Zur Berechnung vertikaler dynamischer Radkräfte bei Traktoren

Dipl.-Ing. E. HLAWITSCHKA, KDT*

Der Traktor ist wie jedes andere Fahrzeug infolge seiner elastischen Abstützung auf der Fahrbahn ein schwingungsfähiges Gebilde. Er wird im allgemeinen durch die Fahrbahnunebenheiten zu Schwingungen angeregt, die zusätzliche dynamische Kräfte zwischen der Fahrbahn und den Rädern erzeugen. Das komplizierte Schwingungssystem des Traktors und die Vielgestaltigkeit der Fahrbahnunebenheiten bedingen, daß das rollende Rad Kräfte in vertikaler Richtung (Vertikalkräfte), Kräfte in Längsrichtung (Horizontalkräfte) und Kräfte quer zur Fahrrichtung (Seitenkräfte) aufnehmen muß. Für die konstruktive Auslegung der Achsen und des Fahrgestells sind besonders die Vertikal- und Horizontalkräfte von Bedeutung. Die Frage nach der Größe dieser Kräfte steht auch im Prüfwesen.

Aus der Literatur sind viele Arbeiten bekannt, die sich mit der rechnerischen Ermittlung von dynamischen Radkräften befassen. Hervorzuheben sind hier die grundlegenden Veröffentlichungen von MARQUARD [1], GAUSS [2], LEHR [3], WEIGAND [4] und MITSCHKE [5], wobei besonders MITSCHKE ein -Verfahren zur Berechnung vertikaler dynamischer Radkräfte bei regelloser Erregung des Schwingungssystems angibt. Häufig begnügt man sich jedoch mit der Vorausberechnung von Radkräften auf der Grundlage der Erregung des Schwingungssystems durch ein mathematisch definiertes Einzelhindernis. Über entsprechende Ergebnisse der rechnerischen Ermittlung von vertikalen dynamischen Radkräften eines Traktors soll im folgenden berichtet werden.

Das Ersatzschwingungssystem eines Traktors

Die Wahl eines geeigneten und den tatsächlichen Verhältnissen möglichst nahekommenden mechanischen Ersatzsystems des Traktors muß der Rechnung vorausgehen. Dabei entfernt man sich um so mehr vom tatsächlichen Schwingungsverhalten des Traktors, je mehr Vernachlässigungen eingeführt werden. Komplizierte Schwingungsersatzsysteme sind aber der mathematischen Behandlung derselben schwer zugänglich.

Für die heute üblicherweise ohne spezielle Federungs- und Dämpfungseinrichtungen gebauten Radtraktoren kann mit guter Näherung das in Bild 1 angegebene vereinfachte mechanische Schwingungsersatzsystem verwendet werden. Hier stützt sich der Traktor mit der Masse m und dem Trägheitsmoment Θ_s über die Reifen mit den Federkonstanten c_v und c_h und den Dämpfungskonstanten k_v und k_h auf der Fahrbahn ab. Die Erregung des Schwingungssystems soll durch ein sinusförmiges Einzelhindernis, dessen Form der Gleichung $h = h_0 \sin \frac{\pi \cdot x}{L}$ entspricht, erfolgen. Durch Einführung der Erregerfrequenz

$$\Omega = \frac{\pi \cdot v}{L}$$

läßt sich die Hindernisform auch durch die Beziehung

$$h = h_0 \sin \Omega t$$

ausdrücken.

Darin bedeuten:

v Fahrgeschwindigkeit
L Hindernislänge
h_0 maximale Hindernishöhe
t Zeit

Die Lösung des Problems vereinfacht sich wesentlich, wenn folgende Annahmen gemacht werden:

1. Beide Traktorenvorder- und -hinterräder sollen das Hindernis gleichzeitig überrollen, d. h. das Fahrzeug kann als ebenes System angenommen werden.
2. Die Masse des Aufbaues und der Räder des Traktors soll in seinem Schwerpunkt angreifen.
3. Der Aufbau des Traktors wird als absolut starres Element betrachtet und soll nur Hub- und Nickschwingungen ausführen können. Alle übrigen Translations- und Rotationsschwingungen beeinflussen nach [1] die Vertikalkräfte nur wenig.
4. Die Reifen sollen eine lineare Federkennlinie aufweisen. Untersuchungen rechtfertigen diese Annahme, wobei jedoch zur besseren Annäherung an die praktischen Verhältnisse die Federkonstante, die sich bei der Abstützung des Reifens auf der gekrümmten Auflagefläche ergibt, in der Rechnung verwendet werden sollte.
5. Die Dämpfung des Reifens sei geschwindigkeitsproportional und luftdruckabhängig.
6. Die Räder sollen der mathematisch definierten Hindernisform exakt folgen.
7. Es soll zunächst nur der Zeitraum des Überrollens des Hindernisses durch die Traktorvorderräder betrachtet werden.

