Institut für Landtechnik Potsdam-Bornim

der Deutschen Akademie der Landwirtschaftswissenschaften zu Berlin · Direktor: Prof. Dr. S. Rosegger

Aus der Arbeit des Instituts

Der Entleerungsvorgang bei Becherwerken

Von Dipl.-Ing. W. NOACK

DK 621.867.2

1. Allgemeines

Ein Becherwerk besteht aus einem endlosen Gurt, der über eine Fuß- und Kopfscheibe läuft. Die Fußscheibe ist meist in Förderrichtung beweglich gelagert und als Spannstelle ausgebildet, während die Kopfscheibe angetrieben wird. An dem Gurt sind eine Anzahl von Bechern befestigt, die das zu fördernde Gut in Nähe der Fußscheibe aufnehmen, es aufwärts fördern und beim Umlauf über die Kopfscheibe abwerfen.

Der Entleerungsvorgang beim Umlauf über die Kopfscheibe soll anschließend näher betrachtet werden, weil er den wichtigsten, beim Entwurf eines Becherwerks leider zu wenig beachteten Vorgang darstellt. Der Kopf des Becherwerks muß so ausgebildet sein, daß das Fördergut, nachdem es die Becher verlassen hat, nicht wieder in den Becherkreis zurückfallen kann und nochmals von den Bechern ergriffen wird. Zum anderen muß unbedingt geprüft werden, ob sich die Becher, wenn sie die Kopfscheibe umlaufen haben, auch vollständig entleert haben, damit ein Teil des Fördergutes nicht wieder in den Elevatorfuß zurückfällt.

Die Behandlung des Entleerungsvorgangs wird auf ein Fördergut beschränkt, das eine feinkörnige Struktur besitzt (Getreide, Sand usw.). Der Gurt soll aus einem elastischen Band bestehen und über eine kreisförmige Kopfscheibe laufen, die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit angetrieben wird.

2. Niveauflächen und Böschungsflächen

Für die nun folgenden Betrachtungen sei angenommen, daß die Becher voll gefüllt sind, wobei die Oberfläche des Fördergutes mit der Waagerechten den Böschungswinkel ϱ bildet (Bild 1).

Solange sich die gefüllten Becher geradlinig nach oben bewegen, wird sich die Oberfläche des Fördergutes nicht ändern. Laufen die Becher über die kreisförmige Kopfscheibe, so kann das Fördergut einmal über die innere Becherkante J vorrutschen, oder es rutscht unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft über die äußere Becherkante A nach außen ab.

Es ist in diesem Kapitel zu klären, wann das Fördergut über die innere Becherkante und wann es über die äußere Becherkante abrutscht.

Die Form der Oberfläche, die das Fördergut beim Umlauf über die Kopfscheibe annimmt, wird von drei Einflüssen bestimmt, nämlich von:

1. der Anziehungskraft der Erde,
2. der Zentrifugalkraft und
3. dem inneren Reibungskoeffizienten des Fördergutes, der durch den Böschungswinkel ϱ ausgedrückt wird.

2.1 Die Niveauflächen

Wird der dritte Einfluß vorläufig vernachlässigt und betrachtet man ein beliebiges Massenteilchen dm in einem Becher, so ergibt sich beim Umlauf über die Kopfscheibe folgendes Kräftebild: An dem Massenteilchen dm im Abstand r von Drehpunkt M der Kopfscheibe, greifen die Schwerkraft $dm \cdot g$ und die Zentrifugalkraft $dm \cdot r \cdot \omega^2$ an. Die Wirkungslinie der Resultierenden aus Schwerkraft und Zentrifugalkraft scheidet die y-Achse im Punkte P, der die Entfernung a von Mittelpunkt M der Kopfscheibe besitzt (Bild 2).

Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke ergibt sich:

$$\frac{dm \cdot g}{dm \cdot r \cdot \omega^2} = \frac{a}{r}$$

oder

$$\frac{g}{\omega^2} = a = \text{const.} \tag{1}$$

Daraus folgt, daß die Niveauflächen eines reibungslosen Fördergutes durch die Schar der konzentrischen Kreise um den festen Punkt P gebildet werden. Der Mittelpunkt für die Schar der konzentrischen Niveauflächenkreise liegt um so höher, je kleiner die Winkelgeschwindigkeit der Kopfscheibe ist.

Drückt man schließlich ω durch n aus, so ergibt sich

$$a = \frac{g \cdot 30^2}{r^2 \cdot n^2} = \frac{895}{n^2}. \tag{1a}$$

2.2 Die Böschungsflächen

Die Niveauflächen als solche behalten natürlich auch ihre volle

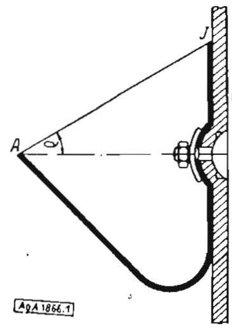


Bild 1.

