

Bei den üblichen Straßenfahrzeugen, wie Personen- und Lastkraftwagen, wird meist vorausgesetzt, daß infolge der relativ niedrigen, kurzwelligen Straßenunebenheiten die Fahrzeigräder nur vertikal gerichtete Radkräfte aufzunehmen haben. Für Traktoren ist diese vereinfachende Annahme nicht mehr zulässig. Entsprechende Unebenheitsmessungen von WENDENBORN [1] und WEISS [2] lassen erhebliche horizontale Radkräfte (Kräfte in Längsrichtung des Fahrzeuges) erwarten, so daß Veranlassung zu deren Berechnung besteht. Von MITTERLEHNER [3] wurde bereits ein Verfahren zur Berechnung des Fahrwiderstandes bei periodischer Erregung durch Fahrbahnwellen angegeben, das jedoch im wesentlichen auf den Resonanzfall beschränkt ist. An dieser Stelle sollen Möglichkeiten der Berechnung horizontaler Radkräfte bei Erregung durch ein Einzelhindernis aufgezeigt werden.

Sobald die Räder des Traktors auf eine Unebenheit treffen, sind deren Stützkkräfte, also auch eventuelle dynamische Kraftanteile, nicht mehr senkrecht zur Fahrtrichtung gerichtet. Wie Bild 1 erkennen läßt, sind die zwischen dem Rad und der Fahrbahn wirksamen Kräfte senkrecht auf die Tangente, die an das Hindernis gelegt werden kann, gerichtet. Infolge der Schwingungsanregung beim Hindernisüberrollvorgang und der gegen eine Waagerechte geneigten Tangente werden horizontale dynamische Radkräfte entstehen. Zu deren Berechnung kann man von den Bewegungsgleichungen des Schwingungssystems ausgehen.

### Das Ersatzschwingungssystem des Traktors

Grundsätzliche Erläuterungen zur Wahl eines geeigneten Ersatzschwingungssystems für den Traktor wurden bereits in [4] gegeben. Sicher ist es möglich, das in diesem Aufsatz verwendete Ersatzsystem, das die Hub- und Nickschwingun-

gen des Traktors berücksichtigt, auch zur Berechnung der horizontalen Radkräfte zu benutzen. Diesbezügliche Versuche zeigten jedoch, daß der dafür notwendige mathematische Aufwand außerordentlich groß ist und der Praxis kaum geeignete Möglichkeiten zur Errechnung der Größe der horizontalen Radkräfte geboten werden können. Es soll deshalb ein einfaches Modell zur Berechnung der Horizontalkräfte gewählt werden.

Der Rechnung wird ein Einmassensystem (Bild 1), das nur einen Freiheitsgrad besitzt, zugrunde gelegt. Die Masse  $m$  des Traktors stützt sich hierbei über je ein Feder- und Dämpfungselement auf einer an das Hindernis gelegten Tangente ab, die mit einer Horizontalen den Hindernisaustiegswinkel  $\alpha$  einschließt. Als Unebenheit wird ein sinusförmiges Einzelhindernis, dessen Form der Gleichung

$$h = h_0 \cdot \sin \Omega t$$

genügt, gewählt.

### Gleichung zur Berechnung der horizontalen Radkräfte

In Bild 1 ist gezeigt, daß an der Masse  $m$  unter Berücksichtigung vorher festgelegter Koordinaten folgende Kräfte angreifen: das Traktorgewicht  $m \cdot g$ , die Reifenfederkraft  $F_F$ , die Reifendämpfungskraft  $F_D$ , der dynamische Anteil der Horizontalkraft  $F'_H$  und die Massenkräfte  $m \cdot \ddot{x}$  und  $m \cdot \ddot{z}$ .

Die Horizontalkraft ist die Summe mehrerer Einzelkräfte. Dazu zählen Kräfte, die durch das Reifenwalken, die Schwingbewegung und die Änderung der Winkelgeschwindigkeit des Rades beim Hindernisüberrollvorgang hervorgerufen werden. Nach THOMAS [5] ist jedoch der zuletzt genannte Anteil gering, so daß er — genau wie der Rollwiderstand des Rades — vernachlässigt werden kann.

