Zur Kampagneplanung des Arbeitskräfte- und Maschineneinsatzes mit Hilfe der parametrischen linearen Optimierung

Dipl.-Landw. A. SCHMIDT*

Durch den Zusammenschluß mehrerer LPG zu Kooperationsgemeinschaften und die Einführung der kooperativen Feldwirtschaft werden die Arbeitskräfte- und Maschinenkomplexe immer größer, als Beispiel sei nur das komplexe Maschinensystem Getreideernte mit dem Mähdrescher E 512 genannt [1].

Durch diese Konzentration von Menschen und Maschinen steigen die Anforderungen an die Leiter; eine vorausschauende Planung des Produktivkräfteeinsatzes ist deshalb noch dringender als bisher. Im folgenden werden einige Probleme zur Planung des Arbeitskräfte- und Maschineneinsatzes geschildert und ein Maschineneinsatzmodell beschrieben.

1. Aufgabenstellung

Bei der Erarbeitung eines Einsatzplans für eine Kampagne stellte sich eine Kooperationsgemeinschaft das Ziel, die Arbeitskräfte, Maschinen und Geräte so einzusetzen, daß die Arbeiten bei Einhaltung der agrotechnisch günstigsten Termine und Zeitspannen durchgeführt und auch kostengünstig gestaltet werden. Diese Aufgabe ließ sich mit Hilfe der parametrischen linearen Optimierung lösen (wir verstehen unter parametrischer linearer Optimierung ein Optimierungsverfahren, das von einer bestimmten Variation der Ausgangsdaten des Problems ausgeht; das Verfahren ist auch geeignet zur Untersuchung der Abhängigkeit der Lösung eines linearen Optimierungsproblems von den Ausgangsdaten des Problems).

Für die Planung des Produktivkräfteeinsatzes während einer Kampagne sind folgende Informationen notwendig:

- Auszuführende Arbeiten und ihr Umfang;
- Agrotechnisch günstigste Termine bzw. Zeitspannen;
- Anzahl der vorhandenen Arbeitskräfte;
- Traktoren-, Maschinen- und Gerätepark;
- Arbeitsverfahren;
- Aufwands- und Leistungskennzahlen über den Einsatz der Menschen, Maschinen und Geräte;
- Zweischichteinsatz.

In Tafel 1 ist die Ausgangsmatrix für die Berechnung eines Kampagneplans [2] mit Hilfe der parametrischen linearen Optimierung dargestellt.

2. Erläuterung der Ausgangsmatrix

Bei der Aufstellung einer Ausgangsmatrix für die Kampagneplanung ist folgendes zu beachten: Für jede Arbeit werden soviel Spalten freigehalten, wie Aggregationen zwischen Traktoren und Anhängemaschinen oder Geräten möglich sind; gleichzeitig wird vermerkt, wieviel Einsatztage [3] zur Verfügung stehen, z. B. Arbeit Schleppen: 5 Einsatztage, 4 Aggregationen sind möglich. Entsprechend betrieblicher Daten oder mit Hilfe von Kalkulationsvorlagen [4] werden die Verfahrenskosten je Stunde für jedes Aggregat ermittelt und in die Zielfunktionszeile (bei Kostenminimierung) geschrieben, z. B. Arbeit Schleppen: 1. bis 4. Aggregat: 7,62 M/h; 9,02 M/h; 8,78 M/h; 18,91 M/h.

In den Zeilen x_{27} bis x_{33} stehen der Arbeitsumfang in Hektar je Arbeit und die Leistungsparameter der Aggregate, z. B. Arbeit Schleppen: Arbeitsumfang = 1014 ha, Leistungsparameter 1. bis 4. Aggregat: 2,24 ha/h; 3,33 ha/h; 3,99 ha/h; 3,98 ha/h. Diese Gleichungen entsprechen der I. Nebenbedingung der mathematischen Formulierung des Modells.

In den Zeilen x_{34} bis x_{38} stehen die Traktorentypen und die Kapazität je Typ für den Planungszeitraum. Es sind obere und untere Grenzen vorgegeben, entsprechend der Kapazität in der 1. und 2. Schicht, z. B. Traktorentyp 2 (x_{35}): (4 Traktoren) · (31 Einsatztage) · (8 h je Tag) = 992 h, im Zweischichteinsatz verdoppelt sich die Kapazität auf 1984 h. Diese Ungleichungen entsprechen der II. Nebenbedingung.

