

Landtechnische Forschung

HERAUSGEBER: KURATORIUM FÜR TECHNIK IN DER LANDWIRTSCHAFT UND LANDMASCHINEN- UND ACKERSCHLEPPER-VEREINIGUNG IM VDMA

Heft 6/1961

MÜNCHEN

11. JAHRGANG

Hans Hellmuth Coenenberg:

Dynamische Beanspruchungen bei Ackerschleppern I

Institut für Schlepperforschung, Braunschweig-Völkenrode

Der Verfasser berichtet in einem längeren Aufsatz über die dynamischen Beanspruchungen bei Ackerschleppern. Im vorliegenden Heft wird die erste Hälfte von Teil I (Die wichtigsten Schwingungssysteme von Schleppern) veröffentlicht. Die zweite Hälfte von Teil I folgt im nächsten Heft. In einem weiteren Beitrag (Teil II) werden die Auswirkungen der Schwingungssysteme auf die Beanspruchungen dargestellt.

I. Die wichtigsten Schwingungssysteme von Schleppern

Bei Messungen von Kräften, Momenten, Beschleunigungen oder ähnlichen Meßgrößen an Ackerschleppern, ihren Geräten und Landmaschinen zeigt sich, daß dem Ablauf der untersuchten Vorgänge fast ständig Schwingungen überlagert sind, die oft sogar recht heftig werden können. Sie sind im System als eine Art „Blindleistung“ enthalten, die meist nur unnötig hohe schwellende oder gar wechselnde Beanspruchungen bewirkt [1].

Veröffentlichungen über Untersuchungen von Schwingungsvorgängen bei landtechnischen Problemen, insbesondere solcher bei Schleppern, beschränkten sich bisher fast ausschließlich auf ein jeweils interessierendes Teilsystem [2÷4]. Dadurch entstehen leicht Unsicherheiten über die vorhandenen Schwingungssysteme, die mit ihnen verbundenen Bewegungsmöglichkeiten sowie die Größenordnungen der im Betrieb auftretenden dynamischen Beanspruchungen. Ferner läßt sich oft bei Planung, Durchführung und Auswertung von Meßaufgaben nicht klar genug übersehen, in welchem Umfang Schwingungsvorgänge die Meßergebnisse beeinflussen oder gar beherrschen und welche Ähnlichkeiten für die Übertragbarkeit der Ergebnisse bestehen.

1) Verwendete Bezeichnungen:

Koordinaten: (als Indizes auch zur Angabe der Wirkungsrichtung)
 x, y, z |m| variable Längen (Wege) in den Koordinaten-Richtungen
 ξ, η, ζ |°| variable Winkel (Drehungen) um Koordinatenachsen
 l, rad, q Indizes für variable Tangential-, Radial- und Querwege (vgl. Bild 23)

Schwingungstechnische Zeichen:

a	m	Schwingungsamplitude
b	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	Beschleunigung
c	$\left[\frac{kp}{m}\right]$ bzw. $\left[\frac{mkp}{\hat{I}}\right]$	Federhärte (translatorisch bzw. rotatorisch)
d		logarithmisches Dekrement
f	$\left[\frac{1}{s}\right]$	Frequenz
f	m	Federweg
g	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	Erdbeschleunigung
i		Übersetzung
k	$\left[\frac{kps}{m}\right]$ bzw. $\left[\frac{mkps}{\hat{I}}\right]$	Dämpfungskonstante (translat. bzw. rotat.) bei Geschwindigkeits-proportionaler Dämpfung (k_{ap} für aperiodische Dämpfung)
m	[kg] bzw. $\left[\frac{kps^2}{m}\right]$	Masse
n	[U/min]	Drehzahl
t	[s]	Zeit
D		Dämpfungsmaß
G	$\left[\frac{kp}{m^2}\right]$	Gleitmodul
γ	$\left[\frac{1}{2\pi s}\right]$	Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung

In diesem Bericht soll deshalb ein Überblick über die Vielgestaltigkeit der bei Schleppern vorliegenden Schwingungssysteme, ihre gegenseitige Verflechtung, die damit verbundenen Schwingungsvorgänge sowie Schwingungsbeanspruchungen gegeben werden. Hierbei ist aber zu beachten, daß bei den meisten landtechnischen Problemen und Untersuchungsaufgaben — auch im Zusammenhang mit Ackerschleppern — Schwingungsbetrachtungen nur ein Hilfsmittel zur Klärung eines Einflusses unter oft recht zahlreichen sind. Sie müssen dafür einfach und übersichtlich bleiben.

Es läßt sich aber zeigen, daß durch das Aufstellen vereinfachter Schwingungs-Ersatzsysteme sowie Ermitteln einiger Kennwerte bereits eine qualitative Beurteilung der zu erwartenden oder gemessenen Schwingungsabläufe beziehungsweise dynamischen Beanspruchungen ermöglicht wird; zugleich sind aber auch die jeweiligen Grenzen dieser Betrachtungsweise zu erwägen und abzustechen. Bei umfangreicheren Analysen verschiebt sich das Problem sonst zwangsläufig aus dem Rahmen der Landtechnik in denjenigen vorwiegend schwingungstechnischer Untersuchungen, wie sie beispielsweise in der Fahrzeugtechnik zunehmend erforderlich werden [5÷8].

1. Merkmale einfacher Schwingungssysteme und der Schwingungsanregungen

Das Verhalten einfacher Schwingungssysteme ist bekannt [1; 6]. Es sei hier jedoch als Basis für die weiteren Überlegungen und zur Veranschaulichung der verwendeten Formelzeichen¹⁾ kurz wiederholt:

ν	$\left[\frac{1}{2\pi s}\right]$	Eigenkreisfrequenz der nicht oder nur wenig gedämpften Schwingung
ω	$\left[\frac{1}{2\pi s}\right]$	Eigenkreisfrequenz der erzwungenen Schwingung
Θ	[mkps ²]	Massenträgheitsmoment

Zeichen für Kräfte und Momente und dergleichen: (als Indizes auch zur Orts- und Richtungsangabe)

A bzw. A_0	[kp]	Vorderachslast (momentan bzw. statisch)
B bzw. B_0	[kp]	Hinterachslast (momentan bzw. statisch)
G_s	[kp]	Gewichtskraft des Schleppers (statisch)
L	[kp]	Längskraft
M	[mkp]	Moment, gegebenenfalls um x-, y- oder z-Achse
M_k	[mkp]	Drehmoment in der Kupplungswelle
Q	[kp]	Querkraft
T	[kp]	Triebkraft an Rädern
V	[kp]	Vertikalkraft
X, Y, Z	[kp]	Kräfte in den Koordinaten — Richtungen zwischen Schlepper und Lader bzw. Gerät