Für die  $x$ - und  $z$ -Richtung kann das Kräftegleichgewicht wie folgt angegeben werden:

$$m \cdot \ddot{x} - F'_H + F_F \cdot \sin \alpha + F_D \cdot \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$m \ddot{z} + m \cdot g - F_F \cdot \cos \alpha - F_D \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Fahrgeschwindigkeit des Traktors  $\dot{x}$  konstant ist, wird die Beschleunigung  $\ddot{x} = 0$ . Aus der Gleichung (1) erhält man folgende Beziehung für die Horizontalkraft:

$$F'_H = (F_F + F_D) \cdot \sin \alpha$$

\* Sektion Landtechnik der Universität Rostock (Direktor: Prof. Dr.-Ing. CH. EICHLER)

(Schluß von Seite 561)

#### Geometrische Abmessungen

$D$	Zoll	Reifendurchmesser
$h$	Zoll	Reifenbreite
$c$	mm	vertikaler Abstand von Reifenachse bis Schwingenachse
$d$	mm	horizontaler Abstand von Radachse bis Schwingenachse
$R_D$	m	betrieblicher Rollradius eines angetriebenen Rades
$F$	cm <sup>2</sup>	durchschnittliche Reifenaufstandsfläche je Rad

#### Dimensionlose Größen

$\eta_A$	Antriebswirkungsgrad
$\sigma$	Schlupf
$\xi = \frac{Z}{G_T}$	Zugkraftgewichtsverhältnis

#### Literatur

- [1] WEHSELY / MARX / BUCHMANN / BOTTCHE: Technischer Literaturbericht. TWS - 1967 unveröffentlicht
- [2] BUCHMANN / WEHSELY / SCHULTE: Untersuchung zur rechnerischen Ermittlung der Nennzugkraft des Traktors. Abschlußbericht ILT 1966 unveröffentlicht
- [3] Pneumatik-Reifenkatalog 1967
- [4] BEKKER, M.: Off the Road locomotion. Ann Arbor: The University of Michigan Press 1966
- [5] WEHSELY, K.: Zugkraft und Wirkungsgraduntersuchungen am Radtandemantrieb. Archiv f. Landtechnik 1969 A 7621

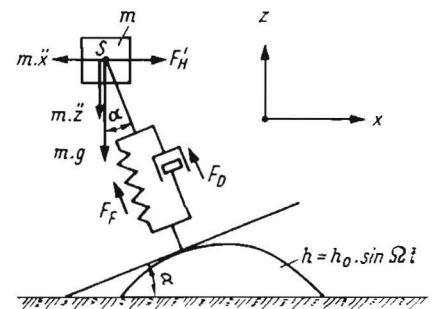


Bild 1. Mechanisches Schwingungersatzsystem des Traktors

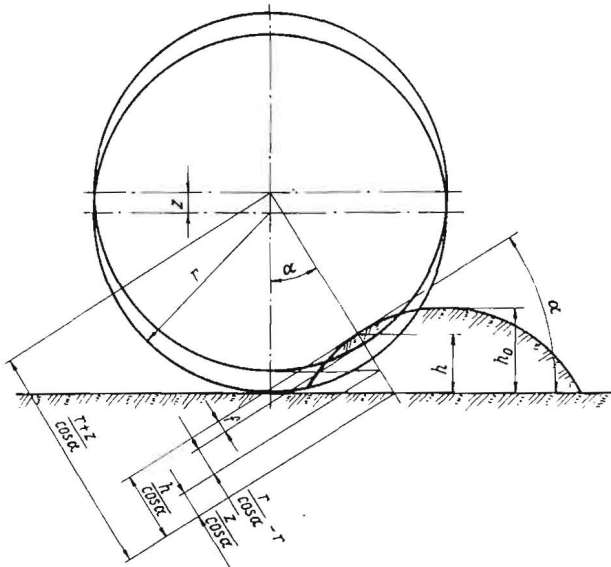


Bild 2. Bestimmung der Reifeneinfederung während des Überrollvorgangs

Unter Bezug auf die bereits in [4] gemachten Bemerkungen ist die Reifenfederkraft

