faktor k für den individuellen Baugruppentausch, herzustellen ist:

$$\lambda = \frac{k\,B}{q};\qquad(7)$$

B Maschinenbestand.
Mit der Wahl von q als Anzahl der betrachteten Lieferzyklen kann dem Kampagnecharakter des Bedarfs an bestimmten Baugruppen entsprochen werden. Unter Zulassung eines bestimmten Fehlers (für mehrmaligen Baugruppentausch je Maschine und Zeiteinheit) kann man k als Wahrscheinlichkeit für den einmaligen Baugruppentausch auffassen. Diese Methodik wird in Zusammenhang mit der Ermittlung von Verbrauchskennzahlen in [2] vorgestellt.
Nach Schätzungen bzw. Berechnungen ergibt sich für k der Schätzwert $\hat{k}$. Damit interessieren die Vertrauensbereiche für $\hat{k}$, die sich nach der Methode des Berechnens der Vertrauensbereiche für unbekannte Wahrscheinlichkeiten alternativer Grundgesamtheiten ermitteln lassen.
Diese Methode geht auf die kumulative Form der Binominalverteilung zurück bzw. läßt sich für kleine Wahrscheinlichkeiten k und große Stichprobenumfänge B durch die Poisson-Verteilung und bei großen Stichprobenumfängen durch die Normalverteilung approximieren [3] [4].
Betrachtet werden einseitig begrenzte Vertrauensbereiche, da hier nur Abweichungen nach einer Seite interessieren. Nach der Berechnung von k_0 als obere Vertrauensgrenze läßt sich λ_0 ausdrücken als

$$\lambda_0 = \frac{k_0\,B}{q}.\qquad(8)$$

Ausgehend von λ_0 kann über die Simulation (M 2) die erforderliche Größe der Austauschstöcke ermittelt werden (Bild 4).

2.3. Vergleich der Modelle
Ein Vergleich der vorgestellten Modelle zeigt, daß die Realisierung einer bestimmten Versorgungssicherheit über unterschiedliche Größen von N bei gleichem λ erfolgt, wobei die Beziehung $N_{M1} > N_{M2}$ bei λ = konstant gilt. Mit den Modellen M 2 und M 2a gelingt eine bessere Anpassung an die praktischen Bedingungen als mit Modell M 1, bei dem λ der Ausgangspunkt für die Berechnung der Einzelwahrscheinlichkeiten ist.
Beide Modelle liegen als EDV-Programm (ALGOL R 300) vor. Die bisherigen Ergebnisse haben gezeigt, daß der numerische Aufwand für das Modell M 2 höher als der für das Modell M 1 ist.

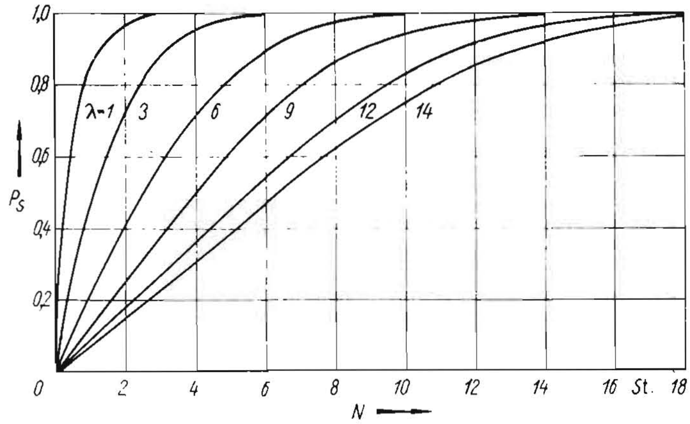


Bild 4
Größe des Austauschstocks in Abhängigkeit von der Wahrscheinlichkeit des Soforttausches P_S für verschiedene Werte von λ nach Modell M 2