In den Zeilen x_{39} bis x_{56} stehen die Maschinen und Geräte sowie ihre Kapazität im Einsatzzeitraum. Entsprechend den vorgegebenen Einsatztagen wird die Kapazität errechnet, z. B. Anhängegeräte Schleppen (x_{39}): (3 Aggregate · (5 Einsatztage) · (8 h je Tag) = 120 h, im Zweischichteinsatz bei 50%. Anteil der 2. Schicht: 120 h · 1,5 = 180 h. Die Kapazität der Maschinen- oder Gerätetypen muß der Anzahl der dem Aggregat zugeordneten Traktoren entsprechen, z. B. x_{41}: 6 Schleppen sind vorhanden, aber nur 5 Traktoren, demnach können nur 5 Aggregate mit diesem Traktorentyp arbeiten: (5 Aggregate) · (5 Tage) · (8 h je Tag) = 200 h für die 1. Schicht und bei Zweischichteinsatz 300 h. Diese Ungleichungen entsprechen der III. Nebenbedingung.

Für die Arbeitskräfte (x_{57} und x_{58}) gilt das gleiche wie für die Traktoren; diese Ungleichungen entsprechen der IV. Nebenbedingung.

3. Mathematische Formulierung des Modells

Zielfunktion

$Z = \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \rightarrow$ Minimum   summiert wird über die Traktorentypen und die Arbeiten

I. Nebenbedingung

$b_j = \sum_{i} p_{ij} x_{ij}$ summiert wird über die Traktorentypen

Wir unterstellen, daß alle Arbeiten (b_j), gemessen in ha, erledigt werden müssen durch die vorhandenen Traktoren; (in unserem Beispiel i = 1, …, 5), gemessen in h, mit einer bestimmten Leistung, gemessen in ha/h.

II. Nebenbedingung

$q_i - q_i' \lambda \geqq \sum_{j} x_{ij}$ summiert wird über die Arbeiten

Wir unterstellen, daß die um einen bestimmten λ-Wert verkleinerte Kapazität des Traktorentyps i stets größer oder gleich sein muß der Summe der Einsatzstunden des Traktorentyps i für alle Arbeiten.

III. Nebenbedingung

$\sum_{k} (a_{jk} - a_{jk}' \lambda) \geqq \sum_{ij} x_{ij}$ summiert wird über die Maschinen oder die Geräte und die Traktorentypen

Wir unterstellen, daß die Summe der um einen bestimmten λ-Wert verkleinerten Kapazität der Maschinen und Geräte, die für die Arbeit j eingesetzt werden, stets größer oder gleich sein muß der Summe der Einsatzstunden aller Traktorentypen mit den dazugehörigen Maschinen oder Geräten.

IV. Nebenbedingung

$d - d' \lambda \geqq \sum_{i,j} x_{ij}$ summiert wird über die Traktorentypen und die Arbeiten

Wir unterstellen, daß die um einen bestimmten λ-Wert verkleinerte Anzahl der Arbeitskräfte stets größer oder gleich sein muß der Summe der Einsatzstunden aller Traktorentypen mit den dazugehörigen Maschinen oder Geräten für alle Arbeiten.

* Wissenschaftlicher Aspirant im Institut für Arbeitsökonomik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (Direktor: Prof. Dr. A. BAIL)