$$F_F = c \cdot f \quad (3)$$

und die Reifendämpfungskraft

$$F_D = k \cdot \dot{f} \quad (4)$$

Also ist der dynamische Anteil der Horizontalkraft

$$F_H = c \cdot f \cdot \sin \alpha + k \cdot \dot{f} \cdot \sin \alpha$$

Die Beziehungen, die zur Ermittlung des Reifeneinfederweges  $f$  führen, lassen sich aus Bild 2 ablesen. Demnach ist

$$f = \frac{h}{\cos \alpha} - \frac{z}{\cos \alpha} - \left( \frac{r}{\cos \alpha} - r \right) \quad (5)$$

Um die Geschwindigkeit  $f$  richtig anzugeben, muß man wissen, daß neben  $z$  auch  $h$  und  $\alpha$  von der Zeit  $t$  abhängige Größen sind.

Es ist dann:

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} = h_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t \quad (6)$$

Ferner ist

$$\tan \alpha = \frac{dh}{ds} = \frac{dh}{dt} \cdot \frac{dt}{ds}$$

Mit  $\frac{ds}{dt} = v$  wird:

$$\tan \alpha = \frac{1}{v} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{h_0 \cdot \Omega}{v} \cdot \cos \Omega t$$

und

$$\alpha = \arctan \left( \frac{h_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t}{v} \right) \quad (7)$$

Damit ist

$$\dot{\alpha} = \frac{\Omega^2 \cdot h_0 \cdot \sin \Omega t}{v \left( 1 + \frac{\Omega^2 \cdot h_0^2}{v^2} \cdot \cos^2 \Omega t \right)} \quad (8)$$

Für die Ableitung des Federweges nach der Zeit erhält man folgenden Ausdruck:

$$\dot{f} = \frac{(\dot{h} - \dot{z}) \cos \alpha + (h - z - r) \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \quad (9)$$

Für die Summe der Feder- und Dämpfungskraft kann nun unter Verwendung der Gleichungen (5) und (9) geschrieben werden:

$$F_F + F_D = \frac{h - z - r + r \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha} \cdot c + \frac{(\dot{h} - \dot{z}) \cos \alpha + (h - z - r) \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot k$$

Nach einigen Umformungen erhält man:

$$(F_F + F_D) \cos \alpha = (h - z - r) \left( 1 + \dot{\alpha} \cdot \frac{k}{c} \cdot \tan \alpha \right) \cdot c + r \cdot c \cdot \cos \alpha + (\dot{h} - \dot{z}) \cdot k \quad (10)$$

Es läßt sich zeigen, daß der Summand  $\dot{\alpha} \cdot \frac{k}{c} \cdot \tan \alpha$  der Gleichung (10) im allgemeinen sehr klein ist und daher Null gesetzt werden kann. Damit vereinfacht sich die Gleichung (10) wesentlich und man erhält, nachdem eine Erweiterung mit  $\tan \alpha$  vorgenommen wurde:

$$(F_F + F_D) \sin \alpha = \{ [h - z - r (1 - \cos \alpha)] \cdot c + (\dot{h} - \dot{z}) k \} \tan \alpha \quad (11)$$

Es wurde bisher bei der Berechnung der horizontalen Radkraft nicht berücksichtigt, daß sich das Traktorrad im Augenblick des Überrollens des Hindernisses auf einer jeweils um den Hindernisanstiegswinkel  $\alpha$  geneigten Ebene abstützt, wodurch eine Horizontalkraftkomponente entsteht, die von der statischen Radlast  $F_{stat}$  herrührt. Addiert man diesen Anteil  $F_{stat} \cdot \tan \alpha$  zur Gleichung (11), erhält man die endgültige Gleichung zur Berechnung der horizontalen Radkraft:

$$F_H = \{ [h - z - r (1 - \cos \alpha)] \cdot c + (\dot{h} - \dot{z}) \cdot k + F_{stat} \} \cdot \tan \alpha \quad (12)$$