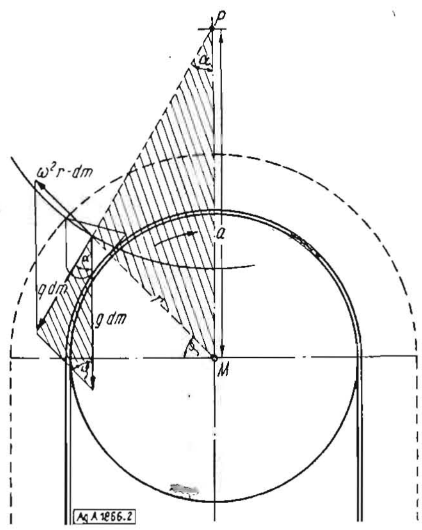


Bild 2

Gültigkeit bei jedem beliebigen mit innerer Reibung behafteten Fördergut, nur wird die sich während des Umlaufs um die Kopfscheibe einstellende Oberfläche des Fördergutes nicht mit der Niveaufläche übereinstimmen, sondern einen Winkel, den Böschungswinkel ϱ, mit dieser bilden. Die Fördergutteile, die sich oberhalb der Böschungsfläche befinden, werden auf dieser abrutschen, bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hat. Da die Fördergutteilchen sowohl über die innere Becherkante J als auch über die äußere Becherkante A abrutschen können, ist es möglich, daß sich bei der Becherentleerung zwei Böschungsflächen bilden. Eine davon gilt für die Entleerung über die innere Becherkante J, die andere für die Entleerung über die äußere Becherkante A. Diese zwei in Frage kommenden Böschungsflächen schneiden die konzentrischen Niveauflächenkreise unter dem Böschungswinkel ϱ. Die isogonale Trajektorie zur Schar der konzentrischen Kreise ist bekanntlich die logarithmische Spirale, deren Polargleichung wie folgt lautet:

$$r = a \cdot e^{m \cdot \vartheta}. \tag{2}$$

In Bild 3 bedeutet:

- r Fahrstrahl,
- a ein willkürlicher Parameter,
- e Basis des natürlichen Logarithmus,
- m $\operatorname{tg} \varrho$, wo ϱ der Winkel zwischen Kurven- und Kreistangente ist,
- ϑ Fahrwinkel.

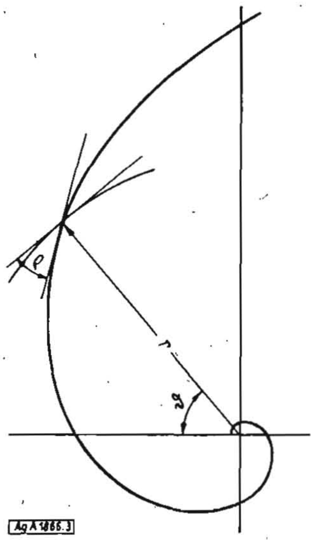
Die Böschungsfläche, die beim Umlauf um die Kopfscheibe gebildet wird, ist also ein Stück der logarithmischen Spirale um P.

Es soll nun das Gleitbestreben des Fördergutes in den Bechern untersucht werden. Wie schon betont wurde, können für die Becherentleerung zwei Böschungsflächen in Frage kommen, auf denen das Fördergut abrutschen kann (Bild 4).

2.3 Kriterium der Entleerungsarten

Steigt der voll gefüllte Becher senkrecht auf, so schließt die sich in Ruhe befindliche Böschungsfläche den Winkel

$$\frac{\pi}{2} + \varrho \quad \text{bzw.} \quad \frac{\pi}{2} - \varrho$$



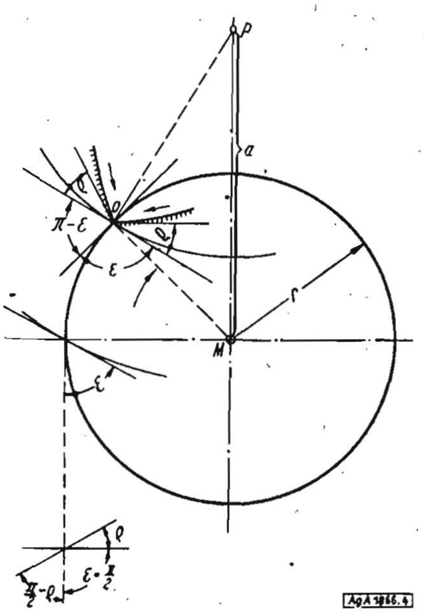
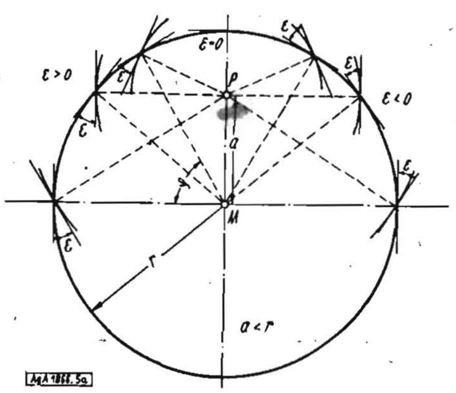


Bild 3 **Bild 4** (rechts)

mit der Fortbewegungsrichtung ein. Eine Gleitbewegung findet nicht statt.

Beim Umlauf der Becher um die Kopfscheibe tritt ein Gleiten des Fördergutes ein. Dieses Gleiten tritt ein, weil der Winkel zwischen der augenblicklichen Fortbewegungsrichtung und der Böschungsfläche kleiner ist als der Winkel zwischen der augenblicklichen Fortbewegungsrichtung und der Oberfläche des Fördergutes. Stimmen Oberfläche und Böschungsfläche überein, so herrscht im Becher Gleichgewicht und ein Gleiten findet nicht statt.