Tafel 1. Ausgangsmatrix

Basisvariable	Traktorentyp						2	3	4	5	2	2	3	4	3	4	5	2	3	4	5	3	4	5	4	4	5	4	3	4	5	1
	Arbeitsart und Einsatztage						Schleppen - 5 Tg.				Dünger - streuen - 16 Tg.							Pflügen - 9 Tg.				Saatackervorbereitung - 14 Tg.						Kartoffelackervorbereitung 19 Tg.	Drillen - 19 Tg.			
	Arbeitsgerät Stück und Arbeitsbreite						Schleppen 3St.-7,1 m AB	6 St.-11,7 m AB			Kettendüngerstreuer 3St.-7,5 m AB				Großflächenstreuer 2 St- 5 m AB			2 Schar-Pflug 5 St.		3/4 Schar-Pflug 2 St.		Kombinator und 2 Geräte 3 St.-2,3 m AB			Grubber 2 St.-2,3mAB	Egge-Walze-Schleppe 1 St-2,3 mAB		Grubber 2 St. 2,3mAB	Drillmaschinen 2St.-7,5 mAB			1 St. 2,5mAB
	Leistung in ha/h						2,24	3,33	3,99	3,98	1,75	1,19	1,29	1,29	1,11	1,11	1,06	0,16	0,21	0,28	0,41	0,69	0,65	0,85	0,61	1,60	2,63	0,63	1,59	1,83	1,58	0,75
	Kosten in M/h						7,62	9,02	8,78	18,91	6,30	6,31	6,32	6,71	8,98	9,28	17,26	7,48	8,89	9,47	20,83	9,03	8,30	18,90	9,26	9,30	20,65	9,37	7,63	8,33	14,54	7,40
	Nichtbasisvariable						X_{1}	X_{2}	X_{3}	X_{4}	X_{5}	X_{6}	X_{7}	X_{8}	X_{9}	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}
	Zielfunktion-Minimierung	z				=	7,62	9,02	8,78	18,91	6,30	6,31	6,32	6,71	8,98	9,28	17,26	7,48	8,89	9,47	20,83	9,03	8,30	18,90	9,26	9,30	20,65	9,37	7,63	8,33	14,54	7,40
X_{27}	Schleppen ha	1014				=	2,24	3,33	3,99	3,98																						
X_{28}	Düngerstreuen ha	346				=					1,75																					
X_{29}	Düngerstreuen ha	485				=						1,19	1,29	1,29	1,11	1,11	1,06															
X_{30}	Saatackervorbereitung ha	630				=																0,69	0,65	0,85	0,61	1,60	2,63					
X_{31}	Kartoffelackervorbereitung ha	187				=																						0,63				
X_{32}	Drillen ha	599				=																							1,59	1,83	1,58	0,75
X_{33}	Pflügen ha	84				=												0,16	0,21	0,28	0,41											
			Vorgegebene Kapazit. 1+2. Schicht h	Abzuziehende Werte für $\lambda = 2480$	Verfügbare Kapazität 1. Schicht h																											
X_{34}	Traktor Typ 1 - 1 St.		248	-	248	=																										-1
X_{35}	Traktor Typ 2 - 4 St.		1984	-0,400	992	≧	-1				-1	-1						-1														
X_{36}	Traktor Typ 3 - 5 St.		2480	-0,500	1240	≧		-1					-1		-1				-1			-1							-1			
X_{37}	Traktor Typ 4 - 2 St.		992	-0,200	496	≧			-1					-1		-1				-1			-1		-1	-1		-1		-1		
X_{38}	Traktor Typ 5 - 3 St.		1488	-0,300	744	≧				-1							-1				-1			-1			-1				-1	
X_{39}	Schleppen, 3 Aggregate		180	-0,024	120	≧	-1																									
X_{40}	Schleppen, 6 Aggregate		360	-0,048	240	≧		-1	-1	-1																						
X_{41}	Schleppen, 5 Aggregate		300	-0,040	200	≧		-1																								
X_{42}	Schleppen, 2 Aggregate		120	-0,016	80	≧			-1																							
X_{43}	Schleppen, 3 Aggregate		180	-0,024	120	≧				-1																						
X_{44}	Düngerstreuen, 3 Aggregate		576	-0,077	384	≧					-1	-1	-1	-1																		
X_{45}	Düngerstreuen, 2 Aggregate		384	-0,052	256	≧								-1																		
X_{46}	Düngerstreuen, 2 Aggregate		384	-0,052	256	≧									-1	-1	-1															
X_{47}	Pflügen, 5 Aggregate		720	-0,145	360	≧												-1	-1													
X_{48}	Pflügen, 4 Aggregate		576	-0,116	288	≧												-1														
X_{49}	Pflügen, 2 Aggregate		288	-0,058	144	≧														-1	-1											
X_{50}	Saatackervorber., 3 Aggregate		504	-0,068	336	≧																-1	-1	-1								
X_{51}	Saatackervorber., 2 Aggregate		336	-0,045	224	≧																	-1									
X_{52}	Saatackervorber., 2 Aggregate		336	-0,045	224	≧																			-1							
X_{53}	Saatackervorber., 1 Aggregat		168	-0,023	112	≧																				-1	-1					
X_{54}	Kartoffelackervorber., 2 Aggregate		304	–	304	≧																						-1				
X_{55}	Drillen, 2 Aggregate		304	–	304	≧																							-1	-1	-1	
X_{56}	Drillen, 1 Aggregat		152	–	152	≧																										-1
X_{57}	Traktoristen		6200	-1,000	3720	≧	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
X_{58}	Bedienungsarbeitskräfte		3968	-0,500	2728	≧					-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1												-3	-3	-3	