Die Bewegungsgleichungen des Schwingungssystems

Für das in Bild 1 skizzierte mechanische Ersatzsystem des Traktors können nun die Bewegungsgleichungen angegeben werden. Diese lassen sich unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen und unter Beachtung der in Bild 2,a) erkennbaren und am Traktoraufbau angreifenden Kräfte und Momente wie folgt angeben:

$$m\ddot{z}_s + F_v + F_h = 0$$
$$\Theta_s\, \ddot{\varphi} + F_v \cdot l_v - F_h \cdot l_h = 0$$

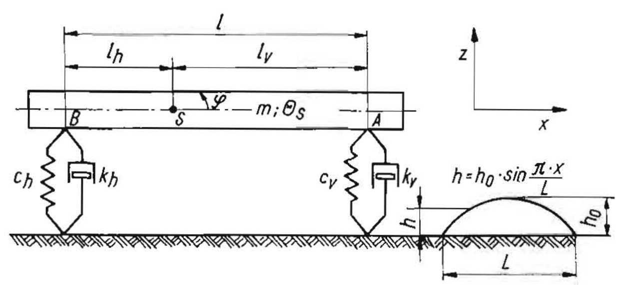


Bild 1. Mechanisches Schwingungsersatzsystem des Traktors

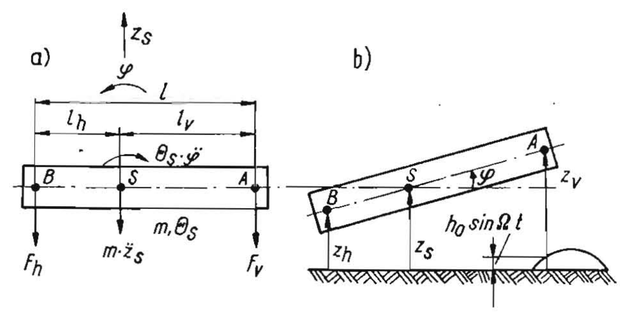


Bild 2. Schema des Traktors. *a* angreifende Kräfte und Momente; *b* Koordinaten für die Punkte A, B und S

* Sektion Landtechnik der Universität Rostock (Direktor: Dr.-Ing. CH. EICHLER)

Die Feder- und Dämpfungskräfte F_v und F_h der Reifen können durch folgende Gleichungen ausgedrückt werden:

$$F_v = c_v (z_v - h_o \sin \Omega t) + k_v (\dot z_v - \Omega h_o \cos \Omega t)$$

$$F_h = c_h \cdot z_h + k_h \cdot \dot z_h$$

Mit diesen Ausdrücken für F_v und F_h nehmen die Bewegungsgleichungen folgende Form an:

$$m\ddot z + c_v (z_v - h_o \sin \Omega t) + k_v (\dot z_v - \Omega h_o \cos \Omega t) + c_h z_h + k_h \cdot \dot z_h = 0$$

$$\Theta_s \ddot\varphi + c_v l_v (z_v - h_o \sin \Omega t) + k_v l_v (\dot z_v - \Omega h_o \cos \Omega t) - c_h l_h z_h - k_h l_h \dot z_h = 0$$

