

## Vertikal- und Horizontalkräfte an luftbereiften Rädern beim Überfahren von Hindernissen

Prof. Dr.-Ing. habil. K. Hofmann, KDT

TU Dresden, Sektion Kraftfahrzeug-, Land- und Fördertechnik

Dipl.-Ing. H. Müller

VEB Traktorenwerk Schönebeck, Betrieb II des Kombinats Fortschritt – Landmaschinen – Neustadt (Sachsen)

Bei der Entwicklung von Straßenfahrzeugen ist es erforderlich, für verschiedene Varianten Schwingungs- und Festigkeitsberechnungen durchzuführen, um dadurch zu einer günstigen Konstruktion zu gelangen.

Schwingungsrechnungen sind mit den vorhandenen leistungsfähigen Digitalrechnern und den anwendungsbereiten Digital-Simulationsprogrammen durchführbar, wobei auch Systeme mit vielen Freiheitsgraden und nichtlinearen Elementen keine Schwierigkeiten bereiten. Somit sind bei der Berechnung selbst z. Z. praktisch keine Grenzen vorhanden. Das Problem ist die Modellfindung. Das gilt besonders für den Teilkomplex gummibereiftes Rad – Fahrbahn.

Es war deshalb das Ziel der Untersuchung, ein hinreichend genaues Modell zu erarbeiten, mit dem es möglich ist, Bewegungsgrößen und Kräfte des Rades zu bestimmen.

### 1. Erarbeiten eines Radmodells

Zur Modellerarbeitung wird das luftbereifte Rad als isolierter Einzelkomplex betrachtet. Die Herauslösung aus dem Gesamtfahrzeug ist notwendig, um die bereits komplizierten Schwingungsvorgänge des Rades nicht noch weiter durch die Fahrgestellrückwirkungen zu komplizieren.

Da bis zu Frequenzen von 40 Hz die Trägheit der Reifenmasse gegenüber den sonstigen Trägheitswirkungen des Fahrzeugs vernachlässigbar ist [1], kann man das Rad als diskretes System betrachten.

Als Modell für das Rad wird in der Literatur am häufigsten ein System genannt, das radial gefedert und gedämpft ist. Feder- und Dämpferkennungen sind linear [2/3/4/5/6/7].

Bei Fahrzeugen, die nur durch den Reifen gefedert sind, wie Mähdrescher, Traktoren usw., ist die Aufbaumasse mit der Radmasse starr verbunden. Oft wird dann ein ebenes System gebildet [2/3/5/6/7]. In bezug auf das Verhalten eines Rades auf einer Fahrbahn besitzt dieses System jedoch die gleichen Eigenschaften wie ein Rad mit einer Punktmasse. Für Raduntersuchungen sind folglich beide Systeme gleichwertig.

Dieses Modell gestattet es, auf einer Fahrbahn die vertikalen Bewegungen und Kräfte zu bestimmen. Nur sehr ungenau können auf unebenen Fahrbahnen horizontale Bewegungen und Kräfte ermittelt werden. Die Drehbewegung des Rades läßt sich nicht beschreiben.

Daneben werden in der Literatur auch Modelle von Rädern angegeben, die nur Trägheitsmomente sowie tangentiale Elastizitäten und Dämpfungen besitzen [8/9]. Es sind auch Hinweise vorhanden, daß ein gummibereiftes Rad radial und tangential elastisch ist [2/3] und daß sich die Elastizitäten gegenseitig beeinflussen [4].

Eine allgemeine Berechnung von radial und tangential gefederten sowie gedämpften Radmodellen ist jedoch nicht bekannt.

Der folgenden Untersuchung wurde das in Bild 1 gezeigte, radial und tangential gefederte Rad zugrunde gelegt. Es ist durch die Masse  $m$ , das Trägheitsmoment  $\Theta$ , die radialen sowie tangentialen Federkonstanten  $c_r$ ,  $c_t$  und die Dämpfungswiderstände  $\rho_r$ ,  $\rho_t$  charakterisiert.

Vor der eigentlichen Berechnung sind die Modellparameter festzulegen. Die Größen Masse und Trägheitsmoment sind experimentell hinreichend genau bestimmbar. Sie scheiden somit aus den weiteren Betrachtungen aus.

Bei der Bestimmung der Elastizität und Dämpfung ist das größte Problem, die Verhältnisse in der Berührungszone Fahrbahn-Reifen zu formulieren.

