

porcentaje del 26 % de sustancia seca. Para una velocidad de deslizamiento por la tubería de 1,3 m/seg. resulta ya pequeña la modificación de la viscosidad aparente, pudiéndose seguir considerando ésta como constante. Para mostrar las curvas de deslizamiento se empleó la ecuación potencial del paso, y la función que expresa la ecuación criterial general se demostró gráficamente como parametro como dependencia de tres variables con el índice de fluidez. Partiendo de esta representación es posible determinar para diferentes índices de fluidez, que en otra

representación son explicados en función de la temperatura y de la sustancia seca de la mezcla, el coeficiente de fricción, cuyo conocimiento es completamente indispensable para el cálculo de la pérdida de presión en las tuberías. Así, pues, si conocemos el coeficiente de la consistencia  $K$  (la dependencia del coeficiente de consistencia de la temperatura y de la sustancia seca de la mezcla se representa gráficamente) y, además, el diámetro del conducto y su longitud, es posible describir plenamente el paso del pienso y también determinar la potencia de bombeo requerida.

Fred W. Bakker-Arkema, W. G. Bickert und R. V. Morey:

## Gekoppelter Wärme- und Stoffaustausch während des Trocknungsvorgangs in einem Behälter mit Getreide <sup>1)</sup>

Agricultural Engineering Department, Michigan State University East Lansing, Michigan, USA

### Zeichenerklärung

$D$	cm <sup>2</sup> /h	Diffusionskoeffizient
$G$	kp/h · cm <sup>2</sup>	Spezifischer Luftdurchsatz
$H$	—	Spezifische Luftfeuchtigkeit (kp H <sub>2</sub> O/kp trockene Luft)
$H''$	—	Spezifische Luftfeuchtigkeit in der Grenzschicht
$\bar{M}$	—	Durchschnittlicher Feuchtigkeitsgehalt, bezogen auf trockenen Stoff in %
$M$	—	Feuchtigkeitsgehalt bezogen auf trockenen Stoff in %
$d$	cm	Durchmesser der im Behälter befindlichen Teilchen
$p_{atm}$	kp/cm <sup>2</sup>	Atmosphärischer Druck
$p_{sat}$	kp/cm <sup>2</sup>	Sättigungsdampfdruck
$RH$	—	Relative Luftfeuchtigkeit
$S$	cm <sup>2</sup>	Fläche des Behälterquerschnitts
$T$	°C	Lufttemperatur
$v_a$	cm/h	Vertikale Luftgeschwindigkeit
$a$	cm <sup>2</sup> /cm <sup>3</sup>	Verhältniszahl von Oberfläche des Füllgutes zum Behältervolumen
$c_a$	kcal/kp · °C	Spezifische Wärme der Luft
$c_g$	kcal/kp · °C	Spezifische Wärme des Füllgutes
$\alpha$	kcal/h · cm <sup>2</sup> · °C	Wärmeübergangszahl
$r$	kcal/kp	Verdampfungswärme
$m$	—	Index des Weges „x“ im Behälter
$n$	—	Index der Zeit „t“
$o$	—	Zeitnullpunkt oder Lagenullpunkt
$t$	h	Zeit
$x$	cm	Koordinate der Entfernung vom Luft-eintrittspunkt
$\Delta x$	cm	Entfernungszuwachs im Behälter
$\Delta t$	h	Zeitzuwachs
$\theta$	°C	Temperatur des Füllgutes
$\mu$	kp/cm · h	Absolute Viskosität
$\varepsilon$	—	Durchlässigkeit des Füllgutes, dezimal
$\rho_a$	kp/cm <sup>3</sup>	Dichte der Luft
$\rho_g$	kp/cm <sup>3</sup>	Dichte des Füllgutes
$\sigma$	kp/cm <sup>2</sup> · h · H	Austauschkoeffizient der strömenden Masse (kp H <sub>2</sub> O/cm <sup>2</sup> · h · $\Delta H$ )
$Re$	—	Reynoldsche Zahl
$Sc$	—	Schmidtsche Zahl

### Einleitung

In einer Serie von Arbeiten [1, 2, 3, 4, 5] haben die Autoren eine analytische Beschreibung der Wärme- und/oder Stoffaustauschvorgänge bei verschiedenen landwirtschaftlichen Produkten in Behältern gegeben. Zwei der Arbeiten [1, 5] befaßten sich ausschließlich mit dem Wärmeaustausch in Behältern und stützten sich auf die einschlägige Arbeit von SCHUMANN [6]. Die Produkte, die bei diesen Untersuchungen verwendet wurden, waren Zuckerrüben und Erbsen. Die dritte Untersuchung betraf den isothermischen Stoffaustausch in einem Behälter mit wieder angefeuchteten Bohnen. Diese Arbeit stützte sich auf Anregungen von MEEL in dessen Arbeit über Trocknung [7]. In den letzten beiden Arbeiten wandten die Autoren die Theorie des gleichzeitigen Wärme- und Stoffaustausches auf das Kühlen eines Großbehälters mit Kirschkernen an. Zuerst wurde der Fall mit konstanten Luftströmungsbedingungen und einheitlichen Anfangstemperaturen im Behälter behandelt [3]. Anschließend wurde das Problem der Kühlung eines Großbehälters mit landwirtschaftlichen Produkten bei unterschiedlichen Luftströmungsbedingungen (z. B. Eintrittslufttemperatur, spezifische Feuchtigkeit, Luftströmungswert) und nicht einheitlichen Anfangstemperaturen im Behälter gelöst [4].

Kirschkerne, das landwirtschaftliche Produkt, das in den beiden letzten Untersuchungen [3, 4] verwendet wurde, haben einen viel höheren Feuchtigkeitsgehalt unmittelbar nach der Ernte als Getreide. Während der Trocknungswert bei Getreide im Laufe der Trocknungsperiode abnimmt, weisen Kirschkerne während des größten Teils ihrer Trocknungszeit einen konstanten Trocknungswert auf. In der Analyse wird gezeigt werden, daß bei Produkten mit abfallendem Trocknungswert das Problem der Trocknung im Großbehälter mathematisch viel schwieriger darzustellen ist als Probleme, die das Trocknen von Produkten mit konstantem Wert, wie z. B. Kirschkernen, betreffen.

