

Landtechnische Forschung

HERAUSGEBER: KURATORIUM FÜR TECHNIK IN DER LANDWIRTSCHAFT
FACHGEMEINSCHAFT LANDMASCHINEN IM VDMA
MAX EYTH-GESELLSCHAFT ZUR FÖRDERUNG DER LANDTECHNIK

Heft 6/1958

MÜNCHEN

8. JAHRGANG

Dr.-Ing. E. Mewes:

Die Massenkräfte, Lagerkräfte und Kurbelwellendrehmomente beim Lauf eines Schüttlers

Institut für Landtechnische Grundlagenforschung, Braunschweig-Völkenrode

In einer früheren Arbeit über „Massenkräfte in Landmaschinen und ihr Ausgleich“ [1] waren Schwingerschüttler untersucht worden, die bei den Schwingungen immer parallel gerichtet bleiben, sich also nicht drehen. Die Untersuchungen werden hier auf einen Schüttler ausgedehnt, der bei den Schwingungen auch Drehungen ausführt, bei dem also die einzelnen Punkte verschiedenartige Bahnen haben. Es handelt sich um den in Abbildung 1 skizzierten Schüttler, wie er zum Beispiel bei einer Steinkohlenaufbereitungseinrichtung [2] oder an einem Kartoffel- und Zuckerrüben-Schwingroster [3] vorkommt. Der wesentliche Teil der bewegten Massen befindet sich an einem Siebkasten, der als Koppel an einem Ende direkt gelenkig an der Kröpfung einer Kurbelwelle befestigt und am anderen Ende von Gelenkstäben gehalten ist.

Massenkräfte des Schüttlers

a) Zeichnerisch-analytische Bestimmungsmethode

Festgestellt wurde für gleichförmigen Umlauf der Kurbel mit der Drehzahl 600 U/min der Verlauf der freien Massenkraft des Schüttlers für die Ausbildung gemäß Abbildung 1 mit

u. a.: $r = 22 \text{ mm}$, $l = 986 \text{ mm}$, $c = 312 \text{ mm}$, $s_n = 891 \text{ mm}$,
 $h_u = 410 \text{ mm}$, $d = 618 \text{ mm}$, $e = 76 \text{ mm}$, Gewicht
 $G = m g = 64,8 \text{ kg}$ und Massenträgheitsmoment um S ,
die Schwerpunktsquerachse, $\Theta = m k^2 = 0,84 \text{ kg m}^2$.

Man kann die Komponenten der resultierenden Massenkraft

$$P_r = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (1)$$

in folgender Weise ermitteln: Von der Schwerpunktslage werden die Koordinaten x_s und y_s für so viele Zwischenwerte der Periode aus Zeichnungen abgegriffen, daß aus den diagrammähnlichen Auftragungen von x_s und y_s über dem Kurbelwinkel ψ durch zweimalige graphische Differentiation die Verläufe der Beschleunigungskomponenten b_x und b_y einigermaßen genau erhalten werden. Diese Methode erwies sich nicht als ungenauer als die umständlichere kinematisch-zeichnerische Verfolgung des Beschleunigungsfeldes der Koppel bei einigermaßen erträglichem Aufwand.

Insbesondere für Massenausgleichsuntersuchungen noch zweckmäßiger erschien es, harmonische Analysen der Verläufe von x_s und y_s auszuführen und die so gewonnenen Gesetzmäßigkeiten zu differenzieren. Die Periode war dazu in zwölf Teile zu unterteilen, für jede der dabei sich ergebenden Stellungen die Lagekoordinaten des Schwerpunkts abzugreifen, wonach eine Analyse etwa bis zur 2. Ordnung¹⁾

¹⁾ Die Größen n -ter Ordnung sind diejenigen Anteile, die mit $\cos n\omega t$ und $\sin n\omega t$, also mit dem n -fachen der Kreisfrequenz ω sich verändern.

als ausreichend angesehen wurde. Diese ist durchführbar zum Beispiel nach Zipperer-v. Sanden [4]. Für die so erhaltenen Gesetzmäßigkeiten der Verläufe mit der Zeit t :

$$x_s = A_0 + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + A_2 \cos 2 \omega t + B_2 \sin 2 \omega t \quad (2)$$

$$y_s = C_0 + C_1 \cos \omega t + D_1 \sin \omega t + C_2 \cos 2 \omega t + D_2 \sin 2 \omega t \quad (3)$$

unter Verwendung von $\omega = \frac{2 \pi n}{60}$ ($n = \text{Drehzahl/min}$)

wird:

$$b_x = -r \omega^2 (A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + 4 A_2 \cos 2 \omega t + 4 B_2 \sin 2 \omega t) \quad (4)$$

$$b_y = -r \omega^2 (C_1 \cos \omega t + D_1 \sin \omega t + 4 C_2 \cos 2 \omega t + 4 D_2 \sin 2 \omega t) \quad (5)$$

$$P_x = -m b_x \quad (6)$$

$$P_y = -m b_y \quad (7)$$

Die Werte A_n , B_n , C_n , D_n werden aus der harmonischen Analyse erhalten.

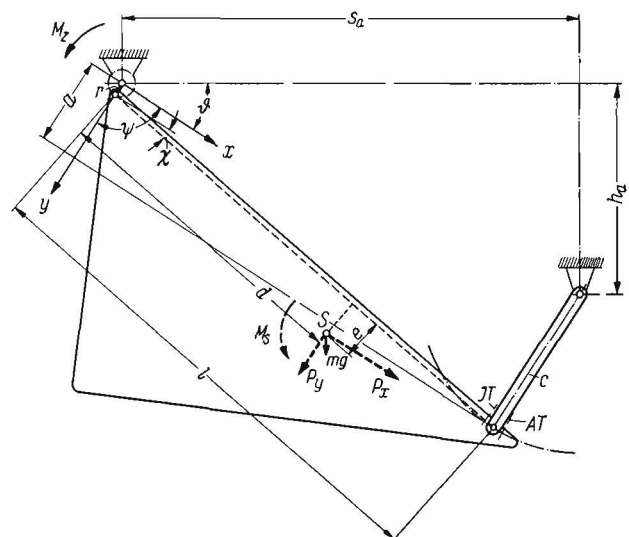


Abb. 1: Schüttler

Sein Schwerpunkt ist durch S gekennzeichnet. Auf dem Kreisbogen mit c als Radius um den Anschlußpunkt der Schwingung am Gestell sind die innere Totpunktachse (IT) und die äußere (AT) vermerkt. Über die Bestimmung von a und die Achsenrichtungen x , y vgl. Text

