

# Landtechnische Forschung

HERAUSGEBER: KURATORIUM FÜR TECHNIK IN DER LANDWIRTSCHAFT  
 LANDMASCHINEN- UND ACKERSCHLEPPER-VEREINIGUNG (LAV) IM VDMA  
 MAX EYTH-GESSELLSCHAFT ZUR FÖRDERUNG DER LANDTECHNIK (MEG)

Heft 5/1965

MÜNCHEN

15. JAHRGANG

Rudolf Franke:

Anton Lenz zum Gedenken gewidmet

## Beiwerte über Rollwiderstand, Kraftschluß und Zugkraft von Wagen und Ackerschleppern

Technische Hochschule, Darmstadt, und Schlepperprüffeld des KTL, Darmstadt-Kranichstein

In den vergangenen Jahren sind eine Anzahl wissenschaftlicher Veröffentlichungen erschienen, in denen die Zusammenhänge zwischen Gewicht, Rollwiderstand, Triebkraft und Zugkraft des Ackerschleppers theoretisch und mit Versuchsergebnissen unter verschiedenen Bedingungen behandelt wurden.

Um die Ergebnisse verschiedener Versuche miteinander vergleichen zu können, ist es notwendig, den Rollwiderstand und die Zugkraft, Triebkraft oder Bremskraft ins Verhältnis zur jeweiligen Radlast zu setzen und dadurch die entsprechenden Beiwerte zu bilden.

In neueren Veröffentlichungen sind diese Beiwerte nicht einheitlich definiert und insbesondere die Abkürzungen nicht einheitlich gewählt [1 . . . 18].

Die wissenschaftlich exakte Behandlung des Themas führt leider leicht dazu, die Zusammenhänge unübersichtlich darzustellen. Um das Verständnis der vorhandenen Literatur zu erleichtern und um für die Zukunft einheitliche Bezeichnungen und Begriffe zur Diskussion zu stellen, wird im folgenden eine einfache Darstellung der Zusammenhänge gegeben.

Das Ziel dieser Diskussion soll es sein, einheitliche und eindeutige Begriffe und Abkürzungen für diese Beiwerte durch den zuständigen Normenausschuß möglichst bald festlegen zu lassen.

### 1. Die am Rad in oder entgegen seiner Rollbewegungsrichtung wirksamen Kräfte und Momente

Die Zugkraft des Schleppers wird in den folgenden Ausführungen der Einfachheit halber horizontal wirksam angenommen, die Fahrbahn sei horizontal, die Bewegung geradlinig, Beschleunigung und Luftwiderstand seien gleich null.

Der einfacheren Darstellung wegen behandeln wir die wirksamen Kräfte und Momente zunächst getrennt, um sie dann zusammenzufügen. In den Bildern sind willkürlich gewählte, der Praxis entsprechende Zahlenbeispiele veranschaulicht.

#### 1.1. Die am gezogenen Rad wirksamen Kräfte und Momente

Der Schleppwiderstand eines Wagens auf horizontaler Bahn ergibt sich aus der Summe der Schleppwiderstände seiner Räder. Betrachten wir das einzelne Rad [1 . . . 14; 18], so können wir dessen Schleppwiderstand  $W$  weiter unterteilen in den Rollwiderstand und die Lagerreibung.

Das Rad mit dem Radius  $r$  habe das Gewicht  $G$ , oder besser gesagt eine Radlast im Betrieb, die wir in diesem einfachen Fall noch mit  $G$  bezeichnen können.

##### 1.1.1. Der Rollwiderstand

Wir betrachten zunächst das starre Rad ohne Lagerreibung bei seiner Rollbewegung auf plastischem Boden mit gleichbleibend

hohem Rollwiderstand  $R$  im Gleichgewicht der Kräfte und Momente, in Anlehnung an [1]. In den Bildern 1 bis 6 ist in der Berührungsfläche zwischen Rad und Fahrbahn jeweils die geometrische Summe aus Normalspannungen und Schubspannungen im Bodenkraft  $K$  gezeichnet, aus deren Integral sich die resultierende Bodenkraft  $K$  ergibt. Zur Aufrechterhaltung der Rollbewegung entgegen dem Rollwiderstand  $R$  sei eine Schleppkraft  $W_1$  an der Radachse horizontal wirksam (Bild 1).

Von der Fahrbahn wird eine resultierende Bodenwiderstandskraft  $K$  auf das rollende Rad ausgeübt, deren Wirkungslinie sich aus Gleichgewichtsgründen mit der Schleppkraft  $W_1$  und dem Gewicht  $G$  in der Radachse schneiden muß.

Diese Bodenwiderstandskraft  $K$  zerlegen wir in eine horizontale Komponente  $K_h$  und eine vertikale Komponente  $A$ .

Nach den Gleichgewichtsbedingungen ist:

$$\sum X = 0.$$

$$K_h - W_1 = 0;$$

$K_h$  ist mit dem Rollwiderstand  $R$  identisch;

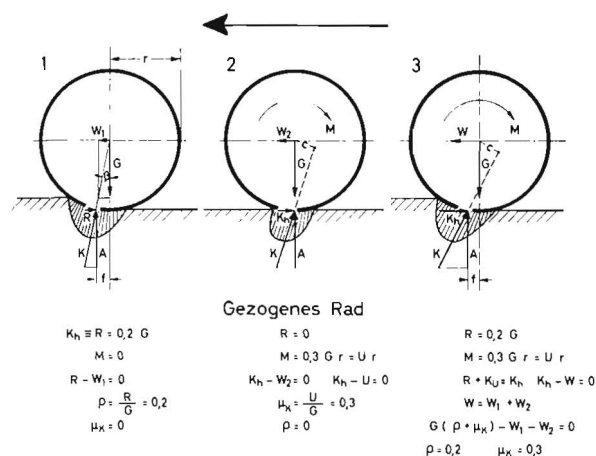
$$K_h \equiv R;$$

$$R - W_1 = 0.$$

$$\sum Y = 0.$$

Die vertikale Komponente von  $K$  ist die Auflagerkraft  $A$ ,

$$A - G = 0.$$



**Bilder 1 bis 3: Gezogenes Rad**

Bild 1 (links): zur Überwindung des Rollwiderstandes

Bild 2 (Mitte): zur Überwindung eines bremsenden Momentes

Bild 3 (rechts): zur Überwindung des Rollwiderstandes und eines bremsenden Momentes

$$\Sigma M = 0.$$

Nimmt man den Schnittpunkt von  $W_1$  und  $G$ , das heißt die Radachse, als Ansatzpunkt für die Momentengleichung, dann zeigt sich, daß  $A$  nicht durch die Radachse geht, sondern um eine gewisse Länge  $f$ , den sogenannten Hebelarm der Rollreibung, in der Bewegungsrichtung gegen die Achse verschoben ist [1; 4; 7; 8; 11; 12; 14; 15].

Die Auflagerkraft  $A$  übt am Hebelarm  $f$  das Moment der Rollreibung um die Radachse aus:

$$Af = Rr,$$

$$\frac{R}{A} = \frac{f}{r}.$$

Strenggenommen ist  $\frac{R}{A} = \tan \beta$

und  $\frac{f}{r} = \sin \beta.$

Da aber der Winkel  $\beta$  stets kleiner als  $15^\circ$  ist, kann man mit ausreichender Genauigkeit  $\sin \beta = \tan \beta$  setzen, zumal sich der Reifen in Wirklichkeit verformt.