Die Behandlung der Bewegungsgleichungen vereinfacht sich, wenn anstelle der Koordinaten z_s und φ (Bild 2, a) die über den Radaufstandspunkten liegenden Koordinaten z_v und z_h (Bild 2, b) eingeführt werden. Folgender Zusammenhang verbindet diese Größen, wenn man nur kleine Ausschläge zuläßt:

$$z_v = z_s + l_v \varphi$$

$$z_h = z_s - l_h \varphi$$

$$z_s = \frac{1}{l} (l_v z_h + l_h z_v)$$

$$\varphi = \frac{1}{l} (z_v - z_h)$$

Nach Einführung dieser Beziehungen und entsprechender Umstellung lassen sich die Bewegungsgleichungen folgendermaßen beschreiben:

$$\ddot z_v = -\frac{k_v l^2}{m l_h^2 + \Theta_s} z_v - \frac{c_v l^2}{m l_h^2 + \Theta_s} \dot z_v - \frac{m l_v l_h - \Theta_s}{m l_h^2 + \Theta_s} \ddot z_h + \frac{k_v l^2 h_o}{m l_h^2 + \Theta_s} \cos \Omega t + \frac{c_v l^2 h_o}{m l_h^2 + \Theta_s} \sin \Omega t$$

$$\ddot z_h = -\frac{k_h l^2}{m l_v^2 + \Theta_s} z_h - \frac{c_h l^2}{m l_h^2 + \Theta_s} z_h - \frac{m l_v l_h - \Theta_s}{m l_v^2 + \Theta_s} \ddot z_v$$

Diese Bewegungsgleichungen gelten nur im Intervall $0 \leq t \leq t_L$, wobei t_L die Zeit für den Überrollvorgang darstellt. Sie sind unter den Anfangsbedingungen:

$$t = o: \quad z_v = o;\ \dot z_v = o$$

$$z_h = o;\ \dot z_h = o$$

zu integrieren.

Die Lösung dieses gekoppelten Differentialgleichungssystems mit den herkömmlichen Mitteln ist sehr zeitaufwendig. Deshalb wurde ein Analogrechner für die Lösung des Problems eingesetzt.

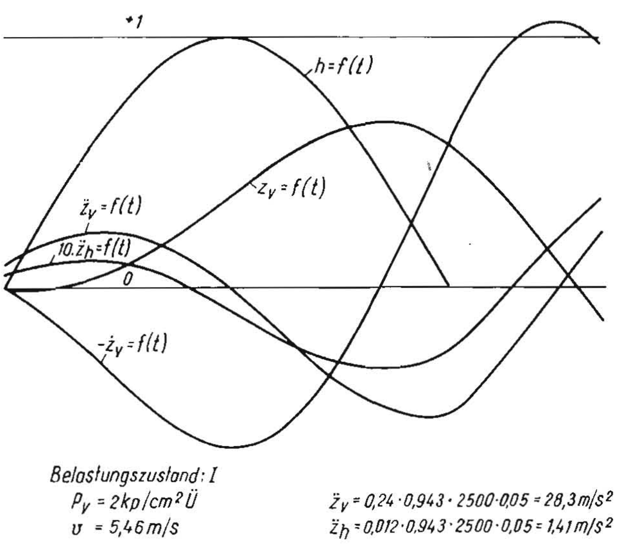


Bild 3. Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf beim ◄ Überrollen des sinusförmigen Einzelhindernisses

Bild 4. Abhängigkeit der maximalen vertikalen dynamischen Radkraft von der Fahrgeschwindigkeit

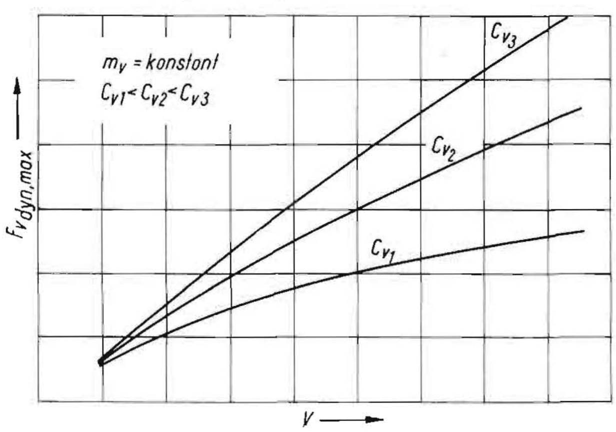


Bild 5. Einfluß der Reifenfederkonstanten auf die maximalen vertikalen dynamischen Radkräfte

