Dipl.-Ing. W. BALKIN, Dresden

Die graphische Ermittlung von Anlaufkennlinien[1)]

Für den Anlauf eines Elektromotors gilt bei Vernachlässigung der Reibungsverluste

$$M = J\frac{d\omega}{dt}. \tag{1}$$

Hierin ist

M das Drehmoment des Motors in kgm,
J das Trägheitsmoment in kg m s^2,
$\frac{d\omega}{dt}$ die Winkelbeschleunigung in s^{-2}.

Setzen wir in Gl. (1)

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30},$$

so erhalten wir

$$M = J\frac{\pi}{30}\cdot\frac{dn}{dt}$$

und daraus

$$J = 9{,}55 \cdot M\frac{dt}{dn}. \tag{2}$$

Läßt man einen Motor leer anlaufen und nimmt dabei die Drehzahl als Funktion der Zeit oszillographisch auf, so ergibt sich die im rechten Quadranten von Bild 1 dargestellte Kurve $n = f[t]$. Wir teilen sie in bestimmte, den Zeitabschnitten $\Delta t \triangleq Oa', a'b' \cdots f'g'$ entsprechende Stücke. Wenn wir dabei annehmen, daß die Beschleunigung während der einzelnen Zeitabschnitte konstant bleibt, können wir, wie es geschehen ist, die Kurvenstücke $Oa, ab \cdots fg$ geradlinig zeichnen.

Um aus dieser Kurve graphisch die Anlaufkennlinie ermitteln zu können, stellen wir folgende Überlegungen an:

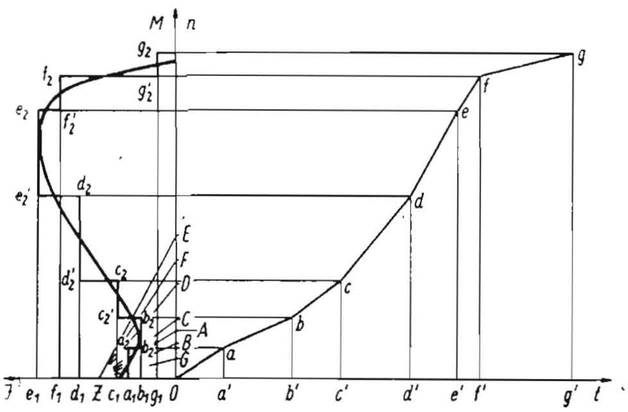


Bild 1

Wir zeichnen zwei ähnliche Dreiecke ZOA und $Oa'a$ (Bild 2), bei denen folgende Proportion gilt:

$$\frac{OA}{ZO} = \frac{a'a}{Oa'}. \tag{3}$$

Auch aus Gl. (2) ergibt sich eine Proportion

$$\frac{M}{J} = \frac{1}{9{,}55}\frac{dn}{dt}$$

oder für endliche Werte

$$\frac{M}{J} = \frac{1}{9{,}55}\frac{\Delta n}{\Delta t}. \tag{4}$$

Wenn wir für M, J, n und t die richtigen Maßstäbe wählen, können wir die Gl. (4) graphisch durch Bild 2 darstellen.

[1)] Das beschriebene Verfahren ist eine Umkehrung des Verfahrens zur zeichnerischen Bestimmung der Anlaufzeit aus den Drehmomentenlinien [3].

Wir wählen die Maßstäbe m_M, m_n und m_t für M, n und t beliebig und setzen

$$\left.\begin{aligned} AO &= M \cdot m_M, \\ Oa' &= \Delta t \cdot m_t, \\ a'a &= \Delta n \cdot m_n. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Den Maßstab für J müssen wir errechnen. Wenn wir die Werte von Gl. (5) in Gl. (3) einsetzen, erhalten wir

$$\frac{M \cdot m_M}{ZO} = \frac{\Delta n \cdot m_n}{\Delta t \cdot m_t}. \tag{6}$$

ZO soll in entsprechendem Maßstab das Trägheitsmoment J darstellen, d. h. es soll sein

$$ZO = J \cdot m_J. \tag{5a}$$

Also erhält Gl. (6) folgende Form

$$\frac{M \cdot m_M}{J \cdot m_J} = \frac{\Delta n \cdot m_n}{\Delta t \cdot m_t}. \tag{7}$$

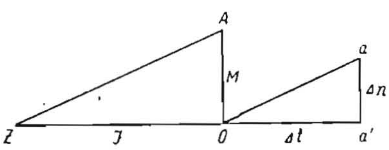
In diese Gl. (7) setzen wir für J den Ausdruck (2) ein und erhalten

$$\frac{M \cdot m_M \cdot \Delta n}{9{,}55 \cdot M \cdot \Delta t \cdot m_J} = \frac{\Delta n \cdot m_n}{\Delta t \cdot m_t}.$$

Daraus ergibt sich

$$m_J = \frac{m_M \cdot m_t}{9{,}55 \cdot m_n}. \tag{8}$$

Bild 2.