Bei dem verwendeten Beispiel zeigte sich sogar, daß die Glieder 2. Ordnung so klein gegenüber denen 1. Ordnung waren, daß ihre Größen nach der durchgeführten zeichnerischen Bestimmung gar nicht gesichert erschienen (festgestellt bei wiederholter Auswertung). Also ist

$$P_x = m r \omega^2 (A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t) \quad (8)$$

$$P_y = m r \omega^2 (C_1 \cos \omega t + D_1 \sin \omega t) \quad (9).$$

Das gleiche Verfahren kann auch angewandt werden für den Richtungswinkel χ der Koppel, womit das Moment der freien Massenkräfte um den Schwerpunkt der Koppel M_s erhalten wird.

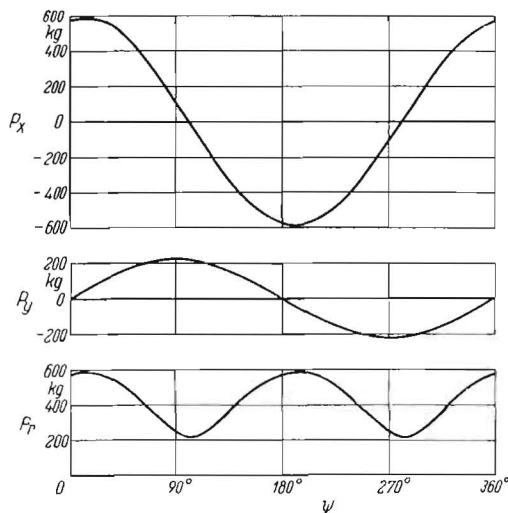


Abb. 2: Verlauf der Größe der resultierenden Massenkraft und ihrer Komponenten beim Kurbelumlaufl

b) Ergebnisse

In Abbildung 2 sind nach der Untersuchung für das Beispiel die Kraftkomponenten P_x und P_y sowie die resultierende Kraftgröße P_r über dem Kurbelstellungswinkel ψ aufgetragen. Die Y-Achse ist dabei so gelegt, daß für eine Lage der Gelenkstäbe c parallel zu der Richtung der Kurbel diese die Richtung dieser Achse aufweist (Abb. 1). Die X-Achse steht senkrecht darauf.²⁾ Der Winkel ψ wird von der positiven X-Achse in Richtung zum Schüttlerkasten hin bis zur Kurbel gerechnet. Der Verlauf geht wie gezeichnet entweder von $\psi = 0$ bis $\psi = 360^\circ$ oder umgekehrt von $\psi = 360^\circ$ bis $\psi = 0$ (in Abb. 2 von rechts nach links), je nachdem wie der Drehsinn der Kurbelwelle ist. Für gleiches ψ (gleiche Kurbelstellung) treten dieselben Massenkräfte auf, gleichgültig wie die Umlaufrichtung ist, wenn nur die Drehzahlgröße dieselbe ist. Die Höchstwerte der Massenkraft sind unabhängig von der Drehrichtung.

Die Kraftkomponenten P_x und P_y wechseln zwischen gleich großen positiven und negativen Höchstwerten, und zwar ist $P_{x \max} = 583$ kg, $P_{y \max} = 222$ kg. Die resultierende Kraftgröße, stets positiv gerechnet, wechselt zwischen den Werten 215 und 586 kg, und zwar doppelt so oft während eines Umlaufes wie die Kraftkomponenten.

Die Ergebnisse für die freien Massenkräfte können in verschiedener Weise dargestellt werden. Wird für eine Reihe von Zeitpunkten (Kurbelstellungen) jeweils der (linienflüchtige) Vektor der resultierenden Kraft in einem bestimmten Maßstabe in eine Seitenansicht der Maschine eingetragen, so treten im allgemeinen sehr unterschiedliche Kraftlagen in der Zeichnung auf. Ohne Rücksicht auf die Lage der Kraftresultierenden sind dieselben in Abbildung 3 maßstabsgerecht mit ihrer Richtung von einem Pol aus aufgetragen und der Verlauf der Endpunkte der Vektoren durch

²⁾ Es gelten im übrigen die Beziehungen:

$$\vartheta = \arctan \frac{h_a}{s_a} + \arcsin \frac{c-r}{\sqrt{h_a^2 + s_a^2}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(c + r + \frac{l^2 - h_a^2 - s_a^2}{c-r} \right)$$

eine Linie gekennzeichnet (ellipsenförmige Linie in Abb. 3). Dieses Polardiagramm gibt sehr gut Auskunft über Verlauf der Größe und Richtung der Kraftresultierenden, aber nicht über ihre Lage, für deren Festlegung zusätzlich der Verlauf eines Momentes M_s angegeben werden muß. Für die Ermittlung des Momentes M_s um die Kurbelwellenachse (Abb. 1) ist noch zu beachten, daß die Lage des Schwerpunktes (Achse für M_s) bei den verschiedenen Stellungen des Getriebes ganz verschieden ist.