Abmessungen:

d	[m]	Wellen-Durchmesser
h	[m]	Höhen (vgl. Bilder 14, 15 und 22)
l	[m]	Länge (vgl. Bild 14)
w	[m]	Spurweite

Besondere Ortsangaben (auch als Indizes):

F	Fahrbahn	O	Gelenk- bzw. Reduktionspunkt
L	Lader	S	Schwerpunkt

Indizes:

h	hinten	q	quer
k	Kupplungswelle	r	rechts
l	links	s	Schlepper
o	stat. Wert	v	vorn

Einfache (translatorische) Schwinger und Dreh-Schwinger (Bild 1) haben nur einen Freiheitsgrad. Ihre Bewegungsgleichungen ergeben sich aus dem Gleichgewicht der Trägheits-, Feder- und

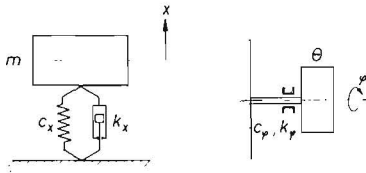


Bild 1: Einfache Schwinger beziehungsweise Dreh-Schwinger (schematisch)

Erläuterungen im Text; Bezeichnungen siehe Fußnote 1, S. 145

Dämpferkräfte. Bei Auslenken des Systems aus der Ruhelage gilt mit $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ und $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ bei Geschwindigkeits-proportionaler Dämpfung:

$$m\ddot{x} + k_x\dot{x} + c_x x = 0 \text{ beziehungsweise } \Theta\ddot{\varphi} + k_\varphi\dot{\varphi} + c_\varphi\varphi = 0 \quad (1)$$

Die Ansätze sind formal gleich. Die Systeme führen bekanntlich bei kleinen Wegen beziehungsweise Winkeln und geringer Dämpfung harmonische Schwingungen um die Ruhelage aus:

$$\begin{aligned} x &= a_x \sin \nu t & \text{beziehungsweise} &= a_q \sin \nu t \\ \dot{x} &= a_x \nu \cos \nu t & \text{beziehungsweise} &= a_q \nu \cos \nu t \\ \ddot{x} &= -a_x \nu^2 \sin \nu t & \text{beziehungsweise} &= -a_q \nu^2 \sin \nu t \end{aligned} \quad (2)$$

Aus dem harmonischen Lösungssatz, beispielsweise in [6], ergibt sich bei geringer Dämpfung die Eigenfrequenz mit

$$f_x = \frac{\nu}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_x}{m}} \text{ beziehungsweise } f_\varphi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_\varphi}{\Theta}} \quad (3)$$

Systeme von zwei Massen ohne „äußere“ Bindungen (Bild 2) können nur gegeneinander schwingen, haben also auch nur einen Freiheitsgrad und eine Eigenfrequenz. Dabei ist ein „Schwingungs-

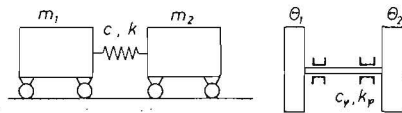


Bild 2: Zweimassen-Schwinger beziehungsweise Dreh-Schwinger ohne „äußere“ Bindung mit nur einem Freiheitsgrad (schematisch)

knuten“ als ruhender Punkt des Systems vorhanden, dessen Abstand von den Massen diesen umgekehrt proportional ist. Die Eigenfrequenz beträgt bei geringer Dämpfung:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{c \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} \text{ bzw.} \\ f_\varphi &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{c \left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2} \right)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Bei „äußerer“ (raumfester) Bindung (Bild 3) kommen als zweiter

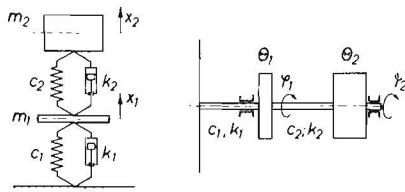


Bild 3: Federgekoppelter Zweimassen-Schwinger beziehungsweise Dreh-Schwinger, raumfest eingespannt (schematisch)

Freiheitsgrad Bewegungen gegen diese hinzu. Die Bewegungsgleichungen werden wieder aus den Gleichgewichtsbedingungen erhalten:

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2 (x_2 - x_1) &= 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 - k_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_2 (x_2 - x_1) + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Der Ansatz gilt analog auch bei Drehschwingungs-Systemen. Die Eigenfrequenzen ergeben sich für $m_1 \ll m_2$ bei geringer Dämpfung annähernd [6; 7] zu:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}} \text{ und } f_2 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_1 c_2 / (c_1 + c_2)}{m_2}}. \quad (6)$$

Besonders verwickelte Zusammenhänge ergeben sich hinsichtlich der bei den wirklichen Systemen vorhandenen Dämpfungen: Den meisten Systemen wird bei Schwingungsvorgängen ein Teil der Energie durch Reibung entzogen. Wäre diese allein vorhanden, hätte das ein lineares Abnehmen der Schwingweite nach einmaliger Anregung zur Folge. Daneben sind meistens aber auch Einflüsse vorhanden, die dem System proportional der Schwing-Geschwindigkeit (oder ihrem Quadrat) Energie entziehen. Bei solchen „Proportional-“ beziehungsweise „Exponential“-Dämpfungen werden große Schwingweiten relativ stärker als kleine gedämpft.

Für das Aufstellen vereinfachter Schwingungersatzsysteme kann man jedoch diese Einflüsse meist in guter Näherung durch die Annahme geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung berücksichtigen [1; 6; 7]:

$$D = \ln \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{\pi k}{m \gamma} \text{ mit } \gamma = \sqrt{\frac{c}{m} \left(\frac{k}{2m} \right)^2} = \sqrt{\frac{c}{m} (1 - 2D^2)},$$

wobei $D = k/k_{ap} = \frac{k}{2\sqrt{cm}}$; bei der im allgemeinen geringen

Dämpfung von Systemen ohne zusätzlich angeordneten Dämpfer ist meistens

$$\vartheta \approx 2\pi D \text{ und } \gamma \approx \nu \quad (7)$$

Die einfachen Schwingungssysteme führen somit nach einmaligem Auslenken aus der statischen Ruhelage harmonische Schwingungen aus, die je nach Art und Grad der Dämpfung mehr oder minder schnell abklingen. Ist stattdessen eine periodisch wiederkehrende und gleichförmige Schwingungsanregung vorhanden (z. B. bei Drehschwingungen die Ungleichförmigkeiten der Winkelgeschwindigkeit des Motors), so hängt es von deren Frequenz und Phasenlage ab, welche Schwingungen das System ausführt (Bild 4): Sind die Anregungen viel langsamer als die Eigenfrequenz des Schwingers, so folgt er ihnen; sind sie jedoch viel schneller als seine Eigenfrequenz, so ist der Schwinger viel zu träge, um ihnen folgen zu können. Wird er dagegen mit einer Frequenz von der Größenordnung seiner Eigenfrequenz angeregt, so wird die Schwingweite bei geringer Dämpfung viel größer als die der Anregungen.