Das meiste veröffentlichte Material über Wärme- und Stoffaustauschvorgänge bei landwirtschaftlichen Produkten befaßte sich mit dem Trocknen von dünnen Schichten [8, 9, 10]. Kürzlich haben Forscher erstmals die Austauschvorgänge in einem Großbehälter mit durchströmten landwirtschaftlichen Produkten mathematisch simuliert. KRISCHER [11] hat in seinem Standardwerk über Trocknungsvorgänge in beschränktem Umfang Angaben über das Trocknen von Getreide in Großbehältern gemacht. Die Anzahl von Voraussetzungen, die in Krischers Analyse benötigt werden, verhindern jedoch die häufige praktische Verwendung seiner Methoden. KLAPP [12] gab einen bedeutenden theoretischen Beitrag zu der Untersuchung von gekoppelten Wärme- und Stoffaustauschvorgängen in nicht-isothermischen Behälter-

<sup>1)</sup> s. a. Michigan Agricultural Experiment Station Journal Article No. 4243

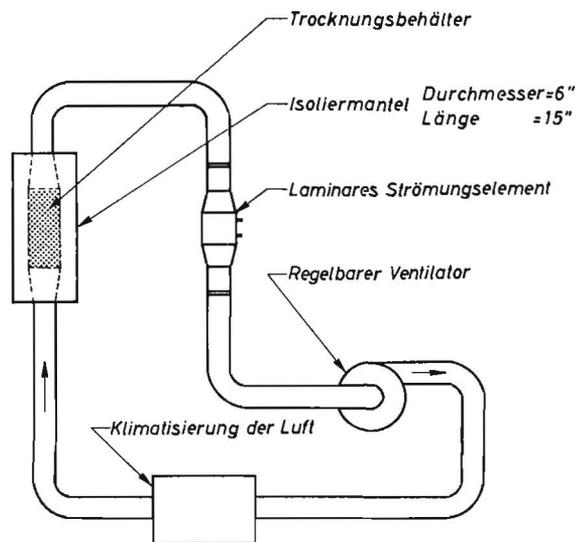


Bild 1: Versuchsaufbau

füllungen indem er eine Anzahl von analytischen Lösungen aufzeigte. Wiederrum liegt die Beschränkung seiner Arbeit in der großen Anzahl von Vereinfachungen bei dem physikalischen Versuch, die notwendig waren, um zu den analytischen Lösungen der sich ergebenden Differentialgleichungen zu kommen.

Weniger grundlegend wurde das Problem der Großbehälter-trocknung in vier neueren Untersuchungen [13, 14, 15, 16] aufgegriffen. Im Gegensatz zu den Untersuchungen von KRISCHER und KLAPP, deren Arbeiten auf den fundamentalen Wärme- und Stoffaustauschgesetzen basieren, gehen BOYCE [13, 14], THOMPSON [15], und HENDERSON [16] bei ihren Lösungen von bestehenden Werten der Trocknung in dünnen Schichten aus. Obgleich die Betrachtungen von KRISCHER und KLAPP bisher von begrenztem praktischen Nutzen sind, ermöglichen sie ein besseres grundlegendes Verständnis der Vorgänge, die mit der Trocknung von landwirtschaftlichen Produkten in einem Behälter in Zusammenhang stehen, und deshalb sollten weitere Betrachtungen auf diesem Gebiet sich hierauf stützen.

Eine frühere Arbeit auf diesem Gebiet, die offenbar übersehen wurde, wurde 1954 von VAN ARSDEL [17] veröffentlicht. Dieser Forscher gab Einzelheiten einer numerischen Lösung an in bezug auf das Trocknen von Nahrungsmitteln in einem Großbehälter, wobei das Gleichgewicht und die Trocknungswerte in flacher Schicht bekannt waren.

Diese Arbeit basiert auf den Analysen von ARSDEL und KLAPP. Der große Unterschied zwischen dieser Arbeit und früheren Forschungen besteht darin, daß die Anzahl der anfechtbaren Annahmen in dieser Betrachtung beträchtlich geringer ist, da für die Lösung der Simultan-Differentialgleichungen eine Digital-Rechenanlage zur Verfügung stand.

### Versuch

Bild 1 zeigt die Anlage, die bei dem Versuch verwendet wurde.

Mit Hilfe eines regelbaren Ventilators wurde Luft über eine Klimaanlage, die Temperatur und relative Feuchtigkeit regeln konnte, umgewälzt. Dann trat die Luft in den mit Getreide gefüllten Behälter ein. Der Behälter bestand aus einem Plexiglas-Zylinder von ca. 150 mm (6 Zoll) Durchmesser und ca. 380 mm (15 Zoll) Länge. Der Zylinder war von einem Isoliermantel umschlossen. Drei herausnehmbare 13 mm tiefe Plättchen waren in der Höhe von 90, 180 und 270 mm angebracht. Diese Plättchen konnten zu Gewichtsmessungen herausgenommen werden und innerhalb von 15 Sekunden wieder in den Behälter geschoben werden.

Die Luftströmung wurde mittels eines Laminarströmungselements und eines Mikromanometers gemessen. Die Strömung durch das Element steht in linearer Beziehung zum Druckunterschied entlang des Meßabschnitts, wobei ein Druckunterschied von 25 mm Wassersäule 50 SCFM<sup>2)</sup> Luft entspricht. Das Mikromanometer, das den Druckunterschied anzeigt, hat eine Skala von 0 bis 250 mm Wassersäule und ist bis zu 0,025 mm Wassersäule ablesbar. Die Drehzahl des serienmäßigen Elektromotors, der den Ventilator antreibt, wurde mittels eines angeschlossenen Transformators eingestellt. Die Ventilatorgeschwindigkeit wurde während eines Versuchs nachreguliert, um eine konstante Luftströmung beizubehalten.