c) Einfache rechnerische Ergebnisse

In Abbildung 1 ist für $\psi = 90^\circ$ die Tangente an die Bahn des Knotenpunktes Koppel/Schwinge eingetragen. Diese Tangente hat einen Abstand a von der Kurbelwellenachse, der zu $a = 185$ mm festgestellt wurde. Wir bezeichnen als Schränkungsverhältnis

$$\beta = a/l = 0,188$$

und als Trägheitsradius

$$k = \sqrt{\Theta/m} = \sqrt{\Theta/gI\bar{G}} = 356 \text{ mm},$$

so daß

$$k/l = 0,361$$

und bei

$$z = (k/l)^2 \quad (10):$$

$$z = 0,130$$

ist. Für die Lagekoordinaten des Schwerpunktes an der Koppel bestehen die Verhältniszahlen

$$\delta = d/l = 0,627$$

$$\varepsilon = e/l = 0,077$$

Für ein bei Vernachlässigung der Krümmung der Bahn des rechten Anschlußpunktes der Koppel erhaltenes geschränktes Schubkurbelgetriebe mit kleinem Schubstangenverhältnis $\lambda = r/l$ (≈ 0 , bzw. $l \gg r$) wird nach [5] erhalten:

für die Komponenten der Massenkraft

$$P_x = m r \omega^2 \left[\cos \psi + \left(\varepsilon + \delta \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \sin \psi \right] \quad (11)$$

$$P_y = m r \omega^2 \left(1 - \delta + \varepsilon \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \sin \psi \quad (12)$$

und für das Moment der freien Massenkräfte um die Schwerpunktsachse nach Abbildung 1

$$M_s = \frac{(-)}{l} r \omega^2 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \sin \psi \quad (13).$$

P_x , P_y und M_s verlaufen einfach harmonisch³⁾, nicht P_r .

Unter Einsetzung von

$$D = \delta - \varepsilon \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (14)$$

$$E = \varepsilon + \delta \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (15)$$

³⁾ Eine Schwingung heißt harmonisch, wenn sie nach einem reinen sinus- oder cosinus-Gesetz verläuft, gleichgültig, in welcher Phase, aber ohne Überlagerung von Schwingungen anderer Frequenzen. Additionen von sinus- oder cosinus-Verläufen gleicher Frequenz liefern einfach harmonische Schwingungen.

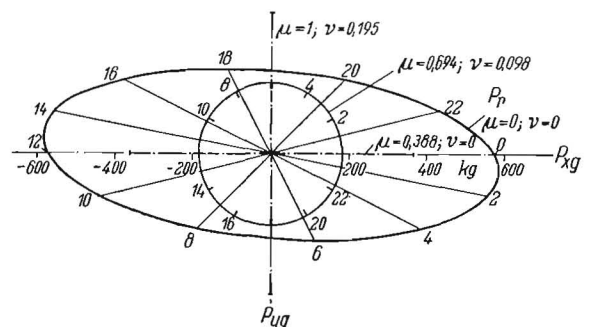


Abb. 3: Polardiagramm der freien Massenkräfte. Die Zahlen 0, 2, 4, 6... gelten für die Getriebestellungen mit $\psi = 0, 30, 60, 90^\circ, \dots$

wird

$$P_x = m r \omega^2 (\cos \psi + E \sin \psi) \quad (16)$$

$$P_y = m r \omega^2 (1-D) \sin \psi \quad (17)$$

Aus geometrischen Beziehungen am Getriebe ergibt sich allgemein [6, 7]

$$\sin \chi = \beta - \lambda \sin \psi \quad (18)$$

d. h. für $\lambda \approx 0$:

$$\sin \chi \approx \beta \quad (19)$$

$$\cos \chi \approx \sqrt{1 - \beta^2} \quad (20)$$

Nur für große Schränkungsverhältnisse β ist der Unterschied von $\cos \chi$ gegenüber 1 von Bedeutung. Bei unserem Beispiel ist er 2%. Die eingesetzte Schränkungsgröße wurde für das gegebene Getriebe nur grob abgegriffen. Wir können daher in den Gleichungen (11) bis (13) die Faktoren $(1 - \beta^2)$ weglassen. Damit wird erhalten:

$$D \approx \delta - \varepsilon \beta \quad (21)$$

$$E \approx \varepsilon + \delta \beta \quad (22)$$

$$M_s \approx \frac{1}{l} k^2 m r \omega^2 \sin \psi \quad (23)$$

Die Verläufe von M_s , P_x und P_y lassen sich bei unserem Beispiel mit guter Näherung darstellen durch die Beziehungen:

$$P_x = 573 (\cos \psi + 0,195 \sin \psi) = 573 \cos \psi + 112 \sin \psi \text{ [kg]}$$

$$P_y = 573 \cdot 0,388 \sin \psi = 222 \sin \psi \text{ [kg]}$$

$$M_s = 74 \sin \psi \text{ [kgm]}$$

Alle diese Größen, auch P_r , sind proportional dem Kurbelradius r und ω^2 beziehungsweise dem Quadrat der Kurbelwellendrehzahl.

Lagerkräfte

Nach Abbildung 4 ergibt sich für die Kraft in den Schwingen N (die Normalkraft an der Führung des rechten Anschlußpunktes der Koppel) infolge der Massenkräfte aus der

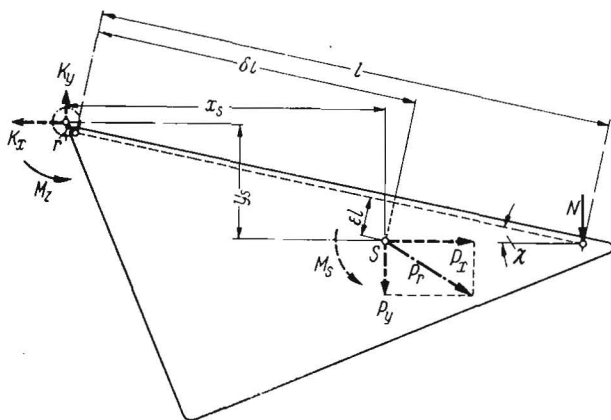


Abb. 4: Kräfte an Schüttler und Kurbelwelle

Gleichgewichtsbedingung für die Momente um den linken Anschlußpunkt der Koppel die Beziehung:

$$N l \cos \chi = [P_x (\delta \sin \chi + \varepsilon \cos \chi) - P_y (\delta \cos \chi - \varepsilon \sin \chi)] l + M_s \quad (24)$$

so daß

$$N = P_x (\delta \operatorname{tg} \chi + \varepsilon) - P_y (\delta - \varepsilon \operatorname{tg} \chi) + M_s/l \cos \chi \quad (25)$$