Eine numerische Auswertung der Gleichung (12) ist erst möglich, nachdem der Weg  $z$  und die Geschwindigkeit  $\dot{z}$  ermittelt wurden. Hierzu kann die folgende Differentialgleichung, die sich aus der Gleichung (2) ergibt, benutzt werden:

$$m \cdot \ddot{z} - F_F \cos \alpha - F_D \cos \alpha = 0$$

Mit Gleichung (10) erhält man:

$$m \cdot \ddot{z} - (h - z - r + r \cdot \cos \alpha) \cdot c - (\dot{h} - \dot{z}) \cdot k = 0 \quad (13)$$

Für Hindernisanstiegswinkel  $\alpha \leq 20^\circ$  ist der zu erwartende Fehler gering, wenn man den Ausdruck  $r - r \cdot \cos \alpha$  vernachlässigt. Die Lösung der Differentialgleichung (13) vereinfacht sich dadurch wesentlich, denn es bleibt:

$$m \cdot \ddot{z} + k \cdot \dot{z} + c \cdot z = h \cdot c + \dot{h} \cdot k \quad (14)$$

Diese Differentialgleichung kann auf dem bekannten Wege ohne Schwierigkeiten gelöst werden, wodurch man einen Ausdruck für  $z$  und nach Differentiation desselben nach der Zeit  $t$  einen solchen für  $\dot{z}$  erhält. Somit ist die Berechnung des Weges und der Geschwindigkeit der Masse  $m$  des Fahr-

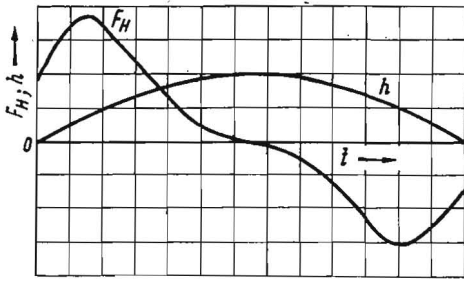


Bild 3  
Zeitlicher Verlauf der horizontalen Radkraft während des Hindernisüberrollvorgangs

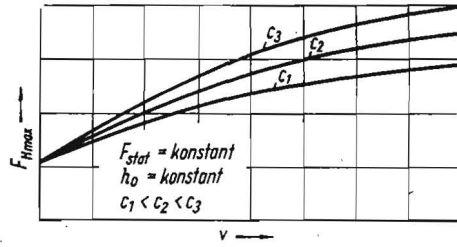


Bild 4  
Horizontalkraftverlauf in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit

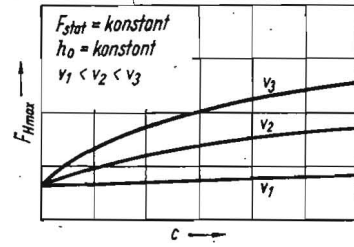


Bild 5  
Horizontalkraftverlauf in Abhängigkeit von der Reifenfederkonstanten

zeugmodells als Funktion der Zeit  $t$  möglich. Der hierfür notwendige Rechenaufwand ist jedoch beträchtlich, so daß die Verwendung eines Rechners angebracht ist.

### Ergebnisse der Berechnung der horizontalen Radkräfte

Nach Gleichung (12) kann nur der zeitliche Verlauf der horizontalen Radkraft für die Dauer des Hindernisüberrollvorgangs berechnet werden. Zu diesem Zweck teilt man die Überrollperiode in eine größere Anzahl von Zeitintervallen ein und ermittelt für jeden Abschnitt die jeweilige horizontale Radkraft. Somit kann der zeitliche Verlauf der horizontalen Radkraft, wie ihn Bild 3 zeigt, angegeben werden.