Die Temperaturen der Luft vor Eintritt in den Behälter und nach Austritt aus dem Behälter sowie an bestimmten Punkten in dem Behälter wurden mit Thermoelementen gemessen, die einem Temperaturschreiber angeschlossen waren. Die Thermoelemente im Behälter waren von kleinen perforierten Zylindern umschlossen, so daß sie nicht mit dem Gut in Berührung kommen konnten. Es wurden auch Thermoelemente in einzelne Körner eingesetzt. Dazu wurde auf einer Seite des Kornes ein Loch so weit hineingebohrt, daß das Thermo-element in das Korn bis eben unter die Oberfläche der gegenüberliegenden Seite hineinragte.

Die relative Feuchtigkeit wurde mit einem elektrischen Feuchtigkeitsmesser gemessen. In dem Luftstrom vor und hinter dem Behälter waren Meßelemente angebracht.

Den Feuchtigkeitsgehalt erhielt man, indem einzelne Körner für die Dauer von 36 Stunden in einen Luft-Konvektionsofen bei 100 °C gelegt wurden.

Die Digital-Rechenanlage, die zum Auswerten der Daten verwendet wurde, war eine Control Data Corp Ration 3600. Die Computer-Programme wurden in der Programmiersprache Fortran IV erstellt.

### Analyse

Um die Gleichungen zu erhalten, welche die Füllguttemperatur, die Lufttemperatur, spezifische Feuchtigkeit und den Feuchtigkeitsgehalt in einem Großbehälter mit landwirtschaftlichen Produkten als Funktion von Ort und Zeit darstellen, wurden Wärme- und Stoffbilanz für unterschiedliche Behältervolumen angegeben. Bei der Aufstellung der Differential- und späteren endlichen Differenzgleichungen wurden folgende Voraussetzungen zugrunde gelegt:

1. Temperatur- und Feuchtigkeitsgefälle in den Partikeln im Behälter sind unwesentlich;
2. die Thermaleigenschaften des Kühlmediums (Luft) sind konstant innerhalb der untersuchten Temperaturspanne;
3. der Wärmeaustausch von Partikel zu Partikel ist geringfügig;
4. das Temperatur- oder Feuchtigkeitsgefälle in der y- und z-Richtung ist 0;
5. die Höhe des Füllguts im Behälter bleibt während des Trocknungsvorgangs konstant;
6. die Desorptions-Wärme ist unbedeutend;
7. die Anfangstemperatur und die Feuchtigkeitsverteilung innerhalb des Behälters ist einheitlich;
8. die Temperatur und spezifische Feuchtigkeit der zugeführten Luft sind konstant;
9. es tritt kein Niederschlag im Behälter auf.

Das Prüfvolumen  $S_{dx}$ , für welches Wärme- und Massenausgleich angegeben ist, ist in Bild 2 wie folgt dargestellt:

<sup>2)</sup> SCFM = standard cubic feet per minute  
50 SCFM = 1,4138 m<sup>3</sup>/min bei 1 ata und 15,56° C

## I. Für die Masse

Die Veränderung der spezifischen Feuchtigkeit der Luft, die abhängig vom Weg  $x$  durch den Behälter strömt, ist

$$v_a \rho_a S \frac{\delta H}{\delta x} dx dt \quad [\text{kp}] \quad (1)$$

Die Veränderung der spezifischen Feuchtigkeit der im Prüfvolumen enthaltenen Luft abhängig von der Zeit ist gleich

$$\varepsilon S dx \rho_a \frac{\delta H}{\delta t} dt \quad [\text{kp}] \quad (2)$$

Der Beitrag der Gleichung (2) zu dem gesamten Stoffaustausch ist nach KLAPP [12] gering und kann daher vernachlässigt werden. Obgleich diese Behauptung grundsätzlich richtig ist, ist dieses Verhältnis in einem bestimmten Luftströmungsbereich doch von Bedeutung. Dieses wird in einer zukünftigen Arbeit der Autoren entwickelt werden.

Die Feuchtigkeitsmenge, welche die Körner im Prüfvolumen an die Luft abgeben ist

$$S dx a \sigma (H'' - H) dt \quad [\text{kp}] \quad (3)$$

Die Veränderung im Feuchtigkeitsgehalt der Partikel im Prüfvolumen ist

$$- S dx (1 - \varepsilon) \rho_g \frac{\delta \bar{M}}{\delta t} dt \quad [\text{kp}] \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (1) bis (4) erhält man die folgenden Differentialgleichungen

$$\frac{\delta H}{\delta x} = \frac{\sigma \cdot a}{\rho_a v_a} (H'' - H) \quad (5)$$

und

$$- \frac{\delta \bar{M}}{\delta t} = \frac{a \sigma}{\rho_g (1 - \varepsilon)} (H'' - H) \quad (6)$$

## II. Für die Energie

Die Veränderung der wahrnehmbaren Wärme der durch den Behälter strömenden Luft in Abhängigkeit von der  $x$ -Koordinate ist

$$- v_a \rho_a S c_a \frac{\delta T}{\delta x} dx dt \quad [\text{kcal}] \quad (7)$$

Die Veränderung der wahrnehmbaren Wärme der im Prüfvolumen enthaltenen Luft abhängig von der Zeit ist gleich

$$\varepsilon S dx \rho_a c_a \frac{\delta T}{\delta t} dt \quad [\text{kcal}] \quad (8)$$

Gemäß KLAPP [12] wurde auch dieses Verhältnis vernachlässigt.