Für das Moment der Massenkräfte um die Kurbelwellenachse wird nach Abbildung 4 erhalten:

$$M_z = P_x y_s - P_y x_s + M_s \quad (26)$$

Dabei ist für $\lambda \approx 0$

$$x_s \approx (\delta \cos \chi - \varepsilon \sin \chi) l \approx D l \quad (27)$$

$$y_s \approx (\delta \sin \chi + \varepsilon \cos \chi) l \approx E l \quad (28)$$

also ist auch die rechte Seite von Gl. (24) ungefähr gleich M_z . Bei Vernachlässigung von $\cos \chi$ wird

$$M_z \approx m r l \omega^2 [E \cos \psi - (D - \delta^2 - \varepsilon^2 - \varkappa) \sin \psi] \quad (29)$$

$$\text{mit } \varkappa = k^2/l^2 \quad (10)$$

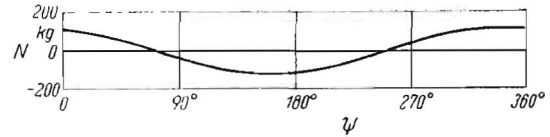


Abb. 5: Verlauf der Kraft in den Lenkern

und nach obigem

$$N \approx m r \omega^2 [E \cos \psi - (D - \delta^2 - \varepsilon^2 - \varkappa) \sin \psi] \quad (30)$$

Mit den obigen Zahlenwerten ist mit guter Näherung

$$N = 112 \cos \psi - 39 \sin \psi \text{ [kg]}$$

Dieser Verlauf ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Kraft N wechselt zwischen gleich großen positiven und negativen Werten. Ihr Höchstwert ist 118 kg.

Aus der Gewichtskraft $m g$ ergibt sich zusätzlich eine Kraft N' nach der Beziehung aus Abbildung 1

$$N' l \cos \chi + m g [d \cos (\chi + \vartheta) - e \sin (\chi + \vartheta)] = 0 \quad (31)$$

$$N' = -m g [\delta (\cos \vartheta - \operatorname{tg} \chi \sin \vartheta) - \varepsilon (\sin \vartheta + \operatorname{tg} \chi \cos \vartheta)] \quad (32)$$

$$N' \approx -m g (D \cos \vartheta - E \sin \vartheta) \quad (33)$$

also einen für $\lambda \approx 0$ praktisch konstanten Wert. Für $\vartheta = 31,5^\circ$ ergibt sich $N' = -27$ kg. Die konstanten Gewichtseinflüsse werden weiter nicht behandelt.

Aus Gl. (24) ergibt sich im übrigen mit Gl. (11) bis (13)

$$N = m r \omega^2 [E \cos \psi - (D - \frac{\varkappa + \delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2}) \sin \psi] \quad (34)$$

mit D und E nach Gl. (14) und (15).

Infolge der Massenkräfte des Schüttlers ergibt sich für die Komponenten der Bolzenbelastung am linken Koppelanschluß (Kurbelzapfen) und bei Fehlen von Unwuchten auf der Kurbelwelle auch für die Komponenten der Kurbelwellenlagerkräfte nach Abbildung 4

$$K_{x1} = P_x \quad (35)$$

$$K_{y1} = P_y + N \quad (36)$$

folglich

$$K_{x1} = m r \omega^2 [\cos \psi + E \sin \psi] \quad (37)$$

$$K_{y1} = m r \omega^2 [E \cos \psi + (1 - 2D + \frac{\delta^2 + \varepsilon^2 + \varkappa}{1 - \beta^2}) \sin \psi] \quad (38)$$

Für das Beispiel ist

$$K_{x1} = 573 \cos \psi + 112 \sin \psi \text{ [kg]}$$

$$K_{y1} = 112 \cos \psi + 183 \sin \psi \text{ [kg]}$$

In Abbildung 6 ist ein Polardiagramm für die Lagerkraft K_{r1} gezeichnet. Ihr Größtwert ist $K_{r1 \max} = 605$ kg.

Durch Gegenmassen an der Kurbelwelle in rückwärtiger Verlängerung der Kurbelarme können die Größtwerte der Lagerkräfte verringert werden. Ist die Zentrifugalkraft dieser Unwucht an der Kurbelwelle $\mu m r \omega^2$, dann werden die Komponenten der Lagerkraft des Schüttlers an der Kurbelwelle:

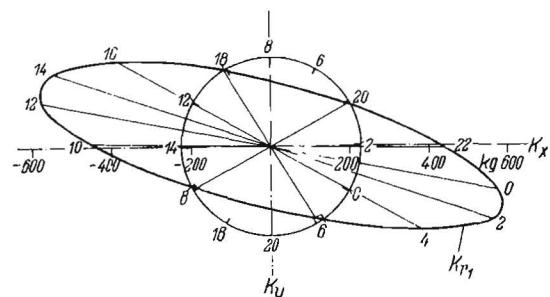


Abb. 6: Polardiagramm der Kurbelwellenlagerkräfte

$$K_x = m r \omega^2 \left[(1 - \mu) \cos \varphi + (\varepsilon + \delta) \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right] \sin \varphi \quad (39)$$

$$K_y = m r \omega^2 \left[(\varepsilon + \delta) \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right] \cos \varphi + (1 - 2\delta + 2\varepsilon \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{\delta^2 + \varepsilon^2 + \varkappa}{1 - \beta^2} - \mu) \sin \varphi \quad (40)$$

Der Größtwert der Lagerkraft wird am kleinsten, wenn

$$\mu = 1 - \delta + \varepsilon \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 + \varepsilon^2 + \varkappa}{1 - \beta^2} \quad (41)$$

ist. Dann ergibt sich

$$K_{x0} = m r \omega^2 (F \cos \varphi + E \sin \varphi) \quad (42)$$

$$K_{y0} = m r \omega^2 (E \cos \varphi - F \sin \varphi) \quad (43)$$

mit

$$F = D - \frac{1}{2} \frac{\delta^2 + \varepsilon^2 + \varkappa}{1 - \beta^2} \quad (44)$$

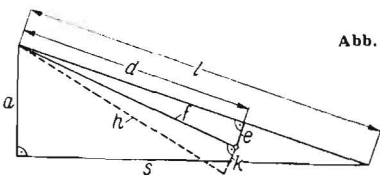


Abb. 7: Geometrische Beziehungen

Dabei ist $(D - F)$ proportional $(h/l)^2$ mit h nach Abbildung 7. Aus Gl. (42) und Gl. (43) wird für die resultierende Lagerkraft erhalten:

$$K_{r0} = m r \omega^2 \sqrt{E^2 + F^2} \quad (45)$$

als vom jeweiligen φ unabhängigen Wert.