Der Bewegungsablauf wird aber recht unübersichtlich, wenn andauernde und scheinbar regellos und willkürlich auftretende Schwingungsanregungen vorhanden sind, wie beispielsweise fast immer beim Fahren von Fahrzeugen über Fahrbahn-Unebenheiten. Die Behandlung der dabei vorliegenden Schwingungsabläufe, insbesondere ihre Analyse hinsichtlich der Häufigkeitsverteilung der Schwingweiten, war bis vor wenigen Jahren noch fast aussichtslos. Inzwischen sind jedoch Methoden zu ihrer Analyse für relativ einfache Schwingungssysteme, insbesondere unter Zuhilfenahme elektronischer Rechenmaschinen, bekannt geworden [7÷13].

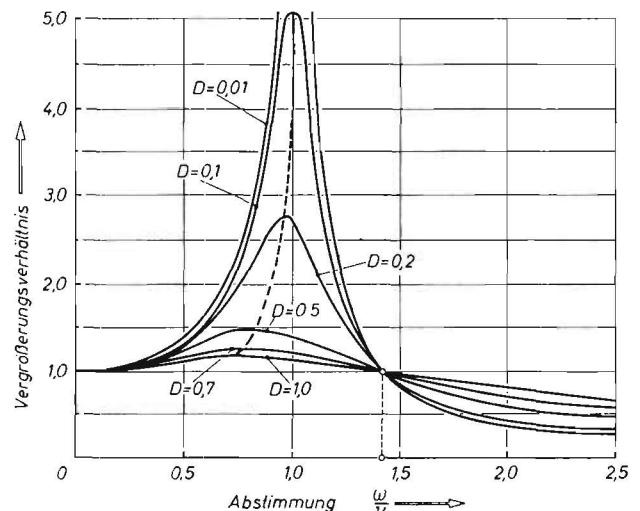


Bild 4: Resonanzkurven des Vergrößerungsverhältnisses der Federwege beziehungsweise -kräfte des einfachen Schwingers bei verschiedener Dämpfung (Anregung des Schwingers anstelle der raumfesten Einspannung nach Bild 1; nach [1; 6])

Die bei Schleppern, Geräten und Landmaschinen vorhandenen Schwingungssysteme bestehen meistens aus vielfältig miteinander „verwobenen“ (gekoppelten) Einzelmassen, Federn und Dämpfungen. Bei ihnen können auch die Hauptmassen noch recht elastische Körper und damit selbst wieder schwingungsfähige Gebilde sein, so daß das Gesamtsystem eine große Zahl von Freiheitsgraden und entsprechenden Schwingungsmöglichkeiten haben kann. Das wird zum Beispiel bei Ackerschleppern besonders an dem ständigen Vorhandensein höherfrequenter Schwingungen kleiner Amplituden (Vibrationen) und deren Weiterleitung deutlich. Bei dem Aufstellen vereinfachter Schwingungsersatzsysteme lassen sich solche Feinheiten aber nicht berücksichtigen. Massen, die in sich keine nennenswerten Federwege ausführen können, sind als starr anzusehen und als „massenlose“ Federn nur solche Bauteile, die gegen die übrigen in ihrer Umgebung vielfach größere Federwege oder -drehwinkel ausführen können.

So interessieren in funktioneller wie in konstruktiver Hinsicht vornehmlich Schwingungssysteme, welche durch Unstetigkeiten des Bewegungsablaufs oder ständige Anregung größere Amplituden ausführen können, und dadurch in manchen Bauteilen entsprechend hohe Schwingungsbeanspruchungen zur Folge haben. Diese Systeme lassen sich nach den obigen Überlegungen in üblicher und bekannter Weise auf Schwingungsersatzsysteme zurückführen [1; 2; 5; 6] und zweckmäßig in folgende Hauptgruppen auflösen:

1. Drehschwingungen von Systemen im Zusammenhang mit dem Schleppertriebwerk, im folgenden als „Triebwerksschwingungen“ bezeichnet;
2. „äußere“ Schwingungen des Schleppers beziehungsweise seiner Baugruppen, insbesondere im Zusammenhang mit angehängten oder angebauten Geräten, Maschinen und Wagen.

Zunächst werden die wichtigsten dieser Systeme aufgestellt. Bei einigen kann die Zulässigkeit der vorgenommenen Vereinfachungen durch Vergleich mit gemessenen Schwingungsabläufen abgeschätzt werden.

Triebwerksschwingungen

Zur Analyse von Schwingungsvorgängen unter Beteiligung des Schleppertriebwerks soll von der für heutige Begriffe üblichen Triebwerks-Standardanordnung [14; 15] ausgegangen werden, die schematisch in Bild 5 dargestellt ist: Neben einer Reihe verschieden großer („Dreh-“)Massenträgheiten sind Wellen als Drehfedern, Übersetzungen und eine (bzw. mehrere) Kupplungen als Trennstellen sowie die Leistungsverzweigung im Ausgleichsgetriebe vorhanden.

Derartige Drehschwingungs-Systeme werden zweckmäßig in schwingungstechnisch gleichwertige Ersatzsysteme umgerechnet, die keine Übersetzungen und nur Wellen gleicher Durchmesser enthalten [5; 16]. Hierzu wird bei Schleppertriebwerken bei Betrachten des Fahrtriebes wegen der Leistungsverzweigung im Ausgleichsgetriebe am besten der Differentialstern als „Reduktionspunkt“ gewählt. Hier bei gilt für die Umrechnung des Systems: Bei Reduktion des einfachen Systems in Bild 6 auf Welle (1) wird nach [16] mit $i = n_1/n_2 > 1$

$$\Theta_{2\text{red}} = \Theta_2 \frac{1}{i^2} \text{ und } c_{2\text{red}} = c_2 i^2 ; \quad (8)$$

ferner wird bei Beziehen auf einen einheitlichen Wellendurchmesser d_0 aus

$$c/G = \text{const} = \frac{\pi}{32} \frac{d_n^4}{l_n} \text{ mit } \frac{d_n^4}{l_n} = \frac{d_0^4}{l_0} \quad (9a)$$

die „Ersatz-Wellenlänge“, reduziert auf Welle (1), erhalten:

$$l_{\text{red}} = l_1 + l_2 i^2 . \quad (9b)$$

Dementsprechend sind bei „Reihenschaltung“ von Wellen deren reduzierte Wellenlängen, bei „Parallelschaltung“ dagegen deren Drehfederhärten beziehungsweise „Wellensteifigkeiten“ (Kehrwerte der reduzierten Wellenlängen) zu addieren.