2.4. Beispiel
Abschließend soll ein Beispiel die Anwendbarkeit des Modells M 2 verdeutlichen.
Gegeben ist der Einzugsbereich eines Austauschstützpunkts mit 756 Traktoren vom Typ MTS-50. Der mittlere Anfallfaktor k für den Motortausch im Einzugsbereich ergibt sich für den Zeitraum von einem Jahr (52 Lieferzyklen) zu 0,21.
Gesucht wird die Größe des Austauschstocks in einem Lieferzyklus (1 Woche) bei einer geforderten Versorgungssicherheit $P_S = 0{,}95$.
Diese Werte in Gleichung (7) eingesetzt ergeben:

$$\lambda = \frac{0{,}21\ 756}{52} = 3\ \textit{Motoren/Lieferzyklus}$$

Damit ergibt sich nach Bild 4 die Größe des Austauschstocks N = 4 Motoren, d.h., die Belieferung mit instand gesetzten Motoren muß so erfolgen, daß sich zu Beginn des Lieferzyklus gerade 4 instand gesetzte Motoren D-50 im Austauschstützpunkt befinden.

3. Zusammenfassung
Im Beitrag wurden zwei Modelle zur Berechnung der Größe von Austauschstöcken in Austauschstützpunkten des Baugruppenversorgungssystems vorgestellt. Die Ergebnisse sind Ausgangspunkt für weitergehende Berechnungen zur Struktur des Baugruppenversorgungssystems und daraus resultierende notwendige ökonomische Bewertungen, zu denen eine gesonderte Veröffentlichung erfolgen wird.

Literatur

[1] Zav'jalov, Ju. P.; Maštak, V. Ja.: Matematičeskaja model' dlja obosnovanija ob-ema fonda uzlov (Mathematisches Modell zur Begründung der Größe des Baugruppenfonds). Mech. i elektr. soc. sel'sk. choz. 34 (1974) H. 7, S. 56—57.
[2] Petersohn, H.-J.: Beitrag zur Ersatzteilplanung für landtechnische Arbeitsmittel unter besonderer Berücksichtigung ihrer Entwicklungsphase und des Serienanlaufes. TU Dresden, Sektion Kraftfahrzeug-, Land- und Fördertechnik, Dissertation 1976 (unveröffentlicht).
[3] Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1974.
[4] Sachs, L.: Statistische Auswertungsmethoden. Berlin/Heidelberg/New York: Springer Verlag 1969.

A 1747

Zulässige Fehler und erforderliche Stichprobengrößen beim Erfassen von Primärdaten für die Planung von Instandhaltungsprozessen mit mathematischen Methoden

Prof. Dr. sc. techn. C. Eichler, KDT/Dipl.-Ing. H. Mund, Wilhelm-Pieck-Universität Rostock, Sektion Landtechnik

1. Problemstellung
Die Einführung industriemäßiger Produktionsmethoden in der sozialistischen Landwirtschaft der DDR erfordert wissenschaftliche Planungsmethoden nicht nur für die Hauptprozesse Pflanzen- und Tierproduktion, sondern auch für die Instandhaltung als Hilfsprozeß.
Für die Planung von Instandhaltungsprozessen gewinnen bei der Kapazitätsplanung Methoden der Bedienungstheorie und der Simulation, die Daten des stochastischen Schädigungsverhaltens verwenden, wachsende Bedeutung.
Aus der Literatur bekannte Modelle der Bedienungstheorie [1], die bei der Instandhaltungsplanung in verschiedenen Wirtschaftszweigen mit Erfolg angewendet werden, gehen von den Parametern
- Anzahl der instandhaltungstechnisch zu betreuenden technischen Arbeitsmittel
- mittlere Nutzungsdauer zwischen zwei Ausfällen mtbf
- mittlerer Aufwand an lebendiger Arbeit für die Instandsetzung (mittlere Instandsetzungszeit t_{im})