Damit wird die horizontale Bodenkraftkomponente

$$K_h \equiv R = A \frac{f}{r}.$$

Analog zum Reibungsbeiwert der Gleitreibung nach dem COULOMBSchen Gesetz,  $\mu = \frac{\text{Reibungswiderstand}}{\text{Normalkraft}}$ , können wir den auf die Normalkraft  $A$  bezogenen Rollwiderstand  $R$  als Rollwiderstandsbeiwert  $\varrho$  ansehen [1; 2; 3; 7; 11; 12; 14; 15]:

$$\varrho = \frac{R}{A} = \frac{f}{r}. \quad (1)$$

Man bezieht also die horizontale Bodenkraftkomponente  $K_h$  oder, was das gleiche ist, den Rollwiderstand  $R$  auf die Auflagerkraft  $A$  oder auf die Betriebsachslast  $G$  und erhält damit den Rollwiderstandsbeiwert  $\varrho$ , der sich bildlich durch das Längenverhältnis  $\frac{f}{r}$  darstellen läßt.

Der Rollwiderstandsbeiwert  $\varrho$  ist nach Vorstehendem eine technische Kenngröße, mit der man den Rollwiderstand verschiedener Ausführungen von Rädern, Bereifungen, Gleisketten auf unterschiedlichen Fahrbahnen bei einer bestimmten Geschwindigkeit vergleichen kann.

Er ist aber kein physikalisch exakt definierbarer Begriff, insbesondere weil:

1. außer reiner Rollbewegung auch noch Gleiten (Schlupf) stattfindet,
2. die Kräfte für die Verformungsarbeit von Fahrbahn (plastischer Boden) und Rad (Luftreifen) darin enthalten sind,
3. der Rollradius  $r$  nicht exakt bestimmt werden kann,
4. die Lagerreibung im Schleppwiderstand enthalten ist und meist nicht gesondert ermittelt, sondern vernachlässigt wird und
5. der Luftwiderstand bei der geringen Geschwindigkeit vernachlässigt wird.

Die Elastizität oder Plastizität von Rad und Fahrbahn, die Beschaffenheit und der Zustand der aufeinanderrollenden Flächen können nach dem derzeitigen Stand unseres Wissens nicht exakt definiert werden [3].

Es wird vorgeschlagen, dem Rollwiderstandsbeiwert als Sonderfall der Reibungsbeiwerte die bereits im Schrifttum weitgehend eingeführte Kurzbezeichnung  $\varrho$  zu geben, obwohl  $\varrho$  in Formeln für den Luftwiderstand von Fahrzeugen als Luftdichte bereits verwendet wird [13]. Allerdings dürfte dann der Reibungswinkel zwischen der resultierenden Bodenkraft  $K$  und der Auflagerkraft nicht mehr, wie oft üblich, mit  $\varrho$  bezeichnet werden [3]. Hierfür haben wir  $\beta$  verwendet. Viele Autoren benutzen das Moment  $M$  des Rollwiderstandes  $R$

$$M = Rr = fA,$$

um daraus einen anderen Rollwiderstandsbeiwert  $f$  oder  $\mu_r$  mit der Dimension einer Länge anstelle von  $\frac{f}{r}$  abzuleiten [8]. Dies

erscheint im Hinblick auf die übrigen, noch zu behandelnden Beiwerte unpraktisch und führt oft zu Mißverständnissen. Schließlich wird auch vielfach lediglich die Bezeichnung  $f$  anstelle von  $\varrho$  benutzt [13]. Es ist zweckmäßig, Beiwerte mit griechischen Buchstaben, Längen mit kleinen und Kräfte mit großen Buchstaben zu bezeichnen.

Zu beachten ist noch, daß der Rollwiderstandsbeiwert  $\varrho$  der Rollbewegung des Rades entgegen wirksam ist.

### 1.1.2. Das Bremsmoment

Haben wir vorher den Rollwiderstand des einzelnen Rades auf plastischer Fahrbahn unter Vernachlässigung der Lagerreibung beziehungsweise eines bremsenden Momentes betrachtet, so wollen wir jetzt annehmen, das starre Rad bewege sich auf einer Fahrbahn mit einem vernachlässigbar kleinen Rollwiderstand, dagegen wirke an seiner Achse ein Moment  $M$ , das zum Beispiel zum wegabhängigen Antrieb einer Maschine, eines Mähwerkes oder dergleichen dienen möge. Ebenso übt eine etwa vorhandene Lagerreibung ein bremsendes Moment aus.

Dieses Abtriebsmoment  $M$  wirkt der Rollbewegung des Rades entgegen (Bild 2). Um die Rollbewegung entgegen diesem bremsenden Moment  $M$  aufrecht zu erhalten, werde das Rad an seiner Achse mit der horizontalen Schleppkraft  $W_2$  gezogen. Daß Rad und Fahrbahn elastisch oder plastisch sein können, möge außer Betracht bleiben.

Von der Fahrbahn wird eine resultierende Bodenkraft  $K$  auf das rollende Rad ausgeübt, die aus Gleichgewichtsgründen im Gegensatz zu 1.1.1. und Bild 1 jetzt durch den Aufstandspunkt des Rades auf der Fahrbahn geht (Bild 2).

Nach den Gleichgewichtsbedingungen ist:

$$\Sigma X = 0.$$

Die horizontale Komponente  $K_h$  der resultierenden Bodenkraft  $K$  steht im Gleichgewicht mit der Schleppkraft  $W_2$ :

$$K_h - W_2 = 0.$$

$K_h$  ist, da der Rollwiderstand  $R = 0$  sein soll, in diesem Fall identisch mit der horizontalen Bodenkraftkomponente  $K_u$ , die man sich am Umfang des Rades zur Abstützung des Momentes  $M$  wirksam denken kann:

$$K_h \equiv K_u.$$

Sie muß mit der gedachten Umfangskraft  $U = \frac{M}{r}$  im Gleichgewicht stehen:

$$K_u - U = 0.$$

$$\Sigma Y = 0.$$

$$A - G = 0.$$

Die vertikale Komponente der Bodenkraft  $K$ , der Auflagerkraft  $A$ , ist nicht, wie in Bild 1, um  $f$  gegen  $G$  versetzt.

$$\Sigma M = 0.$$

Nimmt man den Schnittpunkt von  $W_2$  und  $G$ , das heißt die Radachse, wieder als Ansatzpunkt für die Momentengleichung, dann zeigt sich (Bild 2), daß  $K$  nicht durch die Radachse geht, sondern am Hebelarm  $c$  das Moment

$$Kc = K_h r \text{ ausübt,}$$

das mit  $M$  im Gleichgewicht steht:

$$K_h r - M = 0.$$

Man kann die vom Boden auf das Rad übertragene horizontale Kraft  $K_h$ , im Falle des Bildes 2 eine Bremskraft, wie in Bild 1 vergleichbar machen, indem man sie auf die Auflagerkraft  $A$  oder die Betriebs-Achslast  $G$  bezieht. Damit erhält man den Kraftschlußbeiwert zwischen Reifen und Fahrbahn:

$$\mu_K = \frac{K_h}{G} = \frac{K_h}{A} = \frac{M}{rA} = \frac{U}{A}. \quad (2)$$

Man muß seine wirksame Richtung in bezug auf die Bewegung des Rades auf dem Boden beachten. Wenn er, wie in diesem Falle, der Bewegungsrichtung entgegen wirksam ist, so sprechen wir von dem speziellen Fall des Bremskraftbeiwertes, der für die Behand-

lung von Bremsvorgängen besonders wichtig ist. Ob es zweckmäßig ist, für den Bremskraftwert und für den allgemeinen Kraftschlußbeiwert als Oberbegriff, den wir hier mit  $\mu_K$  bezeichnet haben, je ein spezielles Kurzzeichen allgemein festzulegen, wäre im Zusammenhang mit den übrigen Kraftschlußbeiwerten, insbesondere auch im Hinblick auf den sehr wichtigen, hier aber nicht besonders behandelten Seitenführungskraftbeiwert zu diskutieren [13; 14; 17; 44 . . . 49].