Bei „symmetrischer“ Leistungsverzweigung spielt das Ausgleichsgetriebe keine Rolle, so daß die nachfolgenden reduzierten Teilmassen (Bremstrommeln, Zahnräder und Triebräder) sowie „Wellensteifigkeiten“ addiert werden können. Bei dem gewählten

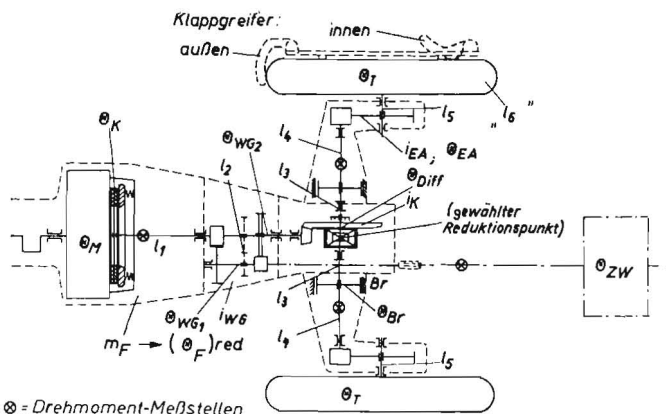


Bild 5: Mechanisches System eines Schleppertriebwerks
 Θ = Drehmoment-Meßstellen
 Θ M = Massenträgheitsmomente mit Indizes: M = Motor, K = Mitnehmerscheibe der Kupplung, WG = Wechselgetriebe, Diff. = Differentialgetriebe mit Kegeltrieb, EA = Endantrieb, ZW = Zapfwelle, T = Triebräder
 l₁ bis l₆ auf Differentialstern und einheitlichen Durchmesser reduzierte Wellenlängen
 i_{WG}, i_K, i_{EA} Zahnradübersetzungen
 m_F Fahrzeugmasse
 Θ_{F red} an den Triebrädern angreifende, auf Differentialstern reduzierte Fahrzeugmasse
 Θ_{A red} über Fahrzeugmasse auch an Triebrädern angreifende, auf Differentialstern reduzierte Anhänger-Masse
 Br Bremsen als Einspannstellen

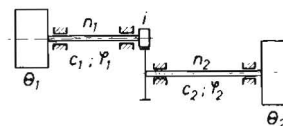


Bild 6: Zweimassen-Drehschwinger mit Zahnradübersetzung (schematisch)
 Reduktion auf eine Welle siehe Text

Reduktionspunkt wachsen andererseits im Quadrat der Übersetzung die reduzierten Massenträgheiten des Motors, der Mitnehmerscheibe der Kupplung sowie mancher Getriebeteile. Das so erhaltene „längs-symmetrische“ Ersatzsystem ist für die Mehrzahl der Schlepper dem in Bild 7 gezeigten Ersatzsystem eines Versuchsschleppers weitgehend ähnlich. Es ist hierbei besonders kennzeichnend, daß die reduzierten Massenträgheiten des Motors und des Fahrzeugs um etwa eine (unter Umständen sogar fast zwei) Zehnerpotenzen größer als die nächstkleineren der Triebräder sind; diese übertreffen ihrerseits die Zwischenmassen des Triebwerks wieder um etwa eine Zehnerpotenz. In langsamen Gängen kann andererseits die reduzierte Massenträgheit der Mitnehmerscheibe der Kupplung schon die Größenordnung derjenigen beider Triebräder zusammen erreichen. Bei so großen Unterschieden der einzelnen Massen sind aber die Eigenschwingungen der Teilsysteme schon weitgehend entkoppelt, so daß man in guter Näherung bei Schwingungen großer Massen gegeneinander die kleineren vernachlässigen und umgekehrt bei Schwingungen kleiner Massen die größeren als Einspannstellen des Systems ansehen kann.

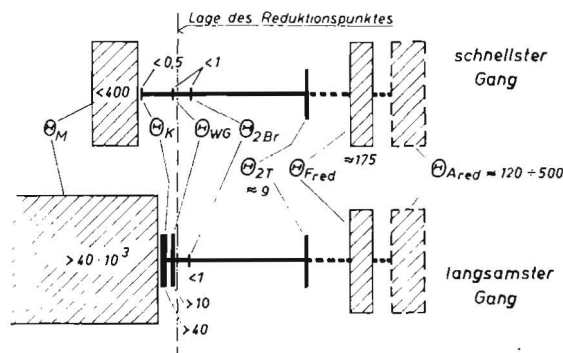


Bild 7: Längssymmetrisches Ersatzsystem für das Schwingersystem des Schleppertriebwerks (Bild 5) mit beladenem Anhänger, auf Differentialstern reduziert
 Die gestrichelten Wellenlängen gelten für über Kraftschluß der Triebräder und Drehfederhärten der Reifen angekoppelte Massen von Schlepper und Anhänger, die Zahlenwerte in emkps² für einen Schlepper; Bezeichnungen wie Bild 5

