

## Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Lagerungsdichte von Mischfutter

Dipl.-Ing. Chr. Fülll, KDT\*

DK 631.363.1.001.5

### 1. Problematik

Das Problem der Lagerungsdichte von Schüttgütern in Behältern wurde bisher in noch nicht genügendem Maße erforscht. So sind in der Fachliteratur kaum Angaben zu finden, die allgemein benutzt werden können. Die Kenntnis der Lagerungsdichte ist jedoch aus folgenden Gründen besonders wichtig:

- Die Vertikaldrücke und damit verbunden auch die Horizontaldrücke und Wandreibungsdrücke in den Behälterhorizonten hängen in entscheidendem Maße von der Lagerungsdichte ab; in bisher gültigen Berechnungsgleichungen verwendet man wegen der unbekanntenen Dichteverteilung eine einheitliche Schüttdichte
- wie Untersuchungen von Jenike /1/ zeigten, hängt die Entnahmewilligkeit von Schüttgütern von den plastischen Grenzspannungswerten ab, ihre absolute Größe wird auch von der Lagerungsdichte beeinflusst
- für die Berechnung von Strömungswiderständen bei der Belüftung ist die Kenntnis der Lagerungsdichte unbedingt erforderlich /2/
- Angaben der Dichteverteilung sind Voraussetzung für die Kapazitätsplanung von Behälteranlagen.

### 2. Stand der Forschung

Von einigen Wissenschaftlern, z. B. Delaplane /3/, wird die Meinung vertreten, daß die Gutdichte in Behältern konstant ist. Kohn und Gonell /4/ geben für die Lagerungsdichte bei feinkörnigen Gütern den 0,872fachen und bei grobkörnigen Gütern den 0,939fachen Wert der Rütteldichte an. Von Vollmaier /5/ wird die Lagerungsdichte als die Schüttgutdichte, die sich nach einer Rüttelzeit von 10 Minuten ergibt, definiert. Carr /6/ verwendet folgende Gleichung für die Arbeitsdichte  $\varrho_{sa}$ :

$$\varrho_{sa} = (\varrho_{s \max} - \varrho_{s \min}) \kappa + \varrho_{s \min} \quad (1)$$

$\kappa$  ist hier der Kompressibilitätskoeffizient:

$$\kappa = \frac{(\varrho_{s \max} - \varrho_{s \min})}{\varrho_{s \max}} \quad (2)$$

Von Ashton /7/ wurde die Beziehung

$$\sigma = a \varrho_L \quad (3)$$

gefunden. Hierin sind:

$\sigma$  Druck

$a, b$  gutabhängige Konstanten

$\varrho_L$  Lagerungsdichte

Platanov und Kovtun /8/ stellten für die Abhängigkeit der Lagerungsdichte  $\varrho_L$  von der Füllhöhe  $H$  folgende Gleichung auf:

$$\frac{\varrho_L}{\varrho} = a' \cdot k_{p \max} (1 - e^{-(b' + c' H)}) \quad (4)$$

Dabei sind:

$\varrho$  Teilchendichte

$a_{p \max} = 0,665$

$a', b', c'$  gutabhängige Konstanten

Gutjar /9/ ging bei seinen Betrachtungen von den im Gut herrschenden Spannungsverhältnissen aus, die schon von Janssen /10/ aufgestellt wurden. Zur Bestimmung der Lagerungsdichte  $\varrho_L$  vom Füllgutdruck  $p_v$  verwendete er die Querdehnungszahl  $\mu$  und den Elastizitätsmodul  $E$  des Schüttgutes:

$$\varrho_L = \frac{\varrho_s}{1 - \frac{p_v}{E} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1 - \mu}\right)} \quad (5)$$

Gleichung (5) berücksichtigte Gutjar bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen an der Elementarschicht und erhielt so für den Vertikaldruck  $p_v$  in den Füllguthorizonten die Beziehung:

$$p_v = \frac{1 - e^{\left[\varrho_s \cdot z \left(B - \frac{\eta \cdot \mu_w}{\varrho_s \cdot \omega}\right)\right]}}{\frac{\eta \cdot \mu_w}{\varrho_s \cdot \omega} - B} \quad (6)$$

Hierbei sind:

$$B = \frac{1}{E} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1 - \mu}\right)$$

