

# Spannungs-Deformations-Verhalten zylindrischer Ackerbodenproben bei einaxialer Druckbelastung und vollständig behinderter Querdehnung

Dr.-Ing. H. Huth, Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg, Sektion Mechanisierung der Pflanzenproduktion

## Verwendete Formelzeichen

A	cm <sup>2</sup>	Fläche der Bodenprobe
a, b	N/cm <sup>2</sup>	Konstanten
C	mm <sup>2</sup> /mm <sup>2</sup>	Abstufung
E	N/cm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul
E <sub>Tb</sub>	N/cm <sup>2</sup>	Tangentenmodul bei behinderter Querdehnung
F	N	Normalkraft
G	N/cm <sup>2</sup>	Schubmodul
h <sub>1</sub>	mm	Höhe der Bodenprobe während der Deformation
h <sub>0</sub>	mm	Höhe der Bodenprobe vor der Deformation
I <sub>0</sub>	%	Humusgehalt (Massenanteil)
m <sub>T</sub>	g	Trockenmasse
m <sub>w</sub>	g	Wassermasse
n	%	Porenanteil (Volumenanteil)
n <sub>A</sub>	%	Anfangsporenanteil (Volumenanteil)
U	mm/mm	Ungleichförmigkeit
v̇	N/s	mittlere Belastungsgeschwindigkeit
V <sub>p</sub>	cm <sup>3</sup>	Volumen der Bodenprobe
w	%	Wasserzahl (Massenanteil)
λ	N/cm <sup>2</sup>	Lamé-Konstante
ν		Querkontraktionszahl
ρ <sub>s</sub>	g/cm <sup>3</sup>	Reindichte
σ <sub>11</sub> , σ <sub>22</sub> , σ <sub>33</sub>	N/cm <sup>2</sup>	Hauptnormalspannung
ε <sub>11</sub> , ε <sub>22</sub> , ε <sub>33</sub>	%	Hauptdehnung

Wasser einen Werkstoff mit kompliziertem Verformungsverhalten darstellt. Das Spannungs-Deformations-Verhalten von Böden ist von vielen Einflußgrößen abhängig, z. B. von Bodenart, Bodenstruktur, Porenanteil, Wasserzahl, Belastungsgeschwindigkeit, Möglichkeiten der Entwässerung, Spannungs- und Verformungsbedingungen [1, 2].

Für die Lösung praxisbezogener Probleme der Landtechnik mit Hilfe mathematischer Modellierungsmethoden ist es gegenwärtig erforderlich, daß die Stoffbeziehungen mit Hilfe einfach durchzuführender Grundversuche ermittelt werden, einfacher mathematischer Gestalt sind, möglichst wenig freie Parameter enthalten und es dennoch gestatten, wesentliche Seiten des Stoffverhaltens von Ackerböden zu erfassen.

Eine Versuchsart, die sich u. a. bei der Untersuchung des Setzungsverhaltens von Baugrund bewährt hat, ist der einaxiale Druckversuch bei völlig behinderter Querdehnung (Ödometerversuch).

Ödometerversuche, die von Söhne [3], Dexter [4] u. a. Autoren bereits erfolgreich für die Untersuchung der mechanischen Eigenschaften des Ackerbodens verwendet wurden, zeichnen sich durch einen relativ einfachen Versuchsaufbau aus. Der Aufwand für die Versuchsvorbereitung und Versuchsdurchführung ist gering, was bei möglichen Feldversuchen von großer Wichtigkeit ist.