Betrachtet man die diesbezüglichen Veröffentlichungen [10/11/12/13/14], so scheint es z. Z. weder möglich zu sein, die Spannungsverteilung in der Kontaktfläche ausreichend zu beschreiben, noch die Elastizität und Dämpfung des Reifens theoretisch zu ermitteln. Die Bestimmung der Elastizität und Dämpfung muß deshalb experimentell erfolgen und ist für jeden Reifentyp gesondert vorzunehmen. Für die Rechnung wurden zur Vereinfachung die Kräfte in der Kontaktzone Reifen-Fahrbahn in einem Punkt konzentriert.

Zur Klärung des Elastizitätsverhaltens erfolgen Versuche an Landmaschinenreifen. Sie ergaben, daß die statische radiale Federkennlinie nur im Bereich kleiner Einsenkungen sowie bei großen Fahrbahnkrümmungen schwach nichtlinear ist. Die tangentiale Federkennlinie zeigte keine markanten Nichtlinearitäten. Auf die Elastizitäten wirken sich die Fahrbahnkrümmung und der Reifeninnendruck aus. Die dynamische Federkennlinie ist ebenfalls hinreichend genau linear und liegt höher als die statische.

Neben der Federkraft wirkt die Dämpfungskraft auf das Rad. Für Berechnungen wird in der Literatur fast nur die geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskraft angewendet [2/3/4/5/6/7].

Eigene Versuche bestätigten, daß bei den untersuchten Landmaschinenreifen das lineare Dämpfungsgesetz hinreichend genau erfüllt wird. Sie zeigten weiter, daß die Dämpfung mit kleiner werdendem Luftdruck steigt. Je nach Reifeninnendruck ergaben sich radiale und tangentiale Dämpfungen  $D = 0,04 \dots 0,13$ .

Sie stimmen mit den in der Literatur genannten radialen Dämpfungen von  $0,04 \dots 0,2$  [2/15/16] und tangentialen Dämpfungen von  $0,05 \dots 0,08$  [17] überein.

Die Auswertung eigener und die Analyse fremder Versuche ergab, daß auch bei „gleichen“ Versuchsbedingungen die Parameter der Rückstellfunktion stark voneinander abweichen [18/19/20]. Diese Feststellungen ließen den Schluß zu, daß für die Untersuchungen eine lineare Feder- und Dämpferkennlinie angewendet werden kann.

Bei der Bewegung des Modells wirkt die Fahrbahn als Störung. Die Fahrbahn ist durch die Höhenkoordinate  $h$ , den Steigungswinkel  $\beta$  und den Krümmungsradius  $R$  gekennzeichnet (Bild 1).

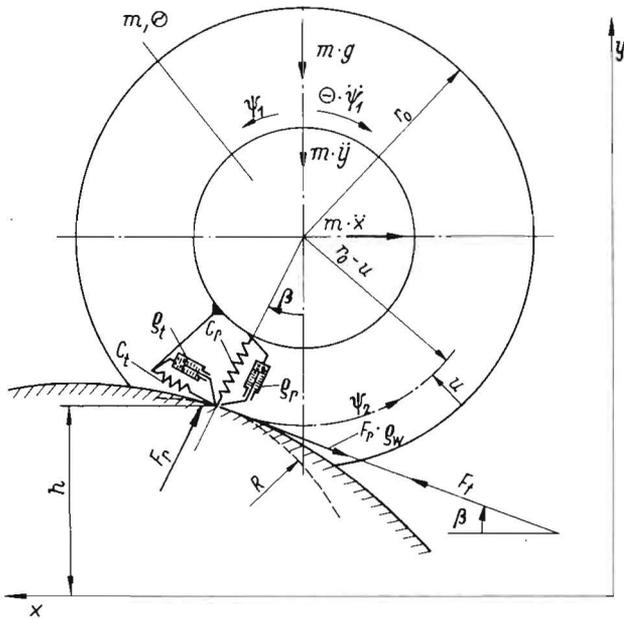


Bild 1. Radmodell mit Masse, Trägheitsmoment, radialer und tangentialer Federung und Dämpfung