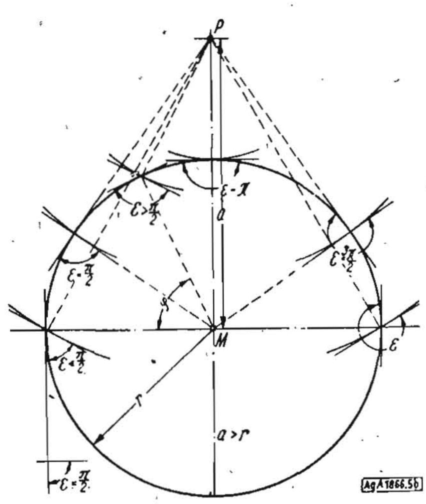


Bild 5a **Bild 5b** (rechts)

Ein Gleiten zur äußeren Becherkante A erfolgt, wenn

$$\varepsilon + \varrho < \frac{\pi}{2} + \varrho ,$$

$$\varepsilon < \frac{\pi}{2} \tag{3}$$

ist.

Es findet dagegen ein Abgleiten nach innen statt, wenn

$$\pi - \varepsilon + \varrho < \frac{\pi}{2} - \varrho ,$$

$$\varepsilon > \frac{\pi}{2} + 2\varrho \tag{3a}$$

ist.

Aus (3) und (3a) ist zu ersehen, daß – wenn die Entleerung über die äußere Becherkante A erfolgen soll – der Winkel ε (ε = Winkel zwischen Tangente an der Niveaufläche und der momentanen Fortbewegungsrichtung) während eines Becherumlaufs um die Kopfscheibe nie den Wert $\frac{\pi}{2}$ überschreiten darf.

Soll die Entleerung über die innere Becherkante erfolgen, so muß ε auf jeden Fall größer als $\frac{\pi}{2} + 2\varrho$ bleiben.

Wächst ε von $\frac{\pi}{2}$ auf $\frac{\pi}{2} + 2\varrho$ findet keine Entleerung statt, sondern die Böschungsfläche der Entleerung über die äußere Becherkante A geht lediglich nur in die Böschungsfläche der Entleerung über die innere Becherkante J über.

2.4 Untersuchung der Entleerungsarten

Da der Böschungswinkel ϱ für ein bestimmtes Fördergut konstant ist, wäre lediglich zu untersuchen, wie sich der Winkel ε beim Umlauf eines Bechers um die Kopfscheibe ändert und welche Größen dieser Winkel annimmt.

Diese Untersuchungen sollen einmal für $a > r$ (Bild 5b) und für $a < r$ (Bild 5a) durchgeführt werden.

Sowohl für $a > r$ als auch für $a < r$ gelangt man zu demselben Abhängigkeitsverhältnis zwischen ε und dem Drehwinkel φ. Nach dem Sinussatz ist:

$$\frac{r}{a} = \frac{\sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \varepsilon\right]}{\sin\varepsilon} = \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2} - (\varepsilon - \varphi)\right]}{\sin\varepsilon}$$

$$\frac{r}{a} = \operatorname{ctg}\varepsilon \cdot \cos\varphi + \sin\varphi ,$$

$$\operatorname{ctg}\varepsilon = \left(\frac{r}{a} - \sin\varphi\right)\frac{1}{\cos\varphi} \tag{4}$$

oder

$$\operatorname{ctg}\varepsilon = \frac{r}{a} \cdot \frac{1}{\cos\varphi} - \operatorname{tg}\varphi . \tag{4a}$$

2.41 $a > r$

Zunächst soll der Fall $a > r$ untersucht werden. Beim Übergang aus der geradlinig aufsteigenden Bewegung der Becher in die Kreisbewegung ($\varphi = 0$), nimmt $\operatorname{ctg}\varepsilon$ den Wert $\frac{r}{a}$ an. Für $a = \infty$, d. h. der Becher führt noch eine geradlinig aufsteigende Bewegung aus, wird:

$$\operatorname{ctg} = \frac{r}{a} = 0,$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} .$$

Das Fördergut befindet sich also in Ruhe. Ist bei $\varphi = 0$ die Drehbewegung eingeleitet, kann ε nur zwischen $\frac{\pi}{4}$ und $\frac{\pi}{2}$ liegen, weil $\frac{r}{a}$ kleiner als 1 ist. In diesem Punkte kann also nach eingeleiteter Drehbewegung bei voll gefülltem Becher eine Entleerung über die äußere Becherkante A stattfinden.

Für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ergibt (4):

$$\operatorname{ctg}\varepsilon = \left(\frac{r}{a} - 1\right) \cdot \infty = -\infty ,$$

$$\varepsilon = \pi .$$

Der Winkel ε hat also im Bereich $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ von $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$ bis π zugenommen.

Es muß demnach ein Punkt auf dem Kreisumfang vorhanden sein, bei dem $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ oder $\operatorname{ctg}\varepsilon = 0$ wird. Durch Nullsetzung der Gleichung (4) erhält man

$$0 = \frac{r}{a} - \sin\varphi ,$$

$$\sin\varphi = \frac{r}{a} .$$

In diesem Punkte herrschen also dieselben Verhältnisse wie bei der geradlinig aufsteigenden Bewegung: eine Entleerung des Bechers findet nicht statt.