Wegen des endlichen Hindernisanstieges zur Zeit  $t = 0$  und der geschwindigkeitsproportional angesetzten Dämpfung beginnt die Horizontalkraftkurve im allgemeinen nicht im Nullpunkt. Nach Überschreiten eines Maximums erreicht  $F_H$  in der Hindernismitte den Wert Null. Danach kehrt sich das Vorzeichen von  $F_H$  um, jedoch ist der Charakter der Kurve dem erstgenannten Verlauf ähnlich. Das Maximum der negativen Horizontalkräfte erreicht allerdings den Betrag der positiven Horizontalkräfte nicht.

Die Rechnung liefert nur solange brauchbare Ergebnisse, wie das Nichtabspringen des Rades vom Hindernis garantiert ist. Löst sich das Rad bei höheren Fahrgeschwindigkeiten vom Hindernis, dann wird der Horizontalkraftverlauf, der sich nach dem Abspringen einstellt, durch die Gleichung (12) nicht mehr richtig dargestellt. Da jedoch während der Sprungperiode keine oder nur unwesentliche Horizontalkräfte auf das Rad wirken, kann man für diesen Abschnitt  $F_H = 0$  setzen. Ohne nähere Untersuchungen an dieser Stelle kann ausgeführt werden, daß das errechnete Horizontalkraftmaximum immer vor dem Abspringen des Rades vom Hindernis liegt, so daß die Gleichung (12) auch dann noch benutzt werden kann, wenn man lediglich das Maximum der horizontalen Radkraft berechnen will. Um-

fangreiche Vergleiche von gemessenen mit errechneten horizontalen Radkräften bestätigen die Zuverlässigkeit dieser Aussage.

Auf der Grundlage der errechneten Werte lassen sich nun die Abhängigkeiten der maximalen horizontalen Radkräfte von den wichtigsten Fahrzeug- und Hindernisdaten angeben. In Bild 4 ist der Verlauf der maximalen Horizontalkräfte für verschiedene Reifenfederkonstanten als Funktion der Fahrgeschwindigkeit dargestellt. Die Zunahme der Horizontalkräfte wird bei höheren Fahrgeschwindigkeiten immer kleiner. Bei hohen Fahrgeschwindigkeiten wird das Hindernis vom Reifen „geschluckt“ und damit das Maximum der Horizontalkraft erreicht. Für  $v = 0$  beginnen die Kurven bei einem Wert, der der Horizontalkraftkomponente der statischen Radlast auf dem Hindernis entspricht.

Die Abhängigkeit der maximalen horizontalen Radkraft von der Reifenfederkonstanten geht aus Bild 5 hervor. Man erkennt deutlich, daß bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten der Einfluß der Reifenhärte nur gering ist, bei höheren Fahrgeschwindigkeiten ist die Abhängigkeit jedoch beträchtlich. Im Bereich der für die Traktorreifen üblichen Federkonstanten kann man mit annähernd linearer Zunahme der maximalen Horizontalkraft mit der Reifenfederkonstanten rechnen.

Der Einfluß der statischen Radlast auf die maximalen Horizontalkräfte ist in Bild 6 dargestellt. Man erkennt die beinahe proportionale Zunahme der Horizontalkraft mit ansteigender statischer Radlast. Bezeichnend ist ferner, daß der Anstieg der Kurven bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten nahezu gleich ist.

Bild 7 zeigt den Einfluß der Hindernishöhe auf die maximalen horizontalen Radkräfte. Hierzu ist zu bemerken, daß die Rechnung zunächst nur bis zu etwa  $h_0 \leq 10$  cm Gültigkeit hat. Die Tendenz des Verlaufs der Horizontalkräfte bei größeren Hindernishöhen ist auf der Grundlage begründeter Schätzungen im Bild angedeutet worden.