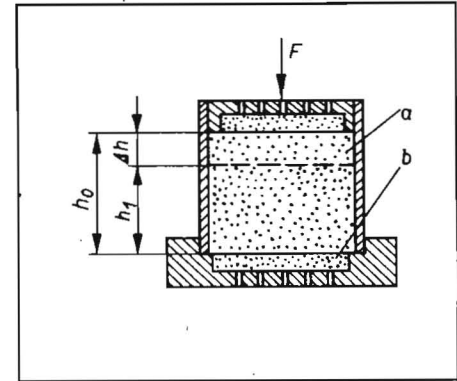


Bild 1. Ödometerversuch (schematisch); a Bodenprobe, b Filtersteine

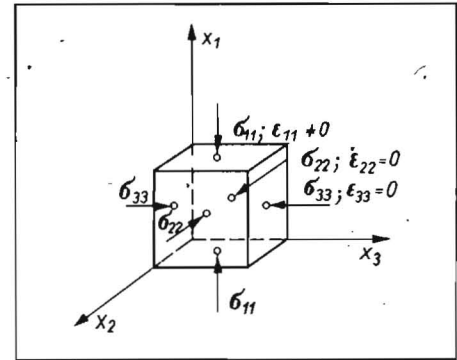


Bild 2. Elementarprisma einer Bodenprobe des Ödometerversuchs

## 1. Einleitung

Kenntnisse über das Spannungs-Deformations-Verhalten landwirtschaftlich genutzter Böden in Form von Stoffbeziehungen sind für die Entwicklung, Konstruktion und den Einsatz von Landmaschinen von großer Wichtigkeit. Ein allumfassendes und allgemeingültiges Stoffgesetz für Böden kann bei dem gegenwärtigen Stand der Erkenntnisse noch nicht angegeben werden. Gründe dafür sind, daß es große Schwierigkeiten bereitet, einen allgemeinen Spannungs- und Deformationszustand im Boden experimentell zu erzeugen und daß das Dreiphasengemisch Bodensubstanz—Luft—

## 2. Ödometerversuch

Mit Hilfe des Ödometerversuchs kann das ein-dimensionale Verformungsverhalten von Bodenproben untersucht werden (Bild 1). In einem Zylinder mit starren Seitenwänden wird der Boden durch einen Stempel in Axialrichtung zusammengedrückt. Während des Versuchs werden die in axialer Richtung auftretende Kraft sowie die Höhenänderung der Bodenprobe gemessen. Über die Filtersteine können in den Poren der Bodenprobe befindliches Wasser und die überschüssige Luft entweichen.

Im Bild 2 sind die wirksamen Spannungen an

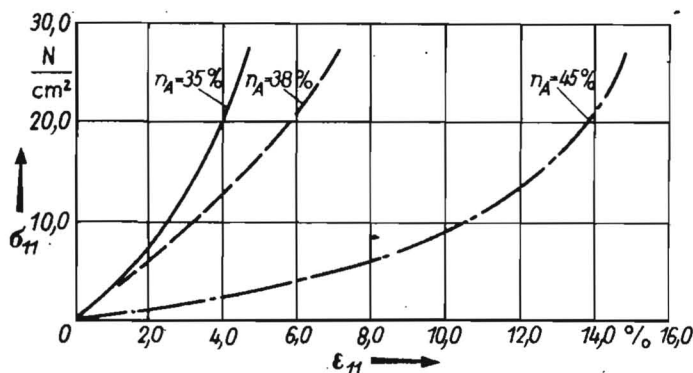
einem Elementarprisma des Ödometerversuchs dargestellt.

Infolge der vertikalen Normalspannung  $\sigma_{11}$  tritt bei der Bodenprobe die vertikale Hauptdehnung  $\epsilon_{11}$  auf:

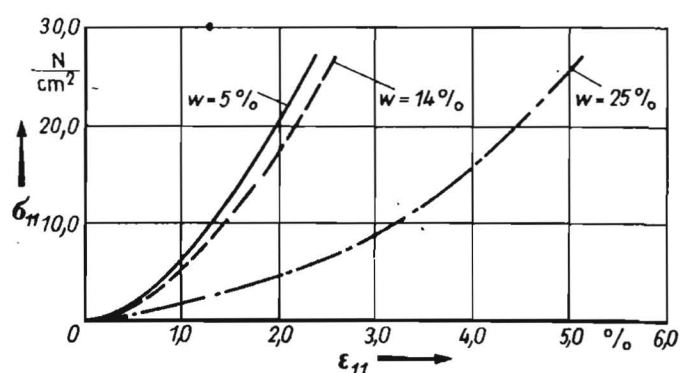
$$\sigma_{11} = \frac{F}{A} \quad (1)$$

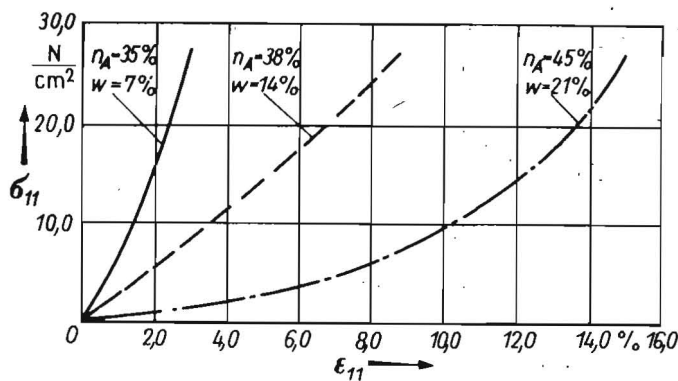
$$\epsilon_{11} = \frac{h_0 - h_1}{h_0} \quad (2)$$