aus und ermitteln über eine Kostenoptimierung die optimale Anzahl der einzusetzenden Instandhaltungskräfte. Tafel 1 zeigt die Rechenergebnisse eines Beispiels und verdeutlicht die Zweckmäßigkeit derartiger Rechnungen.
Die absolute Notwendigkeit höchster Effektivität des Einsatzes der verfügbaren gesellschaftlichen Arbeit unterstreicht die Zweckmäßigkeit derartiger Berechnungen, weil damit je nach den Forderungen nach hoher Verfügbarkeit oder minimalen Kosten die günstigste Zahl der instandhaltungstechnisch erforderlichen Ar-

beitskräfte bestimmt werden kann. In Tafel 1 ist deutlich erkennbar, daß mit zunehmender Verfügbarkeit der Maschine, die durch die instandhaltungstechnische Betreuung gesichert wird, der Auslastungsgrad des Instandhaltungspersonals kleiner wird und im vorliegenden Beispiel auch die Gesamtkosten (einschl. Ausfallverluste) absinken. Ein in der Futterroggenernte untersuchter Komplex Feldhäcksler E 280 zeigte bei hoher Verfügbarkeit, daß der für die operative Einsatzbetreuung eingesetzte Schlosser nur zu 20 % des Zeitfonds mit Instandsetzungsarbeiten ausgelastet war. Eine Extrapolation dieses Ergebnisses auf den DDR-Maßstab ergibt ein zwar dezentral vorhandenes, aber ungenutztes gesellschaftliches Arbeitsvermögen in der Größenordnung von 800 VbE je Schicht. Auch dieses Beispiel zeigt deutlich die Notwendigkeit des Anwendens wissenschaftlicher Methoden der Kapazitätsberechnung. Beim Anwenden der Bedienungsmodelle müssen mindestens die Mittelwerte der stochastisch streuenden Größen mtbf und t_{im} bekannt sein. Die Kenntnis der ihnen zugrunde liegenden Verteilungstypen erhöht die Sicherheit der Berechnungen. Das Ermitteln dieser Daten erfordert exakte statistische Untersuchungen, vor denen der Praktiker oft wegen des hohen Aufwands, der aus den herkömmlich als notwendig empfohlenen Stichprobengrößen resultiert, zurückschreckt, so daß meist auf das Anwenden dieser für den wissenschaftlich-technischen Fortschritt wichtigen Verfahren der mathematischen Modellierung verzichtet wird. Tatsächlich ergibt das Anwenden der aus der mathematischen Statistik bekannten Beziehung für das Bestimmen der bei vorgegebener statistischer Sicherheit erforderlichen Stichprobengrößen n [2] [3]

$$n = \left(\frac{u_z\, v}{\varepsilon} \right)^2 ; \tag{1}$$

u_z Schranke der Normalverteilung in Abhängigkeit von der statistischen Sicherheit S (für Instandhaltungsprobleme S = 95 %, $u_z = 1{,}96$)

v Variationskoeffizient der Zufallsvariablen (da die Nutzungsdauer zwischen zwei Ausfällen tbf und die Instandsetzungszeit t_i etwa exponentiell verteilt sind, gilt v = 1)

ϵ relativer Mittelwertfehler (für Probleme der operativen Instandhaltung $\epsilon = 0{,}15$ zulässig)

Werte zu $300 < n < 400$. Diese Stichprobengrößen sind in der landtechnischen Praxis nicht untersuchbar. Beispielsweise fallen bei einem Komplex von 5 Mähdreschern E 512 bei einer mittleren Kampagneleistung von rd. 200 ha nur 60 bis 70 Nutzungsdauerintervalle zwischen zwei Ausfällen an, die als Stichprobe genutzt werden können. Mit der Vergrößerung der Komplexe in der Landwirtschaft der DDR bildet sich eine günstigere Situation heraus, das Problem wird aber nicht gelöst.