### 1.1.3. Rollwiderstand und Bremsmoment

Wenn der Rollwiderstand und ein Bremsmoment gemeinsam am gezogenen Rade auf plastischem Boden wirksam sind, so fügen wir die unter 1.1.1. und 1.1.2. behandelten Fälle zusammen (Bild 3).

Das Rad werde zur Aufrechterhaltung seiner Rollbewegung entgegen dem Rollwiderstand  $R$  und entgegen dem bremsenden Moment  $M = U r$  mit der Schleppkraft  $W = W_1 + W_2$  gezogen.

Die resultierende Bodenkraft  $K$  geht aus Gleichgewichtsgründen weder durch die Radachse noch durch den Radaufstandspunkt.

Nach den Gleichgewichtsbedingungen ist:

$$\Sigma X = 0.$$

Die horizontale Bodenkraftkomponente  $K_h$  steht im Gleichgewicht mit dem Schleppwiderstand  $W$ :

$$K_h - W = 0$$

und ist die Summe aus Rollwiderstand  $R$  und der Gegenkraft  $K_u$ , an der sich die bremsende Umfangskraft  $U$  abstützt:

$$K_h = R + K_u; K_u - U = 0; U = \frac{M}{r}.$$

$$W_1 - R = 0; W_2 - K_u = 0; W = W_1 + W_2.$$

$$R + K_u - W = 0.$$

Unter Benutzung der vorher abgeleiteten Beiwerte  $\rho$  und  $\mu_K$  können wir auch schreiben

$$A \rho + A \mu_K - W = 0,$$

$$A(\rho + \mu_K) - W = 0.$$

$$\Sigma Y = 0.$$

Die vertikale Komponente der Bodenkraft  $K$  ist die Auflagerkraft  $A$ :

$$A - G = 0.$$

$$\Sigma M = 0.$$

Nimmt man den Schnittpunkt von  $W$  und  $G$ , das heißt die Radachse wieder als Ansatzpunkt für die Momentengleichung, dann zeigt sich, daß  $A$  um den Hebelarm  $f$  der Rollreibung gegenüber  $G$  versetzt ist und daß  $K$  am Hebelarm  $c$  das bremsende Moment  $M$  ausübt:

$$K c - M = 0.$$

### 1.1.4. Die Lagerreibung

Wir haben die Lagerreibung bereits als bremsendes Moment unter 1.1.2. behandelt. Sie ist bei Verwendung von Wälzlagern so gering, daß man sie gegenüber dem Rollwiderstand auf plastischen Böden meist vernachlässigen kann. Allerdings muß man bei einem zur Bestimmung seines Rollwiderstandes geschleppten, nicht angetriebenen Ackerschlepper beachten, daß die im Getriebe leer mitlaufenden Zahnräder und Wellen sowie die von ihnen aufzubringende Ölpantscharbeit und ebenso die Laufwerksreibung eines Gleiskettenschleppers einen beträchtlichen Schleppwiderstand verursachen können. Bei exakten Messungen kann es notwendig werden, diesen durch Reibung an Fahrzeugteilen entstehenden Anteil des Schleppwiderstandes getrennt zu ermitteln und, wie bei 1.1.2. gezeigt, zu behandeln. Meistens begnügt man sich jedoch damit, diesen Reibungsanteil gemeinsam mit dem Rollwiderstand  $R$  durch den Schleppversuch zu messen.

## 1.2. Die am angetriebenen Rad wirksamen Kräfte und Momente

### 1.2.1. Das Moment des Rollwiderstandes

Mit den gleichen Annahmen wie bisher betrachten wir das rollende Rad auf plastischem Boden im Gleichgewicht der Kräfte und

Momente. Der Boden setze der Rollbewegung des Rades einen Rollwiderstand entgegen. Zur Aufrechterhaltung der Rollbewegung sei nicht, wie unter 1.1., eine Schleppkraft, sondern ein Moment  $M_1$  an der Radachse wirksam (Bild 4). Wir können uns dieses Antriebsmoment  $M_1$  auch vorstellen als das Moment einer am Radumfang wirksamen antreibenden Kraft  $U_1$  am Hebelarm  $r$ . Dieses Moment  $M_1$  muß gleich groß, aber entgegengesetzt wie das Moment des Rollwiderstandes gerichtet sein.

Die Vorstellung von Moment und Gegenmoment ist sehr anschaulich. Der Umweg über eine gedachte Umfangskraft  $U_1$  mag zunächst unständig erscheinen. Er ist aber zur Vorstellung einer im Boden wirksam gedachten horizontalen Gegenkraft zweckmäßig. Die hier behandelten Beiwerte werden nämlich aus den gedachten zugehörigen horizontalen Bodenkraftkomponenten  $K_h$  durch Beziehen auf die vertikale Auflagerkraft  $B$  beziehungsweise die Betriebsachslast  $G$  gebildet.

$$\Sigma X = 0.$$

Man kann sich vorstellen, daß ein Rollwiderstand  $R$  ähnlich wie im Falle des gezogenen Rades (1.1.1.) der Rollbewegung entgegen wirke. Dieser Rollwiderstand  $R$  würde am Hebelarm  $r$  das Gegenmoment zu  $M_1 = U_1 r$  ergeben. Die Umfangskraft  $U_1$  würde sich auf einer gedachten Bodenkraft, also einer gedachten horizontalen Bodenkraftkomponente  $K_u$  abstützen, die in Fahrtrichtung wirksam, also entgegengesetzt gerichtet gleich groß wie der Rollwiderstand  $R$  wäre, so daß sich diese beiden gedachten horizontalen Bodenkraftkomponenten gegenseitig aufheben:

$$U_1 = R;$$

$$R - K_u = 0 = K_h.$$

Da die horizontale Bodenkraftkomponente  $K_h$  gleich null ist, treten keine horizontale Kräfte im Boden auf, wie Bild 4 zeigt.

$$\Sigma Y = 0.$$

Die resultierende Bodenkraft  $K$  ist vertikal um den Hebelarm  $f$  gegen das Gewicht  $G$  versetzt und mit dem Auflagerwiderstand  $B$  identisch:

$$K \equiv B;$$

$$B - G = 0.$$

$$\Sigma M = 0.$$

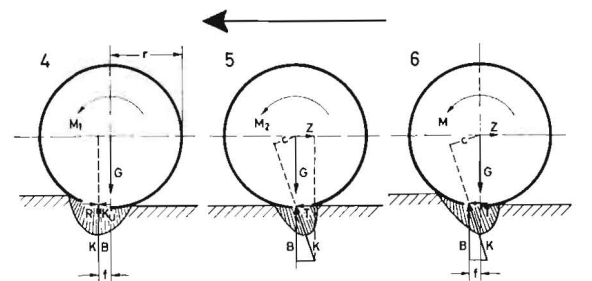
Für die Radachse als Ansatzpunkt für die Momentengleichung ergibt sich das bremsende Moment des Rollwiderstandes:

$$K f \equiv B f = R r; \frac{R}{B} = \frac{f}{r},$$

das mit dem antreibenden Moment im Gleichgewicht stehen muß:

$$K f - M_1 = 0, M_1 = U_1 r,$$

$$B f - U_1 r = 0, B f = U_1 r, \frac{U_1}{B} = \frac{f}{r},$$



Angetriebenes Rad		
$R r = 0,2 G r$	$R r = 0$	$R r = 0,2 G r$
$Z = 0$	$Z = 0,3 G$	$Z = 0,3 G$
$M_1 = K_u r = K f = B f$	$Z - T = 0$	$M = M_1 + M_2 = K c$
$M_1 - R r = 0$	$M_2 - T r = 0 \quad M_2 = K c$	$\rho = 0,2$ bremsend
$U_1 = 0,2 G$	$\zeta = \frac{Z}{G} = 0,3$ bremsend	$\zeta = 0,3$ bremsend
$\rho = \frac{R}{G} = 0,2$ bremsend	$\kappa = \frac{f}{G} = 0,3$ treibend	$\kappa = 0,3$ treibend
$\rho + \mu_K = 0 \quad \mu_K = \frac{K_u}{G} = 0,2$ treibend	$\mu_K \kappa = 0,3$ treibend	$\mu_K = (\rho + \zeta) = 0,5$ treibend