Bild 3. Spannungs-Längsdehnungs-Verhalten verschiedener Böden; a) schluffiger Sand, w = 14%



b) lehmiger Schluff, n<sub>A</sub> = 43%





c) sandiger Lehm

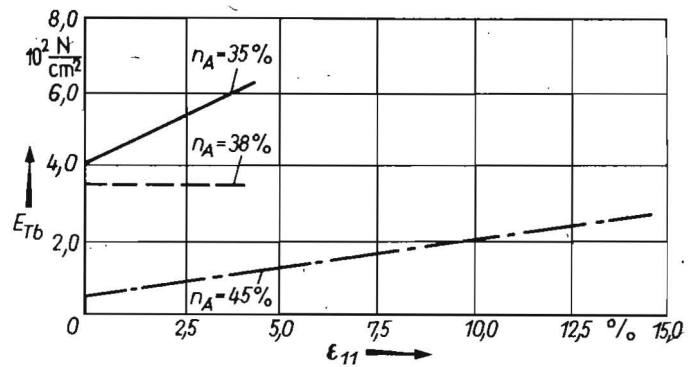


Bild 4. Tangentendeformationsmodule verschiedener Böden;  
a) schluffiger Sand, w = 14%

Bedingt durch die starren Seitenwände und aus Symmetriegründen gelten beim Ödometerversuch für die Spannungen und Dehnungen in radialer und tangentialer Richtung die Bedingungen:

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} < \sigma_{11} \quad (3)$$

$$\epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 0. \quad (4)$$

Der Ödometerversuch ist immer mit einer Volumenverkleinerung und einer Gestaltänderung der Bodenprobe verbunden. Aufgrund der behinderten Querdehnung tritt eine zunehmende Verfestigung des Bodens ein und der Bruchzustand wird nicht erreicht.

### 3. Experimentelle Untersuchungen

#### 3.1. Versuchsmaterial und Probenherstellung

Die Bodenproben wurden im Labor aus schluffigem Sand (uS), lehmigem Schluff (IU) und sandigem Lehm (sL) hergestellt. Der Probendurchmesser betrug 50,5 mm, die Probenhöhe im Ausgangszustand 22 mm.

Tafel 1 gibt einen Überblick über einige bodenphysikalische Kennwerte der Versuchsböden. Von den Strukturparametern der Versuchsböden wurden die Wasserzahl und der Porenanteil variiert.

Für die Probenherstellung wurden die Böden 48 h bei 105°C im Trockenschrank getrocknet und nach Abkühlung durch ein Sieb mit 2 mm Maschenweite abgesiebt. Steine mit einem mittleren Durchmesser < 2 mm wurden im Hinblick auf Homogenität und Isotropie der Bodenproben ausgesondert. Nach erneutem zwei-stündigen Trocknen und anschließendem Abkühlen im Exsikkator wurde die zur Erreichung eines bestimmten Porenanteils erforderliche Trockenmasse nach Gl. (5) berechnet und abgewogen:

$$m_T = \left(1 - \frac{n}{100}\right) V_P \rho_s \quad (5)$$

Die für eine bestimmte Wasserzahl erforderliche Masse des Wassers wurde nach Gl. (6) berechnet, abgewogen und zur Trockenmasse des Bodens hinzugegeben.

$$m_w = \frac{m_T w}{100} \quad (6)$$

Nach gründlichem Durchmischen erfolgte die Probenherstellung, indem mit Hilfe geeigneter Geräte die präparierte feuchte Bodenmasse in den Ring des Ödometers möglichst homogen eingebracht wurde. Zur Verringerung der Wandreibung wurde zwischen Bodenprobe und Ödometerring eine dünne Plastefolie gebracht, die zuvor eingefettet wurde. Der Stempel des Ödometers wurde anschließend mit Hilfe eines schmalen Ringes aufgesetzt und das Ödometer spielfrei in eine kraftgesteuerte einaxiale Druckbelastungsprüfmaschine eingebaut. Die Versuchsdurchführung erfolgte quasistatisch

mit einer mittleren Belastungsgeschwindigkeit von  $\dot{v} = 0,21 \text{ N/s}$ . Der Versuch wurde fünfmal wiederholt.