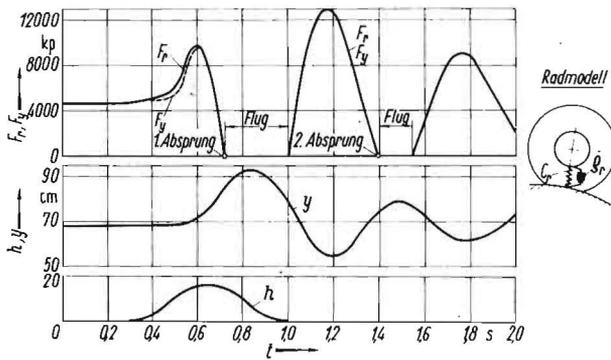


Bild 2. Kräfte und Bewegungen am radial gefederten und gedämpften Modell:

$F_r$  Radialkraft,  $F_y$  Vertikalkraft,  $h$  Hindernishöhe,  $y$  vertikale Bewegung des Radmittelpunktes

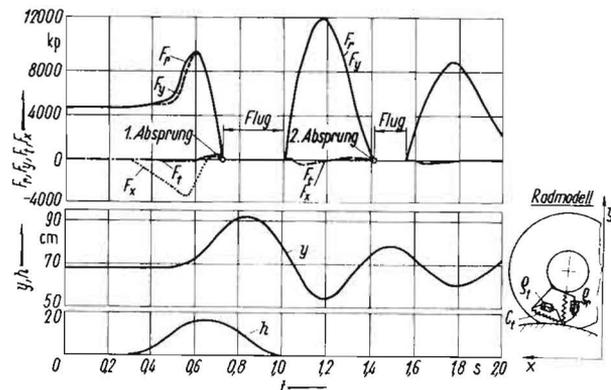


Bild 3. Kräfte und Bewegungen am radial und tangential gefederten und gedämpften Modell:

$F_t$  Tangentialkraft,  $F_x$  Horizontalkraft,  $F_r$  Radialkraft,  $F_y$  Vertikalkraft,  $y$  vertikale Bewegung des Radmittelpunktes,  $h$  Hindernishöhe

## 2. Bewegungsgleichungen eines Radmodells

Die Bewegungsgleichungen des Radmodells ergeben sich aus den Gleichgewichtsbetrachtungen. Die analytischen Formulierungen lauten:

Vertikales Kräftegleichgewicht

$$F_r \cdot \cos \beta + F_t \cdot \sin \beta - m \cdot \ddot{y} - m \cdot g - F_r \cdot e_w \cdot \sin \beta = 0$$

Horizontales Kräftegleichgewicht

$$-F_r \cdot \sin \beta + F_t \cdot \cos \beta - m \cdot \ddot{x} - F_r \cdot e_w \cdot \cos \beta = 0$$

Momentgleichgewicht

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi}_1 + F_t \cdot \frac{(y-h)}{\cos \beta} = 0$$

Winkel-Weg-Beziehung

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\dot{x}}{y-h} \quad (\text{Nur für kleine Steigungsgeschwindigkeiten ohne Berücksichtigung des Schlupfes gültig})$$

Danach besitzt das Radmodell vier Freiheitsgrade. Die interessierenden Kräfte am Radaufstandspunkt lassen sich nach den folgenden Gleichungen berechnen:

Radialkraft

$$F_r = C_r \cdot \left( \frac{h-y}{\cos \beta} + r_0 \right) + e_r \cdot \left( \frac{h-y}{\cos \beta} \right)$$

Tangentialkraft

$$F_t = C_t \cdot \left( \frac{h-y}{\cos \beta} \right) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + e_t \cdot \left[ \frac{y-h}{\cos \beta} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{(h-y)}{\cos \beta} \right]$$

Vertikalkraft

$$F_y = F_r (\cos \beta - e_w \cdot \sin \beta) + F_t \cdot \sin \beta$$

Horizontalkraft

$$F_x = -F_r (\sin \beta + e_w \cdot \cos \beta) + F_t \cdot \cos \beta$$

Beim Überwinden großer Fahrbahnebenheiten wird die Reifeneindrückung häufig Null. Es geht dann der Bodenkontakt verloren. Die Radial- und Tangentialkraft sind Null. Ebenfalls sind diese Kräfte Null, wenn sich bei einer positiven Reifeneindrückung die radiale Dämpfungskraft und die Federkraft das Gleichgewicht halten.