Bilder 4 bis 6: Angetriebenes Rad

Bild 4 (links): zur Überwindung des Rollwiderstandesmomentes

Bild 5 (Mitte): zur Erzeugung einer Zugkraft

Bild 6 (rechts): zur Überwindung des Rollwiderstandesmomentes und zur Erzeugung einer Zugkraft

$$Rr - M_1 = 0.$$

Einerseits ergibt sich aus dem bremsenden Moment des Rollwiderstandes nach Gl. (1) der Rollwiderstandsbeiwert  $\frac{R}{B} = \frac{f}{r} = \varrho$  entgegen der Bewegungsrichtung des Rades.

Andererseits ergibt sich aus dem antreibenden Moment  $M_1$  nach Gl. (3) der Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$ :

$$\frac{f}{r} = \frac{U_1}{K} = \frac{U_1}{B} = \frac{U_1}{G} = \mu_K$$

in der Bewegungsrichtung des Rades.

Im Sonderfall des zur Überwindung seines Rollwiderstandes angetriebenen Rades ist, da bremsendes und treibendes Moment miteinander im Gleichgewicht stehen:

$$\varrho - \mu_K = 0,$$

jedoch weder  $\varrho = 0$  noch  $\mu_K = 0$ .

Die Wirkungsrichtung der Beiwerte ist zu beachten.

Dabei wurde zum leichteren Verständnis die vereinfachende Annahme gemacht, daß der Widerstand, den der Boden der Bewegung des rollenden Rades entgegensetzt, bei einem gezogenen Rade gleich groß wie bei einem angetriebenen Rade sei. Dies trifft nicht exakt zu, zumal der Schlupf den Widerstand vergrößert [35]. Es ist jedoch schwierig, das Moment des Rollwiderstandes angetriebener Räder zu messen. Deshalb bestimmt man meist den Rollwiderstand beziehungsweise Rollwiderstandsbeiwert durch den Schleppversuch entsprechend 1.1.1. (Bild 1) und berechnet daraus mit ausreichender Genauigkeit das zur Überwindung des Rollwiderstandes erforderliche Antriebsmoment.

An der „frei gemachten“ Triebachse eines Einachsschleppers (Bild 6) erkennt man ferner sofort, daß der Schwerpunkt nicht mehr in der Achse liegen kann, sondern daß  $G$  um den Hebelarm  $f$  der Rollreibung in Fahrtrichtung nach vorn verschoben sein muß, wenn der Bedienungsmann an den Holmen kein Gegenmoment zum Moment der Rollreibung auf dem Boden abstützen soll. Ebenso ist es notwendig, an der Triebachse des zweiachsigen Schleppers die aufbäumende Wirkung des Gegenmomentes zum Moment des Rollwiderstandes zu berücksichtigen [14].

Wir definieren also den allgemeinen Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$ , gleichgültig, ob das Rad beziehungsweise die Gleiskette angetrieben oder abgebremst wird, als die von der Fahrbahn auf das Rad beziehungsweise die Gleiskette übertragene gedachte horizontale Kraft, bezogen auf die vertikale Auflagerkraft oder die Betriebsachslast. Für den Kraftschluß zwischen der Fahrbahn und den Rädern oder Gleisketten stellt er eine kennzeichnende Vergleichszahl dar, die insbesondere für den Fahrzeugkonstrukteur wichtig ist. Aus ihr kann man für bestimmte Paarungen zwischen Fahrbahn und Rad oder Gleiskette die übertragenen Horizontalkräfte und die daraus entstehenden Kräfte und Momente an den Radachsen beim Bremsen, beim Antrieb, bei der Seitenführung und beim Lenken ermitteln. Wir fassen also den Kraftschlußbeiwert als einen Oberbegriff auf. Auch auf die Seitenführungskraft von Rädern und Gleisketten bei der Spurhaltung und beim Lenken läßt sich der Kraftschlußbeiwert, bei Kettenfahrzeugen zweckmäßig Wendebeiwert  $\mu_W$  genannt, quer zur Fahrtrichtung anwenden [13; 14; 45 . . . 49]. Man muß nur die Wirkungsrichtungen der Kräfte beachten.

In der vorliegenden Betrachtung sprechen wir allerdings nur von horizontalen Bodenkräften, die in oder entgegen der Rollbewegung des Rades wirksam sind, das heißt vom Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$  des angetriebenen oder abgebremsten Rades oder einer Gleiskette.

Der Kraftschlußbeiwert, auch Radhaftzahl genannt [9 . . . 17; 22 . . . 35], ist kein physikalisch exakt definierbarer Begriff. Er ähnelt einem Reibungswert und ist unter sonst gleichen Verhältnissen beispielsweise vom Schlupf der angetriebenen oder abgebremsten Räder abhängig. Da er für Luftreifen auf trockener, glatter Betonfahrbahn Werte bis 1,1 und für Gleisketten auf trockener, fester, glatter Lehmbahn Werte bis 1,25 annehmen kann, findet eine Art Verzahnung statt. Werte über 1 sind jedoch Extremfälle. Da sich der Kraftschlußbeiwert sonst wie andere Reibungsbeiwerte verhält, wird vorgeschlagen, den Buchstaben  $\mu$  mit dem Index  $k$ , also  $\mu_k$  für ihn zu verwenden.

### 1.2.2. Die Zugkraft

Wir wollen jetzt annehmen, das angetriebene starre Rad bewege sich auf einer Fahrbahn mit einem vernachlässigbar kleinen Rollwiderstand, dagegen greife an seiner Achse eine horizontale Zugkraft  $Z$  an (Bild 5), die seine Bewegung hemmt. Daß das Rad und die Fahrbahn elastisch oder plastisch sein können, möge außer Betracht bleiben.

An der Radachse sei das Antriebsmoment  $M_2$  wirksam, das wir uns als eine am Umfang des Rades wirksame Umfangskraft  $U_2$  am Hebelarm  $r$  vorstellen können.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich:

$$\Sigma X = 0.$$

Die Zugkraft  $Z$  muß sich an der horizontalen Komponente  $K_h$  der Bodenkraft abstützen, an der sich auch die Umfangskraft  $U_2$  abstützt:

$$K_h - Z = 0; K_h - U_2 = 0.$$

Für  $K_h$  hat sich die Bezeichnung Triebkraft  $T$  eingeführt [26]:

$$T - Z = 0; K_h \equiv T.$$

$$\Sigma Y = 0.$$

$$B - G = 0.$$

Die vertikale Komponente  $B$  der Bodenkraft  $K$  ist entsprechend Bild 2 nicht um  $f$  gegenüber  $G$  versetzt.