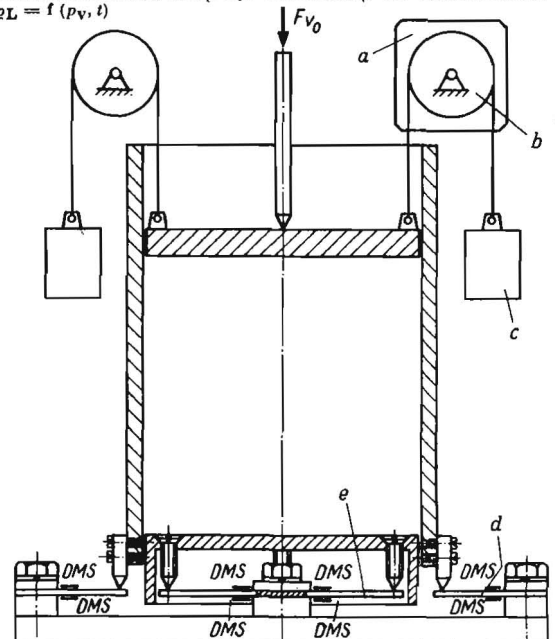
$$\eta = \frac{\mu}{1 - \mu}$$

$\omega = \frac{A}{U}$  hydraulischer Radius des Behälterquerschnittes in m

$\mu_w$  Reibungskoeffizient zwischen Behälterwand und Füllgut

$z$  Abstand des Füllguthorizonts vom Füllgutspiegel

Bild 1. Laborversuchseinrichtung zur Bestimmung der Kriechfunktion  $\varrho_L = f(p_v, t)$



\* Universität Rostock, Sektion Landtechnik.  
(Direktor: Prof. Dr.-Ing. Chr. Eichler)

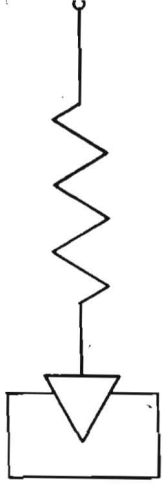


Bild 2. Rheologisches Strukturmodell für das Mischfutter „Prästarter A“ /14/

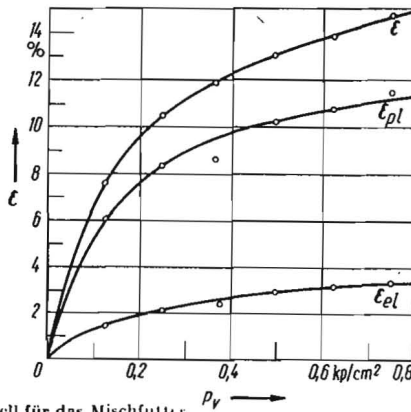
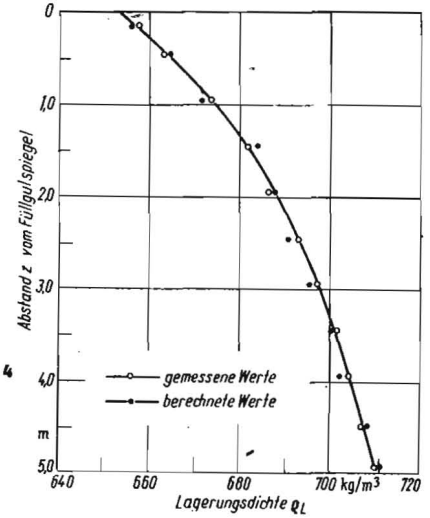


Bild 3. Anteil der elastischen  $\epsilon_{el}$  und plastischen  $\epsilon_{pl}$  Dehnung an der Gesamtverformung  $\epsilon$  bei eindimensionaler Belastung des Mischfutters „Prästarter A“ /14/

Bild 4. Verlauf der praktisch gemessenen und der theoretisch berechneten Lagerungsdichte über der Behälterhöhe



Die Berechnung des Ruhedruckes nach Gleichung (6) scheiterte nach Fischer /11/ bisher an der fehlenden Kenntnis des Elastizitätsmoduls  $E$  und der Querdehnungszahl  $\mu$ .

### 3. Ziel der eigenen Versuche

Zur Ermittlung der Lagerungsdichten von Schüttgütern in Behältern ist es erforderlich, zunächst die rheologischen Eigenschaften der Füllgüter zu erforschen, und die Kriechfunktion im Labor zu bestimmen. Mit Hilfe eines Berechnungsverfahrens, dessen Grundlagen bereits veröffentlicht wurden /12/, sollten im Rahmen dieser Untersuchungen die Lagerungsdichte eines Futtermittels theoretisch bestimmt und mit praktisch gemessenen Werten verglichen werden.