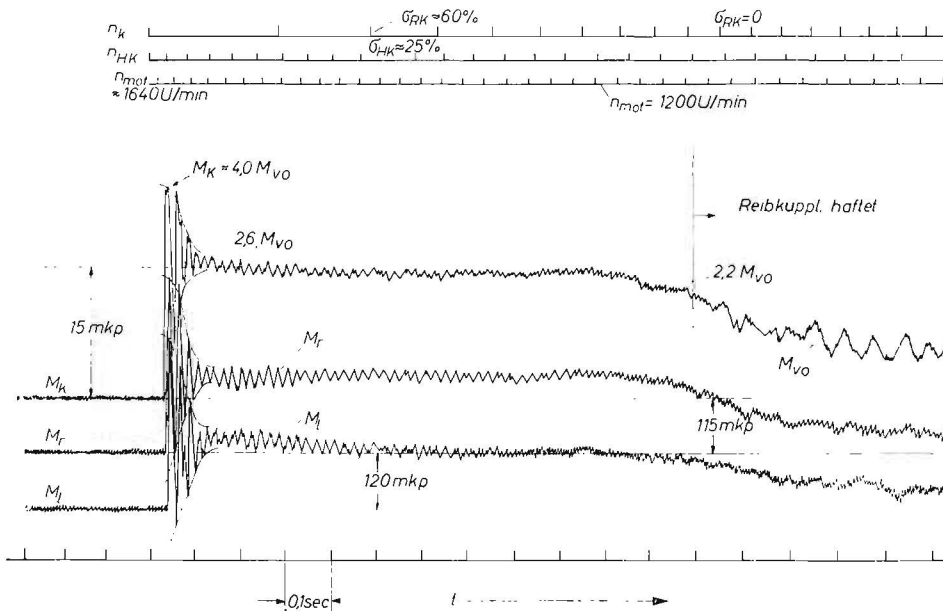


Bild 8: Verlauf der Drehmomente in Kupplungswelle (M_K) und beiden Seitenwellen (M_r und M_l) sowie der Drehzahlen von Motor, hinter hydrokinetischer Kupplung (HK) sowie der Kupplungswelle bei Anfahren mit Schnappenlassen des Kupplungspedals im schnellsten Gang des Versuchsschleppers

Drehschwingungen der Mitnehmerscheibe der Kupplung gegen Hauptmasse der nahezu haftenden Triebräder ausgeprägt (bei Höhe der Motordrehzahl hydrokinetische Kupplung viel zu träge)

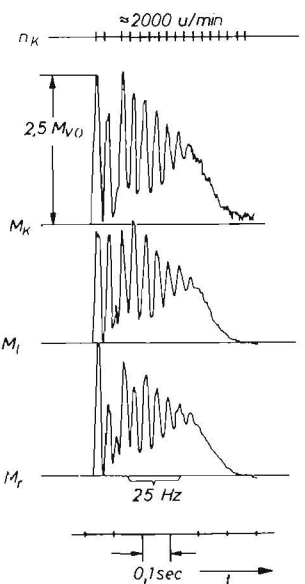


Bild 9 (rechts): Verlauf der Drehmomente in Kupplungswelle und beiden Seitenwellen bei Anfahren mit Schnappenlassen des Kupplungspedals in einem Gang mit etwa 11 km/h Höchstgeschwindigkeit

Bei Überschreiten des Kraftschlusses der Triebräder deren Drehschwingungen gegen die Motorschwungmasse ausgeprägt: Haften der Kupplung nur kurz durch Pedal-Rückprall (teilweises Auskuppeln) unterbrochen

Beispiele möglicher Schwingungsvorgänge und Eigenfrequenzen

Umfangreiche elektronische Messungen haben hierzu gezeigt, daß praktisch sämtliche nach dem vollständigen System (Bild 5) und den hieraus abzuleitenden Ersatzsystemen möglichen Schwingungsvorgänge und Eigenfrequenzen im Fahrbetrieb tatsächlich auftreten. Dazu einige Beispiele:

Wird bei scharfem Anfahren (z. B. mit „Schnappenlassen“ des Kupplungspedals) in den schnelleren Gängen von Ackerschleppern die Kraftschlußgrenze an den Triebrädern noch nicht ganz erreicht, so ergibt sich ein „Einschwingen“ auf das Rutschmoment der Kupplung mit Drehschwingungen der Mitnehmerscheibe [17] als Folge un stetigen Gleitens (Bild 8). Gleichzeitig schwingt die Hauptmasse der Triebräder gegen die Fahrbahn einerseits und die Mitnehmerscheibe andererseits. Bei scharfem Anfahren in den langsamen und mittleren Gängen werden stattdessen Schwingungen der Triebräder gegen die Motorschwungmasse (bei haftender Kupplung) erhalten (Bild 9).

Bei scharfem Bremsen können ebenfalls Triebradschwingungen auftreten (Bild 10 bei einem Versuchsschlepper mit innen an

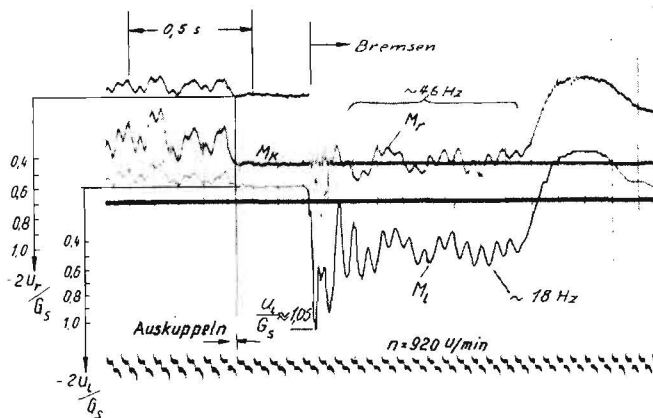


Bild 10: Triebrad-Drehschwingungen gegen die nahe am Ausgleichsgetriebe angeordneten Bremsen bei deren plötzlichem Blockieren

Sie sind langsamen Drehmomentenschwankungen durch angeregte Nickschwingungen des Schleppers überlagert; die aus den Drehmomenten errechneten Rad-Umfangskräfte U_r und U_l wurden auf die „Gewichtskraft“ G_s des Schleppers bezogen

Differential angeordneten Bremsen). Der Drehmomentverlauf läßt auch Nickschwingungen des Schleppers erkennen.

Bei ungenügendem oder unterlassenen Auskuppeln vor dem Einlegen eines Ganges beziehungsweise ungeschicktem Gangwechsel treten bekanntlich Zahnradgeräusche auf, die mit Drehmomentverläufen ähnlich Bild 11 verbunden sein können. Das hierbei zum Schwingen angeregte System von Wellen und Zahnrädern hatte Eigenfrequenzen von rund 250 und 400 Hz. Der Schaltstoß bei derartigem Einreißen eines Ganges oder der Differentialsperre kann dabei Beschleunigungen der nachfolgenden beziehungsweise benachbarten Massen erzwingen, die bekanntlich bis zum Bruch führen können.

Beim Arbeiten und Fahren mit Schleppern sind außerdem fast ständig mehr oder minder ausgeprägte niederfrequente Schwingungen der Motorschwungmasse gegen die reduzierte Fahrzeugmasse vorhanden. Bei geeigneter Anregung, zum Beispiel durch periodisches Einfassen von Klappgreifern in den Boden, können die Amplituden auch recht groß werden (Bild 12).

Die Vielfalt der möglichen Schwingungsvorgänge und die Änderung ihrer Eigenfrequenzen läßt sich am besten in einem „Frequenzspektrum“ übersehen, bei dem der Logarithmus der Frequenz als Abszisse und der Logarithmus der Triebwerks-Übersetzung als Ordinate aufgetragen werden (Bild 13 für einen Versuchsschlepper mit Erläuterungen der einzelnen Schwingungsformen).