#### 3.2. Versuchsergebnisse

Die Bilder 3a bis 3c zeigen Beispiele von Spannungs-Längsdehnungs-Diagrammen verschiedener Böden, die mit Ödometerversuchen ermittelt wurden. Aus den Kurven kann entnommen werden, daß die untersuchten landwirtschaftlich genutzten Bodenarten bei einaxialer Druckbelastung und vollständig behinderter Querdehnung nichtlineares Stoffverhalten aufweisen. Die Spannungs-Längsdehnungs-Diagramme verlaufen progressiv und streben einem endlichen Dehnungswert zu. Der Grund dafür ist, daß sich der Porenanteil in der Bodenprobe trotz weiterer Laststeigerung nicht mehr verringern läßt. Die Größe der infolge der aufgetragenen Normalspannung  $\sigma_{11}$  eintretenden Längsdehnungen  $\epsilon_{11}$  ist von der Bodenart abhängig und wird stark durch die Strukturparameter Porenanteil und Wasserzahl beeinflusst.

Aus den im Bild 3a abgebildeten Kurven ist zu entnehmen, daß mit größer werdendem Porenanteil erwartungsgemäß auch die Verformungen der Bodenprobe zunehmen.

Aus Bild 3b ist ersichtlich, daß ansteigende Wasserzahlen bei gleichen Normalspannungswerten eine Vergrößerung der Längsdehnung bewirken. Nach [3] ist dies auf die Verringerung der Werte der Kohäsion und der inneren Reibung zurückzuführen.

Die dargestellten Versuchskurven im Bild 3c zeigen sehr anschaulich, daß die Werte des Porenanteils und der Wasserzahl maßgeblich das stoffliche Verhalten von Ackerböden beeinflussen.

#### 3.3. Mathematische Approximation der Versuchsergebnisse

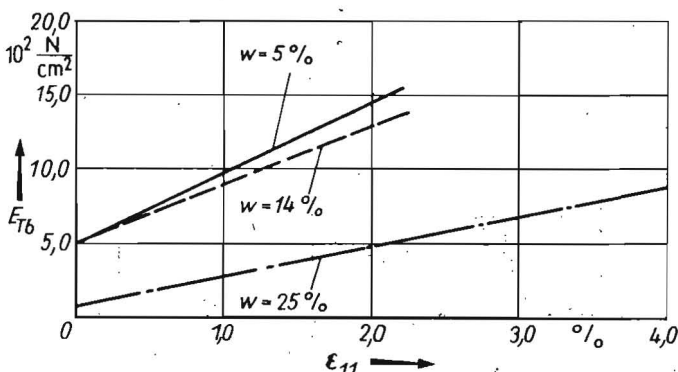
Zur mathematischen Beschreibung der nichtlinearen Spannungs-Längsdehnungs-Kurven

Tafel 1. Bodenphysikalische Kennwerte der Versuchsböden

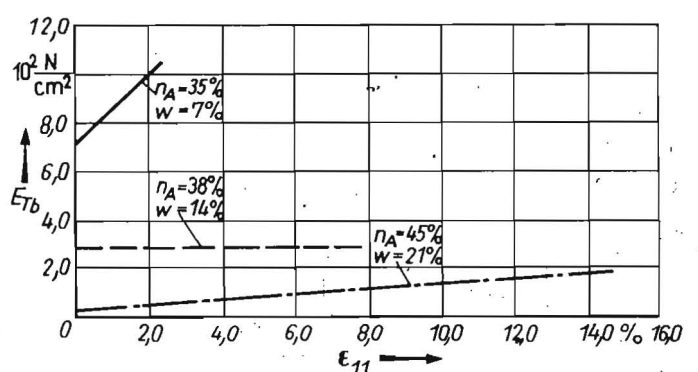
	Ungleich- förmig- keit <sup>1)</sup>	Ab- stufung <sup>1)</sup>	Humus- gehalt (Massen- anteil)	Rein- dichte
	U mm/mm	C mm <sup>2</sup> /mm <sup>2</sup>	I <sub>0</sub> %	$\rho_s$ g/cm <sup>3</sup>
schluffiger Sand	45,00	4,05	1,60	2,648
lehmiger Schluff	16,43	2,51	3,52	2,644
sandiger Lehm	108,33	0,13	1,98	2,575