Nichtnegativitätsbedingung

$x_{ij} \geqq 0$

Dabei bedeuten:

x_{ij} Einsatz des Traktors i und dazugehörige Maschinen oder Geräte für die Arbeit j in h

c_{ij} Aufwand je Einheit der Arbeit j, beim Einsatz des Traktors i in M/ha

b_j Umfang der Arbeit j in ha

q_i Kapazität des Traktors i in h

p_{ij} Verbrauch an Stunden des Traktors i je Arbeit j in ha/h

a_{jk} Kapazität der Maschinen oder Geräte k je Arbeit j in h

λ variabler Parameter

d Leistungsvermögen der gegebenen Arbeitskräfte in Akh

i Anzahl der Traktorentypen

j Anzahl der auszuführenden Arbeiten

Zur Aufstellung dieser Ausgangsmatrix benötigt man die o. a. Daten. Es wird ermittelt, welche Maschinen und Geräte für die Durchführung einer Arbeit eingesetzt werden können, ohne bestimmte Aggregate vorher auszuwählen und als einzig mögliche Kombination vorzugeben. Die Auswahl der günstigsten Aggregate wird parametrisch mit Hilfe der Simplextechnik [5] [6] und eines Rechenautomaten vorgenommen.

4. Lösungsweg

Bei der Berechnung des Modells mit Hilfe der linearen Optimierung kann es zum Widerspruch kommen: Die Arbeitskräfte-, Maschinen- und Gerätekapazität reicht nicht aus, um die vorgegebenen Arbeiten zu agrotechnisch günstigsten Terminen und Zeitspannen erledigen zu können. Dieser Widerspruch tritt nicht auf, wenn wir uns der parametrischen linearen Optimierung bedienen.

Entsprechend den Primärinformationen wissen wir, welche Arbeiten in der 1. und 2. Schicht durchgeführt werden können. Wir erweitern dementsprechend die Arbeitskräfte-, Maschinen- und Gerätekapazität, geben diese erweiterte Kapazität als obere Grenze vor und streben durch stufenweise Parametrisation (Abzug von λ-Werten) der unteren Grenze zu. In Bild 1 sind für den Traktoreneinsatz die Parameterbereiche eingezeichnet, für die eine Optimallösung verlangt wurde. Die Parameterbereiche beginnen bei $\lambda = 0$ über $\lambda = 93, 124, 155, ..., 310$ (Differenz jeweils 31 Schichten).

Im vorliegenden Modell wurden Kapazitätserweiterungen bei folgenden Arbeiten vorgenommen: Schleppen, Düngerstreuen und Saatackervorbereitung können zu 50% in der 2. Schicht durchgeführt werden, Pflügen zu 100%. Die Traktorenkapazität wurde bei 4 Typen verdoppelt in der Annahme, daß diese Traktoren in zwei Schichten eingesetzt werden können.

Im Verlaufe der Parametrisation werden die vorgegebenen Parameter stufenweise verkleinert; jeweils für einen bestimmten Parameterbereich wird eine Optimallösung ausgedruckt; zusätzlich läßt sich für jeden Parameterwert die Optimallösung ausdrucken, wenn man diesen Wert vor der Berechnung dem Automaten eingibt. Unabhängig davon kann man jede Optimallösung, deren Ausgangswerte innerhalb der vorgegebenen Parameterbereiche liegen, nachträglich errechnen. Fällt z. B. unmittelbar vor Beginn einer Kampagne, für die der Maschineneinsatz optimiert wurde,