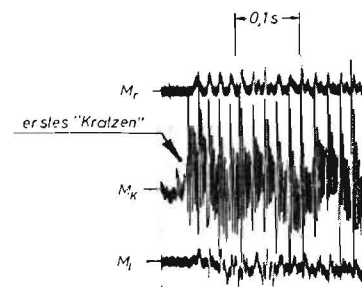


Bild 11: „Zahnradgeräusche“ vor dem Schaltstoß durch versuchtes Einlegen eines Ganges bei ungenügendem Auskuppeln

(das angekuppelte System von Wellen und Zahnrädern hat Eigenfrequenzen von 250 und 400 Hz)

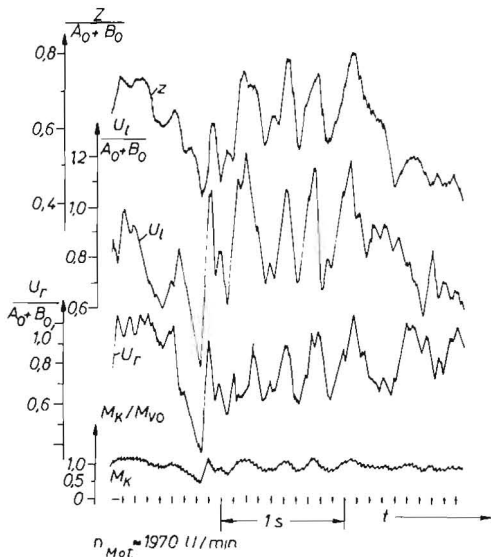


Bild 12: Kraft- und Drehmomentverläufe beim Fahren mit Klappgreifern bei der Rübenabfuhr

Die Zugkraft sowie die errechneten Umfangskräfte an den Triebrädern wurden auf die Summe der statischen Achslasten des Schleppers bezogen; durch eingelegte Differentialsperrre sehr unterschiedliche Umfangskräfte möglich; Kraft- und Momentspitzen bei Resonanz mit Nickschwingungen des Schleppers

Auf Größe und Häufigkeit der mit solchen Schwingungsvorgängen verbundenen Triebwerksbeanspruchungen wird später eingegangen.

„Äußere“ Schwingungssysteme

Hinterradgetriebene Vierradschlepper der häufigsten Bauarten (z. B. Zug- und Tragschlepper) sind durch einen relativ starren Rumpf (z. B. Block- oder Halbrahmen-Bauweise), starre Hinterachse, Federung durch die Luftreifen und gegebenenfalls Vorderachse sowie pendelnde Aufhängung der letzteren gekennzeichnet.

Ferner ist dieses System bei Kraftschluß der Triebräder mit der Fahrbahn an das Triebwerks-Schwingungssystem, insbesondere an die Motorschwungmasse angekoppelt. Diese Bindung läßt sich angenähert durch eine äußere Feder mit Dämpfer anstelle der Triebwerksfederung und -dämpfung sowie eine an dieser befindliche Masse anstelle der Motorschwungmasse darstellen. Die letztere ist in den mittleren und langsamen Gängen des Schleppers relativ so groß, daß sie fast durch eine raumfeste Einspannstelle ersetzt werden könnte. Damit ist bereits das Schwingungs-Ersatzsystem umrissen (Bilder 14 und 15). Die Gleichgewichtsbedingungen für das „ebene“ System (Längsmittlebene) lassen sich für das Koordinatensystem und mit den verwendeten Bezeichnungen wie folgt anschreiben [6]:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s &= A_x - B_x \\ m_s \ddot{z}_s &= T \\ \Theta_s \ddot{\varphi}_s &= A_x l_A - B_x l_B + T h_s \end{aligned} \quad (10)$$

In dem ebenen System kann somit die Masse des Schlepperrumpfes Vertikal-, Längs- und Drehbewegungen um die Querachse durch die angreifenden äußeren Feder- und Dämpferkräfte erfahren. Diese entsprechen bei einer allgemeinen Lage des Systems der jeweiligen momentanen Geschwindigkeit sowie Längenänderungen gegen die statische Ruhelage. Sie resultieren teils aus der Lageänderung des Schlepperrumpfes und zum anderen aus Fahrbahnebenheiten. Die Federkräfte wirken einer Entfernung des Systems aus der Ruhelage und die Dämpferkräfte deren Geschwindigkeit entgegen. Bei Auflösen in translatorische und rotatorische Bewegungen um den Schwerpunkt des Schlepperrumpfes betragen diese mit

$$\begin{aligned} x_{AF} &= x_F + l_A \varphi_F \text{ und } x_{BF} = x_F - l_B \varphi_F \\ \dot{x}_{AF} &= \dot{x}_F + l_A \dot{\varphi}_F \text{ beziehungsweise } \dot{x}_{BF} = \dot{x}_F - l_B \dot{\varphi}_F \end{aligned} \quad (11)$$

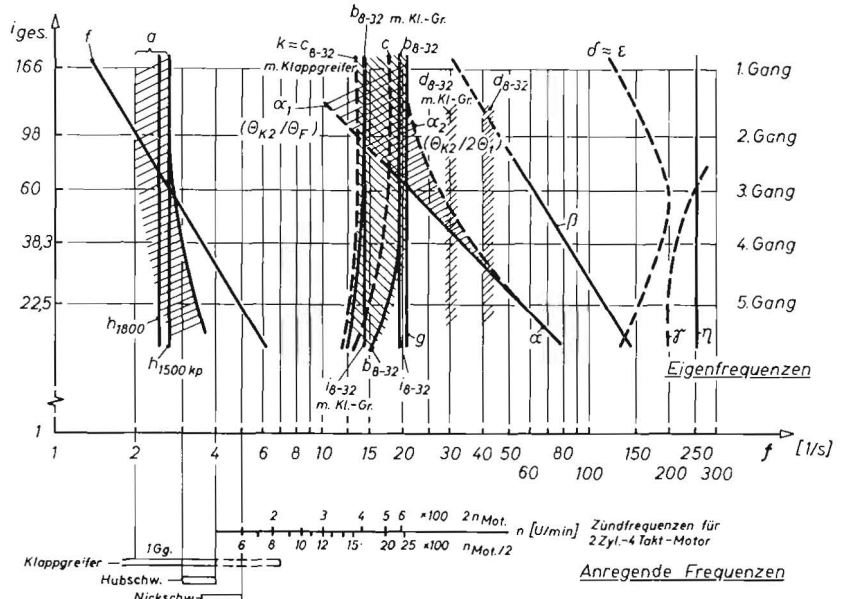


Bild 13: Frequenz-Spektrum für einen Versuchsschlepper

Die angegebenen Frequenzen beziehungsweise Bereiche gelten für folgende Schwingungssysteme:

- a Motorschwungmassen gegen reduzierte Fahrzeugmasse;
- b Motorschwungmasse gegen beide Triebräder (längs-symmetrisch);
- c ein Triebad gegen Motorschwungmasse sowie Bremse des anderen Triebades;
- d Triebadmasse gegen jeweils halbe Motor- und Fahrzeugmasse;
- e Motorschwungmassen gegen Zapfwellen-Schwungmassen (nicht eingezeichnet);
- f Motorschwungmasse gegen die Bremsen der Einspannstellen;
- g Triebadmasse gegen Bremse der betreffenden Seite;
- h Triebad- plus Fahrzeug-Massen gegen die Bremsen als Einspannstellen;
- i Triebadmassen gegeneinander (z. B. bei Differentialsperrre);
- k Masse eines Triebades gegen die des anderen sowie dort angekoppelte Fahrzeugmasse (z. B. bei Differentialsperrre);

weitere Eigenfrequenzen sind bei angekoppelten Zapfwellen-Schwungmassen möglich

- α₁ Mitnehmerscheibe der Kupplung gegen Triebad- plus Fahrzeugmasse;
- α₂ Mitnehmerscheibe gegen Triebadmassen;
- β₁ Mitnehmerscheibe gegen Bremsen als Einspannstellen;
- γ₁ Mitnehmerscheibe gegen Zahnrad-Massen von Wechselgetriebe und Achsantrieb;
- β ≈ γ₂ Getriebe-Zwischenmassen gegen äußere als Einspannstellen;
- η Bremstrommel-Massen gegen benachbarte größere

nach Bild 14 als Ansatz für die vertikalen Fahrbahn-Unebenheiten:

$$\left. \begin{aligned} A_x &= A_{x0} - k_{Ax}(\dot{x}_s + l_A \dot{\varphi}_s - \dot{x}_F - l_A \dot{\varphi}_F) - c_{Ax}(x_s + l_A \varphi_s - x_F - l_A \varphi_F) \\ B_x &= B_{x0} - k_{Bx}(\dot{x}_s - l_B \dot{\varphi}_s - \dot{x}_F + l_B \dot{\varphi}_F) - c_{Bx}(x_s - l_B \varphi_s - x_F + l_B \varphi_F) \\ T &= T_0 - k_T(\dot{z}_s + h_s \dot{\varphi}_s - \dot{z}_F) - c_T(z_s + h_s \varphi_s - z_F) \end{aligned} \right\} (12)$$

Durch Einsetzen der vorstehenden Kräfte in Gl. (10) sowie Ordnen nach den vorhandenen Variablen lassen sich die Bewegungsgleichungen für die Hub-, Zuck- und Nickschwingungen des Schleppers angeben. Sie gelten bekanntlich nur für kleine Schwingungen und im Bereich linearer Federkraftänderungen, also nicht mehr bei Abspringen eines Rades oder einer Achse.

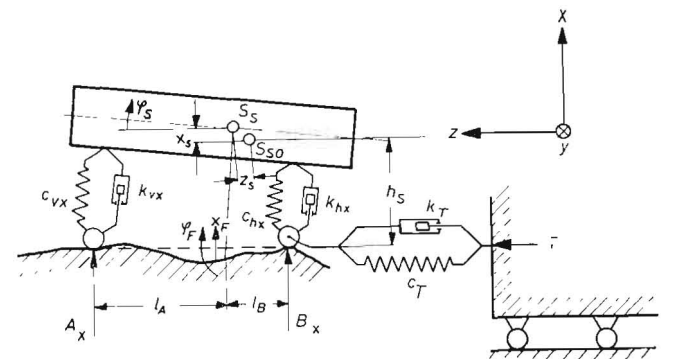


Bild 14: „Ebenes“ Schwingungs-Ersatzsystem von Schleppern Die über die Triebräder angekoppelte Motorschwungmasse hier als translatorische angedeutet

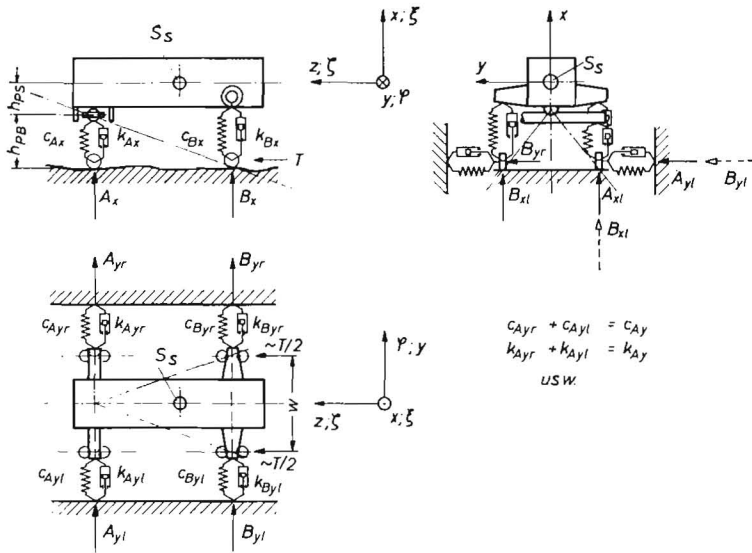


Bild 15: Räumliches Schwingungs-Ersatzsystem von Schleppern

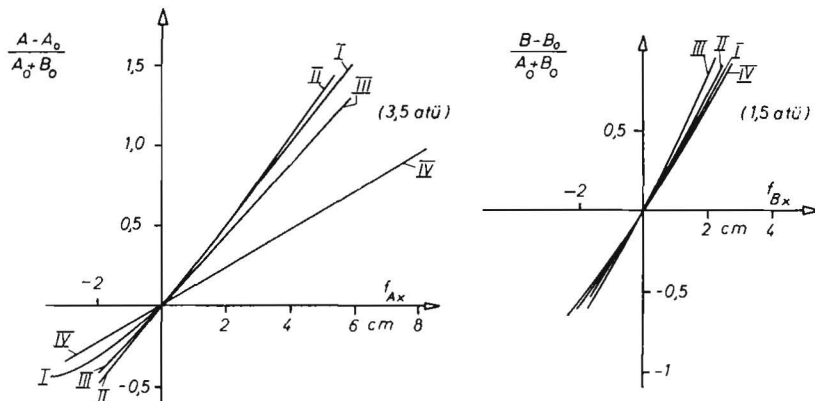


Bild 16: Vertikal-Federhärten der Vorder- und Hinterachsen einiger Schlepper

Federkräfte bezogen auf Summe der statischen Achslasten bei Eigengewicht der Schlepper; statische Einfederung als Null-Lage