Wächst φ noch weiter, so wird bei:

$$\varphi = \pi - \arcsin\frac{r}{a} ; \qquad \operatorname{ctg}\varepsilon = 0 \quad \text{oder} \quad \varepsilon = \frac{3}{2} ,$$

$$\varphi = \pi ; \qquad \operatorname{ctg}\varepsilon = -\frac{r}{a} \quad \text{oder} \quad \varepsilon = 2\pi - \operatorname{arc\,ctg}\frac{r}{a} .$$

Zusammenfassung

Ist $a > r$, so wird bei voll gefülltem Becher die Entleerung be

$\varphi = 0$ über die äußere Becherkante A beginnen. Bei $\varphi = \arcsin \frac{r}{a}$ ist die Entleerung über die äußere Becherkante beendet.

Während der weiteren Drehung der Kopfscheibe tritt eine Umlagerung der Böschungsflächen ein, die dann abgeschlossen ist, wenn ε den Wert $\frac{\pi}{2} + 2\varrho$ erreicht hat. Nachdem ε den Wert $\frac{\pi}{2} + 2\varrho$ überschritten hat, beginnt die Entleerung über die innere Becherkante J, die dann bis $\varphi = \pi$ erfolgen kann.

2.42 $a < r$

Es wird nun der Fall $a < r$ betrachtet.

Beim Übergang der Becher aus der geradlinig aufsteigenden Bewegung in die Drehbewegung ($\varphi = 0$) gilt wie im ersten Falle:

$$\operatorname{ctg} \varepsilon = \frac{r}{a}.$$

Da jetzt $\frac{r}{a} > 1$ ist, wird ε auf alle Fälle kleiner als $\frac{\pi}{4}$ sein.

Zur Verfolgung des weiteren Verlaufes von ε in Abhängigkeit von φ betrachtet man zweckmäßig die Gleichung (4) etwas genauer. Da $\frac{r}{a} > 1$ ist, und $\sin\varphi$ sich nur in den Grenzen von 0 bis 1 bewegen kann, wird der Klammerausdruck und damit $\operatorname{ctg}\varepsilon$ nie Null werden. Das heißt also, daß ε beim Umlauf um die Kopfscheibe immer kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sein muß.

Bei $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ist nach Gleichung (4)

$$\operatorname{ctg} \varepsilon = \left(\frac{r}{a} - 1\right) \cdot \infty .$$

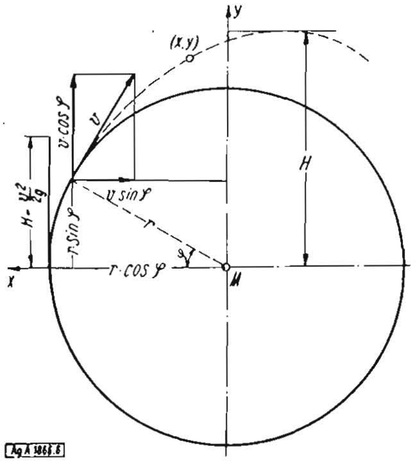


Bild 6

Da nun $\frac{r}{a} > 1$ ist, so folgt:

$$\operatorname{ctg} \varepsilon = +\infty,$$
$$\varepsilon = 0 .$$

Wächst nun φ über $\frac{\pi}{2}$ hinaus, so wird $\cos\varphi$ negativ, während der Klammerausdruck in allen Fällen positiv bleibt. Das heißt, für $\varphi > \frac{\pi}{2}$ wird ε negative Werte annehmen, deren absolute Beträge trotzdem kleiner als $\frac{\pi}{2}$ bleiben.

Untersucht man die Gleichung (4a) daraufhin, ob ein Größtwert von ε oder ein Kleinstwert von $\operatorname{ctg}\varepsilon$ auftritt, so erhält man durch Nullsetzen des 1. Differentialquotienten

$$\frac{d \operatorname{ctg} \varepsilon}{d\varphi} = \frac{r}{a} \cdot \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi} - \frac{1}{\cos^2\varphi} = 0,$$

$$\sin\varphi = \frac{a}{r}.$$

Bei $\varphi = \arcsin \frac{a}{r}$ erreicht also ε seinen Höchstwert, der aber auf alle Fälle kleiner als $\frac{\pi}{2}$ sein wird.

Zusammenfassung

Ist $a < r$, so findet über den ganzen Bereich eine Entleerung über die äußere Becherkante A statt.

3. Die Entleerung über die äußere Becherkante A

3.1 Die Abwurfparabeln

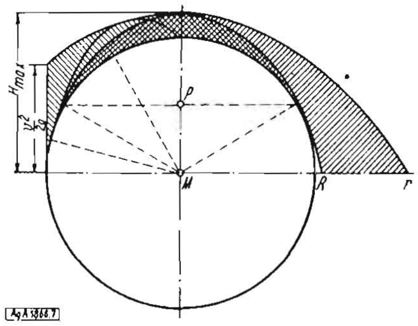
Wie im Abschnitt 2.42 bewiesen worden ist, findet eine Entleerung über die äußere Becherkante über den ganzen Drehbereich nur dann statt, wenn $a < r$ ist.

Die Fördergutteilchen, die sich von der äußeren Becherkante lösen, haben das Bestreben, mit der Umfangsgeschwindigkeit der Becheraußenkante tangential fortzufliegen. Unter dem Einfluß der Schwerkraft werden sie jedoch gezwungen, sich auf Parabelbahnen zu bewegen.