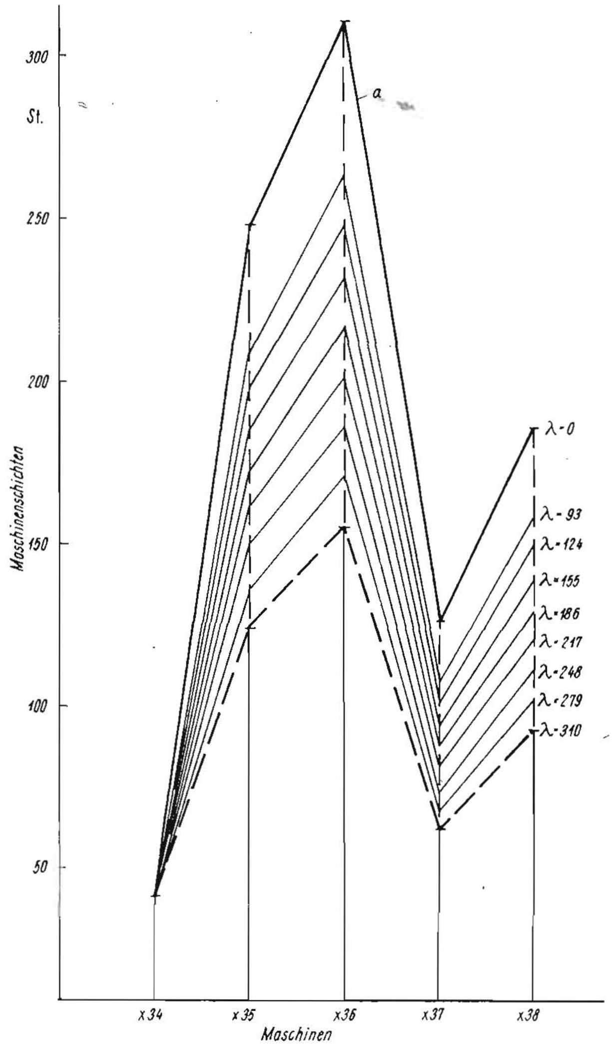

Bild 1. Graphische Darstellung der stufenweisen „Abarbeitung" von der oberen zur unteren Grenze der Maschinenkapazität für charakteristische Parameterbereiche; a obere Grenze der Maschinenkapazität (1. u. 2. Schicht), b vorhandene Maschinenkapazität (1. Schicht)

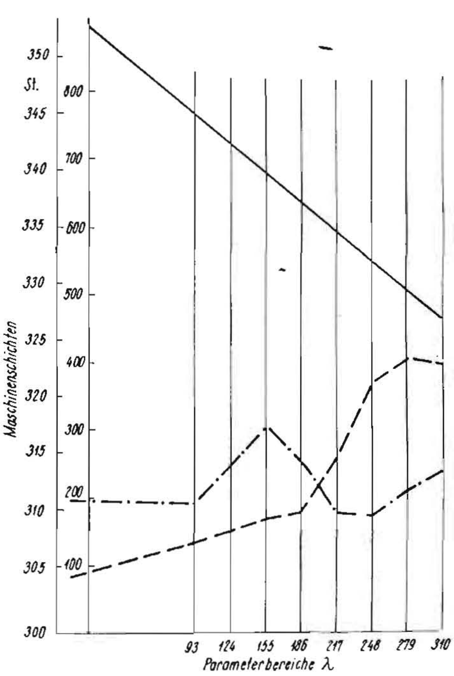

Bild 2. Verbrauch an Traktorenschichten bei der parametrischen linearen Optimierung nach zwei Zielfunktionen unter Berücksichtigung abnehmender Maschinenkapazität für charakteristische Parameterbereiche; ——— obere Grenze der Maschinenkapazität, — — — belegte Traktorenschichten bei der Kostenminimierung; — · — · — belegte Traktorenschichten bei der Leistungsmaximierung

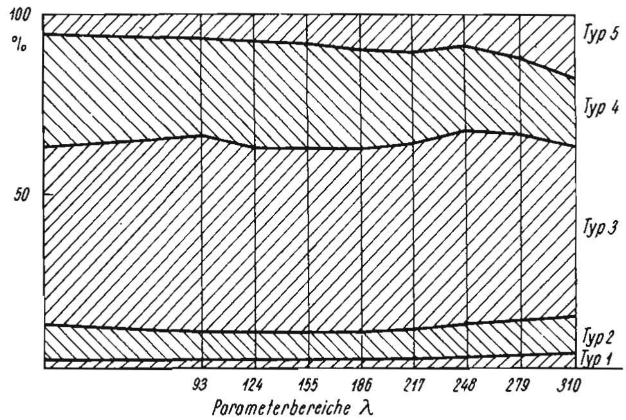

Bild 3. Anteil der verschiedenen Maschinentypen am Gesamteinsatz für charakteristische Parameterbereiche bei der Kostenminimierung