Die Energie, die die Körner im Prüfvolumen der Luft entziehen, ist

$$S dx a a (T - \Theta) dt \quad [\text{kcal}] \quad (9)$$

Die Veränderung der Energie der Partikel im Prüfvolumen in Abhängigkeit von der Zeit ist gleich

$$S dx (1 - \varepsilon) \rho_g c_g \frac{\delta \Theta}{\delta t} dt \quad [\text{kcal}] \quad (10)$$

Die Energiemenge, die zur Verdunstung der Feuchtigkeit aus den Partikeln im Prüfvolumen benötigt wird, ist gleich

$$r \cdot S dx a \sigma (H'' - H) dt \quad [\text{kcal}] \quad (11)$$

oder

$$- r \cdot S dx (1 - \varepsilon) \rho_g \frac{\delta \bar{M}}{\delta t} dt \quad [\text{kcal}] \quad (12)$$

Über die Gleichungen (7) bis (11) kam man zu den folgenden Differentialgleichungen:

$$\frac{\delta T}{\delta x} = - \frac{a \cdot a}{v_a \rho_g c_a} \cdot (T - \Theta) \quad (13)$$

und

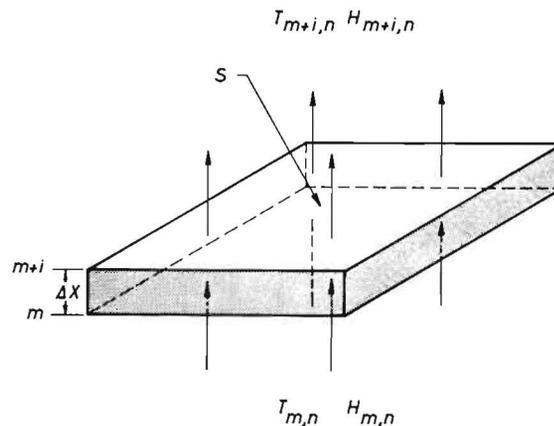


Bild 2: Volumenelement des Füllgutes im Behälter

$$\frac{\delta \Theta}{\delta t} = - \frac{v_a \cdot \rho_a \cdot c_a}{\rho_g \cdot c_g (1 - \varepsilon)} \cdot \frac{\delta T}{\delta x} - \frac{r \cdot a \sigma}{\rho_g c_g (1 - \varepsilon)} (H'' - H) \quad (14)$$

Die Gleichungen (5), (6), (13) und (14) sind die vier Arbeitsgleichungen für die Unbekannten  $T$  (Lufttemperatur),  $\Theta$  (Temperatur des Füllgutes),  $H$  (spezifische Luftfeuchtigkeit) und  $\bar{M}$  (durchschnittlicher Feuchtigkeitsgehalt). Bei gleichzeitiger Lösung der Gleichungen erhält man die benötigte Relation für  $T$ ,  $\Theta$ ,  $H$ , und  $\bar{M}$  als Funktion der Position im Behälter ( $x$ ) und der Zeit ( $t$ ).

Bevor die Gleichungen gelöst werden, muß der Begriff  $H''$  betrachtet werden.  $H''$  stellt die spezifische Feuchtigkeit in der Grenzschicht, die jeden Partikel im Behälter umgibt, dar und ist eine Funktion des Objektfeuchtigkeitsgehalts und der Objekttemperatur. Die genaue Abhängigkeit zwischen  $H''$ ,  $\Theta$  und  $\bar{M}$  wurde aus den Feuchtigkeitsausgleichswerten für das im Versuch verwendete Produkt ermittelt.

Vollständige Versuchswerte für den Feuchtigkeitsausgleich im Getreide innerhalb der Temperaturspanne von  $4^\circ$  bis  $50^\circ\text{C}$  wurden von RODRIGUEZ u. a. [18] veröffentlicht. THOMPSON u. a. [15] stellten fest, daß die von RODRIGUEZ ermittelten Werte durch die folgende empirische Gleichung dargestellt werden können:

$$RH = 1 - \exp[-3,82 \cdot 10^{-5} (\Theta + 50) \bar{M}^{2,0}] \quad (15)$$

Der Wert  $H''$  wurde ermittelt, indem man die Grundgleichung für die absolute Feuchtigkeit in einem Wasserdampfluftgemisch verwendete:

$$H'' = 0,622 \frac{(RH) \cdot p_{\text{sat}}}{p_{\text{atm}} - (RH) \cdot p_{\text{sat}}} \quad (16)$$

Der Sättigungsdruck des Dampfes ist eine Funktion der Lufttemperatur und kann thermodynamischen Tabellen für Wasserdampfluftgemische entnommen werden [19].

Die Beziehung wurde durch das folgende Polynom näherungsweise bestimmt:

$$p_{\text{sat}} = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 \quad (17)$$

Die Konstanten  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  und  $a_4$  wurden unter Anwendung des Gauss'schen Eliminationsverfahrens in Verbindung mit der Digital-Rechenanlage berechnet.

Die Gleichungen (15), (16) und (17) wurden zu folgendem Ausdruck zusammengefaßt:

$$H'' = 0,622 \frac{((1 - \exp[3,82 \cdot 10^{-5} (\Theta + 50) \bar{M}^{2,0}]) \cdot p_{\text{sat}})}{p_{\text{atm}} - ((1 - \exp[3,82 \cdot 10^{-5} (\Theta + 50) \bar{M}^{2,0}]) \cdot p_{\text{sat}})} \quad (18)$$

Gleichung (18) bietet viel genauere Werte für  $H''$  als die lineare Beziehung, die von KLAPP [12] angewandt wurde.

