bis 56. Rad mit 6 Speichen in drei Bewegungsphasen bei gleicher Belastung.

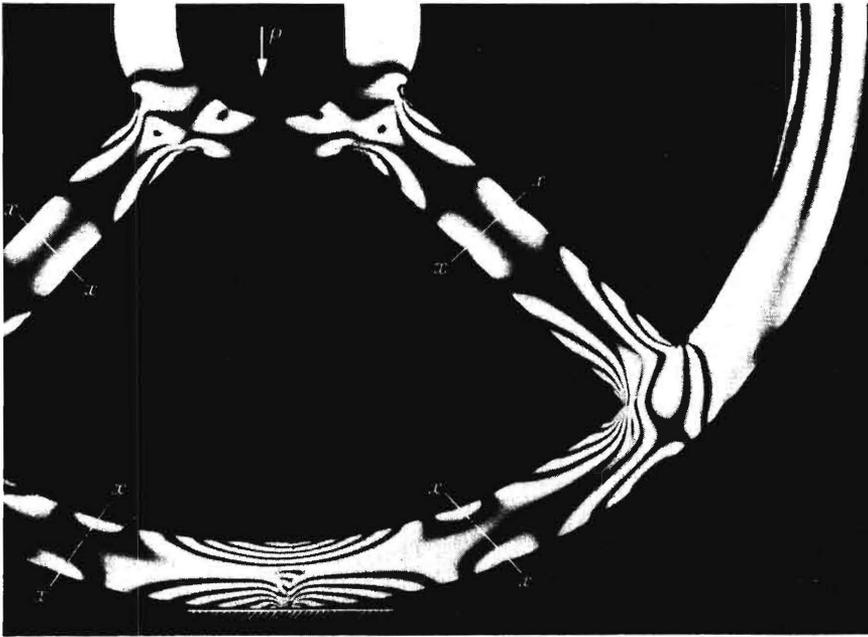


Bild 57. Isochromaten im unteren Teil eines hochbelasteten 4-Speichenrades in der dritten Bewegungsphase. Der Übergang von Speiche zu Radkranz ist scharfkantig. Die mit x-x bezeichneten Stellen sind die Momenten-Nullstellen.

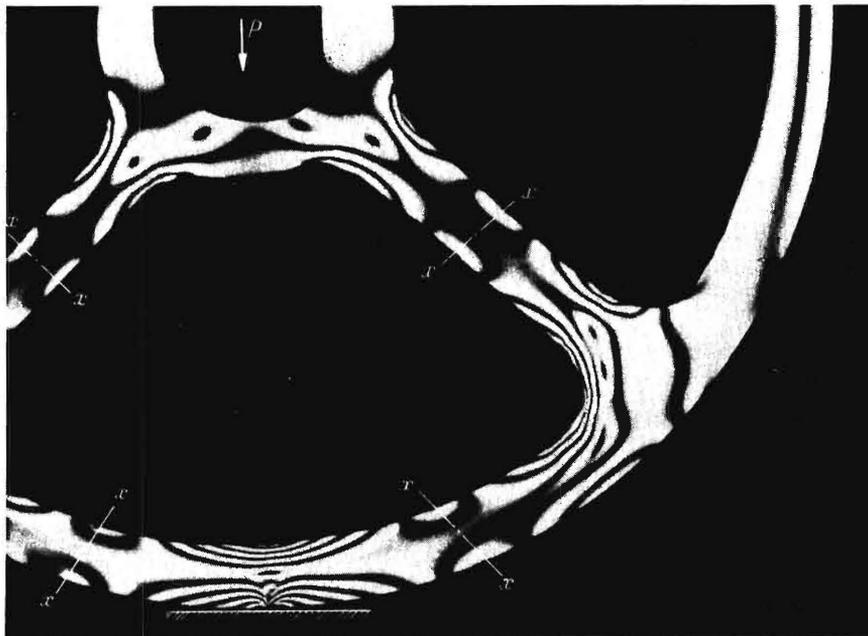


Bild 58. Isochromaten im unteren Teil eines hochbelasteten 4-Speichenrades in der dritten Bewegungsphase. Der Übergang von Speiche zu Radkranz ist ausgerundet.

Beide Bilder lassen ebenfalls eine Analyse des Beanspruchungszustandes zu. An den durch  $x-x$  gekennzeichneten Stellen liegen die Momenten-Nullpunkte. Sie bestätigen die in der Arbeit von Müller [38] angegebenen Spannungsnullstellen in den Spannungsverteilungskurven über dem Radkranz und den Speichen. Die Isochromatenbilder im mittleren Bereich der Radkränze lassen eindeutig auf Querkraftbiegung schliessen (vergl. Bild 37). Der Isochromatenverlauf im ganzen Kranzabschnitt ist demjenigen des Obergurtes im Rechteckrahmen sehr ähnlich (vergl. Bild

45). Es wäre denkbar, allein aus der Betrachtung der Isochromaten den Momentenverlauf über Radkränze und Speichen anzugeben.