$$\Sigma M = 0.$$

Für die Radachse als Ansatzpunkt für die Momentengleichung ist

$$Kc = K_h r \equiv T r.$$

Dieses Moment steht im Gleichgewicht mit dem antreibenden Moment  $M_2$ :

$$K_h r - M_2 = 0;$$

$$K_h r - U_2 r = 0.$$

Durch Division durch die Betriebsachslast  $G$  und durch  $r$  erhalten wir

$$\frac{K_h}{G} - \frac{U_2}{G} = 0.$$

Setzen wir hierin aus Gl. (2) den Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$  ein, so ist

$$\mu_K = \frac{U_2}{G}, \text{ in diesem Falle in Richtung der Rollbewegung, also treibend.}$$

Wie wir unter 1.2.3. sehen werden, ist es aber zweckmäßig, auch die Triebkraft  $T$  zu Vergleichszwecken auf die Betriebsachslast oder auf die Auflagerkraft  $B$  zu beziehen. Damit erhalten wir den Triebkraftbeiwert:

$$\varkappa = \frac{T}{G} = \frac{T}{B}. \quad (3)$$

Wir hatten schon vorher den Oberbegriff des Kraftschlußbeiwertes erläutert, unter den Bremskraftbeiwert wie Triebkraftbeiwert fallen. Im Sonderfall des zur Erzeugung einer Zugkraft angetriebenen, ohne Widerstand rollenden Rades stützt sich die am Radumfang wirksame gedachte antreibende Kraft  $U_2$  an der horizontalen Bodenkraftkomponenten  $T$ , der Triebkraft, ab, und  $K_h \equiv T$ .

Da  $T - U_2 = 0$ , so sind in diesem Sonderfall auch die zugehörigen Beiwerte gleich,

$$\frac{T}{G} = \varkappa = \frac{U_2}{G} = \mu_K,$$

$\mu_K$  und  $K$  wirksam in Richtung der Rollbewegung, also treibend.

### 1.2.3. Rollwiderstandsmoment und Zugkraft

Wenn das Moment des Rollwiderstandes und eine horizontale Zugkraft  $Z$  gemeinsam der Fortbewegung des angetriebenen Rades entgegen wirken, so ist entsprechend 1.2.1. und 1.2.2. ein Antriebsmoment  $M$  erforderlich, das sich aus der Summe von  $M_1 + M_2$  ergibt (Bild 6).

Aus den Bildern 4 und 5 ist sofort ersichtlich, wie die resultierende Bodenkraft  $K$  aus Gleichgewichtsgründen verlaufen muß. Sie schneidet den Radumfang in einem Punkt, der um den Hebelarm  $f$  der Rollreibung in Bewegungsrichtung gegenüber der Vertikalen durch die Achse verschoben ist, und sie übt am Hebelarm  $c$  das Gegenmoment der Zugkraft aus.

Wir zerlegen sie in ihre horizontale Komponente  $K_A$  und ihre vertikale Komponente, den Auflagerwiderstand  $B$ .

Nach den Gleichgewichtsbedingungen ist:

$$\Sigma X = 0.$$

$$K_A - Z = 0,$$

$$K_A = T,$$

$$T - Z = 0.$$

In der horizontalen Bodenkraftkomponente  $K_A$  ist genau wie in 1.2.1. kein Anteil des Rollwiderstandes enthalten.

$$\Sigma Y = 0.$$

$$B - G = 0.$$

$B$  ist um den Hebelarm  $f$  der Rollreibung gegen  $G$  versetzt.

$$\Sigma M = 0.$$

Für die Radachse als Ansatzpunkt für die Momentengleichung gilt:

$$Kc - (M_1 + M_2) = 0,$$

$$M_1 = Bf = Rr = Bqr,$$

$$M_2 = Tr = B\kappa r.$$

Das Moment

$$M = M_1 + M_2$$

kann auch gedacht werden als

$$M = U_1 r + U_2 r = Ur.$$

Dabei ist die am Radumfang wirksam gedachte Umfangskraft  $U$

$$U = U_1 + U_2; \quad U_1 = R,$$

$$U_2 = T,$$

$$B = G,$$

$$U = R + T.$$

Damit wird das Moment

$$Kc = M = Ur = Gr(\varrho + \kappa).$$

Setzen wir wieder den Kraftschlußbeiwert  $\mu_K = \frac{U}{G}$  ein, so erhalten wir schließlich

$$Kc = Gr\mu_K = Gr(\varrho + \kappa).$$

Das heißt, in diesem Falle ist der treibende Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$  gleich der Summe der Beiwerte für Rollwiderstand und Triebkraft:

$$\mu_K = \varrho + \kappa.$$

Die Kenntnis der Größe des antreibenden Momentes  $M = M_1 + M_2$  ist für den Konstrukteur wichtig zur Bemessung der das Rad antreibenden Wellen, Zahnräder u.a.m. Wie schon gesagt, ist es schwierig, das Rollwiderstandsmoment  $M_1$  antreibender Räder zu ermitteln, weshalb man meistens den Rollwiderstandsbeiwert nicht angetriebener Räder unter Inkaufnahme eines gewissen Fehlers benutzt.

Zum Vergleich der Zugfähigkeit verschiedener Räder, Reifengrößen, Reifenprofile, Reifenarten oder Gleisketten-Arten sind dagegen nur die vergleichbaren Zugkräfte interessant. Wenn man die der Zugkraft gleiche Triebkraft  $T$  und den Triebkraftbeiwert  $\frac{T}{B} = \kappa$  zum Vergleich benutzt, so fällt das Rollwiderstandsmoment bei diesem Vergleich heraus.

Der Triebkraftbeiwert  $\kappa$ , den man wegen seiner Abhängigkeit vom Schlupf einem bestimmten Schlupfwert zuordnet, ist der Kennwert für die Zugfähigkeit.  $\kappa$  wird über dem Schlupf aufgetragen, bei einem bestimmten Schlupf, beispielsweise 15 oder 20%, werden die Werte für  $\kappa$  miteinander verglichen [26; 27; 34; 41].

## 2. Rollwiderstand und Zugkraft am Schlepper

Die bisher an einem Rade dargestellten Zusammenhänge lassen sich gemäß Bild 7 auf den zweiachsigen Schlepper mit Hinterrad-antrieb übertragen, indem man Bild 1 für die Vorderräder und Bild 6 für die Triebräder des „frei gemachten“ Schleppers sinngemäß verwendet.

Index  $A$  gilt für die Vorderräder, Index  $B$  für die Triebräder. In Bild 6 wäre (siehe Bild 7) an der Achse der „frei gemachten“ Triebräder die Schubkraft  $W_A$  für die Überwindung des Rollwiderstandes  $R_A$  der nicht angetriebenen Vorderräder gemäß Bild 1 noch anzubringen.

Nach den Gleichgewichtsbedingungen ist:

$$\Sigma X = 0.$$

Die Summe der horizontalen Bodenkraften  $K_A$ , die bereits unter der Bezeichnung Triebkraft  $T$  eingeführt wurde, muß an den freigemachten Triebrädern im Gleichgewicht stehen mit der Zugkraft  $Z$  und der Schubkraft  $W_A$  für den Rollwiderstand  $R_A$  der Vorderräder:

$$W_A = R_A = A \varrho_A = A \frac{f_A}{r_A};$$

$$T - W_A - Z = 0;$$

$$T = Z + R_A.$$

Will man die Meßergebnisse einzelner Triebräder oder ganzer Schlepper mit Hinterradantrieb miteinander vergleichen, so ist die Triebkraft  $T$  hierzu gut geeignet [26... 35; 41].

Man ermittelt den Rollwiderstand  $R_A$  der nicht angetriebenen Vorderräder durch getrennte Messung der Schleppkraft  $W_A$  bei der zugehörigen Betriebsachslast  $G_A$ , zum Beispiel mit einer Schleppachse entsprechend Bild 1. Dann läßt sich aus der gemessenen Zugkraft  $Z$  des Schleppers die Triebkraft  $T$  errechnen:

$$T = Z + R_A.$$

Häufig ist  $R_A$  gegenüber  $Z$  so klein, daß  $R_A$  überhaupt vernachlässigt werden kann, beispielsweise bei Messungen auf einer Betonmeßbahn.