Daraus ergibt sich die Frage, welche Genauigkeit der für die Bedienungsmodelle erforderlichen Primärdaten in den statistischen Untersuchungen erreicht werden muß, d. h. welche Stichprobengrößen notwendig sind.

2. Untersuchungsmethode

Die operative Instandsetzung von technischen Arbeitsmitteln während des Einsatzprozesses kann als ein Bedienungsproblem im Sinne der Bedienungstheorie [1] aufgefaßt werden.

Dabei handelt es sich bei den verschiedenen Organisationsformen der operativen Instandsetzung (Feldrandbetreuung oder Werkstattbetreuung) um geschlossene (wegen der endlichen Zahl der im Komplex gleichzeitig zu betreuenden Maschinen), ein- oder mehrkanalige (eine oder mehrere gleichzeitig und unabhängig voneinander eingesetzte Instandhaltungsarbeitskräfte) Bedienungssysteme mit homogenen (Betreuung einer Maschinenart) oder inhomogenen (Betreuung mehrerer Maschinenarten) Forderungen (Ausfällen). Da die Wahrscheinlichkeit besteht, daß während der Instandsetzung einer Maschine bereits eine andere Maschine ausfallen kann, können Warteschlangen instand zu setzender, ausgefallener Maschinen vor dem Bedienungskanal (Instandsetzungswerkstatt) entstehen. Bei inhomogenen Forderungen müssen in bestimmten Fällen Prioritäten beachtet werden, wenn beispielsweise die leistungsbestimmende Maschine der Maschinenkette instand gesetzt werden muß, oder die Instandsetzung wird mit strenger Wartedisziplin in der zeitlichen Reihenfolge des Ausfalls durchgeführt. In Anlehnung an den mathematischen Apparat für die Behandlung des Problems der Mehrmaschinenbedienung kann mit dem Palmschen Modell [1] die Zahl der erforderlichen Instandhaltungskräfte bei vorgegebenen Parametern mtbf und t_{im} berechnet werden.

Der Auslastungsgrad η_b einer Bedienkraft ergibt sich aus

$$\eta_b = \frac{\lambda}{s\,\mu} (m - l_v) ; \tag{2}$$

m Anzahl der zu betreuenden Maschinen.

Diese Gleichung kann als Ausgangspunkt der Berechnung angesehen werden.

Tafel 1. Zusammenhang zwischen Anzahl der Instandhaltungskräfte, ihrem Auslastungsgrad, der durch die Instandhaltung erreichten Verfügbarkeit und den erforderlichen Gesamtkosten;
Beispiel:
5 Mähdrescher E 512, mtbf = 14 h, t_{im} = 1,4 h, instandhaltungstechnische Betreuung durch 30-kN-Werkstattfahrzeug, Berechnung mit dem Palmschen Bedienungsmodell

Anzahl der Instandhaltungskräfte s	Verfügbarkeit der instand zu haltenden Maschinen η_o	Auslastungsgrad der Instandhaltungskräfte η_b	Gesamtkosten je betriebstaugl. Maschine M/Masch.
1	0,50	1,00	87,96
2	0,82	0,83	17,10
3	0,89	0,59	15,15
4	0,90	0,49	15,20

Für l_v (Anzahl der betriebstauglichen Maschinen) gilt:

$$l_v = m\,(1 - \eta_o); \tag{3}$$

η_o Verfügbarkeit der Maschine.

Mit der Bedienrate

$$\lambda = 1/t_{im} \tag{4}$$

und der Ankunftsrate

$$\mu = 1/\text{mtbf} \tag{5}$$

ergibt sich durch verschiedene Umformungen die Beziehung für die Anzahl der erforderlichen Instandhaltungskräfte (Anzahl der Bedienungskanäle) s:

$$s = \frac{t_{im}\, m\, \eta_o}{mtbf\, \eta_b}. \tag{6}$$

Mit der Vorgabe praktischer Parameterbereiche für die Variablen kann die Funktion $s = \varphi\,(\text{mtbf}, t_{im}, m, \eta_o, \eta_b)$ bei abwechselnd variierender Werte von mtbf bzw. t_{im} und der Vorgabe von m, η_o und η_b als Parameter quantitativ berechnet werden. Im Bild 1 ist ein Beispiel dargestellt.