Die Teilchen, die sich in dem Augenblick vom Becher lösen, wenn dieser aus der geradlinig aufsteigenden Bewegung in die Kreisbewegung übergeht ($\varphi = 0$), werden sich senkrecht aufwärts bewegen und fallen wieder senkrecht in den Becherkreis zurück. Sie erreichen dabei die Höhe

$$H = \frac{v_a^2}{2 \cdot g}, \tag{5}$$

Bild 7. Gebiet der frei abfliegenden Teilchen
Gebiet der in den Becherkreis zurückfallenden Teilchen



die im allgemeinen als Geschwindigkeitshöhe bezeichnet wird. In den folgenden Becherlagen beschreiben die abfliegenden Teilchen Parabelbahnen, deren Scheitelhöhen sich wie folgt berechnen (s. Bild 6).

$$H = r_a \cdot \sin\varphi + \frac{v_a^2 \cdot \cos\varphi}{2 \cdot g}. \tag{6}$$

Zur zweckmäßigen Formgebung der Kopfverkleidung interessiert den Konstrukteur die größte Scheitelhöhe, die die abfliegenden Teilchen erreichen können. Der Drehwinkel φ, bei dem die maximale Scheitelhöhe erreicht wird, errechnet sich, indem man den Differentialquotienten $\frac{dH}{d\varphi}$ bildet und ihn Null setzt.

$$\frac{dH}{d\varphi} = r_a \cdot \cos\varphi - \frac{2 \cdot v_a^2 \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi}{2 \cdot g} = 0,$$

$$\sin\varphi = \frac{r_a \cdot g}{v_a^2}. \tag{7}$$

Nun ist, wenn in (1) für ω^2 der Wert $\frac{v_a^2}{r_a^2}$ eingesetzt wird:

$$a = \frac{g \cdot r_a^2}{v_a^2} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{r_a} = \frac{g \cdot r_a}{v_a^2}.$$

Diesen Wert in (7) eingesetzt ergibt

$$\sin\varphi = \frac{a}{r_a}.$$

Den Abwurfpunkt, bei dem die abfliegenden Teilchen die größte Steighöhe erreichen, kann man zeichnerisch dadurch ermitteln, daß man durch den Punkt P eine Waagerechte legt. Sie schneidet den Becherkreis in dem zu ermittelnden Abwurfpunkt (s. Bild 5b).

Setzt man nun (7) in (6) ein, so erhält man den Wert der größten Steighöhe H_{max}:

$$H_{max} = a + \frac{v_a^2}{2 \cdot g}\left(1 - \frac{a^2}{r_a^2}\right) = a + \frac{v_a^2}{2 \cdot g} - \frac{a}{2}.$$

$$H_{max} = \frac{a}{2} + \frac{v_a^2}{2 \cdot g}. \tag{6a}$$

Der höchste Scheitelpunkt der Parabel liegt also um $\frac{a}{2}$ höher als der Punkt, den das Teilchen erreicht, das sich bei $\varphi = 0$ vom Becher löst.

Es wäre noch zu untersuchen, bei welchem Abszissenwert der höchste Scheitelpunkt erreicht wird. Nach Bild 6 ist die Parameterform der Wurfparabel:

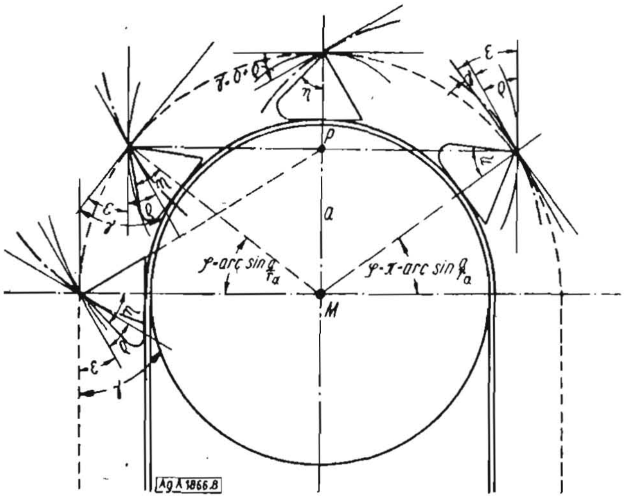


Bild 8

$$x = r_a \cdot \cos\varphi - v_a \cdot \sin\varphi \cdot t,$$

$$y = r_a \cdot \sin\varphi + v_a \cdot \cos\varphi \cdot t - \frac{g}{2} t^2 .$$

Eliminiert man aus der Gleichung für x das t, setzt es in y ein und setzt diese Gleichung mit der Steighöhe Gleichung (6) gleich, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$x = 0 .$$

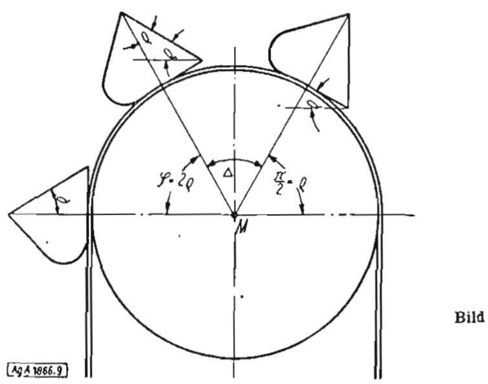


Bild 9

Der Scheitel der höchsten Parabel liegt also auf der senkrechten Achse durch die Kopfscheibe. Infolgedessen wird der absteigende Ast dieser Parabel den äußeren Becherkreis aus Symmetriegründen nochmals bei $\varphi = \pi - \arcsin \frac{a}{v_a}$ berühren.