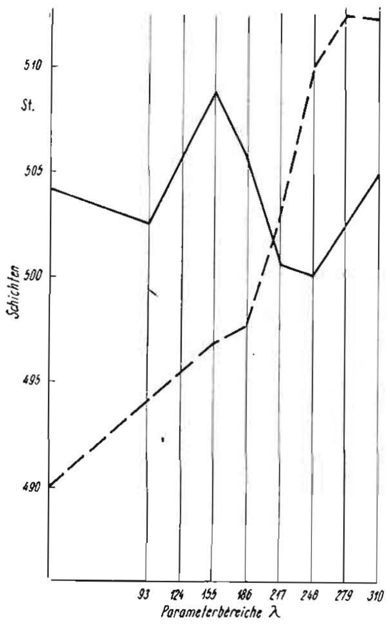

Bild 4. Verbrauch an Arbeitskräfteschichten bei der parametrischen linearen Optimierung nach zwei Zielfunktionen für charakteristische Parameterbereiche;
———— Verbrauch an Ak-Schichten bei der Leistungsmaximierung, – – – – Verbrauch an Ak-Schichten bei der Kostenminimierung

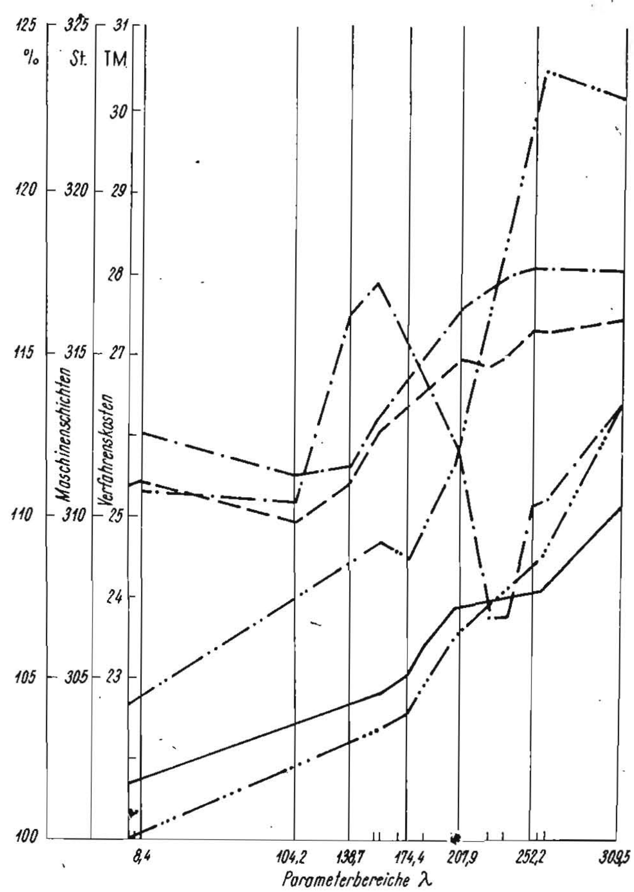

Bild 5. Entwicklung der Verfahrenskosten und der Maschinenschichten bei der parametrischen linearen Optimierung in Abhängigkeit der Parameterbereiche für zwei Zielfunktionen; relativiertes arithmetisches Mittel von Verfahrenskosten und Maschinenschichten (niedrigsten Kosten und Schichten = 100); bei ——···—— Kostenminimierung und – – – – – Leistungsmaximierung; ———— Verfahrenskosten bei der Kostenminimierung, ——·—— Maschinenschichten bei der Kostenminimierung, ——·—— Verfahrenskosten bei der Leistungsmaximierung, —·—·—·— Maschinenschichten bei der Leistungsmaximierung

Tafel 2. Vergleich der Verfahrenskosten für die Berechnung eines Kampagneplans nach verschiedenen Planungsmethoden

	Einsatzkosten Mark	%
Konventionelle Planung	27 830,76	100
Lineare Optimierung (Kostenminimierung)	26 239,85	94
Parametrische lineare Optimierung (Kostenminimierung) bei $\lambda = 0$	21 695,10	78

eine Maschine aus, dann läßt sich sehr schnell eine neue Optimallösung ermitteln, ohne daß der Automat das Problem noch einmal berechnen muß.

5. Ergebnisse

Vom Automaten werden für bestimmte Parameterbereiche Optimallösungen für den günstigsten Arbeitskräfte-, Maschinen- und Geräteeinsatz ausgedruckt. Die Belegung der Maschinen und Geräte ist abhängig von der ökonomischen Zielstellung. Wir haben unser Modell nach den Kosten minimiert und nach der Leistung maximiert, um die Ergebnisse vergleichen zu können (auf eine genaue Beschreibung des Maximierungsproblems wurde verzichtet).