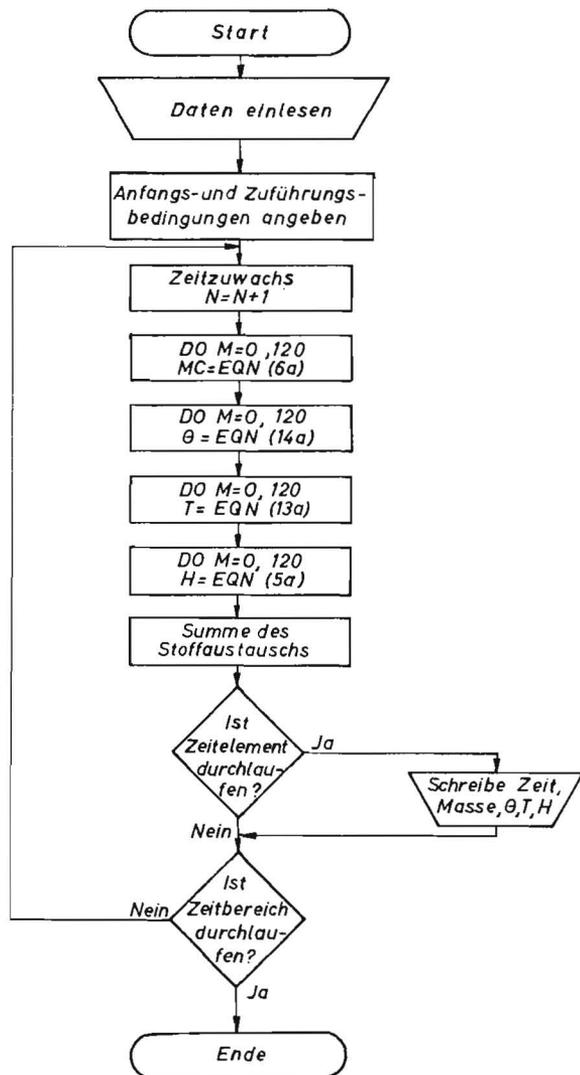


Bild 3: Flußdiagramm für das Digital-Computer-Programm zur Lösung der Klappchen Analyse über den Trocknungsvorgang im Behälter

Es ist klar, daß die Gleichungen (5), (6), (13) und (14), nachdem die Gleichung (18) eingesetzt worden ist, nicht analytisch gelöst werden können, da es keine linearen Gleichungen sind. Durch numerisches Vorgehen ist dieses Gleichungssystem jedoch zu lösen.

Um eine Lösung mit einer Digital-Rechanlage zu ermöglichen, wurden die Gleichungen (5), (6), (13) und (14) in endlicher Form als Differenzgleichungen angeschrieben.

Gleichung (5) lautet danach wie folgt:

$$H_{m+1,n} - H_{m,n} = \frac{\sigma \cdot \alpha \Delta x}{\rho_g \cdot v_a} (H_{m+1/2,n}'' - H_{m+1/2,n}) \quad (5^a)$$

ebenso Gleichung (6)

$$\bar{M}_{m+1/2,n} - \bar{M}_{m+1/2,n+1} = \frac{\alpha \sigma \Delta t}{\rho_g (1-\varepsilon)} (H_{m+1/2,n}'' - H_{m+1/2,n}) \quad (6^a)$$

wie auch Gleichung (13)

$$T_{m,n} - T_{m+1,n} = \frac{\alpha \cdot \alpha \Delta x}{v_a \cdot \rho_a \cdot c_a} (T_{m+1/2,n} - \theta_{m+1/2,n}) \quad (13^a)$$

und schließlich Gleichung (14)

$$\theta_{m+1/2,n+1} - \theta_{m+1/2,n} = \frac{v_a \rho_a c_a \Delta t}{\rho_g c_g (1-\varepsilon) \Delta x} (T_{m,n} - T_{m+1,n}) - \frac{r \cdot \alpha \cdot \sigma \Delta t}{\rho_g c_g (1-\varepsilon)} (H_{m+1/2,n}'' - H_{m+1/2,n}) \quad (14^a)$$

Die Anfangs- und Randbedingungen, die bei der Lösung des Systems der vier miteinander gekoppelten endlichen Differenzgleichungen eingesetzt wurden, waren:

$$T_{m,0} = T_{\text{Anfang}} \quad (19^a)$$

$$H_{m,0} = H_{\text{Anfang}} \quad (19^b)$$

$$\theta_{m,0} = \theta_{\text{Anfang}} \quad (19^c)$$

$$\bar{M}_{m,0} = \bar{M}_{\text{Anfang}} \quad (19^d)$$

$$T_{0,n} = T_{\text{Eingang}} \quad (19^e)$$

$$H_{0,n} = H_{\text{Eingang}} \quad (19^f)$$

Ein Flußdiagramm für das Lösungsverfahren der Gleichungen (5<sup>a</sup>), (6<sup>a</sup>), (13<sup>a</sup>) und (14<sup>a</sup>) mit den Anfangs- und Randbedingungen (19<sup>a</sup>) bis (19<sup>f</sup>) zeigt das Bild 3.

Die Werte  $\Delta x$ , Wegzuwachs, und  $\Delta t$ , Zeitwuchs, die in den Arbeitsgleichungen erscheinen, konnten nicht willkürlich gewählt werden, da sie klein genug sein mußten, um eine mathematische Ungenauigkeit bei der numerischen Lösung zu verhindern. In dem in dieser Abhandlung erarbeiteten Computer-Programm haben  $\Delta x$  und  $\Delta t$  eine Größenordnung von 0,3 mm bzw. 0,4 s. Das bedeutete, daß ungefähr 1 000 000 Berechnungen durchgeführt werden mußten, um einen 10stündigen Trocknungsvorgang auf der Versuchsanlage zu simulieren.

### Ergebnisse und Erörterung

Bestimmte grundlegende Eigenschaften des Füllgutes mußten bekannt sein, bevor die Gleichungen (5<sup>a</sup>), (6<sup>a</sup>), (13<sup>a</sup>) und (14<sup>a</sup>) gelöst werden konnten. Die Werte  $\alpha$  und  $\sigma$ , die Austauschkoefizienten der strömenden Wärme und Masse, sind Funktionen der Reynoldschen Zahl. BARKER [20] gab einen umfangreichen Bericht über die vorhandenen theoretischen und empirischen Beziehungen. Die folgenden Gleichungen wurden diesem Bericht entnommen um  $\alpha$  und  $\sigma$  zu bestimmen:

$$\text{für } \alpha: \quad \frac{\alpha}{c_a \cdot v_a \cdot \rho_a} = 0,992 \cdot \text{Re}^{-0,34}$$

$$\text{für } \sigma: \quad \frac{\sigma}{v_a \cdot \rho_a} = 15,5 \text{ Re}^{-1} \cdot \text{Sc}^{-2/3} (1 - \varepsilon)^{1,2}$$

Während der Trocknung von Getreide im Behälter ändert sich die Durchlässigkeit des Füllgutes aufgrund von Volumenveränderungen der einzelnen Körner und durch Setzen der Füllung. Durch die vorhandenen ortsfesten Plättchen im Versuchszylinder wurde das Setzen auf ein Minimum beschränkt. Die Durchlässigkeit des Füllgutes im Zylinder veränderte sich jedoch während des Trocknungsvorganges von ca. 0,40 auf 0,50. Bei der Analyse der Daten durch den Computer wurde mit einem Durchschnittswert gearbeitet, nachdem sich gezeigt hatte, daß die theoretischen Ergebnisse durch eine stufenweise Veränderung des Durchlässigkeitswertes nicht wesentlich beeinflußt wurden (GERRISH u. a. [21]).