### 4. Durchführung der Versuche

#### 4.1. Ermittlung der Kriechfunktion $\rho_L = f(p_v, t)$

Für die Bestimmung der Kriechfunktion  $\rho_L = f(p_v, t)$  wurde die im Bild 1 dargestellte Laborversuchseinrichtung benutzt. Die Grundfläche des Preßtopfes betrug  $200 \text{ cm}^2$ , die Füllhöhe des Schüttgutes im unverdichteten Zustand  $200 \text{ mm}$ . Der statisch wirkende Kolbendruck wurde zu Beginn jedes Versuches in einem Zeitintervall  $\Delta t \rightarrow 0$  sprunghaft aufgebracht. Die Messung der Kolbenabsenkung geschah in der Folgezeit mit Hilfe eines Potentiometers  $a$ , das mit der Achse der Umlenkrolle  $b$  für die Ausgleichsmasse  $c$  verbunden war. Da sich infolge der Wandreibung der Kolbendruck  $p_{vo}$  in den Füllguthorizonten von oben nach unten verringert, wurden zur Bestimmung des mittleren wirksamen Vertikaldruckes der Bodendruck  $p_B$  und der Wandreibungsdruck  $p_w$  gemessen. Dies geschah jeweils mit Dehnungsmeßstreifen (DMS), die auf den Kragträgern  $d$  und  $e$  aufgeklebt waren. Die Errechnung des mittleren wirksamen Vertikaldruckes erfolgte nach der Beziehung:

$$p_v = p_B + \frac{p_w \cdot U \cdot h(t)}{A \cdot 2} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (7)$$

Hierin bedeutet:

- $p_B$  Bodendruck in  $\text{kp/cm}^2$
- $p_w$  Wandreibungsdruck in  $\text{kp/cm}^2$
- $U$  Innenumfang des Preßtopfes in  $\text{cm}$
- $h(t)$  Füllhöhe als Funktion der Zeit  $t$  in  $\text{cm}$
- $A$  Grundfläche des Preßtopfes in  $\text{cm}^2$

In Gleichung (7) wurde angenommen, daß der Kolbendruck  $p_{vo}$  über der Füllguthöhe linear bis auf den Bodendruck  $p_B$

abnimmt. Außerdem wurde ein mittlerer Wandreibungsdruck  $p_w$  verwendet:

$$p_w = \frac{F_R}{U \cdot h(t)} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (8)$$

Darin ist

$F_R$  Gesamtreibkraft in  $\text{kp}$

Die Entlastung erfolgte, wenn keine meßbare Absenkung des Kolbens mehr zu beobachten war. Nach der Entlastung wurde die Rückdehnung aufgenommen.

#### 4.2. Ermittlung der praktisch vorhandenen Lagerungsdichten

Zur Ermittlung der praktisch vorhandenen Lagerungsdichten wurde eine  $\gamma$ -Rückstreusonde benutzt /13/. Der Meßfehler wird in /13/ mit 2 Prozent angegeben.

Für die Messungen stand ein Mischfuttersilo vom Typ G 807 zur Verfügung, das jeweils mit dem Mischfutter „Prästarter A“ befüllt wurde. Die Beschickung des Silos erfolgte durch pneumatische Schubförderung. Die dynamischen Beaufschlagungskräfte waren deshalb kleiner als bei der Befüllung durch pneumatische Flugförderung. Das Futtermittel hatte folgende physikalische Eigenschaften:

- Schüttdichte  $\rho_s = 654,1 \text{ kg/m}^3$
- Substanzdichte  $\rho_{sub} = 1418,2 \text{ kg/m}^3$
- innerer statischer Reibwinkel  $\varphi_{is} = 49^\circ$
- äußerer statischer Reibwinkel gegenüber Aluminium  $\varphi_{äs} = 35^\circ$
- Korngrößenverteilungsfunktion  $R = 100 e^{-\left(\frac{d}{0,009}\right)^{1,445}}$
- Trockenmassegehalt 88,1 Prozent