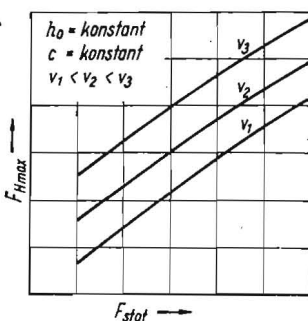
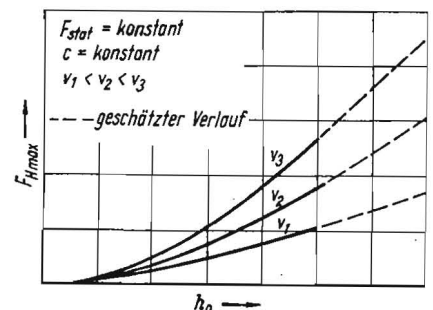


Bild 6  
Horizontalkraftverlauf in Abhängigkeit von der statischen Radlast

Bild 7  
Horizontalkraftverlauf in Abhängigkeit von der maximalen Hindernishöhe



## Zusammenfassung

Für ein einfaches Ersatzschwingungssystem eines Traktors wird die Möglichkeit der Berechnung der horizontalen Radkräfte, die beim Überrollen eines sinusförmigen Einzelhindernisses entstehen, aufgezeigt. Wenngleich die angegebene Berechnungsmethode nur eine Näherung darstellt, liefert sie doch für nicht extreme Verhältnisse genügend genaue Werte für die horizontalen Radkräfte. Die Ergebnisse entsprechender Berechnungen sind qualitativ in Kurvenform dargestellt worden.

## Literatur

- [1] WENDEBORN, J. O.: Die Unebenheiten landwirtschaftlicher Fahrbahnen als Schwingungserreger landwirtschaftlicher Fahrzeuge. Grundlagen der Landtechnik 15 (1965) H. 2
- [2] WEISS, A.: Fahrbaunntersuchungen. Großer Beleg am Institut für Landtechnik Rostock 1968

- [3] MITTERLEHNER, G.: Schwingungsverhalten und Fahrwiderstand eines Straßenfahrzeuges bei periodischer Erregung durch Fahrbahnenwellen. Automobiltechnische Zeitschrift 59 (1957) H. 2
- [4] HLAWITSCHKA, E.: Beitrag zur Berechnung vertikaler dynamischer Radkräfte bei Traktoren. Deutsche Agrartechnik 19 (1969) H. 8, S. 380
- [5] THOMAS, D.: Über den Einfluß der Fahrbahneigenschaften auf die Lenkkräfte schwerer Kraftfahrzeuge. Diss. TH Braunschweig 1965 A 7695

## Verwendete Formelzeichen

$c$	Reifenfederkonstante	$m$	Masse
$F_D$	Reifendämpfungskraft	$r$	Reifenradius
$F_F$	Reifenfederkraft	$t$	Zeit
$F_H$	horizontale Radkraft	$v$	Fahrgeschwindigkeit
$F_{stat}$	statische Radlast	$x$	Weg in x-Richtung
$f$	Reifenfederweg	$z$	Weg in z-Richtung
$g$	Erdbeschleunigung	$\alpha$	Hindernisanstiegswinkel
$h_0$	maximale Hindernishöhe	$\Omega$	Erregerfrequenz
$k$	Reifendämpfungskonstante		

Anmerkung: Mit einem Punkt wurde die Ableitung nach der Zeit gekennzeichnet

Dr. G. JALASS\*

## Betrachtungen zur Ermittlung der Transportleistung beim Güterverkehr mit Kraftfahrzeugen

Wie in den übrigen Zweigen der materiellen Produktion, so ist auch im Transportwesen ein exakter Nachweis der Produktionsleistung notwendig. Da das Produkt des Transportes entsprechend der Eigenart des Transportprozesses nicht materieller Natur sein kann, sondern mit der Transportleistung gleichzusetzen ist, kommt der Verwendung einer Transportleistungseinheit (TLE), die möglichst exakt die gesamte im Transportprozeß notwendige Arbeit erfaßt, besondere Bedeutung zu. Die derzeit im Transportwesen noch am meisten verwendete Transportleistungseinheit, der Tonnenkilometer (tkm), erfüllt diese Forderung nicht, weil ein Teil der gesellschaftlich notwendigen Transportzeit, nämlich das Be- und Entladen, nicht berücksichtigt wird.