Bei unseren Zahlenwerten ist

$$\mu = 0,658$$

$$E = 0,195$$

$$F = 0,340$$

$$K_{r0} = 224 \text{ kg.}$$

Der größte Teil von K_{r1max} ist durch die Zusatzmasse beseitigt worden.

Nach Gl. (42) und Gl. (43) rotiert der Vektor K_{r0} entgegengesetzt der Kurbelumdrehung. In Abbildung 6 ist für diesen Fall der Verlauf des Endpunktes des Vektors im Polardiagramm als Kreis eingetragen. Wenn man zum Beispiel mit Hilfe eines Planetenradgetriebes eine dem K_{r0}/ω^2 entsprechende Unwuchtgröße entgegengesetzt um die Kurbelwellenachse rotieren läßt, werden die Kurbelwellenlager bei diesem Schüttler durch Massenkkräfte kaum beeinflusst. Für den Massenausgleich am Gestell sind die Verhältnisse dabei nicht voll befriedigend, da das wechselnde N am Gestell der Siebmaschine rüttelt.

Massenausgleichsuntersuchungen

Die Gesamtheit der freien Massenkkräfte als Ursachen für die Standruhe des Gestells zu betrachten, hat dann Sinn, wenn die Lager sämtlich durch eine hinreichend steife Konstruktion verbunden sind. Von den verschiedenen Möglichkeiten zum mehr oder weniger weitgehenden Ausgleich der freien Massenkkräfte P_r werden hier nur die Teilausgleiche besprochen, bei denen lediglich an der Kurbelwelle Unwuchten angebracht werden. Wir teilen die Wirkung derselben auf in eine Zentrifugalkraft $\mu m r \omega^2$ in Richtung der rückwärtigen Verlängerung der Kurbeln und eine Zentrifugalkraft $\nu m r \omega^2$ senkrecht dazu (nach unten für $\vartheta + \varphi = 0$).

Die tatsächliche Wirkung der Ausgleiche auf die Standberuhigung hängt von den Schwingungseigenschaften der Systeme ab, die im allgemeinen in den verschiedenen Richtungen verschieden sind. Daher werden jetzt auch die Verminderun-

gen der Erregungen in den verschiedenen Richtungen untersucht. Sollen die Komponenten P_{yy} verringert werden, so kann dies am einfachsten durch eine gegenüber der Kurbelkröpfung angebrachte Unwucht $\mu m r$ bei $\nu = 0$ geschehen. Dann werden die resultierenden Massenkkräftekomponenten des Gesamtsystems

$$P_{rxg} = m r \omega^2 [(1 - \mu) \cos \varphi + E \sin \varphi] \quad (46)$$

$$P_{yyg} = m r \omega^2 (1 - D - \mu) \sin \varphi \quad (47)$$

Es wird $P_{yyg} = 0$ für

$$\mu = 1 - D \quad (48)$$

$$\nu = 0$$

bei unserem Beispiel

$$\mu = 0,388.$$

Soll die Komponente in X-Richtung weitgehendst verringert werden, so ergibt sich mit

$$P_{rxg} = m r \omega^2 [(1 - \mu) \cos \varphi + (E - \nu) \sin \varphi] \quad (49)$$

$$P_{yyg} = m r \omega^2 [\nu \cos \varphi + (1 - D - \mu) \sin \varphi] \quad (50)$$

für $P_{xyg} = 0$ aus Gl. (49):

$$\mu = 1; \nu = E \quad (51)$$

Dabei wird in unserem Zahlenbeispiel:

$$\mu = 1; \nu = 0,195.$$

Dieses wird als die höchste überhaupt in Frage kommende Auswuchtung angesehen, während bei der kleinsten Auswuchtung $\mu = 0,388$ und $\nu = 0$ ist. Es sind ja nun meist nicht gerade die willkürlichen X- und Y-Richtungen die empfindlichsten, sondern irgendwelche dazwischen liegenden (z. B. die Horizontalrichtung). Daher werden dazwischen liegende Auswuchtgrößen die besseren Ergebnisse liefern. Erwähnt sei noch, daß die Auswuchtung mit

$$\mu = 1 - \frac{1}{2} D; \nu = \frac{1}{2} E \quad (52)$$

ergibt:

$$P_{rxg} = m r \omega^2 \left(\frac{1}{2} D \cos \varphi + \frac{1}{2} E \sin \varphi \right) \quad (53)$$

$$P_{yyg} = m r \omega^2 \left(\frac{1}{2} E \cos \varphi - \frac{1}{2} D \sin \varphi \right) \quad (54)$$

d. i. eine resultierende Kraft von konstanter Größe

$$P_{rg} = m r \omega^2 \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2} \quad (55)$$

$$P_{ig} = m r \omega^2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2}} \quad (56)$$

die entgegengesetzt der Kurbel umläuft.

Der Nachweis dafür, daß dabei das P_{rgmax} am kleinsten von allen diesen Ausgleichsfällen ist, läßt sich am einfachsten auf folgende indirekte Weise einwandfrei erbringen: Mit Abweichungen $\Delta \mu$ und $\Delta \nu$ gegenüber den Werten (52) ergibt sich (nach kurzen Zwischenrechnungen):

$$P_{rgmax} = m r \omega^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2}} + \sqrt{(\Delta \mu)^2 + (\Delta \nu)^2} \right] \quad (57)$$

Dies ist für jedes $\Delta \mu \neq 0$ bzw. $\Delta \nu \neq 0$ stets größer als für $\Delta \mu = \Delta \nu = 0$.