Aus dieser Feststellung ergibt sich, daß die Fördergutteile, die den äußeren Becherkreis vor $\varphi = \arcsin \frac{r_a}{a}$ verlassen, in diesen wieder zurückfallen und nochmals von den Bechern mitgenommen werden müssen, während die Teilchen, die nach $\varphi = \arcsin \frac{r_a}{a}$ von den Bechern abgeworfen werden, frei abfliegen können.

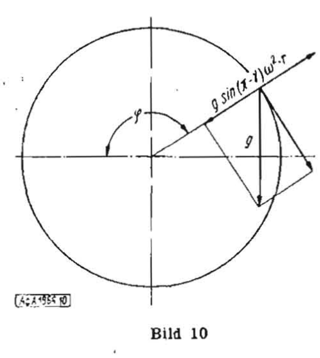


Bild 10

3.2 Die Einhüllende aller Steigparabeln

Die Teilchen, die von den Bechern über die äußere Becherkante abgeworfen werden, beschreiben Parabeln. Die Steighöhen aller Parabeln werden von einer Kurve eingeschlossen, die das Gebiet begrenzt, welches von den aus den Bechern herausgeschleuderten Teilchen bestrichen wird. Diese Einhüllende aller Steigparabeln legt die Form des Becherwerkkopfes eindeutig fest und soll bei der Konstruktion beachtet werden (Bild 7).

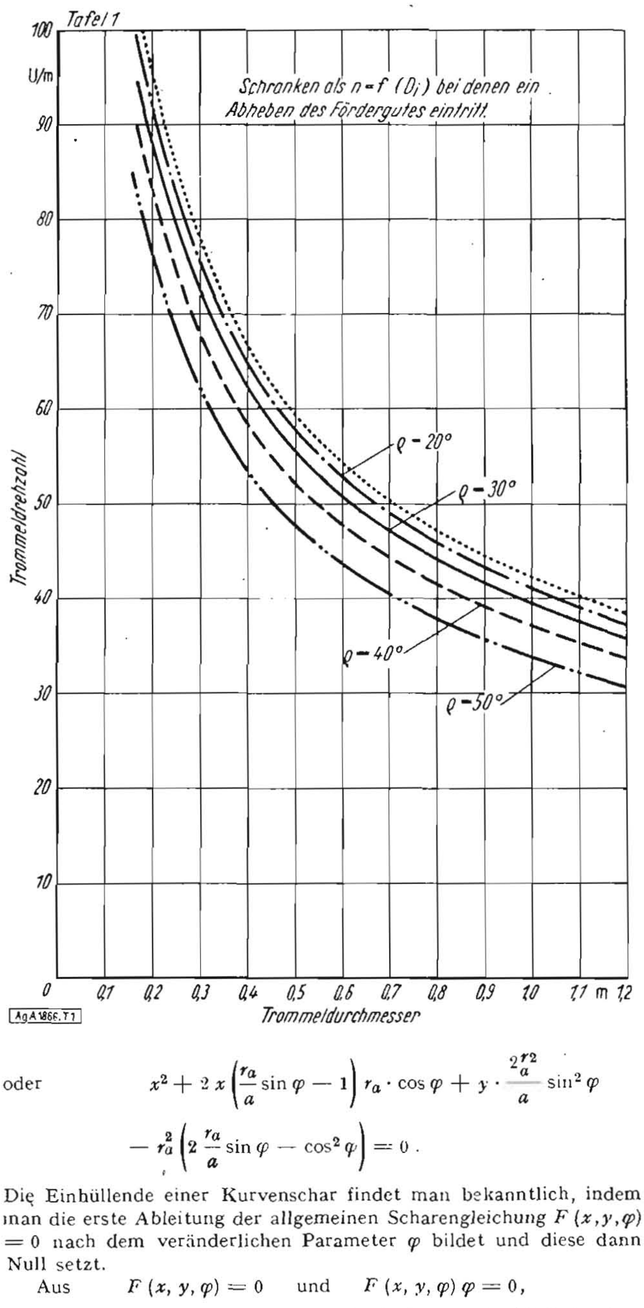
Bei der Ermittlung der Einhüllenden geht man von der Parameterform der Wurfparabeln aus:

$$x = r_a \cdot \cos\varphi - v_a \sin\varphi \cdot t ,$$

$$y = r_a \cdot \sin\varphi + v_a \cdot \cos\varphi \cdot t - \frac{g}{2} t^2 .$$

Aus x wird t eliminiert und in y eingesetzt:

$$y = r_a \cdot \sin\varphi + v_a \cdot \cos\varphi \frac{r_a \cdot \cos\varphi - x}{v_a \cdot \sin\varphi} - \frac{g}{2} \frac{(r_a \cdot \cos\varphi - x)^2}{v_a^2 \cdot \sin^2}$$



oder

$$x^2 + 2x\left(\frac{r_a}{a} \sin\varphi - 1\right) r_a \cdot \cos\varphi + y \cdot \frac{2 r_a^2}{a} \sin^2\varphi - r_a^2 \left(2 \frac{r_a}{a} \sin\varphi - \cos^2\varphi\right) = 0 .$$

Die Einhüllende einer Kurvenschar findet man bekanntlich, indem man die erste Ableitung der allgemeinen Scharengleichung $F(x,y,\varphi) = 0$ nach dem veränderlichen Parameter φ bildet und diese dann Null setzt.

Aus $F(x, y, \varphi) = 0$ und $F(x, y, \varphi)\varphi = 0$,

eliminiert man φ und erhält dann die Gleichung der Einhüllenden.