### 5. Ergebnisse

#### 5.1. Kriechfunktion $\rho_L = f(p_v, t)$

Mit der im Bild 1 dargestellten Laborversuchseinrichtung wurde für das Mischfutter „Prästarter A“ folgende Kriechfunktion ermittelt:

$$\rho_L = \rho_s + 120 p_v^{0,5} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (9)$$

In dieser Gleichung werden für die Dichte  $\rho$  und den Vertikaldruck  $p_v$  die in der Praxis gebräuchlichen Dimensionen verwendet:  $\rho$  in  $\text{kg/m}^3$ ,  $p_v$  in  $\text{kp/cm}^2$ . Gleichung (9) kann entnommen werden, daß die Lagerungsdichte nicht von der Belastungszeit abhängig ist. Das Mischfutter verhält sich wie ein elastisch-plastischer Körper. Das rheologische Strukturmodell (Bild 2) besteht aus einer Reihenschaltung von Feder (Hookescher Körper) und Keil mit Selbsthem-

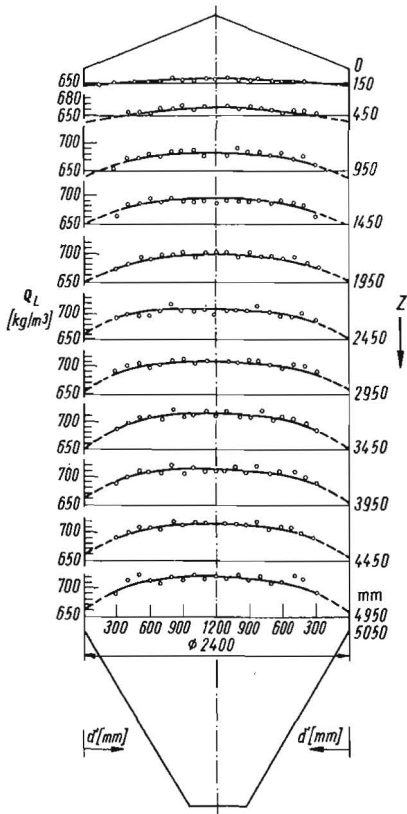


Bild 5. Verteilung der Lagerungsdichte über dem Behälterquerschnitt in den jeweiligen Füllguthorizonten /14/

mung /14/. Im Bild 3 sind der elastische und plastische Anteil der Gesamtverformung dargestellt. Man kann daraus entnehmen, daß die Kennwerte der Feder und des Keils von der Belastung (Vertikaldruck) abhängen.

### 5.2. Vergleich der praktisch gemessenen mit der theoretisch errechneten Dichteverteilung

Betrachtungen an einem differentiellen Füllgutelement führen zu folgender Gleichgewichtsbeziehung:

$$dp_v - \rho_L \cdot g \cdot dz + p_v \cdot K \cdot \mu_w \cdot \frac{U}{A} \cdot dz = 0 \quad (10)$$

Dabei sind:

- $K$  Horizontaldruckverhältnis  $p_H/p_v \approx 1 - \sin \varphi_{is}$
- $\mu_w$  Wandreibungskoeffizient
- $U$  Umfang des Siloehälters
- $A$  Behälterquerschnitt
- $z$  Abstand vom Füllgutspiegel

Wird in Gleichung (10) für den Vertikaldruck  $p_v$  entsprechend Gleichung (9) die Beziehung der Lagerungsdichte eingesetzt, erhält man einen Zusammenhang zwischen dem Abstand vom Füllgutspiegel  $z$  und der Lagerungsdichte  $\rho_L$ :

$$dz = \frac{(1/120)^2 \cdot 2 \cdot (\rho_L - \rho_s)}{g \cdot \rho_L - K \cdot \mu_w \cdot U/A \cdot (\rho_L - \rho_s)^2 \cdot (1/120)^2} d\rho_L \quad (11)$$

Die Integration von Gleichung (11) ist verhältnismäßig einfach. Sie führt auf eine Summe, die aus einer ln-Funktion und einer Arth-Funktion besteht. Eine manuelle Auswertung ist jedoch mit großem rechnerischem Aufwand verbunden, weil die Argumente dieser Funktionen verwickelte Ausdrücke sind. Die Berechnung der Lagerungsdichte erfolgte deshalb in der Weise, daß der in Gleichung (9) benötigte Vertikaldruck  $p_v$  für die jeweiligen Füllguthorizonte schrittweise vom Füllgutspiegel aus nach der Janssenschen Gleichung ermittelt wurde. Für die Schüttdichte wurde in dieser Gleichung die mittlere Lagerungsdichte der über dem betrachte-

ten Guthorizont befindlichen Füllgutsäule benutzt, die sich aus den vorangegangenen Rechenschritten leicht bestimmen ließ.