In Erörterung der Beziehung (56) stellen wir noch fest: Es ist

$$\sqrt{\frac{\delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2}} = \sqrt{\left(\frac{d}{l}\right)^2 + \left(\frac{e}{l}\right)^2} = \frac{l}{l}, \quad (58)$$

wenn l der Abstand des Schwerpunktes der Koppel vom Kurbelzapfenanschluspunkt ist. Nennen wir in einem rechtwinkligen Dreieck mit a als eine Kathete und l als Hypotenuse (Abb. 7) die andere Kathete s , so ist

4) Unter Unwucht wird das Produkt aus Masse und Abstand ihres Schwerpunktes von der Drehachse verstanden

$$\sqrt{1-\beta^2} = \sqrt{1-\left(\frac{a}{l}\right)^2} = \sqrt{\frac{l^2-a^2}{l^2}} = \frac{s}{l} \quad (59).$$

Somit wird aus Gl. (56):

$$P_{ry} = \frac{1}{2} \frac{f}{s} m r \omega^2 \quad (60).$$

Bei Ausgleich auf kleinsten Größtwert der resultierenden Massenkraft hin ist die verbleibende freie Massenkraft somit umgekehrt proportional einer aus dem Schrägungsverhältnis β und der Länge l gebildeten Strecke s und direkt proportional dem Abstand des Schwerpunkts der Koppel von dem Anschlußpunkt am Kurbelzapfen außer den Größen $m r \omega^2$. Je kleiner die Abstandstrecke f ist, desto geringer ist die verbleibende freie Massenkraft. Liegt der Schwerpunkt der Koppel auf dem Kurbelanschlußpunkt ($d = e = 0$), so kann 100 % der freien Massenkraft der Koppel durch Unwuchten auf der Kurbelwelle ausgeglichen werden; 50 %, wenn der Schwerpunkt der Koppel auf dem anderen Anschlußpunkt des Schubkurbelgetriebes mit $l \gg r$ liegt ($\varepsilon = 0$, $\delta = 1$); andere Anteile ergeben sich für andere Schwerpunktlagen. Ohne Unwuchtmassen auf der Kurbelwelle ist der Scheitelwert der freien Massenkraft der Koppel noch von anderen Größen abhängig als der Massenkraftwert bei weitestem Teilausgleich, nämlich von $\delta = d/l$ und $\varepsilon = e/l$ außer β und $m r \omega^2$ nach der aus Gl. (57) für $\Delta \mu = 1 - \frac{1}{2} D$

und $\Delta v = \frac{1}{2} E$ ermittelten Beziehung

(61)

$$P_{r \max} = m r \omega^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2} + \sqrt{1 - D} + \frac{1}{4} (D^2 + E^2) \right]$$

$$P_{r \max} = m r \omega^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2}} + \sqrt{1 - \delta + \varepsilon} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \frac{1}{4} \frac{\delta^2 + \varepsilon^2}{1 - \beta^2} \right] \quad (62).$$

Bei unserem Zahlenbeispiel ist für die Werte in Gl. (52):

$\mu = 0,694$; $v = 0,098$; $P_{r \max} = P_{x \max} = P_{y \max} = 185 \text{ kg}$, dagegen wird für $\mu = 1$; $v = 0,195$:

$$P_r = 0; P_{r \max} = P_{y \max} = 367 \text{ kg}$$

und für $\mu = 0,388$; $v = 0$:

$$P_y = 0; P_{r \max} = P_{x \max} = 367 \text{ kg}.$$

Diese Fälle sind auch in Abbildung 3 eingetragen. Die Unterschiede sind recht beträchtlich. Das Optimum davon kann ohne weitere Feststellungen nicht angegeben werden. Hinsichtlich weiterer Ausgleichsmöglichkeiten s. [1, 5, 7].

Kurbelwellendrehmomente

Wechselnde Kurbelwellendrehmomente sind Veranlassung zu Ungleichförmigkeiten des Umlaufs der Kurbelwelle.

Die Ausgleichsmassen geben infolge der Erdanziehung verschiedene Drehmomente um die Kurbelwellenachse. Wenn der Winkel der X-Achse gegenüber der Horizontalebene ϑ ist (Abb. 1), dann wird das Drehmoment der Gewichte an der Kurbelwelle

$$M_u' = m g r [\mu \cos(\varphi + \vartheta) + v \sin(\varphi + \vartheta)] \quad (63)$$

$$= m g r [(\mu \cos \vartheta + v \sin \vartheta) \cos \varphi - (\mu \sin \vartheta - v \cos \vartheta) \sin \varphi] \quad (64).$$

Durch das Gewicht des Schüttlers ergibt sich an der Kurbelwelle ein Drehmoment, das nach [7] berechnet wird aus

$$M' = m g \frac{dh}{d\varphi} \quad (65).$$

wenn h die Erhebung des Schwerpunkts des Schwingers gegenüber einer Horizontalebene ist. Nach Abb. 1 ist

$$h = (h_0) - x_s \sin \vartheta - y_s \cos \vartheta \quad (66)$$

mit

$$x_s = r \cos \varphi + (\delta \cos \chi - \varepsilon \sin \chi) l \quad (67)$$

$$y_s = r \sin \varphi + (\delta \sin \chi + \varepsilon \cos \chi) l \quad (68).$$

Aus der Beziehung (18) wird erhalten

$$\frac{d\chi}{d\varphi} = -\lambda \frac{\cos \varphi}{\cos \chi} \quad (69).$$

so daß sich ergibt

$$\frac{dx_s}{d\varphi} = -r [\sin \varphi - (\delta \operatorname{tg} \chi + \varepsilon) \cos \varphi] \quad (70)$$

$$\frac{dy_s}{d\varphi} = r (1 - \delta + \varepsilon \operatorname{tg} \chi) \cos \varphi \quad (71).$$

also

$$M' = -m g r [(1-D) \cos \vartheta + E \sin \vartheta] \cos \varphi - \sin \vartheta \sin \varphi$$

Mit den Wirkungen der Ausgleichsgewichte zusammen ergibt sich dann:

$$M_{y'} = m g r [(1-D-\mu) \cos \vartheta + (E-v) \sin \vartheta] \cos \varphi - [(1-\mu) \sin \vartheta + v \cos \vartheta] \sin \varphi \quad (73).$$

Die hierbei zu vollem Ausgleich gehörenden Werte von μ und v sind von der Neigung ϑ abhängig.