Die Rechnung soll hier nicht durchgeführt werden, weil sie sehr lang und umständlich ist. Die Gleichung der Einhüllenden ist wieder eine Parabel, die wie folgt lautet:

$$x^2 = 2 \cdot \frac{r_a^2}{a} \left(\frac{a}{2} + \frac{v_a^2}{2 \cdot g} - y\right). \qquad (8)$$

3.3 Nachprüfung der Becherentleerung

Bei der Entleerung der Becher muß an die Betrachtungen über die Niveau- und Böschungsflächen angeknüpft werden. Hier wurde festgestellt, daß die Niveaufläche und damit auch die Böschungsfläche eine Schwingung um die äußere Becherkante A ausführt. Der Winkel $\gamma = \varepsilon + \varrho$ nimmt zunächst von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \arcsin \frac{a}{r_a}$ zu und erreicht dort seinen Höchstwert. Nachdem dieser Winkel überschritten worden ist, nimmt γ wieder ab und wird im Scheitelpunkt $\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ $\gamma = 0 + \varrho = \varrho$. Zwischen $\varphi = \frac{\pi}{2}$ und $\varphi = \pi$ nimmt ε negative Werte an. Der Winkel $|\varepsilon|$ nimmt von $\varphi = \frac{\pi}{2}$ bis $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ zu und erreicht dort seinen negativen Höchstwert. Danach wird $|\varepsilon|$ wieder kleiner. Die Böschungsfläche schwingt also, wenn der Punkt $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ durchlaufen ist, wieder zurück.

Eine vollständige Entleerung der Becher wird nur dann eintreten, wenn die Böschungsfläche auf eine bestimmte Wegstrecke vor $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ außerhalb der äußeren Becherwand verläuft. Wenn die Böschungsfläche nicht schon vor $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ eine gewisse Wegstrecke außerhalb der äußeren Becherwand verlaufen ist, nach $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ kann sie es bestimmt nicht mehr, denn in diesem Bereich wird $|\varepsilon|$ ja wieder kleiner.

Es muß also auf einer bestimmten Wegstrecke vor $\varphi = \pi - \arcsin\frac{a}{r_a}$ nach Bild 8 sein:

$$\frac{\pi}{2} - (\varepsilon + \varrho) > \eta\,. \tag{9}$$

Je größer der Böschungswinkel ϱ ist, desto kleiner kann η sein. Ein Ergebnis, das in der Praxis Bestätigung findet. Für feinkörniges, leicht gleitendes Fördergut (Getreide, trockener Sand) kann man tiefe Becher verwenden, während für backendes Gut flache Becher gewählt werden müssen.

Hat die Nachprüfung des Entleerungsvorganges ergeben, daß die Böschungsfläche nie außerhalb der äußeren Becherwand verläuft, so muß man nach Gleichung (9) entweder eine flachere Becherform wählen oder es muß der Winkel ε vergrößert werden.

Da ε proportional a und damit umgekehrt proportional der Winkelgeschwindigkeit ist, muß, wenn die Entleerung nicht vollständig erfolgt, die Winkelgeschwindigkeit der Kopfscheibe herabgesetzt werden.

Zusammenfassung

Je höher die Drehzahl bei festem Kopfscheibendurchmesser ist, desto flacher muß der Becher sein. Umgekehrt kann man auch sagen, daß bei einer gegebenen Becherform und einem bestimmten Kopfscheibendurchmesser die Drehzahl nicht beliebig gesteigert werden kann, weil dann die vollständige Entleerung der einzelnen Becher in Frage gestellt ist. Für ein gegebenes Becherwerk gibt es also eine kritische Drehzahl, die nicht überschritten werden darf. Wird diese Drehzahl überschritten, so entleeren sich die Becher beim Umlauf um die Kopfscheibe nicht vollständig, und ein Teil des Fördergutes fällt in den Becherwerkfuß zurück und muß nochmals hochgefördert werden.

4. Die Entleerung über die innere Becherkante *J*

In dem Abschnitt über Niveau- und Böschungsflächen war bereits festgestellt worden, daß ein Entleeren über die innere Becherkante J nur dann eintritt, wenn $\varepsilon > \frac{\pi}{2} + 2\varrho$ ist, was aber nur möglich ist bei $a > r$.

Nimmt man zunächst die Bechergeschwindigkeit v als unendlich klein an (der Mittelpunkt aller Niveauflächenkreise liegt im Unendlichen), so sind die Niveauflächen in allen Becherlagen waagerecht. In diesem Falle wird bei vollgefülltem Becher der Inhalt des Bechers in dem Augenblick über die innere Becherkante vorzurutschen beginnen, wenn der Winkel zwischen Oberfläche des Fördergutes und der Waagerechten den Wert des Reibungswinkels ϱ überschreitet. Aus Bild 9 ergibt sich, daß dieser Punkt bei $\varphi = 2\varrho$ liegt. Wandert der Becher weiter, so rutschen weitere Mengen des Becherinhaltes nach vorn, bis zu dem Punkte, bei dem die innere Becherwandung mit der Waagerechten den Reibungswinkel ϱ bildet, dann rutscht der Rest des Fördergutes aus dem Becher heraus.