Ist der Steigungswinkel der Fahrbahn  $\beta$  ungleich Null, so befindet sich der Aufstandspunkt des Rades auf der Fahrbahn nicht senkrecht unterhalb des Radmittelpunktes. In der Rechnung wurde diesbezüglich angenommen, daß die kürzeste Entfernung Fahrbahn-Radmitte den Aufstandspunkt bestimmt. Die Aufstandspunktestimmung und die Absprunghinrichtungen gehören zur analytischen Beschreibung des zu untersuchenden Modells.

Die für das Radmodell gefundenen Bewegungsgleichungen wurden mit Hilfe eines digitalen Simulationsprogramms gelöst.

## 3. Rechnerische Untersuchung des Modells

### 3.1. Untersuchung der Parameterempfindlichkeit

Zunächst wurde ermittelt, wie empfindlich das Modell auf die Änderung der radialen und tangentialen Federkennung sowie die Dämpfungskraft reagiert.

Zur vergleichenden Untersuchung der radialen Parameterempfindlichkeit diente das im Bild 2 rechts dargestellte Modell. Es besitzt lineare Feder- und Dämpferkennungen und eine konstante Horizontalgeschwindigkeit. Die Rollreibung und die Fahrbahnkrümmung blieben unberücksichtigt. Es wurde angenommen, daß sich der Radaufstandspunkt senkrecht unter dem Radmittelpunkt befindet. Das Ergebnis einer Beispielrechnung ist im Bild 2 dargestellt. In Abhängigkeit von der Zeit sind die Radialkraft  $F_r$ , die Ver-

tikalkraft  $F_v$ , die Vertikalbewegung des Radmittelpunkts  $y$  und die Höhe des Hindernisses  $h$  aufgetragen. Ändert man Federkennung und Dämpfungskraft dieses Modells, so ändern sich auch die Radkräfte. Die Untersuchung ergab, daß das Modell ziemlich stark auf die Veränderung der radialen Federkennung und weniger stark auf die Veränderung der radialen Dämpfung reagiert.

Um den Einfluß der tangentialen Federkennung  $c_t$  sowie des Trägheitsmomentes auf die Radkräfte untersuchen zu können, erfolgte eine Erweiterung des bereits untersuchten Modells. Das Modell sowie das Beispiel einer Rechnung sind im Bild 3 dargestellt. Die Untersuchung ergab, daß die Vertikalskraft durch die Änderung der tangentialen Federkennung und Dämpfung praktisch nicht beeinflußt wird. Die Tangentialkraft nach dem 1. Absprung steigt mit der Erhöhung der tangentialen Federkonstanten und der Verringerung des tangentialen Dämpfungswiderstands nur geringfügig, durch die Erhöhung des Trägheitsmomentes aber stärker.

### 3.2. Untersuchung der Größenverhältnisse zwischen Radial- bzw. Tangentialkraft und deren geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungskraftanteilen

Weiterhin wurde untersucht, wie groß das Verhältnis zwischen der radialen und tangentialen Kraft  $F_r$  und  $F_t$  zu ihren geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungskraftanteilen  $F_{rD}$  und  $F_{tD}$  ist.

Dazu wurde ein radial und tangential gefedertes Modell verwendet. Bild 4 zeigt die errechneten Kraftverläufe. Es ist zu erkennen, daß fast immer die Dämpfungskraft gegenüber der Gesamtkraft klein ist. Somit kann eine ungenau abgeschätzte Dämpfungskraft auf das Schwingungsverhalten des Modells nur einen geringen Einfluß ausüben.

### 3.3. Untersuchung des Einflusses des Rollwiderstands auf die Horizontalkraft

Zur Klärung des Einflusses des Rollwiderstands auf die Schwingungen erfolgte die Berechnung eines radial sowie tangential gefederten und gedämpften Modells mit Berücksichtigung eines Rollwiderstands in Höhe von 5 Prozent der Radnormalkraft.

Die Untersuchung zeigte, daß der Rollwiderstand nur die Horizontalkraft wesentlich beeinflußt. Das bedeutet, daß der Rollwiderstand für eine hinreichend genaue Ermittlung der Horizontalkraft zu berücksichtigen ist.

### 3.4. Untersuchung über die Änderung der Horizontalgeschwindigkeit bei der Hindernisüberfahrt

Bisher wurde eine konstante Horizontalgeschwindigkeit vorausgesetzt. In einer weiteren Untersuchung wurde von dieser Voraussetzung abgegangen und überprüft, wie sich die Horizontalgeschwindigkeit eines antriebslosen, radial gefederten und gedämpften Modells ohne Rollreibung während der Fahrt auf dem Hindernis ändert.