Die Größe der Oberfläche der Körner im Behälter wurde berechnet, indem man die Anzahl der Körner zählte und von der Annahme ausging, die Körner seien kleine rechteckige Ziegel. Bei den Versuchen variierte die Oberfläche zwischen 400 und 500 m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>.

Die Werte  $c_g$  (spezifische Wärme des Füllgutes) und  $r$  (Verdampfungswärme) sind beide von der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgehalt des Gutes abhängig. Durch eine parametrische Computerstudie wurde jedoch festgestellt, daß kleine Veränderungen der Werte  $c_g$  und  $r$  während des Trocknungsvorganges im Behälter die theoretischen Trocknungswerte nicht bedeutend beeinflussen [21]. Die Werte für  $c_g$  und  $r$ , die in dem Computer-Simulationsprogramm verwendet wurden, waren KAZARIAN u. a. [22] bzw. RODRIGUEZ u. a. [18] entnommen.

Die Werte für  $\rho_a$  (Dichte der Luft) und  $c_a$  (spezifische Wärme der Luft) wurden thermodynamischen Tabellen entnommen [19]. Die Dichte des Füllgutes  $\rho_g$ , die durch direkte Messungen ermittelt wurde, lag zwischen 12,20 und 12,65 kp/m<sup>3</sup>.

Das Bild 4 stellt die in dieser Arbeit gewonnenen theoretischen und experimentellen Ergebnisse dar. Die Anfangstemperatur und der Feuchtigkeitsgehalt des Füllgutes bei diesem Versuch waren 23 °C und 31,5 % bezogen auf trockenes Gut. Die zugeführte Luft hatte eine Temperatur von 38 °C und eine spezifische Feuchtigkeit von 0,008 kp H<sub>2</sub>O/kp trockene Luft. Die Luftströmung betrug 488 kp/h · m<sup>2</sup>. Es ist offenbar, daß die Übereinstimmung des durch den Versuch ermittelten Feuchtigkeitsgehaltes mit dem errechneten nicht sehr gut ist. Die Werte zeigen, daß die Tiefe der Trocknungsschicht beim Versuch größer ist als die der theoretischen Schicht.

Aus dem Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Feuchtigkeitsgehaltswerten geht eindeutig hervor, daß die Klappsche Analyse den Trocknungsvorgang im Getreidebehälter nicht umfassend genug darstellt. Der Hauptgrund für diese Diskrepanz ist nach Meinung der Autoren die Annahme im Versuch Klapps, daß während des Trocknungsprozesses in den einzelnen Körnern kein Feuchtigkeitsabfall stattfindet.

Das Trocknungspotential in den Getreidekörnern im Behälter ist der Unterschied zwischen Dampfdruck oder absoluter Feuchtigkeit in der Randschicht der Körner und der Luft, die an den Körnern vorbeiströmt. Die absolute Feuchtigkeit in der Randschicht ist eine Funktion des Feuchtigkeitsgehaltes der Kornoberfläche. In der analytischen Abhandlung von KLAPP und in der Computerlösung, die in dieser Arbeit dargelegt ist, wird angenommen, daß der Feuchtigkeitsgehalt der Oberflächen dem durchschnittlichen Feuchtigkeitsgehalt des Kornes entspricht. Tatsächlich aber ist in jedem Korn ein Gefälle vorhanden.

Um eine Vorstellung von der Größenordnung des Abfalls des Feuchtigkeitsgehaltes innerhalb eines trocknenden Kornes zu bekommen, wurde ein Computerprogramm für die Berechnung der Feuchtigkeitsverteilung innerhalb eines Kornes während des Trocknungsvorganges entwickelt. Die Ausgangsdiffusionsgleichung, wie von den Autoren in einer früheren Arbeit [23] entwickelt, wurde in numerischer Form erstellt und gelöst, indem man zwanzig Punkte innerhalb des Kornes annahm. Strömungsrandbedingungen wurden (unter Verwendung der für den Behälter berechneten Strömungsaustauschkoeffizienten) bei der Aufstellung der Gleichungen für den Feuchtigkeitsgehalt im Kornrand eingesetzt. Der Wert *D*, der Diffusionskoeffizient, wurde der Arbeit von PABIS und HENDERSON [10] entnommen.

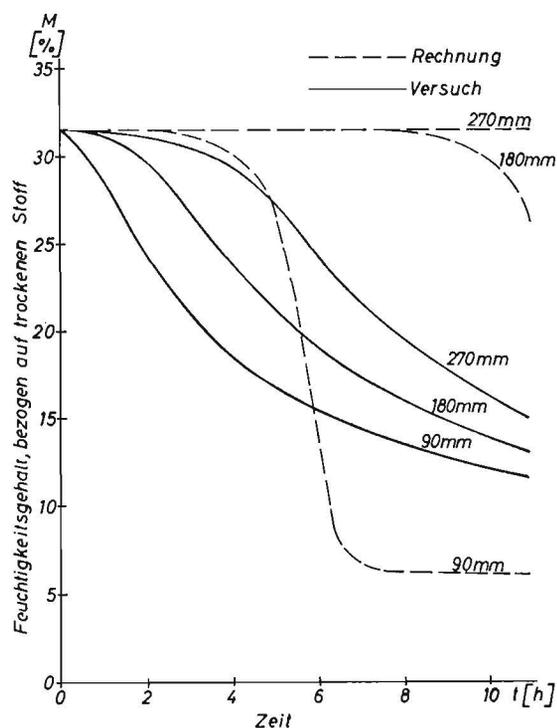


Bild 4: Durch Rechnung und Versuch gewonnene Trocknungswerte in verschiedenen Behältertiefen