Der Winkel zwischen diesen beiden Lagen, der Lage des Gleitbeginns und der Lage der vollständigen Becherentleerung ist:

$$\Delta = \frac{\pi}{2} - 2\varrho + \varrho = \frac{\pi}{2} - \varrho\,. \tag{10}$$

Mit zunehmendem Reibungswinkel werden die beiden Grenzlagen immer näher zusammenrücken.

Untersucht man jetzt weiter, wie die Drehzahlerhöhung der Kopfscheibe bzw. die Verkleinerung des Wertes a den Beginn des Gleitens beeinflußt, so erkennt man sofort aus Gleichung

$$\sin\varphi = \frac{r}{a},$$

die bekanntlich den Punkt festlegt, bei dem der Beginn der Entleerung über die innere Becherkante J begann, daß mit abnehmendem Werte von a der Beginn des Gleitens immer näher an den Scheitel des inneren Becherkreises heranrückt.

Die Teilchen, die sich vom Becherkreis lösen, können sich einmal abheben oder an der inneren Becherwand infolge der Schwerkraft abrutschen.

Ein Abheben tritt ein, wenn die Zentrifugalbeschleunigung den Wert der radialen Komponente der Erdbeschleunigung erreicht hat. Dieses Abheben kann, wie leicht einzusehen ist, nur nach Durchlaufen des Scheitelpunktes erfolgen. Nach Bild 10 ist

$$\omega^2 \cdot r = g \cdot \sin(\pi - \varphi)\,. \tag{11}$$

Nach Gleichung (1) war

$$a = \frac{g}{\omega^2} \quad \text{oder umgestellt} \quad \omega^2 \cdot r = \frac{g \cdot r}{a}.$$

Diesen Wert in (11) eingesetzt, ergibt

$$\frac{g \cdot r}{a} = g \cdot \sin(\pi - \varphi) \quad \text{oder} \quad \sin(\pi - \varphi) = \frac{r}{a}\,. \tag{12}$$

Diese Gleichung liefert nur reelle Werte für $a \geqq r$. Eine Entleerung des Bechers durch Abheben kann also nur eintreten, wenn $a \geqq r$ ist. Die Gleichung (12) hat allerdings nur volle Gültigkeit zwischen $\varphi = \pi$ und $\beta = \frac{\pi}{2} - \varrho$.

Bei $\beta = \frac{\pi}{2} - \varrho$ tritt, wie Bild 9 zeigt, schon mit Sicherheit ein Vorrutschen des Becherinhaltes ein, so daß ein Kräfteausgleich vorher nicht mehr erfolgen kann.

Aus den soeben aufgestellten Beziehungen kann eine Formel abgeleitet werden, die den Grenzwert der Drehzahl der Kopfscheibe darstellt, bei der noch ein Abheben des Fördergutes eintreten kann.

Aus $\beta > \frac{\pi}{2} - \varrho$ und $\sin(\pi - \varphi)$ folgt:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varrho\right) < \frac{r_i}{a}, \qquad \cos\varrho < \frac{r_i}{a}, \qquad \frac{1}{a} > \frac{\cos\varrho}{r_i}.$$

Nach Gleichung (1 a) war $a = \frac{895}{n^2}$, diesen Wert in die obige Gleichung eingesetzt ergibt

$$\frac{n^2}{895} > \frac{\cos\varrho}{r_i} \quad \text{oder endlich} \quad n > \sqrt{\frac{895 \cdot \cos\varrho}{r_i}}\,. \tag{13}$$

Der Beginn des Abhebens und die damit verbundene Entleerung über die innere Becherkante J ist allerdings begrenzt durch die reellen Werte von

$$\sin(\pi - \varphi) = \frac{r}{a}\,.$$

Ist $r_i = a$, so verläßt das Fördergut im Scheitel der Kopfscheibe den Becher. Der Grenzwert dieser Drehzahl ist dann:

$$r_i = a = \frac{n^2}{895}, \qquad n = \sqrt{\frac{895}{r_i}}\,.$$

In der Tafel 1 sind die Verhältnisse graphisch dargestellt. Die punktierte Kurve ist der obere Grenzwert für die Entleerung durch Abheben des Fördergutes. Das Gebiet oberhalb der punktierten Kurve ist für die Entleerung über die äußere Becherkante A und das Gebiet unterhalb der punktierten Kurve ist für die Entleerung über die innere Becherkante J maßgebend. Die anderen Kurven sind die unteren Grenzwerte für vier verschiedene Böschungswinkel, bei denen die Entleerung durch Abheben noch möglich ist. Die punktierte Kurve und eine jeweilige andere Kurve für ein bestimmtes ϱ legen den Bereich fest, in dem die Entleerung durch Abheben des Fördergutes erfolgen kann.

Unterhalb einer jeweiligen Kurve für ein bestimmtes ϱ tritt mit Sicherheit ein Entleeren über die Innenkante J durch Abrutschen des Fördergutrestes bei $\beta = \frac{\pi}{2} - \varrho$ ein.

Das austretende Fördergut darf nicht auf den vorangehenden Becher auftreffen. Der erforderliche Becherabstand läßt sich durch Aufzeichnen der Wurfparabel des am weitesten voraneilenden Kornes und die entsprechenden Becherstellungen ermitteln.

Ergibt die Wurfparabel ungünstige Werte, was bei sehr langsam laufenden Becherwerken der Fall ist, so muß zu Sonderausführungen (Schnittrinnenbecher) gegriffen werden.

Literatur

C. A. E. Müller: Beitrag zur Klärung des Entleerungsvorganges bei schnellaufenden Becherwerken.

A 1866