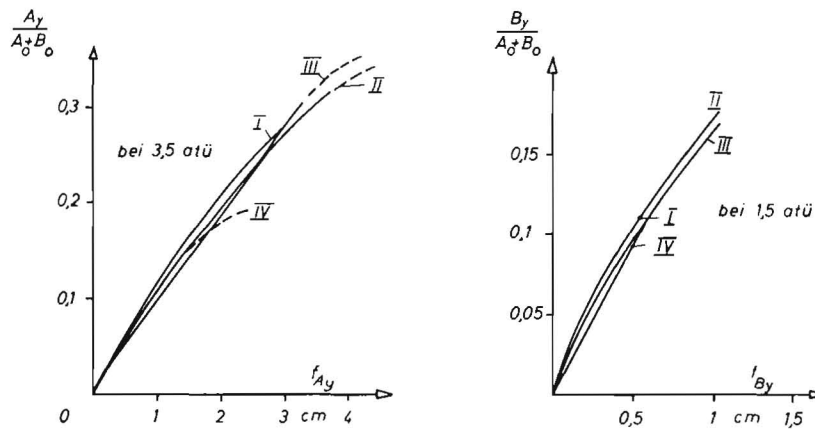


Bild 17: Quer-Federhärten der Vorder- und Hinterachsen einiger Schlepper

Auf Summe der statischen Achslasten bei Eigengewicht der Schlepper bezogen; ermittelt bei statischen Achslasten

Bei Ausdehnen der Betrachtung auf räumliche Bewegungen sind in ähnlicher Weise die Querkräfte an Vorder- und Hinterachse, die Radlastunterschiede am rechten und linken Hinterrad, Kraftangriff am Pendelbolzen der Vorderachse sowie dessen Verlagerung durch Fahrbahnebenheiten zu berücksichtigen. Daraus ergeben sich die bei Erweiterung auf das räumliche System hinzukommenden drei weiteren Gleichgewichtsbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} m_s \ddot{y}_s &= A_y + B_y \\ \Theta_{s\xi} \ddot{\xi}_s &= -l_A A_y + l_B B_y + \frac{w}{2} (T_r - T_l) \\ \Theta_{s\zeta} \ddot{\zeta}_s &= -h_{PS} A_y - h_s B_y + \frac{w}{2} (B_{zl} - B_{zr}) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Häufig kann $T_r = T_l$ und damit $T_r - T_l = 0$ gesetzt werden.

Analog zum ebenen Ansatz werden die Feder- und Dämpferkräfte wieder aus den momentanen Auslenkungen aus der Ruhelage beziehungsweise den Geschwindigkeiten erhalten:

$$\left. \begin{aligned} A_y &= -k_{Ay} [\dot{y}_s - \dot{y}_F - l_A (\dot{\xi}_s - \dot{\xi}_F) - \\ &\quad - h_{PB} \dot{\zeta}_F - h_{PS} \dot{\zeta}_s] - \\ &\quad - c_{Ay} [y_s - y_F - \\ &\quad - l_A (\xi_s - \xi_F) - h_{PB} \zeta_F - h_{PS} \zeta_s] \\ B_y &= -k_{By} [\dot{y}_s - \dot{y}_F + l_B (\dot{\xi}_s - \dot{\xi}_F) - \\ &\quad - h_s \dot{\zeta}_s] - c_{By} [y_s - y_F + \\ &\quad + l_B (\xi_s - \xi_F) - h_s \zeta_s] \\ B_{zl} - B_{zr} &= -k_{Bz} (\dot{\zeta}_s - \dot{\zeta}_F) \frac{w}{2} - \\ &\quad - c_{Bz} (\zeta_s - \zeta_F) \frac{w}{2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Einsetzen, Auflösen und Ordnen ergäbe die Bewegungsgleichungen (für die erwähnten idealisierten Bedingungen) für Quer- und Wank-schwingungen des Schlepperrumpfs sowie seiner Drehschwingungen um die Hochachse. Das Gesamtsystem hat somit sechs Freiheitsgrade und damit auch sechs Eigenfrequenzen. Von diesen sind, wie leicht einzusehen ist, die Bewegungen desebenen Systems über die Nickbewegungen miteinander gekoppelt, von den übrigen Bewegungen jedoch unabhängig. Dagegen sind die Quer-, Wank- und Drehschwingungen um die Hochachse vielfältig miteinander verknüpft, insbesondere durch Höhe und Lage des Pendelbolzens der Vorderachse.

Eingehendere Untersuchungen allgemeiner Fahrzustände werden bei diesem System durch die fast willkürlichen Variationen der Fahrbahnebenheiten sowie Unstetigkeiten durch Abspringen einzelner Räder oder Achsen recht schwierig. Sie interessieren bei Fragen der Fahr-sicherheit und -stabilität sowie der Fahrzeugfederung, speziell der Schlepper-Sitzfederung.

Die vorstehenden Gleichungsansätze gestatten aber bereits eine für die späteren Überlegungen wichtige Folgerung:

Werden die für das Bewegungsverhalten wesentlichen Abmessungen auf eine kennzeichnende, beispielsweise den Radstand, bezogen, die Federwege in ähnlicher Weise auf die Einfederung bei statischer Achslast oder die Summe der Achslasten (Bild 16 und 17), ferner Größe und Verteilung der Massen verglichen, so ergeben sich für Zug- und Tragschlepper relativ kleine Streuungen dieser Werte. Daraus kann bereits ohne nähere Untersuchung des Bewegungsverhaltens gefolgert werden, daß sie untereinander eine weitgehende schwingungsdynamische Ähnlichkeit aufweisen. Lediglich der Kopplungsgrad der Hub- und Nick-schwingungen kann durch die Reifen, deren Luftdruck und die Vorderachsfederung etwas variiert werden.

Hinsichtlich der Beanspruchung des Schlepperrumpfes, der Achsen und Reifen sind jedoch folgende Erweiterungen des zuvor umrissenen Systems durch zusätzlich angebrachte Massen und Federn wichtig:

1. Anhänger am Schlepper, gegebenenfalls aufgesattelt;
2. Frontlader am Schlepper bei Arbeiten und Transporten;
3. Anbaugeräte hinten, zum Teil auch vorn am Schlepper.

Diese Systeme sind nun zu besprechen. (wird fortgesetzt)