#### Zusammenfassung

Sowohl das Dehnungslinienverfahren als auch die Spannungsoptik sind geeignete Methoden, um an komplizierten Bauwerken schnell und umfassend über die Güte und die Haltbarkeit einer Konstruktion unterrichtet zu werden. Die Vorteile beider Verfahren gegenüber den üblichen statischen Dehnungsmessverfahren liegen darin, dass man plötzlich und unmittelbar das Spannungsfeld in grossen Bereichen überblicken kann. Als Einschränkung sei erwähnt, dass beide Verfahren, wie überhaupt alle Dehnungsmessverfahren, nur ebene Spannungszustände erfassen.

Zur qualitativen Auswertung der Spannungsfelder ist die Kenntnis der Gesetze aus der Statik und der Elastizitätslehre erforderlich. Eine quantitative Auswertung ist mittels einfacher Eichung mit ausreichender Genauigkeit möglich. Man misst tatsächlich den Punkt der höchsten Spannung unabhängig von einer durch ein Instrument vorgegebenen Messlänge.

Beide Verfahren eignen sich zur Klärung ungelöster Probleme der Gestaltfestigkeit, der Rahmen- und Schalenstatik und der Plattentheorie. Sie geben ferner Aufschluss über die Bedeutung und Auswirkung

von Vernachlässigungen bzw. vereinfachenden Annahmen, die man bei einer Vorausberechnung komplizierter Konstruktionen machen muss.

An einer Reihe von Konstruktionsbeispielen wurde die Anwendung der Verfahren vorgeführt. Dehnungslinienfelder gaben Aufschluss über optimale Lösungen konstruktiver Aufgaben bei Rahmenecken und Rohrausschnitten. Vergleiche verschiedener Ausführungen von Eckverbindungen und Knotenpunkten liessen aus der Betrachtung des Isochromatenfeldes eine Beurteilung der Güte einer Konstruktion zu.