Zu Vergleichszwecken bezieht man nun die Triebkraft  $T$  auf das Adhäsionsgewicht  $G_{AD}$ , das in diesem Falle gleich der Betriebsachslast  $G_B$  oder der Auflagerkraft  $B$  der Hinterachse ist, und erhält damit den vergleichbaren Triebkraftbeiwert:

$$\kappa = \frac{T}{G_{AD}} = \frac{Z + R_A}{B}. \quad (4)$$

Der Unterschied zwischen Kraftschlußbeiwert  $\mu_K$  nach Gln. (2) und (5) und Triebkraftbeiwert  $\kappa$  nach Gln. (3) und (4) wurde bisher im Schrifttum nicht genügend hervorgehoben, nur in [5; 11 und 50]. Er sollte durch unterschiedliche Bezeichnungen kenntlich gemacht werden:

$$\mu_K = \frac{Z + R_A + R_B}{G_{AD}} = \frac{Z + R_A + R_B}{B}, \quad (5)$$

$$\mu_K = \frac{Z + R_A}{B} + \frac{R_B}{B} = \kappa + \varrho_B.$$

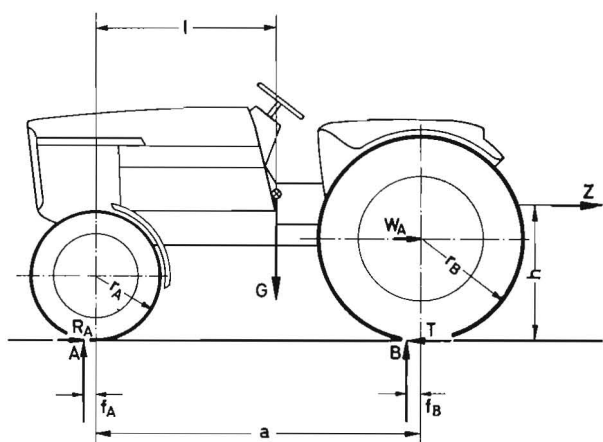


Bild 7: Kräfte und Momente am zweiachsigen Schlepper mit Hinterrad-Antrieb



Wegen  $G_{AD} = G$  wird für das einzelne Triebbad, den Einachs-schlepper nach Bild 6 sowie den Allrad-getriebenen Schlepper und den Gleiskettenschlepper

$$\varkappa = \frac{T}{G} = \frac{Z}{G} = \mu_K - \varrho.$$

$$\Sigma Y = 0.$$

$$A + B = G_A + G_B = G.$$

$$\Sigma M = 0.$$

$$\begin{aligned} M &= U r_B = (Z + R_A + R_B) r_B = (T + R) r_B, \\ &= \frac{Z + R_A}{G_{AD}} + \frac{R_B}{G_{AD}} r_B G_{AD} = (\varkappa + \varrho_B) r_B B, \\ &= B \mu_K r_B. \end{aligned}$$

Mit dem Maximalwert dieses Drehmomentes an der Triebachse hat der Konstrukteur zu rechnen.

In dem Gesamtrollwiderstand

$$R = R_A + R_B = G \varrho = W$$

faßt man den Rollwiderstand der Vorderräder und das Rollwiderstandsmoment der Hinterräder, dividiert durch den wirksamen Radius  $r_B$ , in einer Summe zusammen.  $R$  kann meist mit hinreichender Genauigkeit an zweiachsigen Schlepper durch Messen des in der Höhe der Triebachse angreifenden Schleppwiderstandes  $W$ , sinngemäß wie am Einzelrad gemäß Bild 1, bestimmt werden.

In wissenschaftlichen Untersuchungen muß man aber, weil  $\varrho_A$  und  $\varrho_B$  auf dem Acker verschieden groß sind, diese getrennt ermitteln. Hierzu werden die Schleppwiderstände  $W_A$  und  $W_B$  der mit den betreffenden Reifen ausgerüsteten Schleppachsen gemäß Bild 1 mit den zugehörigen Betriebsachslasten  $G_A$  und  $G_B$  getrennt gemessen [41]:

$$\varrho_A = \frac{W_A}{G_A}; \quad \varrho_B = \frac{W_B}{G_B}.$$

Der Zusammenhang der vorstehend behandelten Beiwerte ist für den Hinterrad-getriebenen Schlepper mit dem Betriebsgewicht  $G_B$  auf der Hinterachse gleich dem Auflagerwiderstand  $B$  und gleich

dem Adhäsionsgewicht  $G_{AD}$ , also mit  $G_{AD} = B$  durch folgende Beziehungen gegeben:

$$U - R_B = T = Z + R_A;$$

$$\frac{U}{B} - \frac{R_B}{B} = \frac{T}{B};$$

$$\mu_K - \varrho_B = \varkappa \text{ bei einem bestimmten Schlupf.}$$

Um schließlich die maximale Zugkraft verschiedener Schlepperarten, mit verschiedenen Antrieben, mit verschiedenem Gewichtsanteil als Adhäsionsgewicht, unter bestimmten, ungünstigen Geländebedingungen miteinander vergleichen zu können, bildet man den Zugkraftbeiwert  $\zeta$ , indem man die gemessene maximale Zugkraft  $Z_{\max}$  auf das Gesamtgewicht  $G$  des Schleppers bezieht [14; 15; 24]:

$$\zeta = \frac{Z_{\max}}{G}. \quad (6)$$

Dann ergibt sich für den Hinterrad-getriebenen Schlepper:

$$U - (R_A + R_B) = Z_{\max} \text{ ohne Berücksichtigung des Schlupfes;}$$

$$U - R = Z_{\max};$$

$$\frac{U}{G} - \frac{R}{G} = \frac{Z_{\max}}{G};$$

$$\frac{U G_{AD}}{B G} - \frac{R}{G} = \frac{Z_{\max}}{G};$$

$$\mu_K \frac{G_{AD}}{G} - \varrho = \zeta.$$

$\frac{G_{AD}}{G}$  ist ein Faktor, der angibt, wieviel Gewicht anteilig als Adhäsionsgewicht auf der Triebachse wirksam ist (Tafel 1).

Beim Einachsschlepper, beim Schlepper mit Allradantrieb und beim Gleiskettenschlepper ist

$$G_{AD} = G \text{ und } \frac{G_{AD}}{G} = 1 \text{ und}$$

$$\mu_K - \varrho = \zeta = \varkappa.$$

Tafel 1: Zusammenstellung der Beiwerte

	gilt für	
	Einzelrad, Einachsschlepper, Gleisketten- schlepper	Zweiachsschlepper, besonders mit Hinterradantrieb
Rollwiderstands- beiwert: (wirkt bremsend)	$\varrho = \frac{R}{G} = \frac{f}{r}$	$\varrho = \frac{R}{G}$ $\varrho_A = \frac{R_A}{G_A} = \frac{f_a}{r_a}$ $\varrho_B = \frac{R_B}{G_B} = \frac{f_b}{r_b}$
Kraftschlußbeiwert (wirkt bremsend oder treibend)	$\mu_K = \frac{U}{G} = \frac{M}{r \cdot G}$	$\mu_K = \frac{U}{G_{AD}} = \frac{M}{r_B G_{AD}}$
Triebkraftbeiwert (wirkt treibend)	$\varkappa = \frac{T}{G} = \frac{U}{G} - \frac{R}{G}$ $\varkappa = \mu_K - \varrho$	$\varkappa = \frac{T}{G_{AD}} = \frac{Z + R_A}{G_{AD}}$ $= \frac{U}{G_{AD}} - \frac{R_B}{G_{AD}}$ $\varkappa = \mu_K - \varrho_B$
Zugkraftbeiwert mit $Z_{\max}$ als $Z$	$\zeta = \frac{Z}{G}$ $= \frac{U}{G} - \frac{R}{G}$ $\zeta = \mu_K - \varrho = \varkappa$	$\zeta = \frac{Z}{G}$ $= \frac{U G_{AD}}{G_{AD} G} - \frac{R}{G}$ $\zeta = \mu_K \frac{G_{AD}}{G} - \varrho$

### Zusammenfassung

Die von einer Fahrbahn, vom Boden, auf ein Rad oder umgekehrt übertragenen Momente und horizontalen Kräfte werden bekanntlich dadurch in vergleichbare Beiwerte umgewandelt, daß man sie auf die wirksamen Normalkräfte bezieht. Im Schrifttum sind diese Beiwerte jedoch nicht einheitlich definiert und mit den verschiedensten Buchstaben benannt.