Zwei Varianten mit unterschiedlichen horizontalen Anfangsgeschwindigkeiten zeigt Bild 5.

Daraus ist zu erkennen, daß bei kleinen Anfangsgeschwindigkeiten eine Vorzeichenumkehr der Horizontalgeschwindigkeit möglich ist. Das heißt, daß das Rad nicht in der Lage ist, das Hindernis zu überrollen. Eine konstante Fahrgeschwindigkeit kann also nur in Sonderfällen vorausgesetzt werden.

### 3.5. Untersuchung über die Lage des Aufstandsortes und die krümmungsabhängige radiale Federkennung

Es wurde bereits erwähnt, daß die radiale Federkennung von der Fahrbahnkrümmung abhängt, und daß sich der Aufstandsort des Rades nicht immer senkrecht unterhalb des Radmittelpunkts befindet, sondern durch die kürzeste Entfernung Radmittelpunkt-Fahrbahn bestimmt ist.

Diese Verhältnisse wurden an einem radial sowie tangential gefederten und gedämpften Modell mit Rollreibung und konstanter Fahrgeschwindigkeit untersucht. Die krüm-

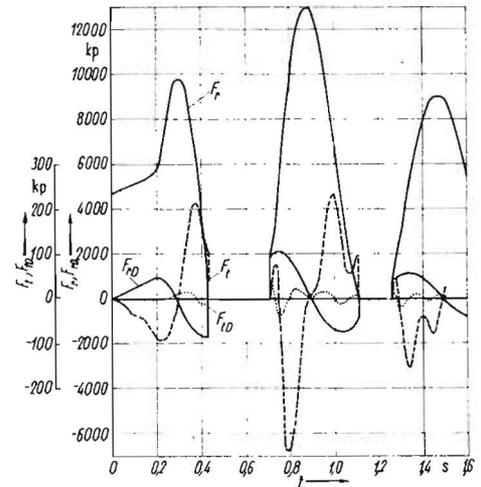


Bild 4. Radial- und Tangentialkräfte und ihre Dämpfungskraftanteile:  $F_r$  Radialkraft,  $F_{rD}$  radiale Dämpfungskraft,  $F_t$  Tangentialkraft,  $F_{tD}$  tangentielle Dämpfungskraft

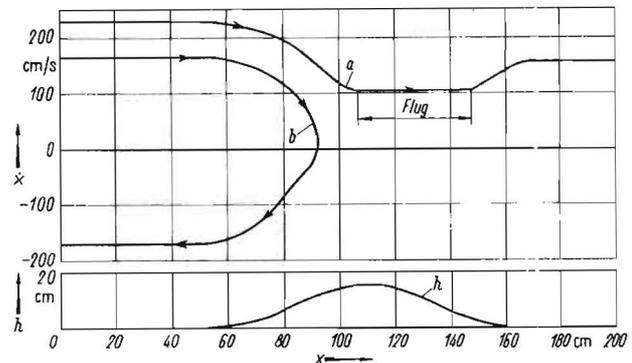


Bild 5. Geschwindigkeitsänderung bei der Hindernisüberfahrt: a Variante 1, b Variante 2, h Hindernishöhe

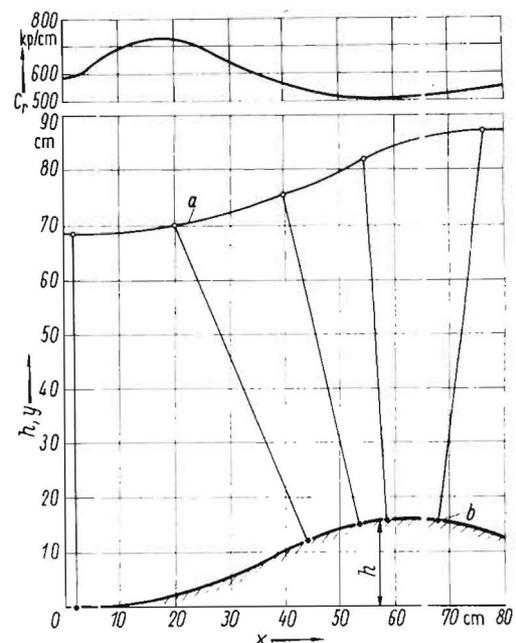


Bild 6. Radaufstandspunkt und Federkonstante bei der Hindernisüberfahrt:  $c_r$  radiale Federkonstante, h Hindernishöhe, a Bahn des Radmittelpunkts, b Radaufstandspunkt