1) nach Standard TGL 31222/01 (Physikalische Bodenuntersuchung)

b) lehmiger Schluff,  $n_A = 43\%$



c) sandiger Lehm



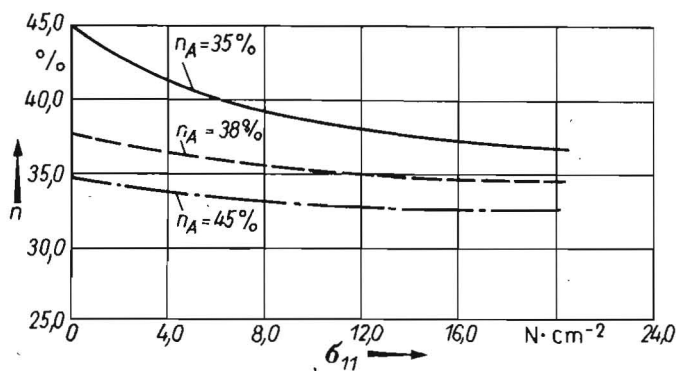
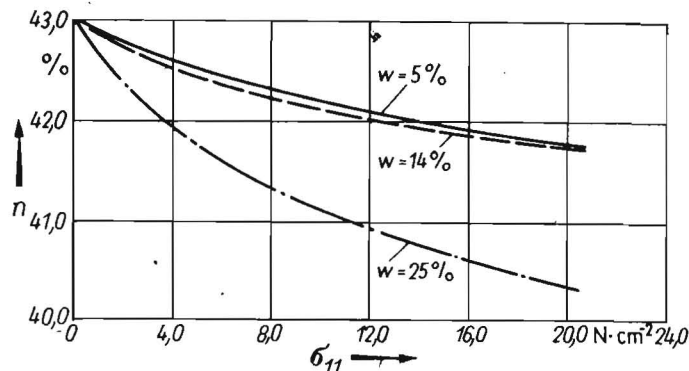


Bild 5. Verdichtungskurven verschiedener Böden;  
a) schluffiger Sand,  $w = 14\%$



b) lehmiger Schluff,  $n_A = 43\%$   
c) sandiger Lehm

mit Hilfe einer Stoffbeziehung kann das Verfahren der pseudoelastischen Konstanten verwendet werden [2, 5, 6]. Grundlage des Verfahrens ist eine abschnittsweise Linearisierung des gekrümmten Kurvenverlaufs. Die jeweils linearen Teilstücke der Versuchskurven werden durch das verallgemeinerte Hooke-Gesetz mathematisch beschrieben. Die Anwendung des verallgemeinerten Hooke-Gesetzes auf die Bedingungen des Ödometerversuchs ergibt bei linearem Stoffverhalten folgende Spannungs-Längsdehnungs-Beziehung:

$$\sigma_{11} = \frac{E \varepsilon_{11}}{\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right)} = (\lambda + G) \varepsilon_{11} = E_b \varepsilon_{11} \quad (7)$$

Eine rechtechnisch günstige Form wird erreicht, wenn die Tangentengrößen des Deformationsmoduls bei behinderter Querdehnung  $E_{Tb}$  gebildet werden. Dazu wurden die Spannungs-Längsdehnungs-Kurven durch Interpolationspolynome zweiten Grades approximiert:

$$\sigma_{11} = a \varepsilon_{11}^2 + b \varepsilon_{11} \quad (8)$$

Aus Gl. (8) kann der Tangentendeformationsmodul des Ödometerversuchs gewonnen werden:

$$E_{Tb} = \frac{d\sigma_{11}}{d\varepsilon_{11}} = 2a \varepsilon_{11} + b \quad (9)$$

Mit  $E_{Tb}$  erhält man einen deformationsabhängigen Stoffkennwert, der eine mathematische Beschreibung der nichtlinearen Ödometerversuchskurven ermöglicht. Die Bilder 4a bis 4c zeigen für die untersuchten Bodenarten Beispiele der Abhängigkeit des Tangentendeformationsmoduls bei behinderter Querdehnung von der Längsdehnung bei verschiedenen Bodenzuständen.