Nun tragen wir auf der negativen Abszissenachse von Bild 1 mit dem errechneten Maßstab das Trägheitsmoment des Motors ab und erhalten den Punkt Z.

Das Trägheitsmoment läßt sich aus dem Schwungmoment GD^2 des Motorläufers nach folgender Gleichung errechnen:

$$J = \frac{GD^2}{4g}.$$

Hierin ist

G das Gewicht des Motorläufers [kg],
$\frac{D}{2}$ der Trägheitshalbmesser des Motorläufers [m],
$g = 9{,}81$ — die Erdbeschleunigung [m · s^{-2}].

Das Schwungmoment GD^2 ist meist in den Motorlisten angegeben.

Aus dem Punkt Z von Bild 1 ziehen wir bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse Strahlen, die den Strecken $Oa, ab, bc \cdots fg$ der in gerade Teilstrecken zerlegten Anlaufkennlinie $n = f[t]$ parallel sind. Sie schneiden die Ordinatenachse in den Punkten $A, B, C \cdots G$.

Aus den Punkten $a, b, c \cdots g$ ziehen wir nach links über die Ordinatenachse hinaus Parallelen zur Abszissenachse.

In Bild 1 erhalten wir dann ebenfalls zwei ähnliche Dreiecke ZAO und Oaa'. Da die Maßstäbe entsprechend gewählt sind, gibt die Strecke OA das während des Zeitabschnittes Δt_1 herrschende Drehmoment an.

Auf der negativen Abszissenachse wird nun die Strecke OA abgetragen und der Punkt a_1 erhalten. In a_1 wird ein Lot bis zum Schnittpunkt a_2 mit der aus a nach links gezogenen Geraden errichtet.

Der Abstand zwischen der Geraden $a_1 a_2$ und der Ordinatenachse gibt das während der Drehzahländerung Δn_1 herrschende Drehmoment an. In der gleichen Weise verfährt man beim Zeitabschnitt $\Delta t_2 \triangleq a' b'$ und erhält dann die Strecke $b_2' b_2$, deren Abstand von der Ordinatenachse das während der Drehzahländerung Δn_2 herrschende Drehmoment angibt. Man verfährt so weiter, bis sämtliche Punkte $a_1, a_2, b_2' b_2, c_2', c_2 \cdots g_2'$, g_2 gefunden sind, die eine stufenförmige Drehmomentkurve bilden. Durch die Mitten der Strecken $a_1 - a_2, b_2' - b_2 \cdots g_2' - g_2$ ziehen wir dann eine stetige Kurve, die sich der wahren Momentenkurve um so mehr nähert, je kleiner die Zeitabschnitte Δt gewählt werden.

Dreht man das Diagramm in der Zeichenebene im Uhrzeigersinn um 90°, so erhält man die übliche Drehmomentkennlinie

$$M = f'(n).$$

Man kann nach diesem Verfahren auch die statische Anlaufkennlinie einer Arbeitsmaschine ermitteln.

Man muß dann das Verfahren zweimal anwenden, und zwar einmal für den leer anlaufenden und das andere Mal für den mit der leerlaufenden Arbeitsmaschine verbundenen Motor.

Für den Versuch mit belastetem Motor gilt dann

$$M' = M_M - M_{A_s} = J' \frac{d\omega}{dt}, \tag{9}$$

wobei

$$J' = J_M + J_A.$$

Hierin ist:

M_M das vom Motor ausgeübte Drehmoment,
M_{A_s} das vom Motordrehmoment zu überwindende statische Drehmoment der Arbeitsmaschine,
J_M das Trägheitsmoment des Motorläufers,
J_A das auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment der Arbeitsmaschine.

Es ergibt sich dann in analoger Weise

$$J' = 9{,}55\,(M_M - M_{A_s}) \frac{\Delta t}{\Delta n}. \tag{10}$$

J' läßt sich jedoch oft nicht mehr aus einem Gesamtschwungmoment der beiden gekoppelten Maschinen (Motor und Arbeitsmaschine) errechnen, weil das Schwungmoment der Arbeitsmaschine in der Regel unbekannt ist. Das rechnerische Ermitteln des Trägheitsmoments der Arbeitsmaschine ist meist schwierig, und auch das experimentelle Bestimmen des Trägheitsmoments durch Schwingenlassen der Teile ist mühevoll, weil die Maschine dann in einzelne Baugruppen zerlegt werden muß.

Es gibt nun ein Verfahren [2], bei dem das Trägheitsmoment durch zwei Auslaufversuche ermittelt werden kann.

Bei jedem Auslaufversuch wird die Maschine mit einem anderen zusätzlichen Schwungrad versehen. Diese beiden Schwungräder müssen das gleiche Gewicht G und gleiche Form und Größe der Außenflächen haben, damit die statischen Leerlaufwiderstände bei beiden Versuchen gleich sind.