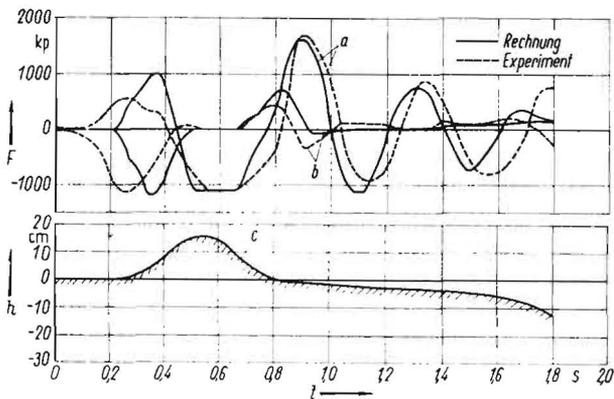


Bild 7. Vergleich der theoretisch und experimentell ermittelten Kräfte: a Vertikalkräfte ohne statischen Anteil, b Horizontalkräfte, c Fahrbahnprofil

mungsabhängige örtliche Federkonstante wird dabei durch folgende Beziehung bestimmt [5]: [24]:

$$c_r = c_{r\text{Ebene}} \sqrt[3]{\frac{1}{1 + \frac{r}{R}}}$$

Als Teilergebnis einer Rechnung wird im Bild 6 dargestellt, wo sich der Aufstandsort auf der Fahrbahn befindet und wie sich die örtliche Federkonstante infolge der Fahrbahnkrümmung ändert.

Aus dem Bild ersieht man, daß bei großen Fahrbahnsteigungen der Radaufstandspunkt weit vom Lot des Radmittelpunkts entfernt liegt und daß die örtliche radiale Federkonstante stark krümmungsabhängig ist. Es ist deshalb notwendig, bei den Rechnungen den tatsächlichen Radaufstandspunkt und die fahrbahnabhängige Federkennung zu berücksichtigen.

### 3.6. Schlußfolgerungen für die Modellbildung

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, daß für die Modellbildung „ebenes Rad — starre Fahrbahn“ folgendes berücksichtigt werden muß:

- Das Rad ist durch die Größen Masse, Trägheitsmoment, radiale sowie tangential Federkennung und Dämpfung darzustellen.
- Der Aufstandspunkt des Rades ergibt sich aus der kürzesten Entfernung Radmitte — Fahrbahn.
- Die radiale Federkennung hängt von der Fahrbahnkrümmung ab, ist ortsabhängig und muß berücksichtigt werden.
- Zur Kennzeichnung der Fahrbahn sind Höhe, Steigung und Krümmung in das Modell einzuarbeiten.
- Ebenfalls muß das Modell das Abspringen des Reifens von der Fahrbahn erfassen.
- Die Einführung einer geschwindigkeitsproportionalen Reifen-Dämpfungskraft ist ausreichend.
- Eine nicht konstante Horizontalgeschwindigkeit und der Rollwiderstand des Reifens sollten berücksichtigt werden.

### 4. Vergleich der errechneten Werte mit experimentellen Ergebnissen

Zur Überprüfung der Güte dieses abgeleiteten Rad-Fahrbahn-Modells erfolgte ein Vergleich zwischen den theoretisch und experimentell an der Achse eines Landmaschinenrades ermittelten Kräften (Bild 7). Aus der Darstellung ist zu entnehmen, daß die theoretischen Verläufe mit dem experimentellen genügend genau übereinstimmen.

Damit wurde gezeigt, daß das abgeleitete Modell für die Bestimmung der Bewegungen und Kräfte eines ebenen Rades auf starrer Fahrbahn beim Überfahren von großen Hindernissen geeignet ist.