Der Verfasser geht von der nicht beschleunigten Rollbewegung eines Rades auf horizontaler Fahrbahn aus. Fahrbahn und Rad beziehungsweise Boden mögen starr, elastisch oder plastisch sein.

Am geschleppten Rade werden der Rollwiderstand und ein bremsendes Moment, zum Beispiel die Lagerreibung, zunächst getrennt behandelt, dann zusammengesetzt und daraus die zugehörigen Beiwerte für den Rollwiderstand und das bremsende Moment beziehungsweise die Bremskraft abgeleitet.

Ebenso werden am angetriebenen Rade das Moment des Rollwiderstandes und eine bremsende Zugkraft zunächst getrennt behandelt, dann zusammengesetzt und daraus die zugehörigen Beiwerte für das Moment des Rollwiderstandes und allgemein für den Kraftschluß zwischen Reifen und Fahrbahn und für die Triebkraft abgeleitet.

Schließlich werden diese Beiwerte auf den zweiachsigen Radschlepper angewendet, wobei noch der Zugkraftbeiwert abgeleitet wird. Der Verfasser stellt die Definitionen und Kurzbezeichnungen für diese Beiwerte mit der Anregung einer Norm zur Diskussion.

### Schrifttum

- [1] SÖHNE, W.: Das mechanische Verhalten des Ackerbodens bei Belastungen unter rollenden Rädern sowie bei der Bodenbearbeitung. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 1. Düsseldorf 1951, S. 87—94
- [2] SÖHNE, W.: Die Kraftübertragung zwischen Schlepperreifen und Ackerboden. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 3. Düsseldorf 1952, S. 75—87

- [3] SÖHNE, W.: Wechselbeziehungen zwischen Fahrzeugaufwerk und Boden beim Fahren auf unbefestigter Fahrbahn. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 13. Düsseldorf 1961. S. 21—34. Dort ausführliches Literaturverzeichnis
- [4] WEIL, G.: Über die Reibungsbeiwerte zwischen Rad und Fahrbahn. Dissertation TH Stuttgart 1934. Ausführliches Literaturverzeichnis
- [5] BEKKER, M. G.: Theory of Landlocomotion. Ann. Arbor. The University of Michigan Press 1956
- [6] GARBARI, F.: Rolling resistance of wheeled vehicles on deformable terrain. Journal of Terramechanics 1 (1964), S. 7—30
- [7] FOEPL, A.: Vorlesungen über Technische Mechanik. Bd. 1, 14. Aufl. München 1949
- [8] FRAUENFELDER, P. und P. HUBER: Einführung in die Physik. Bd. 1, 2. Aufl. Basel 1964
- [9] GOLDBECK, G.: Die Fahrmechanik des Kraftfahrzeuges. ATZ 51 (1949), Beiheft 2
- [10] MEYER, H. und G. BOCK: Fahrmechanik. Landtechnik 6 (1951), S. 175—181
- [11] HEYDE, H.: Mechanik des Schleppers. Deutsche Agrartechnik 7 (1957), S. 1—24
- [12] HEYDE, H.: Mechanik für Ingenieure. 7. Aufl., Leipzig 1960
- [13] JANTE, A.: Fahrmechanik. In: BUSSSEN, Automobiltechnisches Handbuch. 18. Aufl. Berlin 1964. Bd. II, S. 5—41
- [14] FRANKE, R.: Aekerschlepper. In: BUSSSEN, Automobiltechnisches Handbuch. 18. Aufl. Berlin 1964. Bd. II, S. 1029—1039
- [15] SEIFERT, A.: Aekerschlepper. In: Hütte II B, 28. Aufl. Berlin 1960. S. 112—129
- [16] SCHILLING, E.: Landmaschinen. 1. Bd.: Aekerschlepper. 2. Aufl. Rodenkirchen 1960
- [17] BUSCHMANN, H. und P. KOESSLER: Taschenbuch für den Kraftfahrzeug-Ingenieur. 7. Aufl. Stuttgart 1963
- [18] SCHÜRING, D.: Zur Mechanik des starren Rades auf weichem Boden. ZVDI 103 (1961), S. 693—732
- [19] VOELTER, M.: Untersuchungen über die Fahrwiderstände von Ackerwagen. TidL 9 (1928), S. 94—97, 113—116 und TidL 10 (1929), S. 34—38, 61—64
- [20] MEYER, H. und J. LENSSELD: Untersuchungen der Fahrwiderstände von neuen Laufwerken für Ackerwagen. TidL 14 (1933), S. 203—207, 230—235, 261
- [21] BOCK, G.: Untersuchungen der Fahrwiderstände eines 3 t Ackerwagens mit 16" und 20" Reifen. Landtechnische Forschung 4 (1954), S. 33—38
- [22] LENTZ, A.: Schlepper, Schleppe und Bodendruck. Saat und Ernte 3 (1948) LENTZ, A.: Arbeitsgeschwindigkeiten der Schlepper. Landtechnische Forschung 2 (1952), S. 1—6
- [23] MEYER, H. und F. KLIEFOTH: Versuche über die Haftfähigkeit der Schlepperluftreifen auf schwerem Boden. TidL 16 (1935), S. 317—321 und TidL 17 (1936), S. 8—10
- [24] FRANKE, R.: Heereszugwagen. ZVDI 81 (1937), S. 613—618
- [25] BOCK, G.: Reifenprobleme. In: Berichte über Landtechnik Heft 11. Wolfratshausen 1950, S. 19—29
- [26] BOCK, G.: Feldversuche über die Zugfähigkeit von Aekerschlepperreifen. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 3. Düsseldorf 1952. S. 88—100
- [27] BOCK, G.: Beobachtungen bei Feldversuchen über die Zugfähigkeit von Schleppern. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 5. Düsseldorf 1953, S. 42—49
- [28] KLIEFOTH, F.: Ein Vergleich der Zugleistungsmessungen in Marburg und Nebraska. Landtechnische Forschung 2 (1952), S. 133—136
- [29] KLIEFOTH, F.: Zugkraft, Fahrgeschwindigkeit und Gewicht des Schleppers. Landtechnische Forschung 3 (1953), S. 117—124
- [30] KLIEFOTH, F.: Der Einfluß der Reifengröße auf die Zugfähigkeit des Schleppers. Landtechnische Forschung 7 (1957), S. 99—102
- [31] KLIEFOTH, F.: Die Vergleichbarkeit der Meßergebnisse verschiedener Prüfinstitute. Landtechnische Forschung 8 (1958), S. 14—22
- [32] KLIEFOTH, F.: Die Zugmessungen mit zusätzlicher Belastung der Triebäder im Rahmen der Technischen Prüfung von Aekerschleppern. Landtechnische Forschung 11 (1961), S. 37—40
- [33] LANGE, H.: Über die Zugfähigkeit von Reifen gleichen Durchmessers. Landtechnische Forschung 7 (1957), S. 103—105
- [34] SONNEN, F. J.: Ein Überblick über Ergebnisse von Feldversuchen mit Triebadern von Aekerschleppern. Landtechnische Forschung 11 (1961), S. 117—122, dort ausführliches Literaturverzeichnis
- [35] SONNEN, F. J.: Zur Frage des Allradantriebes von Aekerschleppern. Landtechnische Forschung 12 (1962), S. 1—6
- [36] FELDMANN, F.: Zahlenmäßige Festlegung von Schleppergrößen. Landtechnische Forschung 11 (1961), S. 122—126
- [37] SONNEN, F. J.: Zahlenmäßige Festlegung von Schleppergrößen. Landtechnische Forschung 12 (1962), S. 26
- [38] SCHEFFTER, H.: Transporte mit Zweifachwagen und dafür erforderliches Schleppergewicht. Landtechnische Forschung 12 (1962), S. 23—25
- [39] KOCH, M. und W. DINSE: Deichselkräfte am Triebachswagen. Landtechnische Forschung 11 (1961), S. 61—65
- [40] DINSE, W.: Über den Einfluß von Heck- und Frontstallmiststreunern auf das Schlepperzugvermögen. Landtechnische Forschung 12 (1962), S. 139—144
- [41] FRANKE, R., J. KÄMMERLING, W. KIENE, F. KLIEFOTH und F. J. SONNEN: Der KTL-Schleppertest — Bericht für die Landwirtschaft — Grundlagen und Berechnungen. Berichte über Landtechnik Heft 81. Wolfratshausen 1964
- [42] Mechanics of soil-vehicle systems. Tagungsbericht der internationalen Konferenz Turin 1961
- [43] GROSSE-SCHARMANN, F.: Die Triebkraftsteigerung bei Geländefahrzeugen durch das Schub-Schritt-Verfahren. Landtechnische Forschung 11 (1961), S. 89—96
- [44] KLAUE, H.: Bremswerkuntersuchungen am Kraftfahrzeug. Deutsche Kraftfahrzeugforschung Heft 13. Berlin 1938
- [45] GAUSS, F.: Über Brems- und Führungskräfte zwischen Reifen und Straße. ATZ 63 (1961), S. 41—44
- [46] COOPER, D. H.: Seitenkraft zwischen Reifen und Straße. ATZ 63 (1961) S. 51—56, dort ausführliches Literaturverzeichnis
- [47] KOESSLER, P. und H. GLAUBITZ: Zum Wendevorgang bei Gleiskettenfahrzeugen. ATZ 53 (1951), S. 201—208
- [48] HOCK, J.: Vergleichende Untersuchung über die Leistungsverluste und Wirkungsgrade in Lenkgetrieben für Kettenfahrzeuge. ATZ 63 (1961), S. 110—116, 145—151, 245—252, 410—413
- [49] HASSELRUBER, H. und H. KRUGER: Kurvenfahrt von allradangetriebenen Fahrzeugen, insbesondere Baummaschinen, mit Lenkbrumse. Rheinstahl-Technik 3 (1965), S. 183—187
- [50] SÖHNE, W.: Beitrag zur Mechanik des Systems Fahrzeug-Boden unter besonderer Berücksichtigung der Aekerschlepper. In: Grundlagen der Landtechnik Heft 17. Düsseldorf 1963, S. 5—16
- [51] FOEPL, L.: Die strenge Lösung für die rollende Reibung. München 1947