Bild 4 zeigt eine Gegenüberstellung der praktisch gemessenen mit der theoretisch errechneten Verteilung der Lagerungsdichte als Funktion des Abstandes  $z$  vom Füllgutspiegel. Die dargestellten praktisch gemessenen Dichtewerte ergaben sich aus je 120 Einzelmessungen. Sie bilden ferner den Mittelwert der vorhandenen Dichteverteilung über dem Siloquerschnitt. Bild 5 stellt den Dichteverlauf über dem Siloquerschnitt in den jeweiligen Füllguthorizonten dar, wie er in einer speziellen Meßreihe ermittelt wurde.

Ein Vergleich der Dichteverläufe im Bild 4 führt zu der Feststellung, daß die Übereinstimmung der errechneten und gemessenen Werte trotz der Tatsache, daß in dem Berechnungsverfahren viele Einflüsse (z. B. Art der Befüllung, Dichteverteilung über den Querschnitt, Horizontaldruckverhältnis) nicht oder nicht ausreichend genau erfaßt werden, recht zufriedenstellend ist.

### 6. Schlußfolgerungen und Empfehlungen für die Praxis

Die Untersuchungen über die Anwendbarkeit eines Berechnungsverfahrens zur Bestimmung von Lagerungsdichten in Behältern haben ergeben, daß bei der Lagerung des Mischfutters „Prästarter A“ zwischen den praktisch gemessenen und theoretisch ermittelten Werten eine gute Übereinstimmung besteht. Damit konnte ein Beitrag zur Theorie der Lagerung entwickelt werden. Es wird empfohlen, daß dieses Berechnungsverfahren in der Praxis bei der Kapazitätsplanung von Behältern, bei der Bestimmung von Füllguthorizonten und zur Beurteilung des Fließverhaltens von Schüttgütern angewendet wird.

### Literatur

- /1/ Jenike, A. W.: Bergbauwissenschaft 11 (1964) S. 443–447
- /2/ Matthies, H. J.: VDJ-Forschungsheft 454, Düsseldorf; VDJ-Verlag 1956
- /3/ Delaplaine, J. W.: A. I. Ch. E. Journal 2 (1956) S. 127–138, 371
- /4/ Kohn, H. / H. W. Gonell: Staub 22 (1950) S. 293–322 und 23 (1950) S. 420–456
- /5/ Vollmaier, A.: Braunkohlenarchiv H. 49/50 (1938) S. 30–82
- /6/ Carr, R. L.: Chem. Engng. 72 (1965) H. 2, S. 163–168
- /7/ Ashton, M. O., u. a.: Rheol. Acta 4 (1965) H. 3, S. 206–218
- /8/ Platanov, P. / A. Kovtun: Mukomolno – Elevat. Prom. (Moskau) 25 (1959) H. 12, S. 22–24
- /9/ Gutjar, E. M.: Druckverteilung längs der Wand einer Silozelle, Arbeiten des Moskauer Molotow-Institutes für Straßenbau, Sammelband 2, Moskau 1935 zitiert in /11/
- /10/ Janssen, H. A.: VDJ-Zeitschrift 39 (1895) S. 1045–1049
- /11/ Fischer, W.: Bunker und Silos in Stahlbeton, Berlin: VEB Verlag für Bauwesen 1966
- /12/ Fürll, Chr.: Deutsche Agrartechnik 20 (1970) H. 4, S. 174 und 175
- /13/ Beer, M. / W. Helbig / M. Müller: Deutsche Agrartechnik 13 (1963) H. 11, S. 521–523
- /14/ Munder, F. / K. Hechler: Diplomarbeit, angefertigt an der Sektion Landtechnik der Universität Rostock 1971 (unveröffentlicht)

A 8678

Unterrichten Sie sich bitte laufend über

**Neuerscheinungen**

von Fachbüchern Ihres Fachgebietes.

Wir senden Ihnen unverbindlich und kostenlos unsere Informationen.

**VEB VERLAG TECHNIK · BERLIN**