### Literatur

- 1 Mitschke, M.: Der Reifen und seine Wirkung auf Fahrzeuge und Fahrbahn. ATZ 62 (1960) S. 118—122
- 2 Coenenberg, H. H.: Das äußere Schwingungsverhalten von Acker-schleppern, insbesondere ihre dynamischen Radlasten. Landtechn. Forschung 12 (1962) S. 157—165
- 3 Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Berlin: Springer-Verlag 1972
- 4 Bergmann, M.: Die Seitenkraft am rollenden Luftreifen während des Antriebes. ATZ 64 (1962) S. 296—300
- 5 Regkugler: Dynamic Analysis of Automatic Control of Combine Header Height, Transactions of the ASAE, 1970, Vol. 13, S. 225 bis 231
- 6 Smith, D. W., J. R. Liljedahl: Simulation of Rearward Overturning of Farm Tractors, Transactions of the ASAE, 1972 Vol. 15 Nr. 5, S. 818—821
- 7 Mitschke, M., Beerbaum Helms: Fahrsicherheit und Straßenschonung von ungefederten Fahrzeugen. Deutsche Kraftfahrzeugforschung, H. 208
- 8 Glaubitz, H.: Das Kraftfahrzeugtriebwerk als Drehschwingungsproblem. Konstruktion 10 (1958) S. 233—243
- 9 Coenenberg, H. H.: Zum Verhalten der Kupplung im Schleppertriebwerk. Diss. TH Braunschweig 1962
- 10 Schuring, D.: Prediction of wheel performance on soft and rigid ground. Aus: Proceedings of the first international Conference on Vehicle Mechanics Detroit: 1968
- 11 Seitz: Das Reibungsverhalten freierrollender Reifen. ATZ 72 (1970) S. 9—13
- 12 Farloputus, C.: Untersuchungen über die Gleitbewegung in Reifen-aufstandsflächen. Diss. TU Braunschweig, 1971
- 13 Böhm: Zur Statik und Dynamik des Gürtelreifens. ATZ 69 (1967) S. 255—261
- 14 Loeblsch, G.: Untersuchung zum Abrollverhalten von Reifenlauf-flächen. Diss. TH Braunschweig 1966
- 15 Marquardt, E.: Schwingungsdynamik des schnellen Straßenfahrzeuges. Essen: Verlag W. Girardet 1952
- 16 Lazebny, N. A.: Osovyne konstruktivnye parametry, vlijajuščie na plavnost' choda zernogo kombajna. Traktory i sel'chozmašiny (1971) H. 4, S. 25—27
- 17 Derbarenduker Borodin: Opredelenie žestkosti i neuprugogo soprotivlenija šiny okeruznom napravlenii. Avtomobiln. prom. (1970) H. 1, S. 24—25
- 18 Holzweissig, F.: Grundsätzliches zur dynamischen Berechnung von Antriebssystemen. Tagung Dynamik und Getriebetechnik 13.—16. Juni 1973 in Dresden, Band A, Vortrag A 12, VEB Fachbuchverlag 1973
- 19 Mitschke, M.: Nichtlineare Feder- und Dämpferkennungen im Kraftfahrzeug. ATZ 71 (1969) S. 14—21
- 20 Mühe, P.: Zur Anpassung der hydraulischen Dämpfung an nicht-lineare Federungs-systeme im Fahrzeug. ATZ 73 (1971) S. 42—49
- 21 Ilawitschka, E.: Federungs- und Dämpfungsverhalten von Reifen auf gekrümmten Aufstandsflächen. Dt. Agrartechnik 21 (1971) H. 2, S. 72—75 A 9334

### Praktische Anwendung der Ergonomie in der Industrie und in der Land- und Forstwirtschaft

Unter diesem Motto steht ein internationales Kolloquium, das vom Internationalen Arbeitsamt und dem rumänischen Amt für Arbeit vom 17. bis 20. September 1974 in Bukarest veranstaltet wird.

Die Vortragsveranstaltungen stehen unter folgenden Themen:

- Physiologische, psychologische, soziale und Umweltfaktoren bei der praktischen Anwendung der Ergonomie
- Methodik der Ergonomie auf Betriebsebene
- Praktische Anwendung der Ergonomie in verschiedenen Wirtschaftszweigen
  - a) Industrie, Transport, Bauwesen
  - b) Landwirtschaft
  - c) Forstwirtschaft

Außerdem sind Beratungen von Arbeitsgruppen zu den Themen

- Definition der Ziele der Ergonomie und derzeitige Tendenzen
  - Ergonomische Ausbildung
- und ein Podiumsgespräch vorgesehen. Arbeitssprachen sind Deutsch, Englisch, Französisch und Russisch. AK 9437