Bei der Kostenminimierung werden die Maschinen und Geräte eingesetzt, die je Zeiteinheit die geringsten Kosten verursachen; bei der Leistungsmaximierung sind die Leistungsparameter je Zeiteinheit Kriterium für die Auswahl der Optimallösung. Die Abhängigkeit der Maschinenschichten von den veränderlichen Nebenbedingungen ist aus Bild 2 ersichtlich.

Die Zusammenhänge zwischen Zielfunktion und Auswahl der Maschinen und Geräte werden bei der Belegung der einzelnen Traktorentypen bei veränderlichen Nebenbedingungen deutlich.

Traktoren mit hohen Kosten je Einsatzstunde werden zu Beginn der Parametrisation bei erweiterter Kapazität der Traktoren wenig eingesetzt (Bild 3, Typ 5); Traktoren mit niedrigen Kosten dagegen voll ausgelastet (Bild 3, Typ 4). Im Verlauf der Parametrisation und abnehmender Kapazität der Traktoren ändert sich der Einsatz: Traktoren mit hohen Kosten müssen eingesetzt werden, da die Kapazität der billiger arbeitenden Traktoren abgenommen hat (Bild 3, Typ 5 und 4 bei Parameterbereich $\lambda = 310$).

Entsprechend den Bedingungen des jeweiligen Bereichs muß entschieden werden, nach welcher Optimallösung geplant wird. Läßt sich ein großer Teil der Arbeiten im Zweischichteinsatz durchführen, wird man die kostengünstigste Variante auswählen; es arbeiten dann hauptsächlich die Aggregate, deren Einsatz die geringsten Kosten verursacht. Wird der Zweischichteinsatz durch andere Faktoren begrenzt, ist mit einer ungünstigeren Lösung zu planen.

Der Verbrauch an Arbeitskraftschichten für die Kostenminimierung und die Leistungsmaximierung ist aus Bild 4 ersichtlich.

Vergleichen wir die Verfahrenskosten, so ergeben sich die in Tafel 2 festgehaltenen Relationen.

Der ausgewiesenen Kosteneinsparung von 22 % stehen 80 min Rechenzeit aus dem Rechenautomaten ZRA 1 mit 214,— M und die Kosten für die Vorbereitung und Auswertung der Planungsrechnung gegenüber.

Die Ergebnisse aus den Berechnungen mit Hilfe der parametrischen linearen Optimierung nach zwei Zielfunktionen sind in Bild 5 zusammengefaßt dargestellt.

6. Schlußfolgerungen

Vom Kooperationsrat wird nach Berechnung des Kampagneplans mit Hilfe der parametrischen linearen Optimierung geprüft, welche Optimallösung wenig Kosten verursacht und ob sie den gegebenen Bedingungen im Kooperationsbereich (Maschinenkapazität u. a.) entspricht.

Nach Unterstellung von Nebenbedingungen (z. B. Zweischichteinsatz der Traktoren zu 50 % bei Parameterbereich $\lambda = 155$) und Auswahl einer Optimallösung kann sofort abgelesen werden, wieviel Schichten insgesamt (Bild 2) und wieviel Arbeitskraftschichten (Bild 5) erforderlich sind.

Durch die Gegenüberstellung der Kosten für die Leistungsmaximierung zu denen der Kostenminimierung (Bild 5) werden dem Leitungskollektiv Entscheidungshilfen gegeben. Von ihm ist nun zu entscheiden, nach welcher Lösungsvariante während der Kampagne gearbeitet wird.

7. Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird ein Modell für die Planung des Arbeitskräfte- und Maschineneinsatzes während einer Kampagne beschrieben. Mit Hilfe der Methode der parametrischen linearen Optimierung werden mehrere Optimallösungen ermittelt und nach verschiedenen Kriterien ausgewertet. Es wird gezeigt, daß durch die Variantenrechnung den Leitern Entscheidungshilfen gegeben werden, durch die sie optimale Kampagnepläne für den Arbeitskräfte- und Maschineneinsatz ausarbeiten können.