Die Tafel 1 zeigt, wie steil der Feuchtigkeitsgehalt in einem Korn während des Trocknungsvorganges abfällt. Aus diesem Beispiel geht klar hervor, daß dieser Abfall in der Analyse über das Trocknen von Getreide im Behälter nicht unberücksichtigt bleiben darf. Daher muß die Klappsche Analyse durch eine zusätzliche Gleichung ergänzt werden, die die Veränderung im Feuchtigkeitsgehaltsabfall innerhalb eines Kornes als eine Funktion des Korn-Radius, der Behälter-Höhe und der Zeit beschreibt.

Nimmt man an, daß die Körner kugelförmig sind, sind die zusätzlichen Gleichungen, die in der Analyse berücksichtigt werden müssen, folgende:

$$\frac{\delta M}{\delta t} = 2D \frac{\delta^2 M}{\delta d^2} + \frac{8D}{d} \cdot \frac{\delta M}{\delta d} \quad (20)$$

Tafel 1: Durchschnittlicher und örtlicher Feuchtigkeitsgehalt in % eines  $d = 2r$  großen Kornes, bezogen auf trockenes Material, während des Trocknungsvorganges im Behälter (Diffusionskoeffizient  $D = 1,86 \cdot 10^{-3}$  in  $\text{cm}^2/\text{h}$ ).

Zeit in h	Lage der Beobachtungsstelle im Abstand $\Delta r$ von der Kornoberfläche										Ober- fläche des Kornes	Durch- schnitts- wert	
	Mitte des Kornes	0,50r	0,45r	0,40r	0,35r	0,30r	0,25r	0,20r	0,15r	0,10r			
0,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00
0,05	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	29,99	29,91	29,13	24,11	6,01	29,01	
0,10	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00	29,99	29,93	29,53	27,57	20,74	6,01	28,72	
0,15	30,00	30,00	30,00	30,00	29,99	29,96	29,77	28,92	26,01	18,62	6,00	28,49	
0,20	30,00	30,00	30,00	30,00	29,98	29,88	29,50	28,20	24,63	17,17	6,00	28,28	
0,25	30,00	30,00	30,00	29,99	29,94	29,77	29,16	27,44	23,44	16,11	6,00	28,10	
0,30	30,00	30,00	29,99	29,97	29,89	29,60	28,77	26,70	22,42	15,30	6,00	27,93	

und

$$-\left(\frac{\delta M}{\delta d}\right) d = d_o = \frac{\sigma}{D \cdot \rho_g} (H'' - H) \quad (21)$$

Berücksichtigt man in der Analyse den Diffusionswiderstand gegenüber dem Stoffaustausch in den einzelnen Getreidekörnern, ergibt sich ein langsamerer Trocknungswert als vorausgesagt und ein kleinerer Abfall des Feuchtigkeitsgehalts über der Behälterlänge. Bild 4 zeigt, daß sich die theoretischen und experimentellen Werte dann besser entsprechen würden. Frühere Computerergebnisse, die durch Einbeziehung der Gleichungen (20) und (21) in das Computerprogramm gewonnen wurden, haben diesen Sachverhalt bestätigt. In einem zweiten Beitrag in dieser Serie wird dieser Punkt im einzelnen besprochen werden.

### Zusammenfassung

Das Trocknen von Getreide in einem Behälter wurde experimentell und theoretisch untersucht. Wärme- und Stoffaustausch-Gleichungen wurden abgeleitet, teilweise von der Klappschen Analyse ausgehend. Die sich ergebenden Gleichungen wurden mit einer Digital-Rechenanlage numerisch gelöst, und die Lösungen wurden mit den Versuchswerten verglichen. Die vorausgerechneten Ergebnisse stimmten mit den empirischen Austauschwerten nicht gut überein. Es zeigte sich, daß der strömende Stoffaustausch in der Rand-schicht nicht der allein wertbestimmende Vorgang beim Trocknen von Getreide im Behälter ist, wie in der Analyse angenommen worden war. Die Diffusion innerhalb der einzelnen Körner muß durch Aufstellen von Gleichungen berücksichtigt werden. In dieser Arbeit ist die genaue Form der Gleichungen, die die Diffusion innerhalb der Körner beschreibt, angegeben, und es wurde auf ihre Wirkung auf die Klappsche Analyse hingewiesen.