Schrifttum

- [1] *Kloth, W.*: Spannungsfelder in Maschinenteilen. Techn. i.d. Landw. 24 (1943) S. 58/60.
- [2] *Kloth, W.*: Beanspruchungen. In: Schriften des RKTL Heft 56. Berlin 1934. S. 17.
- [3] *Dietrich, O.* und *E. Lehr*: Das Dehnungslinienverfahren. Z. VDI 76 (1932) S. 973/82.
- [4] *Bergmann, W.*: Die Praxis des Dehnungslinienverfahrens. In: Experimentelle Spannungsanalyse. Verlag Stahleisen, Düsseldorf 1953. (Erscheint demnächst).
- [5] *Bergmann, W.*: Spannung und Gestalt bei Knotenpunkten, insbesondere bei verwindungsfähigen Konstruktionen. In: Grundlagen d. Landtechn. Heft 1. Düsseldorf 1951. S. 73/81.
- [6] *Bergmann, W.*: Neue Erkenntnisse über beanspruchungsgerechte Gestaltung. In: Grundlagen d. Landtechn. Heft 3. Düsseldorf 1952. S. 12/23.
- [7] *Ellis, G.*: Strain-Indicating Lacquers. Master's Thesis, Aeronautical Engineering Department, Massachusetts Institute of Technology, 1937.
- [8] *de Forest, A.V.* und *G. Ellis*: Brittle Lacquers as an Aid to Stress Analysis. J. Aeronautical Sciences 7 (1940) S. 205/08.
- [9] *Ellis, G.*: Stress Determination by Brittle Coatings. Mechanical Engineering 69 (1947) S. 567/71.
- [10] *Ellis, G.*: Practical Strain Analysis by Use of Brittle Coatings. Proc. of the Soc. for Exp. Stress Analysis 1 (1943) Nr. 1, S. 46/53.
- [11] *Hetényi, M.*: Brittle Models and Brittle Coatings. In: Handbook of Experimental Stress Analysis; New York und London 1950, S. 636/72.
- [12] *Hetényi, M.* und *W.E. Young*: Application of the Brittle Lacquer Method in the Stress Analysis of Machine Parts. Proc. of the Soc. for Exp. Stress Analysis 2 (1944) Nr. 2, S. 116/29.
- [13] *Durelli, A.J.*: Experimental Determination of Isostatic Lines. J. Applied Mechanics, Trans. ASME 64 (1942) S. A. 155/60.
- [14] *de Forest, A.V.*, *G. Ellis* und *F.B. Stern jr.*: Brittle Coatings for Quantitative Strain Measurements. J. Applied Mechanics, Trans. ASME 64 (1942) S. A. 184 bis 88.
- [15] *Ellis, G.* und *F.B. Stern jr.*: Dynamic Analysis with Brittle Coatings. Proc. of the Soc. for Exp. Stress Analysis 3 (1945) Nr. 1, S. 102/11.
- [16] *Bergmann, W.*: Messung der Beanspruchungszustände an Bauteilen von Landmaschinen. Z. Konstruktion 5 (1953). (Erscheint demnächst).
- [17] *Thum, A.* und *O. Petri*: Steifigkeit und Verformung von Kastenquerschnitten. VDI-Forschungsheft 409, Beilage zu Forsch. Ing. Wes. Ausgabe B, Bd. 12 (1941).
- [18] *Thoma, D.* und *M. Schilhansl*: Spannungen und Formänderungen bei tordierten dünnwandigen Hohlzylindern mit kreisförmigem Ausschnitt. Z. Luftfahrtforsch. 19 (1942) S. 210/214.
- [19] *Maguerre, K.*: Spannungen in Ausschnittsversteifungen. Z. Luftfahrtforsch. 18 (1941) S. 253/61.
- [20] *Sachs, G.*: Der Nachweis innerer Spannungen in Stangen und Rohren. Z.f. Metallkunde 19 (1927) S. 352/57.
- [21] *Mathar, J.*: Ermittlung von Eigenspannungen durch Messung von Bohrlochverformungen. Arch. Eisenhüttenwesen 6 (1932/33) S. 277/81.
- [22] *Siebel, E.* und *M. Pfender*: Formänderungen und Eigenspannungen von Schweissverbindungen. Arch. Eisenhüttenwesen 7 (1933/34) S. 407/15.
- [23] *de Forest, A.V.* und *F.B. Stern jr.*: Stresscoat and Wire Strain-Gage Indications of Residual Stresses. Proc. Soc. Exp. Stress Analysis 2 (1944) Nr. 1, S. 161/69.
- [24] *Gadd, C.W.*: Residual Stress Indications in Brittle Coatings. Proc. Soc. Exp. Stress Analysis 4 (1946) Nr. 1, S. 74/77.
- [25] *Tokarcik, A.G.* und *M.H. Polzin*: Quantitative Evolution of Residual Stresses by the Stresscoat Drilling Technique. Proc. Soc. Exp. Stress Analysis 9 (1952) Nr. 1, S. 195/207.
- [26] *Föppl, L.* und *H. Neuber*: Festigkeitslehre mittels Spannungsoptik. Berlin-München 1935.
- [27] *Mesmer, G.*: Spannungsoptik. Berlin 1939.
- [28] *Frocht, M.M.*: Photoelasticity, Bd. 1. 3. Aufl. (1949) Bd. 2 (1948). New York.
- [29] *Föppl, L.* und *E. Mönch*: Praktische Spannungsoptik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950.
- [30] *Kuske, A.*: Verfahren der Spannungsoptik. Düsseldorf 1951.
- [31] *Bergmann, W.*: Die Gesetze zur statischen Modellähnlichkeit. In: Grundlagen d. Landtechn. Heft 1. Düsseldorf 1951. S. 85/86.
- [32] *Föppl, L.*: Die Spannungsoptik im Hochschul-Unterricht. Z. VDI 94 (1952) S. 1040/41.
- [33] *Albrecht, R.*: Konstruieren mit Hilfe der Spannungsoptik. Neue Bauwelt (1950) S. 253/57.
- [34] *Albrecht, R.*: Einzelfragen zur Spannungsoptik. Neue Bauwelt (1950) S. 512.
- [35] *Mesmer, G.*: Spannungsoptische Untersuchungen der Spannungszustände in Seitenwänden von Eisenbahnen. Z. VDI 74 (1930) S. 283/86.
- [36] *Föppl, L.* und *E. Mönch*: Praktische Spannungsoptik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950, hier besond. S. 49.
- [37] *Kuske, A.*: Verfahren der Spannungsoptik. Düsseldorf 1951, hier besonders S. 126.
- [38] *Müller, H.*: Beanspruchung und Konstruktion von Speichenrädern. In: Grundlagen d. Landtech. Heft 1. Düsseldorf 1951. S. 68/73.

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung  
der Forschungsanstalt für Landwirtschaft Braunschweig-Völkenrode

Direktor: Prof. Dr.-Ing. W. Kloth

Anschrift des Verfassers: Dr.-Ing. Walter Bergmann, (20 b) Braunschweig, Bundesallee 50