## Résumé

*Rudolf Franke: "Coefficients of Rolling Resistance, Frictional Connection and Traction with Trailers and Tractors."*

*As is well-known, the moments and horizontal forces transferred on a track from soil to wheel or reversed are converted into comparable coefficients in that they are related to the effective normal forces. However, in literature these coefficients are not uniformly defined and they have been designated with the most different characters.*

*The author starts from the uniform rolling movement of a wheel on a horizontal track. Track and wheel respectively soil may be rigid, elastic or plastic.*

*The rolling resistance and a braking moment, e.g. the bearing friction, of a trailed wheel are treated separately first. They are then composed and the belonging coefficients for the rolling resistance and the braking moment respectively the braking power are derived.*

*The moment of the rolling resistance and a braking traction of a driving wheel are likewise separately treated, then composed, and the belonging coefficients for the moment of the rolling resistance and for the frictional connection between tire and track as well as for the driving power are derived.*

*Finally, the coefficients are applied to the two-axle wheel tractor, whereby in addition the traction coefficient is derived. The author presents the definitions and short terms for the coefficients for discussion and suggests the establishment of a norm.*

*Rudolf Franke: «Les coefficients de roulement, d'adhérence et de traction des remorques et tracteurs.»*

*On sait que les couples et forces horizontaux qui sont transmis de la terre à une roue ou inversement, sont transformés en des coefficients comparables en les rapportant aux forces normales en action. Cependant, ces coefficients ne sont pas définis de façon uniforme dans la littérature et sont désignés par les lettres les plus diverses.*

*L'auteur examine d'abord le mouvement de roulement non accéléré d'une roue sur une piste horizontale. La piste et la roue respectivement la terre peuvent être rigides, élastiques ou plastiques.*

*L'auteur examine d'abord séparément la résistance au roulement d'une roue entraînée et un couple résistant comme par exemple le frottement des paliers. Ensuite il examine ces valeurs ensemble et en déduit les coefficients correspondants de roulement et de couple résistant respectivement la force de freinage.*

*De même il examine d'abord séparément la résistance au roulement et un effort résistant d'une roue motrice. Ensuite il considère ces facteurs ensemble et en déduit les coefficients correspondants du couple de résistance au roulement et, en général, d'adhérence entre les pneumatiques et la piste et d'effort moteur.*

*Enfin il applique ces coefficients au tracteur à roues à deux essieux en déduisant encore le coefficient de traction. L'auteur invite enfin à une discussion sur les définitions et abréviations proposées pour ces coefficients en vue de l'établissement d'une norme.*

*Rudolf Franke: «Coeficientes de resistencia a la rodadura, adhesión y esfuerzo de tracción para carros y tractores.»*

*Los momentos transmitidos de la vía de rodadura, o sea del suelo, a una rueda y viceversa, así como los esfuerzos horizontales se convierten en coeficientes comparables, refiriéndolos a las fuerzas normales que entran en juego. Pero en la literatura técnica estos valores no se definen de manera uniforme y se consignan con las letras más diversas.*

*El autor sale del movimiento rotativo no acelerado de una rueda en una vía horizontal. La rueda y la vía, resp. el terreno, podrán ser sólidos, elásticos o plásticos.*

*En la rueda arrastrada se consideran primero la resistencia a la rodadura y un momento que sirve de freno, p.e. el roce del cojinete, por separado y luego el conjunto de ambas fuerzas, calculándose los coeficientes correspondientes a la resistencia a la rodadura y al momento de frenado, resp. a la fuerza de frenado.*

*Igualmente se trata después del momento de resistencia a la rodadura de una rueda impulsada y de una fuerza frenadora de la tracción, primero por separado y después compuesto, calculándose los coeficientes para el momento de resistencia a la rodadura y en general para la cohesión entre llanta y vía, así como para el esfuerzo de impulsión.*

*Para terminar se aplican estos coeficientes al tractor a ruedas con dos ejes, calculándose también el coeficiente del esfuerzo de tracción. El autor da las definiciones y los signos correspondientes a estos coeficientes, como bases para la discusión con vistas a la normalización.*