#### 4. Verdichtungskurven

Infolge der wirksamen Normalspannung  $\sigma_{11}$  tritt während des Ödometerversuchs in der Bodenprobe eine Verringerung des Porenanteils ein. Nach [2] besteht zwischen dem augenblicklichen Porenanteil  $n$  und der Längsdehnung  $\varepsilon_{11}$  der Zusammenhang:

$$n = \frac{n_A - \varepsilon_{11}}{1 - \varepsilon_{11}} \quad (10)$$

Unter Verwendung der Spannungs-Längsdehnungs-Diagramme kann nun der Zusammenhang zwischen dem Porenanteil und der Normalspannung ermittelt werden. Die Bilder 5a bis 5c geben einen Überblick, wie sich die

Porenanteile der Versuchsböden bei verschiedenen Bodenzuständen infolge aufgebrachtener Normalspannungen verringern.

Aus dem Verlauf der Kurven im Bild 5a ist ersichtlich, daß bei dieser Bodenart (schluffiger Sand), wenn sie sich im feuchten Zustand befindet, die größten Bodenverdichtungen dann auftreten, wenn auf den Boden im locker gelagerten Ausgangszustand Druckspannungen wirken. Nach Bild 5b ergeben sich bei gleichem Anfangsporenanteil für vergleichbare Druckspannungswerte mit steigender Wasserzahl höhere Werte der Bodenverdichtung von lehmigem Schluff. Die dargestellten Kurvenverläufe im Bild 5c sagen aus, daß gleichermaßen wie bei den anderen beiden Bodenarten auch bei sandigem Lehm die größte Bodenverdichtung dann auftritt, wenn er im Ausgangszustand locker gelagert ist und eine hohe Wasserzahl hat.

#### 5. Schlußfolgerungen aus den Verdichtungskurven

Aus dem Verlauf der Verdichtungskurven können unter der Annahme, daß bei der Wirkpaarung Rad-Boden ähnliche Spannungs- und Deformationszustände wie beim Ödometerversuch auftreten, in Übereinstimmung mit den von Söhne [3] getroffenen Aussagen folgende Schlußfolgerungen für das Befahren von Ackerböden gezogen werden:

- Böden, die sich im locker gelagerten Ausgangszustand befinden, sollten möglichst nicht befahren werden, da die dabei auftretenden Bodenverdichtungen besonders hoch sind.
- Zunehmende Wasserzahlen bewirken eine starke Verdichtungsempfindlichkeit der untersuchten Bodenarten. Werden die Böden jedoch bei mittleren Wasserzahlen befahren, so sind bei gleichen Druckspannungswerten die Bodenverdichtungen wesentlich geringer.
- Schluffiger Sand und sandiger Lehm sind

im locker gelagerten, feuchten Zustand besonders stark verdichtungsempfindlich. Bei aufgebrachtener Normalspannungswerten von  $\sigma_{11 \max} = 20 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-2}$  wurden Verringerungen des Anfangsporenanteils um 8% ermittelt.

- Lehmiger Schluff hat von allen drei untersuchten Bodenarten die geringste Verdichtungsempfindlichkeit. Daher kann diese Bodenart auch bei ungünstigen Bodenverhältnissen noch befahren werden, ohne daß eine starke Schädigung der Bodenstruktur eintritt.

#### 6. Zusammenfassung

Im Beitrag wird das Spannungs-Deformationsverhalten gestörter zylindrischer Bodenproben aus drei landwirtschaftlich genutzten bindigen Bodenarten bei einaxialer Druckbelastung und völlig behinderter Querdehnung untersucht.

Es werden Ergebnisse von Ödometerversuchen mit schluffigem Sand, lehmigem Schluff und sandigem Lehm bei verschiedenen Porenanteilen und Wasserzahlen mitgeteilt. Das nichtlineare Spannungs-Längsdehnungsverhalten wird durch einen verformungsabhängigen Tangentendeformationsmodul bei behinderter Querdehnung mathematisch beschrieben. Für verschiedene Bodenzustände wird die Abhängigkeit der Bodenverdichtung von der Normalbeanspruchung gezeigt.

Aus den Verdichtungskurven werden Schlußfolgerungen für die Befahrbarkeit von Ackerböden gezogen.

#### Literatur

- [1] Frank, H.: Formänderungsverhalten von bewehrter Erde untersucht mit finiten Elementen. TU Braunschweig, Dissertation 1978.
- [2] Kezdi, A.: Handbuch der Bodenmechanik, Band III. Berlin: Verlag für Bauwesen 1973.
- [3] Söhne, W.: Die Verformbarkeit des Ackerbodens.

Fortsetzung auf Seite 425