Nachfolgend soll eine Methode zur Ermittlung der gesamten Transportleistung beschrieben werden. Diese Methode geht davon aus, daß sowohl während der Fahrzeit als auch während der Standzeit der Fahrzeuge bei der Be- und Entladung eine Transportleistung erbracht wird. Bei der Berechnung der Transportleistung nach tkm verändert sich diese entsprechend dem Fahrzeitanteil bzw. der Transportentfernung. Wird also nur der tkm als Maßeinheit für die Transportleistung anerkannt, also auch als entscheidende Kennzahl für die Planung und Abrechnung benutzt, so folgt daraus, daß die Chancen einer guten Planerfüllung mit steigender Entfernung zunehmen, Transporte über relativ geringe Entfernungen, wie sie in der Landwirtschaft vorherrschen, dagegen wenig gefragt sind. Die sich daraus ergebenden Konsequenzen erschweren einen rationellen Einsatz des Transportraumes entsprechend den volkswirtschaftlichen Erfordernissen. Diese Mängel des tkm sind nicht zuletzt ein Grund dafür, daß er beim landwirtschaftlichen Transport nur wenig Verbreitung gefunden hat.

DITTRICH [1] hat eine Methode zur exakten Messung der Transportleistung beschrieben, die eine Vergleichbarmachung der bei unterschiedlichen objektiven Bedingungen erzielten Leistung zum Ziele hat. Notwendig ist jedoch nicht eine Vergleichbarmachung, sondern die Ermittlung der exakten Transportleistung, weil nur so die Wirkung der verschiedenen objektiven und subjektiven Faktoren auf das Ergebnis

des Arbeitsprozesses Transport exakt nachgewiesen werden kann. Die Schaffung einer exakten Transportleistungseinheit ist daher vor allem für folgende Zwecke notwendig:

1. Nachweis der Transportleistung für Transportfahrzeuge, Fahrzeugkombinationen sowie für Transportbrigaden und -betriebe;
2. Beurteilung der Arbeitsproduktivität und Arbeitseffektivität von Transportverfahren;
3. Verwendung der TLE als Bezugsbasis für den Arbeitszeitaufwand und die Selbstkosten sowie für die Planung und Abrechnung der Transportarbeiten.

Die Transportleistungseinheit wird getrennt für die Fahrzeit ( $T_F$ ) und die Standzeit während des Be- und Entladens ( $T_{BE}$ ) ermittelt. Die Berechnung erfolgt auf der Grundlage des Tonnenkilometers. Es wird davon ausgegangen, daß bei der Erzielung einer bestimmten Umschlagleistung während der Standzeit die gleiche Anzahl an TLE zu erreichen sein muß wie beim Fahren. Bei Einhaltung einer bestimmten Zeitnorm beim Güterumschlag sowie einer normativen Fahrgeschwindigkeit wird das Ergebnis in TLE durch den Anteil der Standzeit ( $T_{BE}$ ) an der Einsatzzeit nicht beeinflußt.

Um eine geeignete Zeitnorm für das Be- und Entladen zu finden, die als Grundlage für die Berechnung der TLE gelten kann, dienen durchschnittliche Bedingungen beim zwischenbetrieblichen Transport in der Landwirtschaft als Basis:

Ladekapazität ( $Q$ )	: 10 t
Transportstrecke ( $s$ )	: 20 km (10 Last-km)
Fahrgeschwindigkeit ( $V$ )	: 30 km/h

Es wird unterstellt, daß die unter diesen Bedingungen während der Fahrzeit erzielte Transportleistung in tkm/h auch während der Standzeit beim Be- und Entladen zu erreichen sein muß. Für die Festlegung der Zeitnormative für das Be- und Entladen ( $T_{be}$  in min/t) wird von einem Fahrzeitanteil von 50 Prozent ausgegangen. Daraus ergibt sich ein normativer Zeitaufwand von 4 min/t (2 min/t für die Beladung  $T_b$ , 2 min/t für die Entladung  $T_e$ ). Bei den oben-

\* Sektion Tierproduktion der Universität Rostock