Da praktisch nur ganzzahlige Werte von s realisierbar sind, ergibt sich für den praktischen Verlauf die im Bild 1 eingezeichnete Treppenfunktion. Innerhalb des Bereichs $\text{mtbf}_{ui} < \text{mtbf}_i < \text{mtbf}_{oi}$ hat die mtbf keinen Einfluß auf die praktisch einzusetzende Anzahl an Instandhaltungskräften, d. h., man kann eine größere Streuung der mtbf zulassen, wobei die zulässigen Streubereiche mit größer werdender mtbf (zuverlässigere Maschinen) größer werden. Lediglich an den Sprungstellen ist ein exakteres Bestimmen der mtbf erforderlich. In jedem Intervall ganzzahliger Werte von s darf eine Gleichverteilung der Arbeitskräfte angenommen werden. Damit können die Abszissenwerte der Sprünge für s als obere und untere Grenze des Vertrauensbereichs x_u bzw. x_o angenommen werden. Mit ihrer Hilfe läßt sich leicht die erforderliche Stichprobengröße unter Zuhilfenahme der Beziehungen für den Vertrauensbereich näherungsweise berechnen:

$$x_u = mtbf_u = mtbf - \frac{u_z\, \sigma}{\sqrt{n}} < mtbf$$

$$mtbf < mtbf + \frac{u_z\, \sigma}{\sqrt{n}} = mtbf_o = x_o \tag{7}$$

σ Standardabweichung der Zeit zwischen zwei Ausfällen tbf

n Stichprobengröße.

Wird für die Zeit zwischen zwei Ausfällen tbf und für die Instandsetzungszeit t_i jeweils Exponentialverteilung angenommen, womit Mittelwert und Standardabweichung gleich

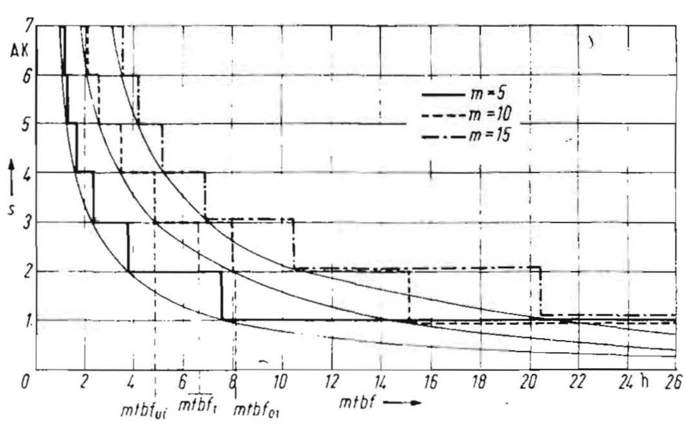


Bild 1
Ermittlung der Intervallgrenzen in Abhängigkeit von der Maschinenanzahl m und der mittleren Nutzungsdauer zwischen zwei Ausfällen mtbf (t_{im} = 1,4 h, η_o = 0,9, η_b = 0,8)