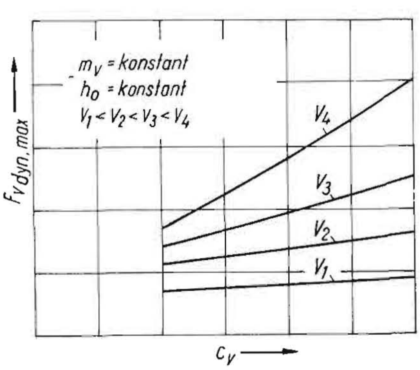


Bild 6. Einfluß der Masse m_v auf die maximalen vertikalen dynamischen Radkräfte

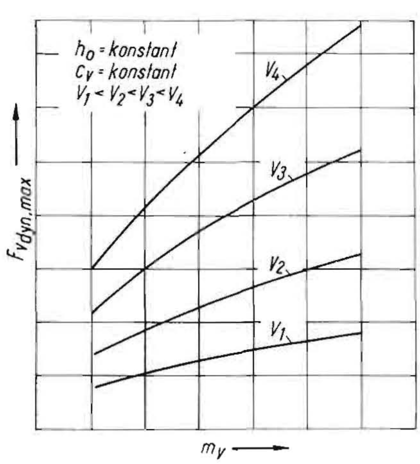
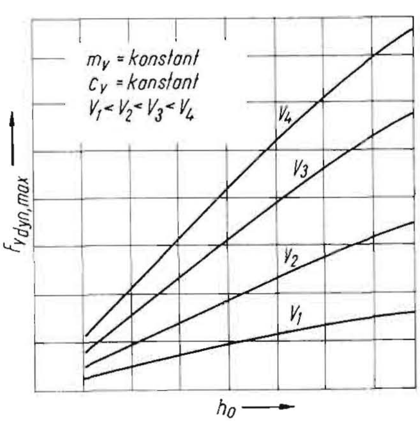


Bild 7. Einfluß der Hindernishöhe auf die maximalen vertikalen dynamischen Radkräfte



Die Ergebnisse der Rechnung

Die Ergebnisse der Rechnung auf dem Analogrechner fallen in Kurvenform an. Im Bild 3 ist neben der Hindernisfunktion $h = f(t)$ der Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf in vertikaler Richtung vom Analogrechner aufgezeichnet worden. Dabei führen positive Beschleunigungswerte zu einer Erhöhung der Radkräfte, negative Beschleunigungen entlasten das Rad. Die absoluten Zahlenwerte für Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung kann man mit Hilfe von Maßstabfaktoren finden.

Die aufgezeichneten Kurven gelten zunächst nur für den Fall des Nichtabspringens des Rades vom Hindernis. Da jedoch meist nur die Frage nach dem Maximum der Beschleunigung und damit den maximalen Radkräften gestellt wird und nachgewiesen werden konnte — worauf an dieser Stelle nicht eingegangen werden soll —, daß das Beschleunigungsmaximum in gleicher Größe normalerweise auch für den Fall des Absprunges gilt, können die Ergebnisse der Rechnung zur Ermittlung der maximalen auf dem Hindernis auftretenden Radkräfte für den gesamten Geschwindigkeitsbereich des Traktors benutzt werden.

Die vertikale dynamische Radkraft kann man nur mit Hilfe des Newton'schen Gesetzes

$$F_{v\,dyn} = m_v \cdot \ddot{z}_v \qquad (m_v \text{ auf dem Vorderrad sich abstützende Masse})$$

berechnen.

Zur Ermittlung der Auswirkungen der verschiedenen Parameter des Schwingungssystems auf die dynamischen Radkräfte wurden diese während der Bearbeitung variiert. Einige tendenzielle Ergebnisse sind in Bild 4 bis 7 wiedergegeben.

Im Bild 4 ist die Abhängigkeit der vertikalen dynamischen Radkraft von der Fahrgeschwindigkeit v dargestellt. Die Kurven zeigen einen stetigen Anstieg der maximalen Radkräfte mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit. Sie streben einem Grenzwert zu, der durch die Radkraft gekennzeichnet ist, die beim vollständigen „Schlucken" des Hindernisses durch den Reifen auftreten würde.

Der Einfluß der Reifenfederkonstanten, also des Reifeninnendruckes, wird in Bild 5 gezeigt. Es stellte sich heraus, daß die maximalen Radkräfte fast proportional mit der Reifenfederkonstanten zunehmen. Bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten ist der Einfluß von c_v sehr gering.

Die Auswirkungen veränderter Masse m_v werden in Bild 6 angegeben. Die Kurven zeigen degressiven Charakter. Bezeichnend ist wiederum, daß die Abhängigkeit der dynamischen Radkräfte von m_v mit steigender Fahrgeschwindigkeit größer wird.