### Schrifttum:

- [1] F. W. BAKKER-ARKEMA und W. G. BICKERT: A deep-bed computational cooling procedure for biological products. Transactions of the ASAE, 9 (1966) H. 6, S. 824
- [2] F. W. BAKKER-ARKEMA und W. G. BICKERT: Environmental control during storage to prevent cracking of pea beans — An analysis. Transactions of the ASAE, 10 (1966) H. 10, S. 6
- [3] F. W. BAKKER-ARKEMA und W. G. BICKERT: Deep bed cooling and dehydration of biological products under constant inlet conditions. Paper 67-315, presented at the 1967 Annual Meeting of ASAE, Saskatoon, Canada, June 1967
- [4] F. W. BAKKER-ARKEMA, W. G. BICKERT und R. J. PATTERSON: Simultaneous heat and mass transfer during the cooling of a deep bed of biological products under varying inlet air conditions. Journal of Agricultural Engineering Research, 12 (1967) H. 4, S. 297
- [5] P. O. NGODDY, F. W. BAKKER-ARKEMA und W. G. BICKERT: Heat transfer in a deep bed of pea beans. Quarterly Bulletin of the Michigan Agricultural Experiment Station, 49 (1966) H. 2, S. 132
- [6] T. E. W. SCHUMANN: Heat transfer. A liquid flowing through a porous prism. J. Franklin Institute, 1929, H. 208, S. 408
- [7] D. A. VAN MEEL: Adiabatic convection drying with recirculation of air. Chemical Engineering, 9 (1958) H. 9, S. 36
- [8] A. HUSTRULID und A. M. FLIKKE: Theoretical drying curve for shelled corn. Transactions of the ASAE, 2 (1958) H. 1, S. 112
- [9] R. W. THOMPSON und G. H. FOSTER: Exposed cooling rates of grain. ASAE, St. Joseph, Michigan, 1959, Paper 59-811
- [10] S. PABIS und S. M. HENDERSON: Grain drying theory II. A critical analysis of the drying curve for shelled corn. Journal of Agricultural Engineering Research, 6 (1961) H. 6, S. 277
- [11] O. KRISCHER: Trocknungstechnik, Bd. I. Springer-Verlag, Heidelberg, 1962
- [12] E. KLAPP: Mathematische Behandlung gekoppelter Wärme- und Stoffaustauschvorgänge in durchströmten Stückgütern. Ingenieur-Archiv, 32 (1963) H. 5, S. 360—372
- [13] D. S. BOYCE: Grain moisture and temperature changes with position and time during through drying. Journal of Agricultural Engineering Research, 10 (1965) H. 4, S. 333
- [14] D. S. BOYCE: Heat and moisture transfer in ventilated grain. Journal of Agricultural Engineering Research, 11 (1966) H. 4, S. 255
- [15] T. L. THOMPSON, R. M. PEART und G. H. FOSTER: Mathematical simulation of corn drying — A new model. Paper 67-313, presented at the 1967 Annual Meeting of the ASAE Saskatoon, Canada, June 1967
- [16] J. M. HENDERSON und S. M. HENDERSON: A computational procedure for deep-bed analysis. Paper 67-316, presented at the 1967 Annual Meeting of the ASAE, Saskatoon, Canada, June 1967
- [17] W. B. VAN ARSDEL: Simultaneous heat and mass transfer in a non-isothermal system. Chemical Engineering Progress Symposium Series, 1954, H. 16, S. 47
- [18] J. H. RODRIGUEZ-ARIAS, C. W. HALL und F. W. BAKKER-ARKEMA: Heat of vaporization for shelled corn. Cereal Chemistry, 40 (1963) H. 6, S. 676

- [19] J. L. THRELKELD: Thermal Environmental Engineering, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1962)
- [20] J. J. BARKER: Heat transfer in packed beds. Industrial Engineering Chemistry, 57 (1965) H. 4, S. 43
- [21] J. B. GERRISH, M. MORCOS und C. KLINE: Computer Simulation of the cooling of a deep bed of cherry pits — VII The effect of varying heat of vaporization and air specific heat. Michigan State University Agricultural Experiment Station Quarterly Bulletin, 50 (1967) H. 2, S. 239
- [22] E. A. KAZARIAN und C. W. HALL: Thermal properties of grain. Transactions of the ASAE, 8 (1965) H. 1, S. 65
- [23] F. W. BAKKER-ARKEMA und W. G. BICKERT: Theoretische Untersuchung über das konvektive Trocknen von Futterbriketts. Landtechnische Forschung, 16 (1966) H. 5, S. 6

### Résumé

F. W. Bakker-Arkema, W. G. Bickert and R. V. Morey: Simultaneous Heat and Mass Transfer during the Drying of a Deep Bed of Corn — Computer Solution of the Klapp Analysis.

The drying of a deep bed of corn was investigated experimentally and theoretically. Heat and mass transfer rate equations were derived, partially based on Klapp's analysis. The resulting equations were solved numerically on a digital computer and the solutions were compared with the experimental data. The predicted results did not agree well with the empirical transfer rates. It was shown that convective mass transfer in the boundary layer is not the sole rate-controlling mechanism in deep bed grain drying, as was assumed in the analysis. The internal diffusion within the individual kernels should be considered in writing the rate equations. The exact form of the equations describing internal diffusion in the kernels is given in the paper and their effect on Klapp's analysis is indicated.

Fred W. Bakker-Arkema, W. G. Bickert et R. V. Morey: Transfert simultané de chaleur et de masse pendant le séchage de céréales dans un réservoir.

Les auteurs ont étudié expérimentalement et théoriquement le séchage de céréales dans un réservoir et ont établi des équations de transfert de chaleur et de masse, en se basant en partie sur l'analyse de Klapp. Les équations obtenues ont été résolues numériquement à l'aide d'un calculateur digital et les solutions ont été comparées avec les résultats expérimentaux. Il s'est montré que les résultats des calculs préalables concordaient mal avec les valeurs empiriques. On a constaté que le transfert par convection de masse dans la couche extérieure n'est pas le seul phénomène déterminant pendant le séchage de céréales dans un réservoir comme on l'avait supposé dans l'analyse et qu'il faut tenir compte par l'établissement d'autres équations de la diffusion à l'intérieur des grains. La forme exacte des équations qui expriment la diffusion à l'intérieur des grains, a été indiquée dans l'étude et les auteurs ont mentionné son effet sur l'analyse de Klapp.

Fred W. Bakker-Arkema, W. G. Bickert y R. V. Morey: Intercambio combinado de calor y materias durante el proceso de secado un depósito con grano

El secado de grano dentro de un depósito se analizó experimental y teóricamente. Se derivaron ecuaciones de intercambio térmico y de materias, en parte partiendo del análisis "Klapp". Las ecuaciones resultantes se resolvieron numéricamente con una calculadora digital, comparando las soluciones con los valores del ensayo. Los resultados precalculados no concordaron bien con los valores empíricos de intercambio. Se puso de manifiesto que el afluyente intercambio de materias en la capa del borde no es él solo el proceso determinante de los valores en el secado de grano dentro del depósito, como se había aceptado en el análisis. La difusión dentro de los diversos granos hay que tenerla en consideración por la realización de ecuaciones. En este trabajo está dada la forma exacta de las ecuaciones, forma que describe la difusión dentro de los granos, señalando su efecto sobre el análisis "Klapp".