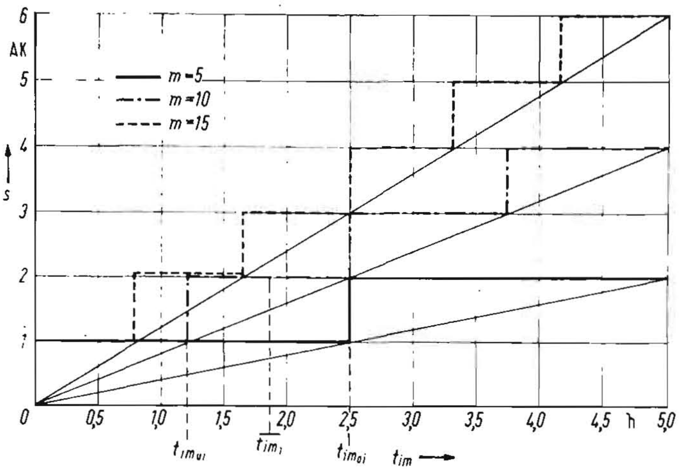


Bild 2
Ermittlung der Intervallgrenzen in Abhängigkeit von der Maschinenanzahl m und der mittleren Instandsetzungszeit t_{im} (mtbf = 14 h, $\eta_o = 0{,}9$, $\eta_b = 0{,}8$)

groß werden, so kann über ein Gleichungssystem für das i-te Intervall

$$mtbf_{oi} = \overline{mtbf_i} + \frac{u_z\,\overline{mtbf_i}}{\sqrt{n}} \tag{8}$$

$$mtbf_{ui} = \overline{mtbf_i} - \frac{u_z\,\overline{mtbf_i}}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

die erforderliche Stichprobengröße n_i nach Gleichung (10) berechnet werden:

$$n_i = \left[\frac{u_z\,(mtbf_{oi} + mtbf_{ui})}{mtbf_{oi} + mtbf_{ui}}\right]^2 \tag{10}$$

Werden die Intervallgrenzen jeweils Diagrammen entsprechend Bild 1 entnommen und der Mittelwert für das i-te Intervall nach Gleichung (11) berechnet, so lassen sich Diagramme, wie im Bild 3 dargestellt, berechnen.

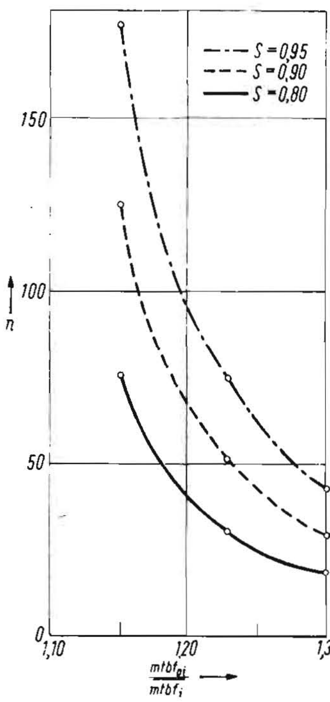
$$\overline{mtbf_i} = \frac{mtbf_{oi} + mtbf_{ui}}{2} \tag{11}$$

Ähnliche Diagramme und Zusammenhänge lassen sich auch für t_{im} als abhängige Variable zeichnen bzw. erkennen (s. Bilder 2 und 4). Man kann feststellen, daß für die gegenwärtig bei landtechnischen Arbeitsmitteln vorkommenden Daten des Schädigungsverhaltens und der Instandhaltungseignung wesentlich kleinere Stichproben als bei der Verwendung der exakten Gleichung ausreichen.
Ein für den Mähdrescher E 512 angenommenes Beispiel mit mtbf = 14 h, $t_{im} = 1{,}4$ h, m = 10, $\eta_o = 0{,}9$ und $\eta_b = 0{,}8$ ergibt eine erforderliche Stichprobengröße $n \approx 35$. Wenn auch sicher mit dieser Stichprobengröße kein signifikanter Nachweis der Verteilungstypen mehr möglich sein wird, so erscheinen diese Werte doch für die praktische Arbeit ausreichend.