Bild 7 zeigt die Abhängigkeit der dynamischen Radkräfte von der Hindernishöhe h_0. Der lineare Anstieg der Kurven gilt nur für kleine Hindernishöhen. Bei größeren Hindernishöhen wirkt sich die Hinderniskrümmung kraftmindernd infolge der Abnahme der Federkonstanten aus.

Die Bewegungsgleichungen sagen aus, daß die Bewegungsverhältnisse der Vorder- und Hinterachse miteinander gekoppelt sind. Demzufolge werden bei einer Erregung der Vorderachse durch eine Unebenheit auch an den Hinterrädern dynamische Kräfte wirken. Die mit dem Analogrechner gewonnenen Ergebnisse zeigen, daß die durch die Massenkopplung an der Hinterachse erzeugten Vertikalbeschleunigungen um mindestens eine Zehnerpotenz kleiner als die Beschleunigungen an der Vorderachse sind. Demzufolge soll hier auf ihre weitere Betrachtung verzichtet werden.

Ferner sei noch angedeutet, daß die hier errechneten maximalen vertikalen dynamischen Radkräfte nur Gültigkeit für die Zeit des Hindernisüberrollvorgangs haben. Springt das Rad vom Hindernis ab, dann werden im allgemeinen beim Wiederaufsetzen auf die Fahrbahn größere dynamische Kräfte zu erwarten sein. Entsprechende Messungen bestätigen diese Aussage. Die Berechnung dieser Kräfte ist möglich, bereitet jedoch beträchtliche Schwierigkeiten.

Zusammenfassung

Für das Ersatzschwingungssystem eines Traktors wurde die Möglichkeit der Berechnung der vertikalen dynamischen Radkräfte, die beim Überrollen eines Einzelhindernisses entstehen, aufgezeigt. Die Bearbeitung der Bewegungsgleichungen erfolgte mit einem Analogrechner. Durch die Variation verschiedener Parameter des Schwingungssystems konnten die Abhängigkeiten der maximalen vertikalen dynamischen Radkräfte angegeben werden.

Literatur

[1] MARQUARD: Schwingungsdynamik des schnellen Straßenfahrzeuges. Verlag Girardet, Essen 1952

[2] GAUSS: Über das Schwingungsverhalten luftbereifter Fahrzeuge. Forschungen auf dem Gebiet des Ingenieurwesens 21. Band, Heft 13

[3] LEHR: Die Berechnung der Kraftwagenfederung auf schwingungstechnischer Grundlage. Automobiltechnische Zeitschrift 40 (1937) 16, S. 401 bis 414

[4] WEIGAND: Einführung in die Berechnung mechanischer Schwingungen, Band 1 und 2. VEB Verlag Technik Berlin 1955 und 1958

[5] MITSCHKE: Beitrag zur Untersuchung der Fahrzeugschwingungen. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 157. VDI-Verlag Düsseldorf 1962

A 7581

VALMET-Waldschlepper

Bereits seit längerer Zeit setzt unsere Forstwirtschaft VALMET-Waldschlepper in verschiedenen Varianten mit Erfolg ein; mit diesen Zielen soll nun der große Leserkreis mit einigen interessanten Details dieser Maschinen bekannt gemacht werden.

Die VALMET-Waldschlepper zeichnen sich besonders aus durch ihre gute Geländegängigkeit (Bild 1), ihr hohes Zugvermögen und die Variabilität ihres Einsatzes. Entsprechende Spezialausführungen bzw. Umrüstungen ermöglichen ihren Einsatz zum Rücken von Baumstämmen (Bild 2), zum Transport von Baumstämmen über größere Entfernungen auf Spezialanhängern bzw. mit Spezialausführung (s. Bild 4 und 5 auf der 3. Umschlagseite), zum Bodenumbruch für Neuaufforstungen, für Baggerarbeiten, für die Ausbringung von Mineraldüngern in unwegsamen Waldgebieten u. a. m.

Die VALMET-Typen 880, 880 S, 1280 und Terra 865 B, 865 BK, 865 LM und 865 RYSKY unterscheiden sich in der

Bild 1. Am Beispiel des Terra 865 LM ist die gute Geländegängigkeit der VALMET-Waldschlepper erkennbar