Mit den gegebenen Zahlenwerten ist

$$M' = 0,63 \cos \varphi - 0,74 \sin \varphi \quad [\text{kg m}]$$

und z. B. mit $\mu = 0,658$; $v = 0$:

$$M_{y'} = -0,18 \cos \varphi - 0,25 \sin \varphi \quad [\text{kg m}]$$

Diese Drehmomente sind insbesondere beim Anlauf bemerkbar. Sonst sind die Werte im Verhältnis zu den dynamischen unbedeutend. Durch Massenkräfte treten rechnerisch Momente an der Kurbelwelle auf von der Größe Gl. (44, 14, 15):

$$M = m r^2 \omega^2 (-E \cos 2\varphi + F \sin 2\varphi) \quad (74).$$

Das ist bei dem vorliegenden Zahlenbeispiel

$$M = -3,25 \cos 2\varphi + 5,65 \sin 2\varphi \quad [\text{kg m}]$$

Aber auch diese Werte werden nach Messungen durch schnelle Schwankungen in dem Antrieb mitunter erheblich überschritten [8]. Die Gegenmassen spielen dabei keine bedeutende Rolle.

Die Größen der Kurbelwellenlagerkräfte und der am Gestell rüttelnden freien Massenkräfte sind durch Unwuchten an der Kurbelwelle aber beträchtlich zu beeinflussen, wie die durchgeführten Rechnungen gezeigt haben.

Nachdem diese Beziehungen bekannt sind, erfordert die Berechnung der Komponenten und Kräfte, zum Beispiel für 24 Stellungen einer Ausführung, weniger als eine Arbeitsstunde. Aus der Kinematik abgeleitete zeichnerische Verfahren, die für jede andersartige Ausführung neu durchzuführen wären, würden ein Vielfaches davon an Arbeitsaufwand erfordern. Allerdings sind diese nicht auf Verhältnisse mit kleinem r/l und r/c (Abb. 1) beschränkt. Für derartige Verhältnisse wird eine Ermittlung der Verlagerungen und anschließende Fourier-Analyse mit Differentiationen empfohlen.

Schrifttum:

- [1] Mewes, E.: Massenkräfte in Landmaschinen und ihr Ausgleich. In: Grundlagen der Landtechnik. Heft 6. Düsseldorf 1955. S. 116/33
- [2] Götte, A.: Die gegenwärtige Steinkohlen-Aufbereitung in Westdeutschland. Z. VDI 96 (1954) S. 917/23 Bild 1
- [3] Druckschriften der Fa. Holsten & Lührs. Otterstedt b. Bremen
- [4] v. Sanden, H.: Praktische Mathematik. 4. Aufl. Stuttgart 1955
- [5] Mewes, E.: Unbalanced Inertia Forces in Slider-Crank Mechanisms of Large Eccentricity (Unausgeglichene Massenkräfte in Schubkurbelgetrieben mit großer Exzentrizität.) J. Appl. Mech. 25 (1958) No. 2, S. 225, Gl. (43) und (44)
- [6] Mewes, E.: Formeln für die Massenkräfte und kinematischen Zusammenhänge bei geschränkten Schubkurbelgetrieben. Ing. Arch. 24 (1956) H. 5, S. 291/98
- [7] Biezeno, C. B. u. R. Grammel: Technische Dynamik. 2. Aufl. Berlin 1953. Bd. II
- [8] Thiel, R.: Kräfte und Drehmomente im Schleppermähwerk mit Zahnradantrieb. In: Grundlagen der Landtechnik, Heft 10 (1958) S. 109/21

Résumé:

Dr.-Ing. E. Mewes: „Die Massenkräfte, Lagerkräfte und Kurbelwellendrehmomente beim Lauf eines Schüttlers.“

Bei schnell bewegten Getrieben führen die Massenkräfte mitunter zu Katastrophen. Abhilfe soll bei Landmaschinen mit billigen Mitteln geschaffen werden. Die Auswirkungen verschiedener Unwuchten auf die Lagerkräfte, freien Massenkräfte und Kurbelwellendrehmomente bei verschiedenem schnellem Lauf werden am Beispiel eines Schüttlers untersucht, der an einem Ende an einer Kurbel und am anderen Ende an Schwingen angelenkt ist. Die Kräfte verlaufen bei kleinem Verhältnis vom Kurbelradius zum Abstand der Anschlagpunkte des Siebes einfach harmonisch mit verschiedenen Phasen. Die ausgleichbaren Anteile der Massenwirkungen werden um so größer, je näher der Schwerpunkt der bewegten Schüttlermassen zur Kurbel hin liegt.

Dr.-Ing. E. Mewes: "The oscillating inertia forces, bearing forces, and moments at the shaft on a sieve in action."

In quickly running mechanisms, inertia forces sometimes lead to catastrophes. In agricultural machines this should be helped by economic means. Investigated are the effects of different eccentric masses on the rotating crank shaft for the bearing forces, free inertia forces and moments at the crank shaft at different speeds on a sieve which has been hung up at a crank on one end and at long levers on the other end. For a little ratio of crank radius to distance between the bearings for the sieve, the forces change simply harmonically with different phases. The parts of the mass effects that can be balanced are the greater the nearer the center of gravity of the moved sieve masses lies to the crank.

Dr.-Ing. E. Mewes: «Les efforts de masses, les efforts sur les paliers et les couples du vilebrequin lors de la marche d'un secoueur.»