3. Lösungsalgorithmus

Da für alle in der Praxis vorkommenden Parameterbereiche die Diagramme nach Bild 2 aus drucktechnischen Gründen nicht veröffentlicht werden können, die erforderlichen Rechenoperationen aber nicht aufwendig sind, wird auf das Erarbeiten eines EDV-Programms vorerst verzichtet und lediglich ein Lösungsalgorithmus für das Bestimmen der Daten für mtbf und t_{im} vorgestellt:

- Schätzen der Parameter aus Überschlagsuntersuchungen und/oder Erfahrungswerten
- Ermitteln der Funktion $s = \varphi$ (mtbf, ...) bzw. $s = f$ (t_{im}, ...) und Zeichnen der Diagramme entsprechend den Bildern 1 und 2 mit dem Histogramm nach Gleichung (6)
- Bestimmen der oberen und unteren Vertrauensgrenzen für die geschätzten Parameter bei Beachtung ihrer Lage zu den Stufensprüngen
- Bestimmen der erforderlichen Stichprobengröße mit Gleichung (10) oder über ein Diagramm analog zu den Bildern 3 und 4.



4. Zusammenfassung

Um die Anwendungsbereiche der Bedienungstheorie im landtechnischen Instandhaltungswesen verbreitern zu helfen, wurden Untersuchungen über die für die speziellen Fälle erforderlichen Stichprobengrößen zum Bestimmen der Nutzungsdauer zwischen zwei Ausfällen und der Instandsetzungszeit durchgeführt.
Die vorgestellte Näherungsmethode ermöglicht die Arbeit mit relativ kleinen, praktikablen Stichproben. Ihre Berechnung kann für spezifische Bedingungen mit geringem Aufwand erfolgen.
Ähnliche Überlegungen sollten auch spezifisch für andere Probleme der mathematischen Modelle in der Instandhaltung angestellt werden, um das Problem der praktisch erforderlichen Stichprobengrößen klären zu helfen.

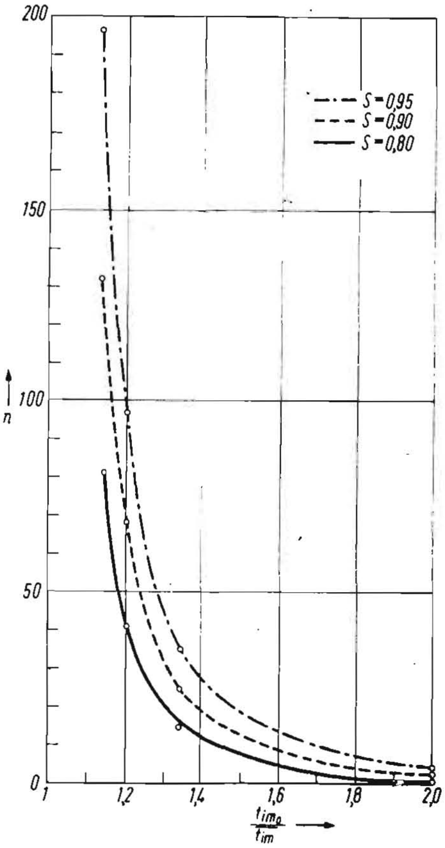


Bild 4. Stichprobengröße in Abhängigkeit von der statistischen Sicherheit S, der mittleren Instandsetzungszeit t_{im}, der Größe der Vertrauensbereiche und ihrer Mittelwerte $\overline{t_{im}}$

Bild 3. ◄ Stichprobengröße in Abhängigkeit von der statistischen Sicherheit S, der mtbf, der Größe der Vertrauensbereiche und ihrer Mittelwerte $\overline{mtbf_i}$

Literatur

[1] Krampe; Kubat; Runge: Bedienungsmodelle. Berlin: Verlag Die Wirtschaft 1973.
[2] Storm, R.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1976.
[3] Listner, G.; Hauptvogel, A.: Die technologische Verfügbarkeit des Mähdreschers E 512 beim Komplexeinsatz in der Kooperation „Lommatzscher Pflege". agrartechnik 23 (1973) H. 6, S. 253—256.

A 1739