Literatur

[1] HERRMANN, K.: In der Schule der Kooperation. Landwirtschaftsausstellung der DDR, Leipzig-Markkleeberg 1968, Heft 1

[2] SCHMIDT, A.: Rationeller Maschineneinsatz für die Frühjahrsbestellung durch Optimierung mit Hilfe einer Näherungsmethode. Feldwirtschaft (1968) H. 3, S. 108 bis 110

[3] ROTH, H. / A. ANTON / O. BEYSE: Agrotechnische Zeitspannen und verfügbare Zeiten für die Feldarbeit. VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin 1961

[4] EBERHARD, M. / G. MÄTZOLD / E. ZIMMERMANN: Methodische Hinweise und Richtwerte für die Kalkulation von Verfahrenskosten der Pflanzenproduktion. VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin 1967

[5] KREUTZBERGER, O.: ZRA 1-Programm zur parametrischen linearen Optimierung. Institut für Numerische Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 1967

[6] SCHMUNTZSCH, S.: Methodische Untersuchungen zur parametrischen Optimierung. Agrarökonomik (1966) H. 9

A 7371

Zur Bestimmung des Gewichts veränderlicher Einflußgrößen

Dr. E. FLEISCHER *

Sowohl im technischen als auch im ökonomischen Bereich gibt es eine Vielzahl polyfaktorieller Zusammenhänge, d. h. Zuordnungen, denen gemeinsam ist, daß eine bestimmte abhängig veränderliche Größe y als Funktion mehrerer unabhängig veränderlicher Größen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ begriffen wird. Solche Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlicher führen häufig zu der Frage, wie groß das jeweilige Gewicht ist, mit dem innerhalb des gegebenen deterministischen Zuordnungsmodells $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ die Argumente $x_1, x_2, \ldots, x_n$ auf die Funktion y einwirken.

Auf arbeitsökonomisch-technologischem Gebiet zeigt sich der heuristische Wert einer möglichst genauen Beantwortung dieser Frage darin, daß der Erfolg einer jeden arbeitswirtschaftlichen Rationalisierung dann am größten sein wird, wenn sie sich zunächst der Änderung jener arbeitzeitbeeinflussenden Faktoren zuwendet, die sich durch ein vergleichsweise großes arbeitswirtschaftliches Gewicht auszeichnen. Beispielsweise ist es wichtig zu wissen, ob auf die Senkung des Arbeitszeitbedarfs transportverbundener landwirtschaftlicher Arbeitsverfahren die Fahrgeschwindigkeit oder die Nutzlast von größerem Einfluß ist, ob man also die Fahrzeuge vorrangig auf höhere Geschwindigkeiten oder auf größere Nutzlasten auslegen soll. Auf dem bisherigen, zumeist durch Empirie und Intuition bestimmten Wege lassen sich Fragen dieser Art jedoch nicht zuverlässig und wissenschaftlich einwandfrei beantworten.

* Institut für Arbeitsökonomik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (Direktor: Prof. Dr. A. BAIL)

Die partielle Differentiation

dagegen ermöglicht eine exakte Beantwortung dieser Fragen. Davon ausgehend, daß die abhängige Veränderliche eine Funktion mehrerer unabhängiger Veränderlicher sei, setzt dieser Weg zweierlei voraus:

1. Es muß ein analytischer Ausdruck bekannt sein, d. h. eine aus unabhängigen Veränderlichen und konstanten Zahlen irgendwie zusammengesetzte Zuordnungsvorschrift, mit deren Hilfe der Wert der Funktion durch den Wert der unabhängigen Veränderlichen eindeutig bestimmt wird, also eine Rechenvorschrift, die jedem Wertesystem $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ der Argumente $x_1, x_2, \ldots, x_n$ einen bestimmten Funktionswert zuordnet.
2. Die Funktion muß in ihrem Definitionsbereich stetig und differenzierbar sein.

Beide Voraussetzungen treffen für die im folgenden zur Demonstration unserer Methode analysierten Arbeitszeitfunktionen zu. Die betreffenden Ausdrücke gehören den rationalen Funktionen an, sind also an allen Stellen ihrer Argumente differenzierbar, sofern jene Stellen ausgeschlossen bleiben, an denen der Nenner gleich Null ist.

Der methodisch entscheidende Schritt von der Bildung der partiellen Differentialquotienten, d. h. von der Bestimmung des „partiellen Änderungsbestrebens" einer Funktion mehrerer Veränderlicher zur Quantifizierung des Gewichts dieser Veränderlichen, besteht in folgendem