Es gilt hier wieder die Gl. (9)

$$M_M - M_{A_s} = J' \frac{d\omega}{dt}. \tag{9a}$$

Das Trägheitsmoment J' setzt sich aus drei einzelnen Trägheitsmomenten zusammen:

$$J' = J_A + J_M + J_{zus}. \tag{11}$$

Hierbei ist:

J_A das auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment der Arbeitsmaschine.
J_M das bekannte Trägheitsmoment des Motors,
J_{zus} das Trägheitsmoment des zusätzlichen Schwungrades.

Wir fassen J_A und J_M zu einem Gesamtmoment zusammen:

$$J_A + J_M = J_{ges}.$$

Beim Auslaufen, d. h. bei ausgeschaltetem Motor, ist $M_M = 0$.

Dann geht Gl. (9a) über in

$$-M_{A_s} = J' \frac{d\omega}{dt}. \tag{12}$$

Wenn wir über die Zeit des ersten Auslaufes (von t_a bis t_1 und ω_a bis $\omega = {}_0$) integrieren, erhalten wir

$$\int_{t_a}^{t_0} dt = - \int_{\omega_a}^{0} (J_{zus} + J_{ges}) \frac{d\omega}{M_{A_s}}. \tag{13}$$

Dann beträgt die Auslaufzeit t_1 mit dem ersten Zusatzschwungrad

$$t_1 = -(J_{zus_1} + J_{ges}) \int_{\omega_a}^{0} \frac{d\omega}{M_{A_s}}. \tag{14}$$

Wir setzen

$$\int_{\omega}^{0} \frac{d\omega}{M_{A_s}} = S \tag{15}$$

und erhalten

$$t_1 = -(J_{zus_1} + J_{ges})\, S. \tag{16}$$

In ähnlicher Weise erhalten wir für die Auslaufzeit t_2 mit dem zweiten zusätzlichen Schwungrad

$$t_2 = -(J_{zus_2} + J_{ges})\, S. \tag{17}$$

Aus Gl. (16) und (17) ergibt sich

$$-S = \frac{t_1}{J_{zus_1} + J_{ges}} = \frac{t_2}{J_{zus_2} + J_{ges}}. \tag{18}$$

Hieraus folgt

$$J_{ges} = \frac{J_{zus_2} t_1 - J_{zus_1} t_2}{t_2 - t_1}.$$

Dieses experimentell ermittelte Gesamtträgheitsmoment

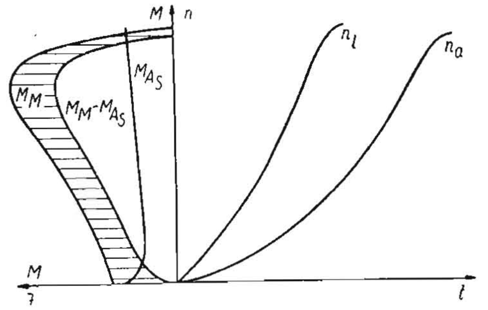
$$J_{ges} = J_M + J_A$$

wird nun zur Konstruktion einer zweiten Anlaufkennlinie für $(M_M - M_{A_s}) = f(n)$ verwendet.

Die Differenz beider Kurven ergibt dann eine Kurve für das durch die statischen Widerstände der Arbeitsmaschine erzeugte Moment M_{A_s}.

In Bild 3 sind zwei Kurven für die Anlaufmomente eines unbelasteten und eines mit einem Gebläse oder einem Rübenschneider belasteten Asynchronmotors schematisch dargestellt.

Bild 3



n_l ist die Drehzahlkennlinie des leer anlaufenden Motors und n_a die des mit der Arbeitsmaschine gekoppelten Motors. M_M ist die in der beschriebenen Weise aus der Drehzahlkennlinie n_l konstruierte Momentenlinie und $M_M - M_{A_s}$ die aus der Drehzahlkennlinie n_a konstruierte Momentenlinie. Die durch die waagerechten Striche gekennzeichnete Differenz beider Momentenlinien ist als statische Anlaufkennlinie M_{A_s} der Arbeitsmaschine noch einmal in den linken Quadranten eingezeichnet worden[2]).

Literatur

[1] KLIMOW, A. A.: Die graphische Ermittlung der Anlaufkennlinien von Motoren und Arbeitsmaschinen. Die Landmaschine. Moskau (1957) H. 2.
[2] FOMENKOW: Zur Bestimmung der Trägheitsmomente von Landmaschinen. Die Landmaschine. Moskau (1956) H. 3.
[3] LEHMANN, W.: Elektrotechnik und elektrische Antriebe. S. 208. Springer-Verlag Berlin 1957.

A 2826

[2]) S. a. E. D. LWOW, Theorie des Schleppers. Erschienen im VEB Verlag Technik, Berlin 1954.