Les efforts de masses développés dans les mécanismes tournant à grandes vitesses conduisent quelquefois à des catastrophes. Dans le domaine des machines agricoles, on s'efforce de remédier à cet inconvénient par des moyens bon marché. Les effets de masses non équilibrées sur les poussées exercées sur les paliers, sur les efforts de masses libres et sur les couples du vilebrequin ont été examinés, à des vitesses de marche différentes, sur un secoueur qui a été articulé d'un côté à un vilebrequin et de l'autre à des coussinets. On a constaté que l'évolution des efforts est harmonieuse et simple, avec différentes phases, quand le rapport rayon du vilebrequin/distance entre les points d'attache du tamis est étroit. La part des masses susceptible d'être contre-balançée est d'autant plus grande que le centre des masses en mouvement du secoueur est plus proche du vilebrequin.

Ing. Dr. E. Mewes: «Las fuerzas de inercia, de los cojinetes y de los momentos de giro en la marcha de un vibrador.»

En los engranajes de movimiento rápido las fuerzas de inercia dan a veces motivo a catástrofes que es preciso evitar en las máquinas agrícolas con medios económicos. El efecto de las diferentes masas centrifugas en los cojinetes, las fuerzas de masa libres y en el momento de giro de las manivelas se investigan a marchas de diferentes velocidades en un ejemplo, un vibrador que en un extremo está acoplado con una manivela, en el otro extremo con brazos oscilantes. Los esfuerzos se transmiten de forma sencilla y armónica con fases diferentes, si la distancia del radio descrito por la manivela hasta el punto de acoplamiento del tamiz es corta. Las partes compensables de los efectos de masa aumentan, cuanto más se acerque el centro de gravedad de las masas oscilantes en dirección de la manivela.

Prof. Dr.-Ing. S. Masuda, Dipl.-Ing. R. Takeuchi und Dipl.-Ing. I. Nishimura:

Ein Meßwagen für Einachsschlepper

Institut für Landtechnik, Kyoto (Japan)

Die übliche Methode, einen zu prüfenden Schlepper zu belasten, ist die Verwendung eines Meßwagens mit einer elektrischen, ölhdraulischen oder ähnlichen Bremsenrichtung. Bei unserem Bremswagen haben wir erstmals eine Druckluftbremse verwendet. Auf einem Einachsanhänger, dessen Länge 2,5 m, Breite 1,2 m und Höhe 1,3 m beträgt, ist ein luftgekühlter 2-PS-Benzinmotor aufgebaut, der über einen Riemen einen Luftpresser antreibt. Die geförderte Luft wird in einem Hauptluftbehälter mit einem Druck von 6 atü gespeichert, dann durch ein Druckminderventil auf 2 atü entspannt und dem Bremszylinder zugeführt, der unter dem Wagenboden angeordnet ist. Hierdurch kann eine beliebig starke Bremswirkung auf die Räder des Wagens erzielt werden. Der Luftdruck im Hauptluftbehälter, am Druckminderventil und in dem Bremszylinder wird auf Manometern am Instrumentenbrett des Wagens angezeigt, so daß eine Kon-

trolle und Registrierung des Druckes leicht möglich ist. Ferner ist ein Schlauch angeschlossen, um den Luftdruck in den Reifen des Prüfschleppers bequem ändern zu können. Abbildung 1 zeigt den Meßwagen mit seiner Einrichtung.

Einzelheiten der Konstruktion

1. Der Zugkraftmesser

Zur Messung der Zugkraft des Prüfschleppers ist der Wagen mit einem ölhdraulischen Zugkraftmesser ausgerüstet, dessen Druckzylinder am Ende der Wagenzugstange eingebaut ist. Der Öldruck wird auf ein Bourdon-Rohr gegeben, das für einen Maximaldruck von 42 atü ausgelegt ist, und kann über eine Hebelübersetzung auf Diagrammpapier aufgeschrieben werden. Die Zugkraft kann auch an einem Manometer, das direkt in kg geeicht ist, abgelesen werden. Das ölhdraulische System des Zugkraftmessers ist mit Mobil-Öl (SAE 20 oder 30) gefüllt. Da Luft, die in dem System enthalten sein könnte, Fehler in der Anzeige ergibt, so wird es beim Einfüllen des Öles sorgfältig mit Hilfe einer Vakuumpumpe entlüftet.

2. Selbsttätige Registrierung der Triebbrumdrehungen

Um den Schlupf bestimmen zu können, war es bisher üblich, die Umdrehungen des Triebbrades über eine bestimmte Strecke auszuzählen. Diese Methode ist jedoch ungünstig, da sie von individuellen Fehlern abhängig ist. Deshalb wurde ein automatischer Umdrehungsschreiber eingebaut. Das Schleppertriebbrad ist mit 3 Kontakteinrichtungen ausgerüstet, durch welche ein am Fahrgestell angebrachter Federkontakt geschlossen wird. Die Anlage wird von einem 6-Volt-Akkumulator gespeist. Die Impulse werden auf dem Diagrammpapier des Zugkraftmessers registriert. Es hat sich erwiesen, daß drei Kontakte zur Aufklärung der Schlupfänderungen ausreichend sind, weil bei höherer Kontaktzahl die Registrierung komplizierter wird.

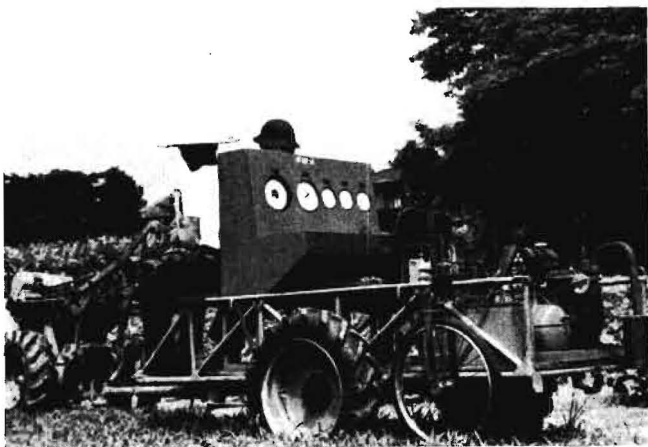


Abb. 1: Der Meßwagen